



Der Aufbruch zum „funktionalen Denken“: Geschichte des Mathematikunterrichts im Kaiserreich

100 Jahre Meraner Reform

Gert Schubring

Renate Tobies zum 60. Geburtstag gewidmet.

By the end of the 19th century, mathematics teaching underwent a crisis of similar proportion in several European countries. Constrained by the values of classical Antiquity, which dominated in secondary education, mathematics was taught as a formal discipline enhancing elementary geometry and intended as some gymnastics of the mind. Moreover, a specific feature in Germany was that the country was split up into numerous independent states each having a separated educational system of its own. Many of these conferred an only marginal status to mathematics instruction. This complex situation is analyzed for the traditional school system for boys, as well as for the emerging system for girls, and for primary schooling.

The study describes the key initiatives by Felix Klein, who forged a dynamic movement of teachers for modernising secondary school teaching. Their culmination in the famous “Meran” reform program is depicted, a program which became the starting point for the first international reform movement in mathematics teaching.

Zum Stand der Forschung

Die Meraner Reform bildet zwar einen fast schon mythischen Bezugspunkt für die deutsche Mathematik-Didaktik, aber ihre historische Erforschung hat sich bislang auf das Jahr 1905 und seine unmittelbare Umgebung sowie auf die Person von Felix Klein (1849–1925) konzentriert. Entsprechend der Fixierung der deutschen Bildungsgeschichtsschreibung auf die Geschichte Preußens sind auch die Arbeiten zur Geschichte des Mathematikunterrichts weitgehend auf Preußen beschränkt. Die übrigen deutschen Staaten, die mit Preußen zusammen das Deutsche Reich bildeten, und die sich gerade in diesem Zeitraum erstmals in einer Phase der gegenseitigen Anpassung ihrer Bildungssysteme befanden, sind dagegen noch kaum untersucht worden. Auch für Preußen selbst mangelt es an einer Analyse der Entwicklung während des Kaiserreiches. Es wird daher hier erstmals unternommen, die Geschichte des Mathematikunterrichts in diesen Komponenten und deren Zusammenhang zu untersuchen. Dabei wird nicht nur der traditionelle Unterricht an den höheren Schulen für Jungen, sondern auch das entstehende System höherer Schulen für Mädchen dargestellt. Das Volksschulwesen, das beginnt, sich aus seiner Isolation vom System höherer Schulen zu lösen, wird ebenso miteinbezogen wie die Lehrerbildung für die verschiedenen Schularten.

Der Mathematikunterricht an höheren Schulen

Strukturelle Situation

Bei der Gründung des Deutschen Kaiserreichs stellte sich die Situation des Mathematikunterrichts als außerordentlich komplex dar. Nach dem enormen Aufschwung, den Mathematik und Naturwissenschaften im Gefolge der Französischen Revolution in den Bildungssystemen praktisch aller europäischen Staaten – und insbesondere in Deutschland – erfahren hatten, brachte die politische Restauration nach dem Ende der napoleonischen Ära 1815 einen fast analogen Abstieg an den höheren Schulen. Ein markantes Beispiel dafür bietet Bayern: 1816 wurden nicht nur die, zu den Gymnasien parallelen, Realinstitute aufgelöst, an denen Mathematik und Naturwissenschaften Hauptfächer waren, und ihre Lehrer entlassen, sondern auch an den Gymnasien wurde der Mathematikunterricht auf eine Wochenstunde reduziert und dieser dem Klassenlehrer übertragen. Auch die Erhöhung 1822 auf zwei Wochenstunden beließ dieses Fach im klassischen Gymnasium als Nebenfach, mit marginalem Status. Nur in Preußen hielt sich die Mathematik als Hauptfach im neuhumanistisch reformierten Gymnasium und ermöglichte die Entstehung des Mathematiklehrerberufs.

Die seit 1815 im deutschen Bereich bestehenden 39 Staaten und Stadtstaaten entwickelten sich nicht nur politisch und sozial unterschiedlich, sondern auch bildungspolitisch. Die Mathematik war daher in den höheren Schulen dieser Staaten gleichfalls unterschiedlich institutionalisiert. Diese Situation änderte sich nicht mit der Gründung des Kaiserreichs aus den – nach den Annexionen durch Preußen 1866 – nunmehr 25 kleindeutschen Staaten, d. h. ohne Österreich. Einen Eindruck von der Spannweite des bestehenden Spektrums bildet der Vergleich von Preußen, mit seinem gut etablierten Mathematikunterricht, mit dem Königreich Württemberg. In Württemberg hat sich die Säkularisierung des Bildungssystems besonders spät vollzogen. Das findet seinen charakteristischen Ausdruck darin, daß der Unterrichtsstoff an den Gymnasien und an den ihnen entsprechenden Lateinschulen bis zum Ende der Mittelstufe von der Vorbereitung auf das sogenannte Landexamen bestimmt war: der Aufnahmeprüfung für „evangelisch-theologische Seminare“, den früheren Klosterschulen, die auf ein Studium der Theologie vorbereiteten. Da dies noch die vorherrschende Berufsorientierung für Schüler der höheren Schulen war, wurden Gegenstände, die nicht im Landexamen geprüft wurden, im Gymnasium vernachlässigt. So kam es in Württemberg zu der Sondersituation, daß – wie Jahrhunderte zuvor – nur wenige, auch für Theologen für relevant gehaltene Arithmetik gelehrt wurde, die in anderen Staaten eher dominierende Geometrie aber fast ganz fehlte.

Die Mathematik konnte so nicht den Charakter eines Hauptfaches innehaben. Aber selbst nach der ersten durchgreifenden Reform – tatsächlich erst 1891! – blieb der Lehrplan weit elementarer als in anderen Staaten: So trat auch noch 1899 die Zinseszinsrechnung erst in der Abschlussklasse des Gymnasiums auf [Geck, 1910, S. 21].

Da das Kaiserreich lediglich ein Staatenbund war, in dem insbesondere jeder Staat die Hoheit für sein Bildungswesen behielt, war zunächst keine Änderung dieser unterschiedlichen Strukturen abzusehen, obwohl Preußen naturgemäß eine domi-

nierende Position einnahm, da es knapp zwei Drittel sowohl der Fläche wie der Bevölkerung beherrschte. Das zweite wesentliche Merkmal für die Geschichte des Mathematikunterrichts war, daß in Deutschland noch in einer weiteren Hinsicht sich ein Sonderweg durchgesetzt hatte: die Aufspaltung des höheren Schulwesens in unterschiedlich profilierte und sozial bewertete Schultypen. In Preußen hatte Wilhelm von Humboldt (1767–1835) das Gymnasium als gemeinsame höhere Schule geplant, in dem nicht nur studierwillige, sondern auch bürgerliche Berufe anstrebende Schüler unterrichtet werden sollten. Gleichwohl wurden gegen die Mitte des 19. Jahrhunderts von Kommunen zunehmend für diese Schülergruppe Realschulen gegründet, deren Struktur auch lehrplanmäßig schließlich 1859 staatlich geregelt wurde. Während aber in Preußen Gymnasien und Realschulen in ihren Lehrplänen nicht komplementär waren, d. h. es gab sowohl alte Sprachen an Realschulen als auch Mathematik und Naturwissenschaften an Gymnasien, wurden in anderen deutschen Staaten Realschulen gegründet, um die Marginalisierung von Mathematik und Naturwissenschaften an den klassisch ausgerichteten Gymnasien auszugleichen. So ist die auch im Namen zum Ausdruck kommende Spaltung der Bildungskonzeption – das Gegenüber von „humanistischem“ Gymnasium und Realgymnasium – zuerst in Bayern eingeführt worden, im Jahre 1854 bzw. 1864 [vgl. Schubring, 1989a].

Die Parallelität von schließlich drei Typen höherer Schulen mit Abiturberechtigung, aber mit unterschiedlich institutionalisierten Bildungskonzeptionen – den Gymnasien, den Realgymnasien und den Oberrealschulen – war in anderen europäischen Staaten nicht anzutreffen. In Frankreich, wo es nach 1852 eine *bifurcation* gegeben hatte – mit gegenüber den klassisch orientierten *lycées* geringwertigen Schulen für die „modernen“ Fächer – war man ab 1902 wieder zu einem einheitlichen Typ höherer Schulen, mit einer internen Kursdifferenzierung zurückgekehrt.

