Marianne Franke
(unter Mitarbeit von Silvia Edler, Bosse Kettner, Alexandra Kilian und Silke Ruwisch)

Kinder bearbeiten Sachsituationen in Bild-Text-Darstellung[1]

Abstract: The article describes an investigation about problem solving strategies in real life contexts. 8 to 9 year old children were offered multiplicative problems in different situational contexts, which were given in a picture-text-combination. The results of this qualitative analysis show a great variety of approaches and strategies between the students, differences in familiarity with the contexts and dependency on the form of presentation.

Zusammenfassung: In dem Beitrag wird eine empirische Untersuchung zu Handlungsmustern und Lösungsstrategien von Grundschulkindern 2. Klassen beim Bearbeiten einer multiplikativen Sachsituation beschrieben. Drei Sachsituationen aus unterschiedlichen Erfahrungsbereichen wurden den Kindern durch ein Poster und einen erläuternden Aufgabentext präsentiert. Die Ergebnisse der qualitativen Analyse zeigen neben einer Vielzahl von Lösungsstrategien und Handlungsmustern bei den Einzelbearbeitungen auch Abhängigkeiten vom Sachkontext und Unterschiede resultierend aus der Präsentation der Situationen.

1 Problemlage

Wohl kaum ein Inhaltsbereich der Grundschulmathematik hat in den letzten Jahren so oft im Mittelpunkt von wissenschaftlichen Vorträgen und Veröffentlichungen gestanden wie das Sachrechnen.

Dies rührt zum einen daher, daß beim Lösen von Sachaufgaben Fehler auftreten, deren Ursachen nicht so leicht aufzudecken sind wie bei rein arithmetischen Aufgaben und die häufig nicht am Resultat zu erklären, sondern nur im Prozeß des Lösens zu beobachten sind.

Dies ist zum anderen aus der Vielschichtigkeit der Anforderungen beim Arbeiten mit Sachverhalten zu erklären. Neben arithmetischer Kompetenz sind zum Bewältigen der Anforderungen auch Sachkompetenz und allgemein-geistige Fähigkeiten erforderlich.

Dies zeigt aber auch, daß die vielen Vorschläge zum Lehren des Sachrechnens bisher nicht mit dem erwarteten Erfolg umgesetzt werden konnten.

Eine grundlegende Verbesserung des Sachrechenunterrichts wird in der gegenwärtigen didaktischen Diskussion in einer Hinwendung zu einem Unterricht mit Sachsituationen gesehen, der Grundschulkindern eine Erschließung ihrer alltäglichen Umwelt auch mit mathematischen Mitteln erlauben soll (Bobrowski 1993, Burmester/Bönig 1993, Schütte 1994 a, b, Winter 1987, 1992). Es liegen zwar viele Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung vor, die teilweise auch Eingang in die Praxis gefunden haben (Dröge 1991, 1994, 1995, Erichson 1993, Ruwisch 1995 a, b), doch empirische Untersuchungen, die eine gesicherte didaktische Konzeption eines solchen Unterrichts rechtfertigen könnten, sind bislang nicht vorhanden.

[1] Die Untersuchung, die diesem Artikel zugrunde liegt, wurde von der DFG unter FR 1232/1-1 gefördert.

Auch wir vertreten die Auffassung, daß sich der Sachrechenunterricht so verändern muß, daß Kinder befähigt werden, ihre Umwelt mit mathematischen Mitteln zu erfassen und einzuschätzen. Daher entstand das Forschungsinteresse, empirisch zu untersuchen, welche individuellen Handlungsmuster und Lösungsstrategien Grundschulkinder in mathematikhaltigen Sachsituationen erkennen lassen. Erst wenn diese Strategien bekannt sind, lassen sich Anknüpfungspunkte für gezielte didaktische Einflußnahme finden. Um Aussagen über den sinnvollen Einsatz von Sachsituationen im Unterricht treffen zu können, erschien es uns unerläßlich, die Lösungsstrategien und Handlungsmuster von Kindern beim Bearbeiten unterschiedlicher Sachsituationen aufzudecken und beim Darbieten dieser Situationen in unterschiedlichen Präsentationsformen – Projekt, Sachsituation im Rollenspiel, Bild-Text-Aufgabe, Sachrechenaufgabe – miteinander zu vergleichen.

2 Stand der Forschung

Nach wie vor ist das Sachrechnen das Problemgebiet des Mathematikunterrichts an Grundschulen (Bender 1980, 1988). Bis in die 80er Jahre hinein wurde im deutschsprachigen Raum dieses Problem in zwei Richtungen untersucht: In den 70er und 80er Jahren glaubte man, in Anlehnung an Pólya (1949), Duncker (1966) und Wertheimer (1964), Kinder zum Problemlösen zu befähigen, indem allgemeine Suchstrategien vermittelt wurden, so insbesondere die Ziel-Mittel-Analyse und das Vorwärts- und Rückwärtsschreiten (Bromme/Hömberg 1977). Es zeigte sich jedoch, daß spezielle Probleme mit allgemeinen Suchstrategien allein nicht zu bewältigen sind. Stets spielte daneben das Wissen über das jeweilige Inhaltsgebiet eine wesentliche Rolle. Damit rückte die Frage nach der wechselseitigen Beeinflussung von Wissen und Strategien in die Aufmerksamkeit der Forschung. Heute wissen wir, daß Suchstrategien nicht gelehrt werden können, sondern daß die Problemlösenden selbst spontane Strategien finden und sich durch mehrfache Verwendung allmählich über ihre Vorgehensweisen Klarheit verschaffen müssen (Franke 1980, Stern 1992). Die zweite Richtung war geprägt durch eine genauere Analyse der arithmetischen Struktur der Aufgaben, die eine Klassifizierung nach Schwierigkeiten ergeben sollte. Auf diese Weise sollte die Sachrechenkompetenz der Schülerinnen und Schüler in einem methodisch abgestuften Lehrgang schrittweise auf- und ausgebaut werden (Bremer/Dahlke 1980, Franke 1980, Geißler 1977, Maier/Schubert 1978). Diese Ansätze waren zum einen der behavioristischen Tradition verbunden, zum anderen aber auch einer starken Orientierung an den zugrundeliegenden fachlichen Strukturen verpflichtet (Fricke 1987). Mit der kognitiven Wende innerhalb der Psychologie (Anderson 1988) veränderte sich auch innerhalb der Mathematikdidaktik die Auffassung vom Lernen (Bauersfeld 1993, Cobb 1987).