Die statische Elementarmathematik

Die Mathematiklehrer selbst waren in dieser komplexen Situation – unterschiedliche Verankerung der Mathematik an höheren Schulen, zwischen Hauptfach und Nebenfach, sowie Aufspaltung der Bildungskonzeption gerade entlang der Bildungskonzeption der Mathematik – durchaus geprägt von der Dominanz der alten Sprachen und waren nicht mehr, wie noch um 1800, aktive Vertreter etwa eines modernen, am Stand der Entwicklung der mathematischen Wissenschaft orientierten Unterrichtskonzeption. Kennzeichnend für die eher defensive Konzeption sind die Beratungen und Beschlüsse des ersten Treffens von Mathematiklehrern aus deutschen Staaten, anlässlich des Philologentages 1864. Hier wurde zum ersten Mal versucht, eine Definition von „Elementarmathematik“ – als dem Gegenstand des Schulunterrichts – zu geben: Einstimmig wurde beschlossen, ihr Gegenstand seien die Größen als feste, begrenzte und endliche – diejenige Mathematik dagegen, die Größen als veränderliche betrachtet, konstituiere die höhere Mathematik, die mithin jenseits der „Grenzen“ der Schulmathematik liege [Schubring, 1983, S. 186].

Eine gewisse vereinheitlichende Wirkung ist vom Deutschen Reich immerhin ausgeübt worden. Waren bislang die Angehörigen anderer deutscher Staaten als „Ausländer“ betrachtet worden, so erforderte die föderale Struktur jetzt doch eine

gegenseitige Anerkennung der Abiturzeugnisse. Dafür wurden 1873 gemeinsame Minimalforderungen an die Abiturprüfungen beschlossen. Die 1875 folgenden Beschlüsse zu analogen Bestimmungen für das beim Bürgertum beliebte Einjährig-Freiwilligen Examen für den Militärdienst definierten Mindeststandards auch schon für die Sekunda. Diese so bewirkten Angleichungen zwischen den deutschen Staaten blieben aber weitgehend formale Prozesse und induzierten keine inneren Reformen.

Auch in der neuen Situation des Deutschen Reiches mit einer stark expandierenden Industrie und beträchtlichen ökonomischen Entwicklungen waren es nicht die Mathematiklehrer, von denen Initiativen für curriculare und methodische Reformen ausgingen. Dies wird besonders deutlich an dem ersten fachlichen Lehrerverband, der 1891 gegründet wurde: dem „Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (kurz: Förderverein). Obwohl ausdrücklich zur Förderung dieses Unterrichts an den höheren Schulen im Deutschen Reich gegründet, sind von ihm nach seiner Gründung keine Reform-Initiativen ausgegangen. Die auslösende Kraft für eine schließlich umfassend breite Reformbewegung ging vielmehr von einem Hochschullehrer aus. Es war Felix Klein, der dynamische Organisator und Professor an der traditionsreichen Göttinger Universität, der seit den 1890er Jahren seine Bemühungen um eine Reform des mathematischen Lehrbetriebs von den Hochschulen auf die höheren Schulen ausdehnte.

Beginn einer Reformbewegung

Da er selbst eine Zeitlang Mathematik-Professor an der Technischen Hochschule München gewesen war, kannte er sowohl die starke Expansion dieses konkurrierenden Hochschultyps – bei gleichzeitiger Stagnation des herkömmlichen Hochschultyps Universität –, als auch den wachsenden Widerstand der Ingenieure gegen die abstrakte Lehrweise der Mathematiker an den Technischen Hochschulen: ein Widerstand, der sich schließlich zur sogenannten „Antimathematiker-Bewegung“ [Hensel 1999, Hashagen 2003, 197ff.] ausweitete und so die Stellen für Mathematiker an diesem zukunftssträchtigen Hochschultyp grundlegend gefährdete. Frühe Initiativen Kleins für eine Integration der Polytechnika in die Universitäten und für einen einzigen Typ höherer Schulen, der humanistische und realistische Schularten integrieren sollte, erwiesen sich als wirklichkeitsfremd [Schubring, 1989, S. 183 f]. In seinen reifen Konzepten setzte sich Klein sowohl für eine Gleichberechtigung der inzwischen drei verschiedenen Typen höherer Schulen ein, als auch für eine Gleichberechtigung von Universitäten und Technischen Hochschulen.

Felix Klein hatte in den 1890ern gegenüber diesem Problemkomplex zunächst an einem ihm direkt zugänglichen Feld angesetzt: der Lehrerausbildung und dann der Lehrerfortbildung, im Rahmen der so genannten Ferienkurse. Er wurde dabei unmittelbar konfrontiert mit dem, was er als „doppelte Kluft“ des Mathematikunterrichts beklagte: : „Auf der Universität beginne man damit, die Mathematik der Schule beiseite zu schieben, um nach bestandenen Lehramtsexamen mit den inzwischen erworbenen höheren Kenntnissen sofort entsprechend zu verfahren!“ [Klein, 1905, S. 460].

Den entscheidenden Anstoß, eine Agenda für die Reform mathematischer Lehre im Systemzusammenhang von höherer Schule, Hochschule und Lehrerbildung zu

entwickeln, bildete schließlich der Auftrag des preußischen Kultusministers an Klein zu einem Gutachten für die große Schulkonferenz 1900, und zwar einerseits über die weitere Entwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts und andererseits darüber, welche Art der Vorbildung an höheren Schulen für das Studium an Technischen Hochschulen vorzuziehen sei.

Kleins Gutachten vom Mai 1900 bildet ein Schlüssel-Dokument für die Geschichte der mathematischen Unterrichtsreform.¹ Es enthält sein Programm zur Neustrukturierung des Verhältnisses von Sekundar- und Hochschulbildung, und es beruhte auf den Konsequenzen, die er aus der Antimathematiker-Bewegung der 1890er Jahre unter den Ingenieuren gezogen hatte. Der Hauptpunkt in Kleins Antwort auf die erste Frage war, daß alle drei Typen höherer Schulen hinreichende Möglichkeiten für einen erfolgreichen Mathematikunterricht boten. Für die Antwort zur zweiten Frage beschrieb er die tiefe Krise, in der sich die mathematische Lehre an den Technischen Hochschulen befand. Ursprünglich hatte dort die Mathematik, gemäß deren berühmtem Modell, der *École Polytechnique*, das Hauptelement der allgemeinen Studien aller Studenten gebildet, das sie abzuschließen hatten, bevor sie das Studium in speziellen technischen Fächern beginnen konnten. Diese polytechnische Funktion der Mathematik war aber schon lange obsolet geworden. Mathematische Forschung und Lehre hatten sich immer mehr zur Grundlagen-Seite hin entwickelt, wie es im Programm der Arithmetisierung der Analysis zum Ausdruck kam. Andererseits hatten sich die technischen Disziplinen hochgradig spezialisiert und ihren Charakter verändert; sie hatten kein Interesse mehr an den komplexen Fragestellungen der höheren Mathematik und bevorzugten vielmehr die „geniale Intuition“. Die Folgen dieser Orientierungsänderung für die Mathematik an den Technischen Hochschulen beschrieb Klein als fatal: die Mehrheit von deren Studenten weigerten sich schlicht, den mathematischen Vorlesungen zu folgen und schwänzten sie. Und die Mathematik-Dozenten erhielten keine Unterstützung von ihren Ingenieur-Kollegen.

Klein schlug in seinem Gutachten eine radikale Problemlösung vor. Da die Mathematik Vorlesungen an den Technischen Hochschulen aus einem vorbereitenden allgemeinen Teil und einem fortgeschrittenen oder höheren Teil bestanden, empfahl er, daß der Grundlagenteil in die Vorbereitungs-, d.h. in die höheren Schulen verlegt werde und daß nur der fortgeschrittene Teil weiter an den Technischen Hochschulen gelehrt werde – aber in reformierter Weise: nicht mehr als unabhängige mathematische Disziplinen, sondern in ständiger Abstimmung mit den Erfordernissen des Studiums für Ingenieurberufe. Und als solche Grundlagenfächer, die an den Mathematikunterricht der höheren Schulen übergehen sollten, bestimmte Klein die analytische Geometrie und die Differential- und Integralrechnung.

Die „Meraner Reform“

Der schwierigste Teil seiner Vorschläge zur Neustrukturierung des Übergangs von den höheren Schulen zu den Hochschulen betraf die Schulmathematik. In den Jahren 1900 und 1901 verhandelte Klein mit dem preußischen Kultusministerium, um es zu überzeugen, die Reformen in traditioneller Weise als neuen Lehrplan anzunehmen. Die schließlich erfolgte Antwort vom April 1902 war unerwartet und ganz

außergewöhnlich. Obwohl den Vorschlägen gegenüber aufgeschlossen, lehnte das Ministerium es ab, sie als Lehrplanänderungen von oben her vorzuschreiben. Es empfahl Klein vielmehr, die Einführung der curricularen Veränderungen von unten her zu organisieren: durch Gewinnen der Unterstützung von geeignet ausgebildeten Lehrern, die als Promotoren der Implementation der Reformen an ausgewählten Schulen agieren würden. Indem das Ministerium weiterhin am neuhumanistischen Grundsatz der methodischen Lehrfreiheit der Gymnasiallehrer festhielt [vgl. Schubring, 1983, Kap. 13], konnten diese Lehrer Kleins Vorschläge für Curriculumreformen in die Praxis umsetzen ohne vorherige behördliche Genehmigung.

Klein beschäftigte sich daraufhin intensiv mit dem Zustand des mathematischen Unterrichts, um die „Hebel“ zu ermitteln, mit denen Mathematiklehrer für eine Reform aktivierbar wären [Schubring 1989, 188]. Es gelang ihm schließlich, einen Schlüsselbegriff zu prägen, der nicht nur seinen Reformintentionen entsprach, sondern zugleich auch als ausschließlich von Problemen des schulischen Mathematikunterrichts her motiviert erschien. Dies war der berühmte Begriff des *funktionalen Denkens*, genauer gesagt: die Forderung, daß der Funktionsbegriff den mathematischen Unterricht von Anfang an durchdringen solle. Walther Lietzmann, ein enger Mitarbeiter Kleins in der deutschen und der internationalen Reformbewegung hat später beschrieben, daß es die implizite Bedeutung des Schlüsselbegriffs war, zugleich auch die Differential- und Integralrechnung als eine Kernanwendung des Funktionsbegriffs in den Gymnasial-Lehrplan hineinzuziehen [Lietzmann, 1930, S. 255].

Klein selbst hat sehr oft als sein Vorbild für den Schlüsselbegriff des funktionalen Denkens und die Einführung der Elemente der Infinitesimalrechnung die französische Lehrplanreform von 1902 genannt. Und generell war er bemüht, seine Vorschläge nicht als umstürzend, sondern als fest in den Traditionen von Reformbestrebungen des 19. Jahrhunderts verankert erscheinen zu lassen. Kennzeichnend dafür ist die unter seiner Ägide von Rudolf Schimmack (1881–1912) verfasste Geschichte der Unterrichtsreform [Schimmack 1911]. Die französische Reform von 1902 mag als Stichwortgeber und als gewisses Modell gewirkt haben, ist aber in Intention und Tiefe nicht mit Kleins Plänen vergleichbar. Der Funktionsbegriff tritt im Lehrplan für den Mathematikunterricht in der *sciences*-Abteilung gar nicht auf, sondern nur im Physik-Lehrplan; und in der *lettres*-Abteilung wird der Funktionsbegriff zwar genannt, aber nur in der letzten Klasse und auch nur optional [Schubring, 2003, S. 52f.]. Zweifelsohne gab es an der Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert eine Reihe von „Zeitströmungen“ und Entwicklungen in Pädagogik und Didaktik, auf die sich Klein stützen konnte bzw. die ihn angeregt haben können. Als konzeptionell fruchtbar erwies sich dabei der Diskussionsstrang, der durch die Rede des Physiologen Emil du Bois-Reymond (1818–1896) von 1877 und deren Stichwort „Kegelschnitte, keine griechischen Skripte mehr!“ ausgelöst worden ist [Schimmack 1911, 11f.]. Insbesondere die neuere Studie von Katja Krüger, aber auch schon zuvor die von Herwig Säckl [Säckl, 1984], hat es unternommen, solche Strömungen und Wurzeln zu identifizieren. Neben der Wirkung der Rede von du Bois-Reymond sieht sie eine verwandte Tendenz zum funktionalen Denken vor allem in Konzepten von Johann Friedrich Herbart (1776–1841), dem mathematisch interessierten Pädagogen und Psychologen [Krüger, 1999, S. 95ff.]. Sicherlich war Herbarts Pädagogik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts vielfach dominant (über die Schule der „Her-

bartianer“) und mag so eine Zeitströmung mitgeformt haben, aber eine direkte Wirkung auf Konzepte des Mathematikunterrichts hat auch sie nicht belegen können. Eindrücklicher zeigt sie die vielfachen Wirkungsweisen funktionaler Zusammenhänge in zahlreichen Feldern der zeitgenössischen Mathematik, gerade auch in der Geometrie [ibid., S. 37ff.] – und belegt damit die massive Virulenz der „Kluft“ zwischen der statischen Elementarmathematik an der Schule und den ganz anderen Begriffsbildungen der modernen Mathematik.

Gestützt auf das wirkungsträchtige und attraktive – da viele Deutungen zulassende – Schlagwort und mittels intensivster Kommunikation mit allen Interessierten gelang es Klein, eine breite Bewegung zu initiieren, ausgehend von früheren Schülern unter den Mathematiklehrern und ansetzend an den fünf vom Ministerium als Experimental-Schulen eingesetzten höheren Schulen, aber darüber hinaus viele weitere Lehrer erfassend.² Klein suchte die Kooperation mit Verbänden und insbesondere die Unterstützung des Fördervereins.³ Wesentlich war vor allem die Unterstützung der GDNÄ, die damals noch die DMV integrierte. Die Reformlehrer praktizierten nicht nur einen modernisierten Unterricht in Arithmetik, Algebra und Geometrie auf der Grundlage des funktionalen Denkens und der Betonung der Raum-Anschauung, sondern sie führten auch die Anfangsgründe der Differenzial- und Integralrechnung ein.

Für Kleins Programm der flexiblen Übergänge von allen drei Typen höherer Schulen in alle Hochschul-Studiengänge war es wesentlich, daß die Curriculumreformen nicht auf die beiden Realanstalten – das Realgymnasium und die Oberrealschule – beschränkt blieben, sondern auch das Gymnasium umfassten. Dagegen mobilisierten sich aber noch für längere Zeit Widerstände. 1904 hatte die Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte (GDNÄ) eine Unterrichtskommission gebildet, um konsensfähige Reformvorschläge für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht – die sogenannte Breslauer Kommission – auszuarbeiten,⁴ um so mit einem Curriculumvorschlag für Mathematik und Naturwissenschaften zusammen der Reformbewegung eine noch breitere Plattform zu geben. Das Ergebnis der Beratungen der Breslauer Unterrichts-Kommission – dies ist das berühmte Meraner Programm bzw. die sogenannte Meraner Reform, weil der erarbeitete Vorschlag für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrplan der drei Typen höherer Schulen 1905 bei der Jahrestagung der GDNÄ und DMV in Meran vorgestellt wurde –,⁵ entsprach für die Mathematik weitgehend dem Kleinschen Konzept, enthielt aber den Wermutstropfen, daß die Elemente der Differential- und Integralrechnung gerade für das Gymnasium nicht den Konsens gefunden hatten, sondern daß deren Einführung der Initiative einzelner Lehrer überlassen worden war.

Gleichwohl bildet das Meraner Programm bereits einen beeindruckend modernisierten Lehrplan, besonders im Vergleich zur vorherigen einseitigen Orientierung auf das Elementarische, einsetzend mit: Rechnen und Arithmetik in Verbindung etwa mit Längenmessungen, auch im Gelände, und einer propädeutischen Raumlehre und übergehend zu Größenveränderungen, mit Herausarbeitung des funktionalen Charakters solcher Veränderungen und dann des Begriffs der Variablen. In der Oberstufe waren graphische Darstellungen ein zentrales Verbindungsmittel zwischen Arithmetik, Algebra und Geometrie und leiteten schließlich hin zur analytischen Geometrie und der Behandlung von Funktionen bis hin zum Differentialquotienten und dem Integral.