Diese neue Sichtweise des Lernens als ein aktives Aneignen von Wissen führte verstärkt zu Untersuchungen über Denkprozesse. In der mathematikdidaktischen Forschung widmete man sich vor allem dem Problemlösen und – stärker didaktisch orientiert – vermehrt dem Sachrechnen, das nun als kontextabhängiges Mathematiklernen wiederentdeckt wurde. Doch die Forschenden interessierten sich teilweise weiterhin für sehr eng umgrenzte und einfache Probleme, die kaum Rückschlüsse auf das Problemlösen in komplexen Alltagssituationen zulassen (Baroody 1987, Zimmermann 1991). Auch die neueren Untersuchungen zum Sachrechnen beschäftigen sich ausschließlich mit

Denkprozessen bei kleinen Sachrechenaufgaben mit einfacher Simplexstruktur (Kintsch/Greeno 1985, Kouba 1989, Luke 1988, Nesher 1988, Stern 1993). Damit bemühen sie sich, die Vorgänge im kleinen zu erfassen, vernachlässigen aber die Erkenntnis, das Lernen als ein holistischer Prozeß in subjektiven Erfahrungsbereichen (Bauersfeld 1983) erfolgt und damit individualisierte Laborbeobachtungen nicht auf komplexe Alltagssituationen übertragen werden können.

Ein anderer Ansatz beschäftigt sich mit Mathematik in Alltagssituationen. Dabei wurde untersucht, wie Menschen im alltäglichen Leben Mathematik zur Entscheidungsfindung heranziehen (Lave 1988, Lave/Smith/Butler 1989, Rogoff/Lave 1984, Saxe 1989). Carraher, T.N./Carraher, D.W./Schliemann (1985) konnten zeigen, daß Straßenkinder – oder auch Arbeiter – die für ihren „Beruf“ überlebensnotwendige Mathematik z. T. außergewöhnlich gut beherrschten, aber entsprechende, vom Kontext gelöste Mathematikleistungen nicht erbringen konnten. Auch wenn sich diese wenigen Untersuchungen mit Mathematik im Alltag auseinandersetzen und so dem ganzheitlichen Ansatz verpflichtet sind, lassen sie jedoch nur bedingt Rückschlüsse auf Unterricht und kindgemäßes Lernen von Mathematik zu.

3 Forschungsinteresse

Aubauend auf vorliegende Ergebnisse aus Untersuchungen zu Sachsituationen im Rollenspiel (Ruwisch 1998) interessierte uns, welche Handlungsmuster und Lösungsstrategien Grundschulkinder beim Beschreiben der gleichen Sachsituationen einsetzen, wenn diese als Bild-Text-Aufgabe dargeboten sind. Zum einen zeigt sich so, welche mathematischen Herausforderungen die unterschiedlichen Sachsituationen für Kinder beinhalten und zum anderen, wie Mathematik für Kinder zu einem wertvollen Instrument für die Alltagsbewältigung werden kann. Unser Ansatz war dabei kompetenz- und nicht defizitorientiert. Das Erkenntnisinteresse richtete sich auf die Identifikation vorhandener Handlungsmuster und Lösungsstrategien und deren Abhängigkeit von der Präsentationsform.

3.1 Handlungsmuster und Lösungsstrategien

Unter Handlungsmustern verstehen wir auffallende wiederkehrende Handlungsabläufe, die von außen erkennbar sind und beschrieben werden können. Diese Handlungsmuster lassen sich dann im weiteren Verlauf der Interpretation unterteilen. Zum einen finden sich eher algorithmische Prozeduren und Techniken, die die Kinder als Teilhandlungen in ihren Lösungsprozeß integrieren. Zum anderen können bestimmte Handlungsmuster im Sinne von Strategien oder Strategiekeimen interpretiert werden. Unter Strategie verstehen wir „eine Sequenz von Handlungen, mit der ein bestimmtes Ziel erreicht werden soll.“ (Friedrich/Mandl 1992, S. 6). In der psychologischen und mathematikdidaktischen Literatur wird dabei überwiegend von einem bewußten und kontrollierbaren Prozeß ausgegangen. Die Unterscheidung von Prozeduren und Strategien im Rahmen unserer Untersuchung läßt sich mit Stern folgendermaßen zusammenfassen:

> „Während bei der Prozedur die einzelnen Schritte festgelegt sind und der Lernprozeß darin besteht, die Abfolge dieser zu optimieren, gibt es bei der Strategie keinen vorher bekannten und festgelegten Handlungsablauf." (Stern 1992, S. 103).

In Übereinstimmung mit Stern sind wir der Auffassung, daß nur dann von strategischem Vorgehen gesprochen werden kann, wenn die Kinder zwischen verschiedenen Lösungswegen wählen können. Daher legten wir bei der Konstruktion der Bild-Text-Aufgaben neben der Berücksichtigung der arithmetischen Äquivalenz vor allem Wert auf die Offenheit der Lösungswege.