Ausweitung der Reformen

Einen zusätzlichen starken Impuls erhielt die Reformbewegung durch die Gründung der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission (IMUK) 1908, beim Mathematikerkongreß in Rom. Präsident der IMUK wurde Felix Klein; er nutzte diese Position nicht nur für die Gründungsaufgabe, die Herstellung internationaler Kommunikation zum Mathematikunterricht, sondern auch dazu, analoge Reformbewegungen in den anderen Mitgliedsländern zu initiieren [vgl. Schubring, 2003]. Diese enorme Breite hatte wiederum zur Folge, daß nun auch in den nicht-preußischen deutschen Staaten intensive Modernisierungsbestrebungen einsetzten, die sich auf das Meraner Programm und die Aktivitäten der IMUK berufen konnten. Die für die deutschen IMUK-Abhandlungen erstatteten Berichte über den Stand und die Perspektiven des Mathematikunterrichts in den einzelnen Staaten dokumentieren in vorzüglicher Weise die Intensität der Modernisierungsaktivitäten seitens engagierter Mathematiklehrer.⁶ Mit staatlicher Unterstützung erfolgende flächendeckende Erhebungen per Fragebogen geben zugleich Aufschluß über Art und Umfang von Widerstand und Unterstützung.

Daß die Reformintentionen am raschesten Eingang an den Realgymnasien und Oberrealschulen fanden, während Widerstand oder Ablehnung sich am ehesten in Gymnasien manifestierten, ist naheliegend. Aufschlußreich ist eine Fragebogenreaktion eines Mathematiklehrers an einem bayerischen Gymnasium – dem innerhalb des Reiches am stärksten einseitig altsprachlich-klassischen Schultyp: „Nach meiner Meinung kann am *humanistischen* Gymnasium die Mathematik weniger um ihrer selbst willen betrieben werden; sie soll vielmehr den Schülern in erster Linie ein ‚collegium logicum‘ ersetzen. Die jungen Leute sollen scharf logisch denken lernen, das ist wohl die Hauptaufgabe für die Schüler des humanistischen Gymnasiums“ [zit. n. Wieleitner, 1910, S. 60].

Generell bestand aber auch an Gymnasien eine hohe Beteiligung an den Reformen. Sogar für Württemberg wurde dazu berichtet: „Was nun moderne Gegenstände betrifft, so steht heute natürlich der Funktionsbegriff obenan“ und als erstes von vielen Unterrichtsbeispielen ist genannt: „Verschiedene Lehrer machen von graphischen Darstellungen ausgiebigen Gebrauch; die Schüler zeichnen die Bilder der Funktionen [...] auf mm-Papier auf“ [Geck, 1910, S. 25]. Und in Baden heißt es zu den „Stimmen gegen und für die Einführung“ des Funktionsbegriffs und der Differential- und Integralrechnung: „Doch sind die letzteren offensichtlich in der Mehrheit. Diese sind aber darin einig, daß man nicht bis Prima damit warten darf, sondern schon von Tertia an sollten, wenn irgend möglich, Funktionen *betrachtet* werden, und zwar dies im wörtlichen Sinn, nämlich auf Grund ihrer graphischen Darstellung“ [Cramer, 1910, S. 37].

In der Tat war es das Hauptproblem in der Realisierung der Reform, in der Lehrpraxis und in der Publikation neuer Lehrbücher, ob nur neue Stoffe hinzugefügt wurden, oder ob tatsächlich eine durchgängige Neugestaltung auf der Grundlage des funktionalen Denkens erfolgte.

Die Reformer haben daher sehr genau beobachtet, inwieweit die Einführung des Funktionsbegriffs im Schulunterricht „früh“, d. h. ab Tertia, und allmählich erfolgte oder erst spät und damit isoliert. Walther Lietzmann (1880–1953) hat eine differenzierte solche Auswertung für preußische „reformtreibende“ höhere Schulen 1910

publiziert; sie zeigt, daß die Mehrheit noch eine „späte“ Einführung praktizierte. Lietzmann hat dies als Übergangssituation bewertet [Lietzmann, 1910, S. 199ff.].

Nach den detaillierten Untersuchungen über den Erfolg der Reformbewegung in den deutschen IMUK-Abhandlungen, die im wesentlichen alle 1910 erstellt wurden und insoweit in der Tat die erst wenige Jahre zuvor einsetzenden Aktivitäten in einem Anfangsstadium dokumentieren, sind keine Erhebungen oder Forschungen zur Praxis der Reform erfolgt – auch nicht in der neueren Forschung.⁷ In einem Nachtragsbeitrag von 1912 zu neuen Erlassen und Lehrplänen in Baden, Bayern und Württemberg konnte Lietzmann aber feststellen, daß 1912 zentrale Reformziele in Baden und in Württemberg bereits in neuen Lehrplänen umgesetzt worden waren: in Württemberg nicht nur mit der durchgängigen Orientierung am funktionalen Denken, sondern sogar mit der homogenen Einführung von Differential- und Integralrechnung in den Realanstalten *und* im Gymnasium [Lietzmann et al., 1913: Lietzmann S. 2 und Geck, S. 13ff.]. Preußen hielt dagegen an der anstaltsweisen Erprobung der Reformkonzepte bis zum ersten Weltkrieg fest. Eine volle Umsetzung der Reformkonzepte für alle Typen höherer Schulen erfolgte in Preußen mit den nächsten allgemeinen Lehrplänen, den sogenannten Richertschen Plänen von 1925 [Richert, 1925].

Mathematikunterricht für Mädchen an höheren Schulen

Während des Kaiserreichs setzte nicht nur die Modernisierung des Mathematikunterrichts an den höheren Schulen ein, sondern es wurde auch erstmals ein höherer Schulunterricht für Mädchen institutionalisiert, so daß die bisherigen höheren Schulen – scheinbar allgemeiner Art – nunmehr höhere „Knabenschulen“ genannt wurden.

Typischerweise waren eine höhere Bildung vermittelnde Schulen für Mädchen über lange Zeit nur private Anstalten gewesen. Soweit es einzelne öffentliche Schulen in Deutschland gab – zumeist städtische Anstalten –, hatten sie keine koordinierten Lehrpläne; zudem fehlte es an einer entsprechenden Lehrerinnenausbildung. Ein grundlegender Wandel gegenüber dieser Situation erfolgte in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts, bedingt durch die rasche wirtschaftlich-technische Entwicklung und das Entstehen von Bewegungen für Frauenbildung. Im September 1872 tagte in Weimar eine erste allgemeine Versammlung, die wesentliche Impulse gab für die Institutionalisierung höherer Mädchenbildung.⁸

Eine erste Konsequenz war, daß eine Reihe von Staaten solche Privatschulen, die bestimmten Kriterien genügten, als höhere Mädchenschulen anerkannten: Hessen 1874, Sachsen 1875/76, Braunschweig 1876 und Württemberg und Baden 1877. Preußen hat zwar 1894 mit der Einführung der Oberlehrerinnen-Prüfung den Weg zu wissenschaftlicher Ausbildung für Lehrerinnen geöffnet, die gleichzeitigen „Maßbestimmungen“ enttäuschten aber die Erwartung auf die Anerkennung der höheren Mädchenschulen als höhere Lehranstalten. Der Lehrplan sah eine einseitige Orientierung auf ethische und ästhetische Bildung vor, unter Vernachlässigung von Reali-
enbildung. Mathematik war nur in Form von Rechnen vorgesehen und nur mit drei bzw. zwei Wochenstunden. Raumlehre war lediglich in der Oberstufe als ein unorganisches Anhängsel im Lehrplan aufgeführt. Ein mathematisches Verständnis war

ausdrücklich nicht intendiert; so hieß es: „Algebraisches Rechnen ist auch in seinen Anfängen ausgeschlossen“ [zit. n. Schröder, 1913, S. 20].