Für das vorliegende Forschungsprojekt hielten wir eine Unterteilung in allgemein-heuristische und fachspezifisch-mathematische Strategien für sinnvoll. Zu den allgemein-heuristischen Strategien zählen wir neben anderen das Vorwärts- und Rückwärtsschreiten, die Ziel-Mittel- Analyse, die Suchraumeinschränkung, die Zerlegung in Teile, die Analogiebildung und Kontrollstrategien. Zu den fachspezifisch-mathematischen Strategien, die in unserer Untersuchung vorrangig eingesetzt werden konnten, gehören die verschiedenen Zählstrategien, die wiederholte Addition und Subtraktion und die Verwendung von Einmaleinsreihen oder Multiplikations- bzw. Divisionsgleichungen. Daneben konnte Material herangezogen werden oder aber eine ikonische und/oder symbolische Auseinandersetzung stattfinden.

3.2 Die Präsentationsform von Sachsituationen

Sachsituationen stellen sich Kindern verschieden dar: Im Alltag handelt es sich um bevorstehende Ereignisse, z. B. müssen für einen Kindergeburtstag Vorbereitungen getroffen und Einkäufe geplant und erledigt werden. Derartige für Kinder bedeutsame und wiederkehrende Ereignisse werden auch mit verteilten Rollen nachgespielt, z. B. mit dem Kaufladen, oder sie treten in Bilderbüchern, Sachbüchern oder in Zeitschriften auf. Im Mathematikunterricht hingegen existieren entsprechende Probleme meist in Textform, als Sachrechenaufgaben. Diese Sachrechenaufgaben erfüllen einen eigenen Zweck: Von den Kindern wird keine Auseinandersetzung mit der dargestellten Sache verlangt. Lehrerinnen und Lehrer erwarten vielmehr eine dem vorangegangenen Unterricht entsprechende arithmetische Lösung, die häufig nach dem Schema „Frage – Rechnung – Antwort" ermittelt werden soll. Daneben treten Sachsituationen im Mathematikunterricht dann auf, wenn in ein neues mathematisches Gebiet oder Verfahren eingeführt wird. Auch hier steht nicht die Auseinandersetzung mit der Sache, sondern die Konzentration auf eine zugrundeliegende mathematische Operation im Vordergrund.

Ändert sich nun der traditionelle Sachrechenunterricht, so können nicht unreflektiert die Darstellungsmöglichkeiten aus dem Alltag übernommen werden, ohne daß genauere Kenntnisse über Konsequenzen aus der jeweiligen Präsentationsform vorliegen. In einem ersten Schritt sind also verschiedene Präsentationsformen mit ihren Charakteristika zu unterscheiden. Im wesentlichen werden in Anlehnung an Bruner (Bruner/Olver/Greenfield 1971) in der didaktischen Forschung drei interne Repräsentationsmodi unterschieden, denen äußere Repräsentationen und damit einhergehend auch

Präsentationsformen zugeordnet werden können (Bönig 1995, Lorenz 1992). Neben dem Projekt und dem fiktiven Rollenspiel, die durch das tatsächlich vorhandene Material die Kinder vorwiegend zur enaktiven Auseinandersetzung anregen, und den Sachrechenaufgaben, die durch ihre schriftliche Darbietung die symbolische Bearbeitung nahelegen, stellt die Bild-Text-Aufgabe eine Zwischenform dar, die durch ihre bildhafte Darstellung vorwiegend zum Arbeiten auf ikonischer Ebene anregt.

Projektunterricht
Das Projekt kommt der Alltagserfahrung der Kinder am nächsten. Dabei erfolgt eine realistische Auseinandersetzung mit einem Sachproblem, das ein bevorstehendes Ereignis oder Vorhaben beinhaltet, wie ein Klassenfest, ein Wandertag u. ä. (Franke 1995, 1996). In der Bearbeitung eines Projekts sind vielfältige Aktivitäten integriert, die auf unterschiedlichen Handlungsebenen ausgeführt werden können.

Fiktives Rollenspiel
Dem Spielverhalten von Grundschulkindern entsprechend, können Ereignisse mit verteilten Rollen nachgespielt werden: Auch wenn die Präsentationsform „fiktives Rollenspiel" an Realitätstreue gegenüber dem Projekt einbüßt, so gehen wir davon aus, daß sie didaktische Vorteile folgender Art bietet:

- fiktives Rollenspiel kann zeitlich und inhaltlich geplant durchgeführt werden;
- die Kindern haben die Möglichkeit, „auf dem Trockenen" ihr Repertoire an mathematischem Können zu erproben;
- durch Partner- oder Gruppenarbeit wird für jedes Kind eine intensive Auseinandersetzung mit dem Problem möglich;
- durch tatsächlich vorhandenes Material wird eine große Handlungsvielfalt ermöglicht.

Diese Form der Präsentation ermuntert die Kinder vorwiegend zur enaktiven Auseinandersetzung, es sind aber auch Bearbeitungen sowohl mit ikonischen als auch symbolischen Elementen möglich.

Bild-Text-Aufgaben
Als Kombination von Bild und kurzem Text grenzt sich die Bild-Text-Aufgabe vor allem durch die bildliche Darstellung zum einen von realen und/oder gespielten Situationen und zum anderen auch von den üblichen Sachrechenaufgaben ab. Auch in dieser Präsentationsform soll eine komplexe Situation darstellt werden, die umfassenderes Situationswissen einbezieht und nicht auf eine arithmetische Operation beschränkt bleibt. Damit erhält diese Präsentationsform also Offenheit hinsichtlich der Lösungswege und Lösungen, schränkt aber die Handlungsvielfalt auf zeichnerische und schriftliche Auseinandersetzung ein, bei der das Hinzuziehen von Hilfsmitteln zur enaktiven Bearbeitung nicht ausgeschlossen wird.

Sachrechenaufgaben
Traditionelle Sachrechenaufgaben (Textaufgaben) enthalten genau die zur Lösung erforderlichen Angaben, sind meist auf eine Rechenoperation begrenzt und weisen das Ziel der Bearbeitung deutlich aus. Sie sind unter bestimmter didaktischer Absicht aufbereitet und damit z. T. realitätsfern. Im Gegensatz zu den anderen Präsentationsformen wird hier auch keine Offenheit der Fragestellung und Lösungswege aufrechterhalten. Lediglich die Themen können identisch sein. Will ein Kind sich mit dem Problem enaktiv oder

ikonisch auseinandersetzen, muß es zunächst eine adäquate Übersetzung in diese Repräsentationsmodi vornehmen.