Die ungenügenden Regelungen in Preußen verstärkten daher die Bewegung für einen Ausbau der höheren Mädchenbildung und insbesondere für die Aufnahme der Mathematik in deren Schulen. Gerade um die Mathematik wurden intensive und erbitterte Debatten geführt, da den Frauen „die Anlage“ für dieses Fach weit hin abgesprochen wurde.⁹ Eine ganz wesentliche Bedeutung für eine grundlegende Verbesserung hatte wiederum die GDNÄ. Mit ihren sogenannten Stuttgarter Vorschlägen von 1906 forderte sie sowohl eine Schulstruktur aus Lyzeen und Oberlyzeen, deren Lehrpläne für Mathematik und Naturwissenschaften analog zu den Knabenschulen konzipiert sein sollten. Insbesondere sollten die Lehrpläne den Meraner Reformvorschlägen folgen. Auch hier war es wieder Felix Klein, der erheblich dazu beitrug, die Ideologie von der fehlenden „Anlage des Weibes zur Mathematik“ zu überwinden.¹⁰

Schließlich erfolgte 1908 in Preußen eine durchgreifende Neuordnung, die für längere Zeit Bestand hatte. Die Grundform war die zehnklassige höhere Mädchenschule, Lyzeum genannt, deren Unterstufe mit sechs Lebensjahren einsetzte – also eine Mädchen-Volksschule bildete -, und deren Oberstufe mit einem Analogon zur Obertertia abschloß. Es schlossen sich daran zwei Schulformen an: das vierjährige Oberlyzeum als berufsvorbereitende Schule, insbesondere zur Lehrerinnenausbildung für das Lyzeum, und die Studienanstalten, die in fünf bzw. sechs Jahren zur Studienberechtigung führten. Alle diese Schulen waren als staatliche organisiert und weitestgehend den Knabenschulen gleichgestellt.

Im Gegensatz zu den Stuttgarter Vorschlägen der GDNÄ von 1906 waren jedoch für den „Rechnen“- (in Unter- und Mittelstufe) und den Mathematik-Unterricht (in der Oberstufe) der Lyzeen weiterhin nur drei Wochenstunden angesetzt, so daß es schwer war, die Lehrplanforderungen zu realisieren. Im Oberlyzeum und in den Studienanstalten dagegen waren zumeist vier bzw. fünf Wochenstunden vorgesehen. Während die mathematischen Lehrpläne selbst nichts direkt „von etwaiger Berücksichtigung moderner Reformgedanken verraten“ haben [Schröder, 1913, S. 44], aber im Ganzen in der Tat im wesentlichen analog zu den Knabenschulen angelegt waren, sind dagegen die methodischen Bemerkungen zu den Lehrplänen der Mädchenschulen im erheblichen Maße von den Meraner und Stuttgarter Vorschlägen geprägt, so daß mit den Preußischen Bestimmungen von 1908 nicht nur Mathematikunterricht für Mädchen eingeführt, sondern dieser auch auf ein „modernes, zeitgemäßes Niveau“ [Schröder, 1913, S. 66] gebracht worden ist.

Tatsächlich sind in der Folge auch an mehreren Studienanstalten bereits die Differential- und Integralrechnung gelehrt worden [Schröder, 1913, S. 71]. Und von den Absolventinnen der Studienanstalten, die ab 1908 erstmals das Recht zum Hochschulstudium hatten, hat ein – im Vergleich zu den Knabenschulen – überproportionaler Anteil das Mathematikstudium gewählt.¹¹

Fast alle deutschen Staaten folgten in kurzer Zeit den preußischen Beschlüssen von 1908 und etablierten eine analoge Struktur von zehnklassigen Lyzeen und anschließenden, insbesondere zum Studium berechtigenden Oberlyzeen – teilweise aber mit im Lyzeum deutlich verbesserten Wochenstundenzahlen für Rechnen und Mathematik, so in Sachsen, Hessen, Hamburg, Baden und Bayern. Staaten wie Hessen und Baden, die schon in den 1870er Jahren gemäß den Weimarer Beschlüssen

von 1872 Mädchenschulen aufgebaut hatten, schlossen nun studienberechtigende Schultypen an. Besonders weitgehend im Sinne der Meraner Vorschläge war Bayern, das ab 1911 sogar bereits die Grundzüge der Differentialrechnung im Mädchengymnasium vorsah. Lediglich Württemberg, das seine höheren Mädchenschulen vorrangig als Sprachschulen verstand – mit Schwerpunkt auf den modernen Fremdsprachen – hat, jedenfalls bis 1912, keine an das Lyzeum anschließenden Schulformen eingerichtet.

In den meisten Staaten gab es außerdem Bestimmungen zur Koedukation, vorrangig als Aufnahme von Mädchen in höhere Knabenschulen für den Fall, daß es keine entsprechende Mädchenschule am Ort gab. Die Konsequenz, daß dann Mädchen denselben Unterrichtsanforderungen zu genügen hatten wie die Jungen, wurde jedoch damals eher negativ gesehen, da die dominierende Auffassung die war, „daß der mathematische Unterricht an den Mädchenschulen wegen mancher in der Mädchenpsyche liegenden, von Natur aus bestehenden Besonderheiten andersartig erteilt werden muß als bei den Knaben“ [Schröder, 1913, S. 92]. In der Tat war es ein durchgängiges Charakteristikum in allen Staaten, in den methodischen Erläuterungen der Lehrpläne auf die Raumanschauung als wesentlichem didaktischem Mittel hinzuweisen und häufig bei nicht elementaren Begriffen die Behandlung auf „die einfachsten Fälle“ einzuschränken.

In Baden, wo schon über längere Zeit Erfahrungen mit Koedukation in Knabenschulen bestanden, gab der Oberschulrat 1908 einen durchweg positiven Bericht:

„Die Erfahrungen, welche bis jetzt mit der Zulassung von Mädchen zum Unterricht an Knabenmittelschulen gemacht wurden, sind im allgemeinen gut. Es gilt dies sowohl für die unteren wie für die oberen Klassen Übereinstimmend wird die Fähigkeit der Mädchen den Anforderungen des Unterrichts zu folgen, bestätigt; in vielen Fällen wird sogar der größere Fleiß und das regere Interesse der Mädchen an den einzelnen Unterrichtsgegenständen hervorgehoben; auch wird ihrer Anwesenheit vielfach ein fördernder Einfluß auf die Knaben zugeschrieben. Nicht minder wird ein solcher günstiger Einfluß auf das Betragen der Schüler hervorgehoben, da die Mädchen durch größere Pünktlichkeit, Ordnungsliebe, Gewissenhaftigkeit, Aufmerksamkeit, sowie durch ihre natürliche Zartheit verfeinernd auf das Betragen und Auftreten der Knaben einwirken.

Auch bezüglich der Disziplin haben sich bis jetzt keine Schwierigkeiten ergeben, wie auch irgendwelche Gefahren für die Sittlichkeit aus dem Zusammensein von Knaben und Mädchen nirgends wahrgenommen wurden“ [zit. n. Cramer, 1910, S. 4].

Aufschlußreich ist, daß schon in der damaligen Anfangszeit das gleiche Phänomen bei koedukativem Unterricht berichtet wird, das auch heute die Mathematik-Didaktik beschäftigt: das Zurückfallen der mathematischen Leistungen in höheren Klassen gegenüber ihrer Führung in jüngerem Alter. Eine Umfrage des badischen Philologenvereins 1909 ergab,

„daß im allgemeinen die Befähigung und Beteiligung am Unterricht bei Mädchen und Knaben dieselbe ist. Wo sich eine Verschiedenheit der Begabung gezeigt hat – und das ist etwa an einem Viertel der Anstalten der Fall –, sind die Mädchen für die sprachlich-historischen Fächer besser, dagegen für die mathematisch-naturwissenschaftlichen geringer befähigt als die Knaben. Nicht selten werden bei den Mädchen die in den unteren Klassen guten Leistungen in der Mathematik in den oberen Klassen erheblich schwächer. Was die Ursache hiervon ist, dürfte den Physiologen zu erforschen überlassen bleiben“ [zit. n. Cramer, 1910, S. 4].