4 Ziel der Untersuchung

Ziel der Untersuchung war das Aufdecken von Handlungsmustern und Lösungsstrategien, die die Grundschulkinder beim Bearbeiten von Sachsituationen, die als Bild-Text-Aufgaben dargeboten werden, einsetzen. Diese Sachsituationen sind hinsichtlich der arithmetischen Struktur äquivalent, aber hinsichtlich des Kontextes unterschiedlich.

Dieser Zielstellung wurden drei Fragekomplexe zugeordnet:
- Welche arithmetischen Strategien setzen die Kinder beim Bearbeiten der Sachsituationen ein? Welche Handlungsebenen nutzen sie dabei?
- Welche heuristischen Vorgehensweisen benutzen die Kinder zur Strukturierung und Lösungsfindung?
- Wie koordinieren die Kinder ihre Bearbeitung?

Über dieses Interesse an den Bild-Text-Aufgaben hinaus wurden vergleichende Fragestellungen verfolgt:
- *Situationsabhängigkeit*
  Lassen sich situationsspezifische Handlungsmuster und Lösungsstrategien erkennen? Sind zwischen den Bearbeitungen der drei verschiedenen Situationen trotz gleicher arithmetischer Anforderungen Unterschiede im Lösungsverhalten festzustellen?
- *Präsentationsabhängigkeit*
  Lassen sich präsentationsspezifische Handlungsmuster und Lösungsstrategien erkennen? Sind fördernde und hemmende Faktoren für das Lösen bei verschiedenen Präsentationsformen festzustellen?

5 Zum Forschungsdesign

5.1 Vorarbeiten

Seit 1994 erfassen wir in einer Forschungsgruppe an der Justus-Liebig-Universität Gießen spontane Handlungsmuster und Lösungsstrategien von Grundschulkindern beim Bearbeiten von Sachsituationen mit zugrundeliegenden multiplikativen Strukturen. Zur Eingrenzung des Forschungsschwerpunktes erschien es uns aus didaktischer Sicht zunächst interessant, Sachsituationen mit multiplikativen Inhalten einzusetzen, da den Schülerinnen und Schülern dabei eine Vielfalt an verschiedenen allgemeinen und auch mathematischen Strategien zur Lösungsfindung zur Verfügung steht.

In unserem Projekt wurden drei Sachsituationen entwickelt, die an die Alltagserfahrungen der Kinder anknüpfen: „Einkaufen für ein Klassenfest" (Ruwisch 1995 b), „Fliesenpäckchen für ein Puppenhaus ermitteln" (Schachtner 1994, Ruwisch 1996) und „Flaschenanzahl für eine Kinderbowle bestimmen" (Rasch 1994, Ruwisch 1995 a; c). Übersicht 1 zeigt die Situationen, die Materialbeschreibung und die arithmetischen Strukturen der Aufgaben im Vergleich.

Übersicht 1: Charakteristik der Sachsituationen

Situation	Material	arithmetische Struktur
Einkaufen Stück-Packung	Waren mit unterschiedlicher Anzahl (b) pro Packung	$x \cdot b \geq 18$ b laut Packung 2,3,4,5,6,7,9
Kinderbowle Glas-Flasche	Saftflaschen mit unterschiedlichem Volumen (b)	$x \cdot b \geq a$ a laut Rezept $b \in \{2,5,7\}$
Puppenhaus Stück-Packung	drei Flächen; Packungen mit Fliesen unter-schied. Anzahl (b)	$x \cdot b \geq a$ a zu bestimmen $b \in \{3,6,8\}$

Hinsichtlich der arithmetischen Struktur handelt es sich bei allen Einzelaufgaben um Multiplikations- bzw. Divisionsprobleme. Alle Situationen enthalten Aufgaben der Struktur $x \cdot b = a$, aber auch die schwierigere Variante $x \cdot b > a$. Außerdem können darüber hinaus mehrere Verpackungsgrößen kombiniert, also Aufgaben der Art $x \cdot b + y \cdot c = a$ bzw. $x \cdot b + y \cdot c > a$ berechnet werden. Im Kontext „Einkaufen für ein Klassenfest" soll für eine Klasse von 18 Kindern nach einer vorgegebenen Einkaufsliste derart eingekauft werden, daß jedes Kind von jedem Posten der Liste mindestens einen Gegenstand bekommt. Es müssen also von den vorgegebenen Waren die Verpackungsgrößen (b) ermittelt (Abzählen, Ablesen) und die benötigten Packungen (x) für 18 Kinder bestimmt werden. Der Sachkontext „Flaschenanzahl für eine Kinderbowle bestimmen" verlangt die Bestimmung der Anzahl notwendiger Flaschen (x) zur Realisierung eines vorgegebenen Rezeptes, das die Angaben in Gläsern enthält. Hier ist die Bezugsgröße (a) für jeden Posten laut Rezept zu beachten, dafür ist die Flaschengröße (b) auf drei unterschiedliche Größen (2, 5, 7) eingegrenzt. Für die Bearbeitung der Sachsituation „Fliesenpäckchen für ein Puppenhaus ermitteln" ist das Problem in zwei Teilprobleme zu zergliedern: Zunächst muß die Gesamtzahl (a) der notwendigen Fliesen für jedes Zimmer bestimmt werden, bevor damit die Anzahl (x) der dafür notwendigen Päckchen von Fliesen (b) ermittelt werden kann.

Alle drei Situationen wurden in der beschriebenen Untersuchung von Ruwisch eingesetzt, um Kinder beim Rollenspiel zu beobachten.

In der hier detailliert beschriebenen 2. Etappe wurden die Kinder mit den gleichen Situationen als Bild-Text-Aufgabe konfrontiert.

Zum Einsatz von Textaufgaben und als Projektbearbeitung liegen zur Zeit Pilotstudien vor, die zum Vergleich der Ergebnisse herangezogen werden.

Aus den drei entwickelten Sachsituationen und den beschriebenen Präsentationsformen für das Arbeiten mit Sachsituationen erstellten wir folgendes Forschungsdesign (vgl. Übersicht 2).

Übersicht 2: Forschungsdesign

situativer Kontext / Präsentationsform	Einkaufen für ein Klassenfest	Flaschenanzahl für eine Kinderbowle bestimmen	Fliesenpäckchen für ein Puppenhaus ermitteln
Projektbearbeitung	Videoaufzeichnungen von Paar- und Gruppenbearbeitungen und klinischen Reinterviews		
fiktives Rollenspiel			
Bild-Text-Aufgabe			
Text-Aufgaben			

5.2 Projektdesign: Sachsituationen als Bild-Text-Aufgabe

Die Bearbeitung der Bild-Text-Aufgaben erfolgte 1996 in drei verschiedenen Klassen zum Ende des zweiten Schuljahres. Wir haben den Kindern paarweise – damit sie miteinander über die Bearbeitung reden – vor laufender Kamera die jeweilige Bild-Text-Aufgabe vorgelegt, ihnen Zeit zur Bearbeitung gelassen und sie in einem direkt anschließenden Reinterview zu ihrem Vorgehen befragt. Die jeweilige Aufgabenstellung wird im Zusammenhang mit der Auswertung der Untersuchungsergebnisse in den Abschnitten 6.1 bis 6.3 vorgestellt. Um Antworten auf die vergleichenden Fragen zu finden, haben wir zu den Situationen „Einkaufen für ein Klassenfest“ und „Kinderbowle“ Textaufgaben (Sachrechenaufgaben) klassischer Art, also ohne jegliche Abbildung und ohne Bereitstellen von Material entwickelt und ließen eine jeweils andere Situation von einigen Kindern in denselben Paarkonstellationen mit einwöchigem Abstand bearbeiten. Die Situation „Puppenhaus“ läßt sich nicht als Textaufgabe ohne Abbildung präsentieren.

Übersicht 3: Versuchsdurchführung zu Bild-Text-Aufgaben

Präsentationsform / Anzahl der Paare	Bild-Text-Aufgabe	Textaufgabe
7 Paare	Klassenfest	Kinderbowle
7 Paare	Puppenhaus	
9 Paare	Kinderbowle	Klassenfest

Im Sinne einer Pilotstudie wurde in einer 3. Klasse das Projekt „Fasching" durchgeführt. Dabei war eine Gruppe von 4 Kindern für das Einkaufen verantwortlich.

5.3 Methoden

Zur Analyse von Handlungsmustern und Lösungsstrategien von Grundschulkindern beim Bearbeiten von Sachsituationen verwendeten wir Fallstudien in Form von videodokumentierten Beobachtungen und klinischen Reinterviews. Ausgehend von der These, daß komplexes Verhalten nur durch möglichst umfassende und realitätsnahe Erhebung zugänglich wird (Maier 1991), erforderte die Klärung der vorliegenden Fragestellungen qualitative hermeneutische Erhebungs- und Auswertungsmethoden.

Für die Erhebung standen Beobachtungs- und Interviewmethoden zur Verfügung (Lamnek 1993, Mayring 1990). Zur möglichst genauen Erfassung kindlicher Denkprozesse lassen sich keine schriftliche Befragungen durchführen, da Kinder im Grundschulalter nicht über die notwendigen Kenntnisse in den Kulturtechniken verfügen. Ebenso bieten klinische Interviews allein keine ausreichende Grundlage für unsere Fragestellung, da sowohl das sprachliche Ausdrucksvermögen als auch das metakognitive Wissen von Kindern über das eigene Handeln noch zu gering ausgeprägt sind. Wir haben daher Paarbearbeitungen zu Bild-Text-Aufgaben mit Video aufgezeichnet. Im Unterschied zu anderen Beobachtungsmethoden, wie z. B. der teilnehmenden Beobachtung haben Videoaufzeichnungen den Vorteil, immer wieder unter verschiedenen Blickwinkeln für die Interpretation zur Verfügung zu stehen (Bauersfeld 1993). In dem sich jeweilig anschließenden klinische Reinterview wurden die Kinder aufgefordert, ihre Bearbeitung der Versuchsleiterin oder dem Versuchsleiter zu erklären. Wir erwarteten davon rückblickend zusätzliche Hinweise über interne Vorgänge. Darüber hinaus sollten die Kinder in den Reinterviews aber auch Auskunft über mögliche andere Wege und Strategien aufzeigen oder sich mit Varianten des bearbeiteten Sachproblems auseinandersetzen.

Als Auswertungsmethoden von Videoaufzeichnungen haben sich in den vergangenen Jahren interpretative Analysen von Transkripten bewährt (Maier/Voigt 1994). Es wurden daher Worttranskripte der Videos erstellt, in denen neben den sprachlichen Äußerungen der Versuchspersonen auch an einzelnen Stellen ihre Handlungen festgehalten wurden. Darüber hinaus konnten einzelne Passagen nur durch Transkripte in Partiturschreibweise hinreichend genauer erfaßt werden, so daß uns für die Auswertung Transkripte verschiedener Dokumentationsdichte (Wollring 1994) zur Verfügung standen.