Der Unterricht an Volksschulen

Auch über den Mathematikunterricht an Volksschulen gibt es keine neueren Forschungen, so daß die deutschen IMUK-Berichte als Grundlage dienen müssen. Eine allgemeine Schulpflicht ist in vielen deutschen Staaten bereits im 18. Jahrhundert eingeführt worden. Neben Unterricht im Lesen und Schreiben war hier auch stets etwas Unterricht im Rechnen vorgesehen. Im 19. Jahrhundert etablierte sich, aufgrund der allgemeinen Durchsetzung staatlicher höherer Schulen bei gleichzeitig bestehender Klassenstruktur der Gesellschaft, eine soziale Differenzierung im Grundschulbereich: die Vorbildung für die Gymnasien erhielten die Jungen bürgerlicher Schichten an eigenen „Vorschulen“, so daß die Volksschulen – jedenfalls in den norddeutschen Staaten – auf die unteren sozialen Schichten beschränkt blieben.

Im Unterschied zu den höheren Schulen erfolgte die Entwicklung der Volksschulen in den deutschen Staaten seit dem 19. Jahrhundert erheblich ähnlicher. Um 1900 war die Dauer der Schulpflicht fast überall acht Jahre; in Bayern und Württemberg war sie noch sieben Jahre. Einheitlich war auch die starke Differenzierung zwischen Stadtschulen, in denen allgemein mehrklassige Volksschulen bestanden – häufig mit getrennten Klassen für jeden Jahrgang – und den Volksschulen auf dem Lande, in denen zumeist sehr einfache Verhältnisse bestanden: sei es als einklassige Volksschule, sei es als bereits in zwei oder mehr Abteilungen differenzierte Schule.

Auch der Lehrplan für das Rechnen war weitgehend einheitlich. In der ersten Klasse wurden die Zahlen 1 bis 10 eingeführt und die Grundoperationen mit ihnen, in der zweiten entsprechend für die Zahlen 1 bis 100, in der dritten für den Zahlenraum 1 bis 1000, und in der vierten für den Zahlenraum 1 bis eine Million (manchmal auch als „unbegrenzter“ Zahlenraum bezeichnet). Ab der fünften Klasse schlossen sich an: die Bruchrechnung, insbesondere mit Dezimalbrüchen, die Prozentrechnung und der Dreisatz, mit umfangreichen Anwendungen im damals sogenannten „bürgerlichen“ Rechnen.

Uneinheitlich war dagegen der Unterricht in der „Raumlehre“, also der volksschulmäßigen Geometrie. Lange war im 19. Jahrhundert diese elementare Geometrie schulpolitisch umstritten gewesen. War sie gerade für den Pädagogen Adolph Diesterweg (1790–1866) ein zentrales Bildungsmittel im Rahmen eines fortschrittlichen Unterrichtsprogramms, so war sie aus dem gleichen Grund den Regierungen nach 1848 verdächtig. Um 1900 bildete Raumlehre schließlich einen festen Bestandteil in den Lehrplänen aller Staaten für die oberen Klassen der Volksschule. Die Raumlehre sollte sowohl in Beziehung stehen mit dem Rechenunterricht zum sicheren Operieren mit den Maßzahlen der geometrischen Figuren, als auch mit dem Zeichenunterricht, zur Ausbildung des räumlichen Anschauungsvermögens.

Inwieweit die Lehrplanforderungen auch wirklich in die Unterrichtspraxis umgesetzt worden sind, ist nicht untersucht worden. Insbesondere in den sog. einfachen Schulverhältnissen wird dies bestenfalls teilweise realisiert worden sein. Und für die Mädchenklassen hatte es das preußische Ministerium 1873 für unbedenklich erklärt, „den Unterricht in der Raumlehre wegfällen zu lassen und dafür die Stundenzahl des Handarbeitsunterrichts zu erhöhen“ [Lietzmann, 1914, S. 53].

Es zeigten sich zunehmend zukunftsweisende Ansätze, Volksschulen nicht mehr als abgetrennten Bildungsbereich zu sehen, sondern als Teil eines durchgängig strukturierten Bildungswesens.

Lehrerbildung

Entscheidend für die Qualität des zu erteilenden Mathematikunterrichts war die darauf vorbereitende Lehrerausbildung. Alle drei hier besprochenen Hauptformen haben ihre eigenen Institutionen für Lehrerbildung herausgebildet.

Für den Unterricht an den Gymnasien und sonstigen höheren Schulen waren in Preußen seit 1810 Studiengänge an den Philosophischen Fakultäten eingeführt worden, die mit staatlich organisierten Prüfungen abschlossen [vgl. Schubring, 1983, Kap. 8 und 9]. Zusammen mit der gleichzeitigen Transformation der Mathematik zum Hauptfach im reformierten Gymnasium entstand so der Beruf des Mathematiklehrers. Im Kontext der neuhumanistischen Wissenschaftspolitik entwickelte sich die Mathematik innerhalb der Philosophischen Fakultät als reine Mathematik und sicherte so einen hohen wissenschaftlichen Standard der Gymnasiallehrer. Die neue Funktion der Philosophischen Fakultät ist im Laufe des 19. Jahrhunderts auch an den anderen deutschen Staaten übernommen worden, wenngleich nicht mehr mit der gleichen Wissenschaftskonzeption. Sonderentwicklungen gab es für die Mathematik in Sachsen, wo Mathematiklehrer auch am Polytechnikum in Dresden ausgebildet wurden, und in Bayern, wo die Lehrer für die technischen Schulen, also auch deren Mathematiklehrer, an der Polytechnischen Hochschule in München ausgebildet wurden. Als eine Lösung der Auseinandersetzung um die Anti-Mathematiker-Bewegung an den Technischen Hochschulen wurde 1898 in Preußen eingeführt, daß ein Teil des Mathematiklehrerstudiums an den allgemeinen Abteilungen der Technischen Hochschulen absolvierbar war.

Entsprechend der Neuheit des Systems öffentlicher Mädchenschulen hat sich auch erst im hier betrachteten Zeitraum eine staatliche Ausbildung von Lehrerinnen für diesen neuen Schultyp herausgebildet. Die charakteristische Form, die sich durchsetzte, war eine seminaristische, d.h. eine Ausbildung in speziellen Institutionen im Anschluß an die Pflichtschulzeit, ohne das Erfordernis eines Abiturs. In Preußen waren diese Seminare innerhalb der Oberlyzeen organisiert. In Bayern wurden Absolventinnen der Volksschullehrerseminare eingestellt. Die wesentlich neue Form, die Perspektiven für die Zukunft eröffnete, war jedoch das Studium für das wissenschaftliche Lehramt an höheren Schulen – gleichberechtigt mit den bis dahin ausschließlich männlichen Studenten, wie es in Preußen ab 1908 ermöglicht wurde, und in dem vorrangig Absolventinnen realgymnasialer Studienanstalten in starkem Maße Mathematik studierten [Abele/Neunzert/Tobies, 2004, S. 21].

Für die Volksschulen, an denen lange Autodidakten, Pfarrer oder pensionierte Soldaten unterrichtet hatten, wurde am frühesten die Notwendigkeit der staatlichen Institutionalisierung von Lehrerbildung bemerkt. So entstanden bereits ab der Mitte des 18. Jahrhunderts in zahlreichen deutschen Staaten – sowohl in protestantischen wie in katholischen – die ersten Seminare für die Ausbildung von Volksschullehrern, z.T. auch Normalschulen genannt. Diese Seminare wurden im 19. Jahrhundert in allen deutschen Staaten systematisch ausgebaut und vermehrt. Die Ausbildung im Seminar schloß an eine abgeschlossene Volksschulbildung an und war auf Arithmetik und elementare Geometrie konzentriert. Wenngleich im einzelnen auch wieder unterschiedlich zwischen den Staaten geregelt, blieben die Seminare die ausschließliche Form bis zum Ende des Kaiserreichs. Ein erstes Anzeichen künftiger Integrationen war, daß einzelne für Volksschulen ausgebildete Rechenlehrer in der Unterstufe von Gymnasien eingesetzt worden sind.