Die so erstellten Transkripte dienten im weiteren Verlauf der Untersuchung als Grundlage für qualitative Analysen. Mit Beck & Maier (1994) lassen sich vier Richtungen der Interpretationsabsicht unterscheiden: „kategoriengeleitete" und „kategorienentwickelnde" Interpretation, sowie „explorativ-paraphrasierende" und „systematisch-extensionale" Interpretation. In Auswertung einschlägiger Literatur (Anghileri 1989; Kouba 1989; Burton 1992) hat Ruwisch (1998) für eine kategoriengeleitete Analyse folgende arithmetischen Strategien zugrunde gelegt:

1. Zählen
2. Aufsagen der Einmaleinsreihe
3. (wiederholte) Addition
4. Multiplikations- und Divisionsgleichungen
5. Mischstrategien und sonstiges

Von den heuristischen Strategien (Bromme & Hömberg 1977; Franke 1986; Pólya 1949; Schoenfeld 1985) dienten die folgenden als Grundlage für eine stärker explorativ-paraphrasierende Interpretation:

- Suchraumeinschränkung
- Teilzielbildung
- Zielbeachtung
- Analogiebildung
- Einsatz von Hilfsmittel

Für die Analyse der Koordination wurden Einzelfallstudien systematisch-extensional interpretiert.

6 Untersuchungsergebnisse zu den Bild-Text-Aufgaben

Beim Bearbeiten jeder Situation als Bild-Text-Aufgabe sind drei Phasen zu unterscheiden:

1. Die Phase, in der die Kinder mit der Situation bekannt gemacht werden, sie diese Situation und das damit verbundene Problem verstehen und erste Lösungsideen produzieren.
2. Die Phase, in der sich die Kinder selbständig um eine Lösung bemühen und diese auf der jeweiligen Einkaufsliste eintragen. In dieser Phase werden im folgenden die eingesetzten arithmetischen Strategien, die heuristischen Strategien und die Koordination der Bearbeitung durch die Kinder beschrieben.
3. Die Phase des Reinterviews, in der die Kinder über ihr Vorgehen beim Lösen sprechen und in der nach anderen Lösungsmöglichkeiten gesucht wird. Ergebnisse aus dieser Phase wurden in Einzelfällen zur Interpretation der 2. Phase herangezogen.

In der Auswertung wird nur aus die Situation „Einkaufen für ein Klassenfest" ausführlich eingegangen. Die Ergebnisse zu den anderen beiden Situationen werden zum Beantworten der vergleichenden Fragestellung herangezogen. Die Ergebnisse zur Situation „Einkaufen für ein Klassenfest" werden im folgenden nach arithmetischer Kompetenz, heuristischer Kompetenz und Koordination bei der Gesamtbearbeitung getrennt beschrieben.

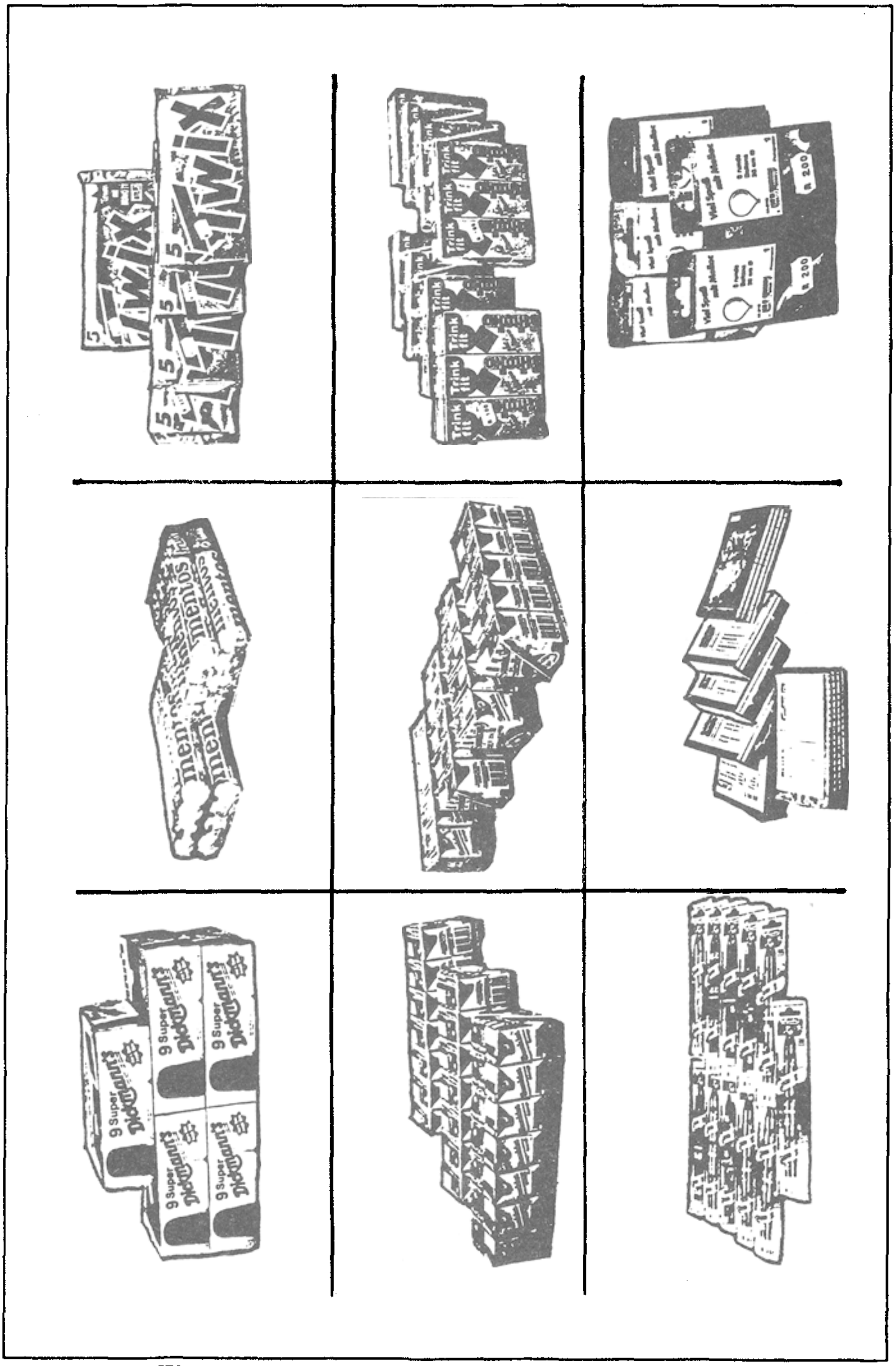


Abb. 1: Warenposter zur Sachsituation „Einkaufen für ein Klassenfest“

Das Klassenfest

Die Klasse 2c plant ein Klassenfest. Die Kinder haben überlegt, was sie für das Fest brauchen. Laura möchte für alle 18 Kinder einkaufen. Jedes Kind soll von jeder Sache etwas bekommen.

Trage für Laura die Sachen in die Einkaufsliste ein!

Hier hast du Platz zum Rechnen und zum Schreiben.

Einkaufsliste

..... Packungen Schokoküsse

..... Packungen Twix

..... Packungen Limo groß/
..... Packungen Limo klein

..... Packungen Kakao

..... Packungen Bleistifte

...... Packungen Blöcke

..... Packungen Luftballons

Abb. 2: Arbeitsblatt zur Sachsituation „Einkaufen für ein Klassenfest“

6.1 Phase des Verstehens und erste Lösungsideen

Die Kinder kamen jeweils zu zweit in einen Raum, in dem sich die Versuchsleiterin befand. Auf dem Tisch lag ein Poster, auf dem verschiedene Waren abgebildet waren (vgl. Abb. 1). Die Versuchsleiterin sagte, sie habe eine Aufgabe mitgebracht und legte vor die Kinder das Arbeitsblatt (vgl. Abb. 2) auf den Tisch.

Nach Aufforderung las jedes Kind die Aufgabe vor. Anschließend hatten beide Gelegenheit, Fragen zu stellen. Dann zog sich die Versuchsleiterin hinter die Kamera zurück, und die Kinder bearbeiteten die Aufgabe. Wenn sie damit fertig waren, meldeten sie sich bei der Versuchsleiterin, und diese führte ein Reinterview durch.

Bereits beim Lesen des Textes können erste Vermutungen über das Verstehen der Situation getroffen werden. Einige Kinder wollten nicht laut vorlesen. Andere stellten sofort Fragen zum Text. So wollte Max wissen, ob er auch die Preise berücksichtigen solle und ob er die Aufgaben durch Ankreuzen lösen könne. Marcel fragte bereits während des Lesens, wie viele Kinder in der Klasse seien, und seine Partnerin Anja antwortete sofort mit der richtigen Zahl. Diese beiden Kinder hatten dann auch beim weiteren Vorgehen keine Verständigungsprobleme. Steffen stellte keine Fragen, begann aber schnell, die Anzahl der Packungen je Ware aufzuschreiben. Auch Waldemar hatte keine Fragen, ließ aber bei den ersten Lösungsversuchen erkennen, daß er die Aufgabe nicht richtig verstanden hatte.

6.2 Arithmetische Kompetenz

Operationsverständnis

Fast alle Kinder hatten erkannt, daß die Sachsituation eine multiplikative Struktur aufweist. Das Operationsverständnis war damit bei diesen Schülern am Ende der 2. Klasse soweit ausgebildet, daß sie das Einkaufen mathematisch interpretieren konnten. Allerdings zeigte sich dieses Operationsverständnis oft erst im Reinterview. Die Schüler nannten hier explizit Multiplikations- manchmal auch Divisionsaufgaben, obwohl sie bei der konkreten Lösung nicht auf Einmaleinsgleichungen zurückgegriffen hatten.

Lösungsstrategien

Des weiteren interessierte uns, wie die Kinder diese Aufgaben lösten, also wie sie das jeweilige Ergebnis ermittelten. Von den 7 Schülerpaaren, die diese Aufgabe bearbeiteten, beachteten 2 Paare das Ziel nicht vollständig (vgl. 6.1.3). Dadurch setzten sie auch keine arithmetischen Lösungsstrategien ein, die hier in die Auswertung einzubeziehen sind. Von den verbleibenden 5 Paaren war bei 2 Paaren nicht festzustellen, nach welcher Strategie sie vorgingen. Allerdings äußerten auch diese 2 im Reinterview, nach welcher Strategie sie die richtigen Ergebnisse gefunden hatten. Jedes der 5 Paare bearbeitete alle Teilaufgaben. „Limo klein" und „Limo groß" sahen sie dabei als zwei Aufgaben an, so daß insgesamt 40 Einzelbearbeitungen arithmetisch ausgewertet wurden. Jeder Einzelbearbeitung ordneten wir eine arithmetische Strategie zu, ohne zu unterscheiden, ob diese bei der Bearbeitung zu beobachten war oder im Reinterview geäußert wurde. Übersicht 4 zeigt die Häufigkeiten der einzelnen Strategien.

Übersicht 4: Verwendete Lösungsstrategien zu allen Teilaufgaben der Situation „Einkaufen für ein Klassenfest“

Strategie	Zählen	Einmaleinsreihe	Addition	Multiplikations- od. Divisionsgleichung	Mischstrategien	Strategie nicht erkennbar
Häufigkeit absolut	2	17	—	14	5	2
Häufigkeit relativ (in %)	5	42,5	—	35	12,5	5

Bei allen Teilaufgaben überwog das Aufsagen der Einmaleinsreihen. Insgesamt trat diese Strategie bei fast der Hälfte aller Lösungen auf. Diese Aussage wird untermauert von der Beobachtung, daß auch bei den Mischstrategien zunächst mit dem Aufsagen einer Einmaleinsreihe begonnen wurde. Beherrschten die Kinder diese Einmaleinsreihe noch nicht vollständig, so setzten sie durch Zählen fort. Zum sogenannten „doppelten Zählen“, wie es bei dieser Strategie erforderlich ist, benötigt man ein Hilfsmittel. Meist benutzten die Kinder ihre Finger. Ein gutes Drittel aller Lösungen wurde durch die entsprechenden Multiplikations- oder Divisionsgleichungen gefunden, während reine Zählstrategien kaum und Addieren nie zu beobachten waren.