Ausblick

Die Breslauer Unterrichtskommission hat sich 1907 aufgelöst, nachdem ihre unmittelbare Aufgabe erledigt war. An ihrer Stelle ist 1908 der DAMNU gegründet worden: der Deutsche Ausschuß für Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterricht. Unter der Federführung der GDNÄ waren hier eine große Zahl mathematischer, naturwissenschaftlicher und medizinischer Fachverbände sowie der Förderverein – 19 bis zum Jahre 1911 – vereinigt, um die Reformen des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts weiter zu begleiten und voranzubringen. Die Bildung und Tätigkeit des DAMNU dokumentiert damit den grundlegenden Wandel des mathematischen – und naturwissenschaftlichen – Unterrichts während des Kaiserreichs. Ausgehend von der ganz zersplitterten Situation eines Faches an den höheren Schulen, das noch zwischen Hauptfach und Nebenfach variierte, war nicht nur eine weitgehende Angleichung im Hauptfachcharakter erfolgt, sondern hatte sich erstmals eine in allen Bundesstaaten wirksame und damit auch homogenisierende Bewegung zur Reform der erstarrten Unterrichtsinhalte gebildet, die zudem nicht isoliert innerhalb des Schulwesens erfolgte, sondern die von den wissenschaftlichen Fachverbänden gemeinsam mit den Lehrerverbänden als soziale Aufgabe wahrgenommen und gefördert wurde.

Zugleich waren während des Kaiserreichs grundlegende soziale Umstrukturierungen im Bildungswesen erfolgt bzw. in Angriff genommen worden; vor allem die Begründung des Mädchenschulwesens bildete einen solchen bedeutsamen Einschnitt, zusammen mit der Institutionalisierung einer Lehrerinnenausbildung.

Das von K. Krüger als Schluß ihrer Studie formulierte „Fazit: Das Scheitern der Meraner Reform“ [Krüger 1999, S. 301] widerspricht ihren eigenen Ergebnissen. In einem umfangreichen Hauptteil ihrer Arbeit hat sie – als bisher einzige – intensiv die Realisierung von Aspekten des funktionalen Denkens im Sinne der Meraner Reform in zahlreichen Bereichen des Mathematikunterrichts untersucht. Es ergibt sich ein bemerkenswertes Ausmaß an konkreter Umgestaltung des Mathematikunterrichts. Mit „Scheitern“ meint sie in der Tat die Nicht-Einlösung von Ansprüchen einer globalen Reform – ein Anspruch, der bislang noch von keiner Reform realisiert worden ist. Bereits die auch von ihr gegebenen Beispiele von Unterricht in Mathematik in der Weimarer Zeit nach der „Arbeitsschulmethode“ belegen den grundsätzlichen Wandel hin zu schülerorientierter Methodik und zum Abgehen vom nur formalbildenden Unterricht.

In der Tat bildet es ein wesentliches Element des Entwicklungsprozesses während des Kaiserreiches, daß die Debatten um Verbesserung des Mathematikunterrichts zu den ersten Habilitationen in Mathematik-Didaktik – und damit zur Herausbildung der Mathematik-Didaktik geführt haben: von Rudolf Schimmack 1911 in Göttingen und von Hugo Dingler (1881–1954) 1912 in München.

Anmerkungen

- 1 Kleins Konzeptfassung ist abgedruckt in: [Schubring, 1989, S. 212–220], und die endgültige Fassung in: [Schubring, 2000, S. 69–74].
- 2 Es ist überraschend festzustellen, wieviele ideologiekritische Debatten Kleins Tätigkeiten in jüngerer Zeit ausgelöst haben. Möglicherweise provoziert durch das Buch von Manegold [1970], in dem Klein zu glorienhaft als „good guy“ gerade auch für die Technikgeschichte dargestellt

- wird, hat Pyenson ein spiegelverkehrtes Porträt gezeichnet, wonach Klein eine schon bestehende Reformbewegung unter den Mathematiklehrern zur Stärkung der Anwendungen „diverted“ habe, um eine neue Suprematie der reinen Mathematik herbeizuführen [Pyenson, 1983] – während es tatsächlich zuvor noch gar keine Reformbewegung gegeben hatte und die Stärkung der Anwendungen gleichfalls auf Klein zurückging. Eine analoge Bewertung als *vilain* hat Otte seit 1987 vertreten, allerdings unter veränderten Vorzeichen. Ausgehend vom Konflikt mit den Technikern unterstellt er Kleins Auffassung von angewandter Mathematik einen reduktionistischen Psychologismus, der der Weiterentwicklung der reinen Mathematik schädlich geworden sei [Otte, 1989]. Eine weitere extreme Position vertrat Mehrtens, indem er Klein zerteilte in einen „Modernisten“ und in einen „Anti-Modernisten“: „Modernist“ bezüglich sozialer und Unterrichts-Fragen, „Anti-Modernist“ in bezug auf mathematische Forschung [Mehrtens 1990]. Jahnke schließlich bestreitet die Sinnhaftigkeit der Einführung von Infinitesimalrechnung an der Schule: das sogenannte Schellbachsche algebraische Verfahren zur Bestimmung von Extremwerten sei ja ohne Grenzwerte und Grenzprozesse ausgekommen. Es handle sich dabei um ein anderes, in sich kohärentes Paradigma [Jahnke, 1990, S. 69ff.]. Natürlich war man auch vor der Begründung der Infinitesimalrechnung in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts in der Lage gewesen, eine Reihe von deren Aufgaben – auch zu Extremwerten – mit anderen Mitteln zu lösen; auch damals war von deren Praktikern die Notwendigkeit einer neuen Theorie bestritten worden. In der Tat ging es ja beim Meraner Programm um eine durchgreifende Modernisierung des gesamten Lehrplans, nicht um die Hinzufügung einzelner Inhalte. Auf Jahnkes Interpretation von „algebraischer Analysis“ kann hier nicht eingegangen werden.
- 3 Zunächst bildete jedoch dessen Vorstand, und dort vor allem der langjährige Vorsitzende Pietzker, eine starke Opposition, siehe [Krüger, 1999, S. 152ff.]. Vgl. [Tobies, 2000].
 - 4 Zu Kleins Tätigkeit in und für die Breslauer Unterrichtskommission siehe [Tobies 1979] und [Krüger, 1999, 140ff.].
 - 5 Das „Meraner“ Programm ist publiziert in: Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 36 (1905), 533 557.
 - 6 Diese Berichte bilden die Bände I und II der deutschen IMUK-Abhandlungen.
 - 7 Eine Ausnahme bildet die vorzügliche Studie von Säckl für Bayern, in der nicht nur die Lehrplanentwicklung in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts genau untersucht ist, sondern auch die Umsetzung der Meraner Reform bis 1915 [Säckl 1915]. Die Studie von Hashagen über die Rolle von Dyck in Bayern für die Mathematik an Schulen und Hochschulen geht nur kurz auf die Meraner Reform ein [Hashagen 2003, 358f.]. Die Studie von Inhetveen dagegen beabsichtigte keine Untersuchung zur Geschichte des Mathematikunterrichts, sondern benutzt die älteren Publikationen für die Zurückführung der Unterrichtsgeschichte auf eine reduktionistische sozioökonomische Analyse dieser Geschichte: „Hätte diese Arbeit die reine Darstellung der Entwicklung des gymnasialen Mathematikunterrichts zum Gegenstand, sie brauchte nicht mehr geschrieben zu werden“ [Inhetveen, 1976, S. 15]. Siehe meine Rezension [Schubring, 1978].
 - 8 Hierzu und zur weiteren Geschichte der Mädchenbildung siehe [Kraul, 1991].
 - 9 Das berühmte Buch von Paul Möbius (dem Enkel des Mathematikers August Möbius): *Über den physiologischen Schwachsinn des Weibes*, seit 1900 in vielfachen Auflagen erschienen, beabsichtigte mit seiner Behauptung einer fehlenden intellektuellen Anlage der Frauen gerade die Bewegung für Frauenbildung zu konterkarieren. Mit seiner scheinbar wissenschaftlichen Exaktheit dargestellter Fakten wollte es wohl auch die Wirkung des von Arthur Kirchhoff 1897 publizierten Bandes aufheben, in dem dieser die Äußerungen zahlreicher Professoren der verschiedensten Disziplinen zur Befähigung von Frauen zum wissenschaftlichen Studium publiziert hatte.
 - 10 Siehe [Tobies 1989]. Klein war bereits seit den 1890er Jahren initiativ gewesen, um das Studium von Frauen in Preußen zu ermöglichen, siehe [Tobies 1992, 1999].
 - 11 Statistische Auswertungen zur Fächerverteilung der jetzt das Studium aufnehmenden Frauen hat Tobies publiziert [Tobies, 1997].

Bibliographie

- Abele, Andrea; Neunzert, Helmut; Tobies, Renate: *Traumjob Mathematik! Berufswege von Frauen und Männern in der Mathematik*. Birkhäuser Verlag: Basel, Boston, Berlin 2004.
- Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland*. Veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission, hrsg. v. Felix Klein. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin, Bände I bis V, 1909 bis 1916.
- Cramer, Hans: *Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen: nach Organisation, Lehrstoff u. Lehrverfahren u. die Ausbildung die Lehramtskandidaten im Großherzogtum Baden*. Teubner: Leipzig 1910
- Geck, Erwin: *Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen: nach Organisation, Lehrstoff u. Lehrverfahren u. Ausbildung der Lehramtskandidaten im Königreich Württemberg*. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin, 1910.
- Hashagen, Ulf: *Walther von Dyck: (1856–1934) – Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München*. Franz Steiner: Stuttgart 2003.
- Hensel, Susann: „Die Auseinandersetzungen um die mathematische Ausbildung der Ingenieure an den Technischen Hochschulen Deutschlands Ende des 19. Jahrhunderts“. *Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland: soziale Auseinandersetzung und philosophische Problematik*, hrsg. v. Susann Hensel, Karl-Norbert Ihmig und Michael Otte. Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1989, 1–111.
- Inheteven, Heide: *Die Reform des gymnasialen Mathematikunterrichts zwischen 1890 und 1914: eine sozioökonomische Analyse*. Klinkhardt: Bad Heilbrunn/Obb. 1976.
- Jahnke, Hans Niels: „Die Algebraische Analysis im Mathematikunterricht des 19. Jahrhunderts“. *Der Mathematikunterricht*, 1990, 36: 3, S. 61–74.
- Kraul, Margret: „Höhere Mädchenschulen“. *Handbuch der deutschen Bildungsgeschichte, Bd. IV 1870–1918*, hrsg. v. Christa Berg. Beck: München 1991, S. 279–303.
- Krüger, Katja: *Erziehung zum funktionalen Denken: zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Logos-Verlag: Berlin 1999 [erschieden] 2000.
- Lietzmann, Walther: *Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preußen*. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin 1910.
- Lietzmann, Walther: *Die Organisation des mathematischen Unterrichtes in den preußischen Volks- und Mittelschulen*. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin 1914.
- Lietzmann, Walther, Geck, E., Cramer, H.: *Neue Erlasse in Bayern, Württemberg und Baden*. B.G. Teubner: Leipzig 1913.
- Lietzmann, Walther: „25 Jahre Meraner Vorschläge“. *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 61 (1930), S. 289–300.
- Manegold, Karl-Heinz: *Universität, Technische Hochschule und Industrie: ein Beitrag zur Emanzipation der Technik im 19. Jahrhundert unter besonderer Berücksichtigung der Bestrebungen Felix Kleins*. Duncker & Humblot: Berlin 1970.
- Mehrtens, Herbert: *Moderne – Sprache – Mathematik: eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*. Suhrkamp: Frankfurt am Main 1990.
- Otte, Michael: „Die Auseinandersetzungen zwischen Mathematik und Technik als Problem der historischen Rolle und des Typus von Wissenschaft“. *Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland: soziale Auseinandersetzung und philosophische Problematik*, hrsg. v. Susann Hensel, Karl-Norbert Ihmig und Michael Otte. Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1989, 149–214.
- Pyenson, Lewis: *Neohumanism and the persistence of pure mathematics in Wilhelminian Germany*. American Philos. Soc.: Philadelphia 1983.
- Richert Hans (Hrsg.): *Richtlinien für die Lehrpläne der höheren Schulen Preußens*. Berlin: Weidmann 1. Teil: Grundsätzliches und Methodisches. Teil 2: Lehraufgaben 1925.
- Säckl, Herwig: *Die Rezeption des Funktionsbegriffs in der wissenschaftlichen Basis an Hochschule und Schule im neunzehnten Jahrhundert: eine Fallstudie zur Sozialgeschichte der Mathematik mit besonderem Blick auf Bayern*. Dissertation Universität Regensburg 1984.
- Schimmack, Rudolf: *Die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland*. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin 1911.

- Schröder, Johannes von: *Die neuzeitliche Entwicklung des mathematischen Unterrichts an den höheren Mädchenschulen Deutschlands* (Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, Bd. I, H. 5). B.G. Teubner: Leipzig und Berlin 1913.
- Schubring, Gert: „Probleme der Geschichtsschreibung des Mathematikunterrichts“. *Rezension des Buches: Die Reform des gymnasialen Mathematikunterrichts zwischen 1890 und 1914* von Heide Inhetveen, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 10 (1978) S. 27–30.
- Schubring, Gert: *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert: Studien und Materialien zum Prozeß der Professionalisierung in Preußen (1810–1870)*. Beltz: Weinheim 1983.
- Schubring, Gert: „Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: the Role and Impact of Felix Klein“. *The History of Modern Mathematics. Volume II: Institutions and Applications*, edited by David Rowe and John McCleary. Academic Press: Boston 1989, S. 171–220.
- Schubring, Gert: „Die Mathematik – ein Hauptfach in der Auseinandersetzung zwischen Gymnasien und Realschulen in den deutschen Staaten des 19. Jahrhunderts“. *Bildung, Staat und Gesellschaft im 19. Jahrhundert. Mobilisierung und Disziplinierung*, hrsg. K.-E. Jeismann. F. Steiner: Stuttgart 1989, S. 276–289.
- Schubring, Gert: „Felix Kleins Gutachten zur Schulkonferenz 1900: Initiativen für den Systemzusammenhang von Schule und Hochschule, von Curriculum und Studium“. Felix Klein und die Berliner Schulkonferenz des Jahres 1900. *Der Mathematikunterricht*, 46 (2000), H. 3, S. 62–76.
- Schubring, Gert: „L'Enseignement Mathématique and the First International Commission (IMUK): The Emergence of International Communication and Cooperation“. *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique. Moments of Mathematics Education in the Twentieth Century*. Proceedings of the EM-ICMI Symposium Geneva, 20–22 October 2000, edited by Daniel Coray, F. Furinghetti, H. Gispert, B.H. Hodgson, G. Schubring. L'Enseignement Mathématique: Geneva 2003, S. 47–65.
- Tobies, Renate: „Zur wissenschaftsorganisatorischen Tätigkeit von Felix Klein im Rahmen der Breslauer Unterrichtskommission“. *NTM-Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin*, 16 (1979) 2, S. 50–63.
- Tobies, Renate: „Zum Beginn des mathematischen Frauenstudiums in Preußen“. *NTM-Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin*, 28 (1992) 2, S. 151–172.
- Tobies, Renate: „Felix Klein als Mitglied des preußischen „Herrenhauses“. Wissenschaftlicher Mathematikunterricht für alle Schüler – auch für Mädchen und Frauen“. *Der Mathematikunterricht*, 35 (1989) 1, S. 4–12.
- Tobies, Renate (Hrsg.): „*Aller Männerkultur zum Trotz*“: *Frauen in Mathematik und Naturwissenschaften*. Campus Verlag: Frankfurt a.M. und New York 1997.
- Tobies, Renate: „Felix Klein und David Hilbert als Förderer von Frauen in der Mathematik“. *Acta Historiae rerum naturalium necnon technicarum / Prague Studies in the History of Science and Technology*, N.S. Vol. 3 (1999) S. 69–101.
- Tobies, Renate: Felix Klein und der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. *Der Mathematikunterricht*, 46 (2000) H. 3, S. 22–40
- Wieleitner, Heinrich: *Der mathematische Unterricht an den höheren Lehranstalten sowie Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte im Königreich Bayern*. B. G. Teubner: Leipzig und Berlin 1910.

Anschrift des Verfassers:

PD Dr. Gert Schubring
IDM/Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 100 131
D-33501 Bielefeld