Umgang mit Restaufgaben
Die Strategie, die Einmaleinsreihen aufzusagen, hatte bei Aufgaben mit Rest Grenzen. Immer wieder war festzustellen, daß die Schüler stockten. Hier einige Beispiele:

> *Marina bearbeitete die Notizblöcke. Sie hatte festgestellt, daß jeweils 4 in einer Packung sind. Nun begann sie die Reihe aufzusagen:* „4, 8, 12, 16“ – *merkte, daß 18 in der Folge nicht auftritt und kommentierte:* „oh, schon zum 2. Mal.“

Auch.Max und Christina hatten damit ihre Probleme:

M.:	Jetzt, ähm,. Twix. ist da. 5 sind in so einem drin.
Chr.:	Das wären..2 sind 10, 3 sind 15.
M.:	Das sind 10, 15.. *(zur Versuchsleiterin)* Hier geht was nicht. Wie sollen wir das dann machen?
Vl.:	Eine Lösung überlegen.
M.:	Das sind 3, dann..
Chr.:	Das sind 2 zuviel.

Die Videos zeigten, daß die meisten Schüler zwar zunächst fragten, aber dann ohne Hilfe diese Barriere richtig überwinden konnten. So überlegte Marcel:

> „5 Stück sind da drin, mh? Davon kann sie nur 4 nehmen, nämlich man kann 5 nicht zerteilen. Dann braucht man 4!“

Im Reinterview äußerten mehrere Schüler zur Verwendung der übrigen Waren: „Was übrig bleibt, bekommt die Lehrerin."

6.3 Heuristische Kompetenz

Zerlegen in Teilaufgaben

Die Situation war so konzipiert, daß sie in gleichartige voneinander unabhängige Teilaufgaben zu zerlegen war. Es orientierten sich fast alle Kinder an der vorgegebenen Aufteilung laut Einkaufsliste und bearbeiteten jede Teilaufgabe in folgenden vier Schritten:

a) Ware im Regal (Poster) suchen
b) Anzahl je Packung ermitteln
c) Anzahl der Packungen ausrechnen
d) Einkaufsliste ausfüllen.

Eine einmal als erfolgreich erlebte Strategie wurde so lange angewendet, wie es ging. Dies führte bei einigen Kindern dazu, daß z. B. Aufgaben mit Rest zunächst nicht bearbeitet wurden, später aber dann mit einer neuen Strategie gelöst werden konnten. Auch im Reinterview waren die Kinder so lange auf ihren Lösungsweg fixiert, wie sich dieser anwenden ließ. Bei Lösungserfolg waren sie nur schwer zu bewegen, einen anderen Weg – z. B. eine Kombination unterschiedlicher Packungsgrößen bei Limo – zu suchen. So hatten Steffen und Hatchi im Reinterview mit Hilfe der Versuchsleiterin zum Kakao die Anzahl der benötigten Packungen richtig ermittelt, sahen aber trotzdem keinen Anlaß, ihre vorherige Bearbeitung neu zu überdenken oder gar zu korrigieren.

Zielbeachtung

Beim Bearbeiten der Sachsituation waren von uns gesetzte Bedingungen zu beachten:

- die Anzahl der Schüler, für die eingekauft werden sollte,
- die Waren, die laut Einkaufsliste eingekauft werden sollten,
- die Anzahl der Waren je Packung, die vom Poster entnommen werden mußte, und
- die Bedingung, daß jeder etwas von jeder Ware bekommen soll.

Wird nur eine dieser Vorgaben unbeachtet gelassen, kann die Aufgabe nicht mehr erfolgreich – d. h. im Sinne der Aufgabenstellung – bearbeitet werden. Wie bereits eingangs erwähnt, gelang mehr als 2/3 der Kinder die Beachtung aller Daten. Aber auch beim Vernachlässigen einzelner Bedingungen entstanden sinnvolle Bearbeitungen, auch wenn es nicht die von uns intendierten waren. Zwei Paare erfaßten, daß sie die Anzahl der Packungen ermitteln sollten. Sie interpretierten die Aufgabenstellung jedoch dahingehend, daß die Anzahl der *abgebildeten* Packungen und nicht der *für 18 Kinder notwendigen* Packungen festzustellen sei.

Es soll eine weitere dieser individuellen Interpretationen der Aufgabenstellung vorgestellt werden:

> *Auch Steffen und Hatchi begannen, die auf dem Poster abgebildeten Packungen zu zählen. Bei der Limo wechselten sie scheinbar ihre Strategie, denn sie zählten hier alle Einzelelemente aus und schrieben auf die Liste 20 Limo groß und 21 Limo klein. Auch beim Kakao (Trinkfit) gingen*

sie so vor und trugen 27 Packungen in die Liste ein. Es ist zu vermuten, daß gar kein Strategiewechsel erfolgte, sondern die Jungen lediglich eine andere Vorstellung von Packung zugrunde gelegt hatten. Für sie war die einzelne Limo bzw. ein „Trink fit" eine Packung. Nachdem die beiden Jungen alle Ergebnisse in die Einkaufsliste eingetragen hatten, begann Hatchi, alle Zahlen zu addieren. Als er als Summe 100 erhielt, war er fest überzeugt, die Aufgabe richtig gelöst zu haben.

Das hatte doch die Lehrerin gut eingefädelt, daß so ein schönes Ergebnis herauskommt. Warum die Zahlen überhaupt addiert wurden, war nicht festzustellen – wohl weil bisher noch nichts gerechnet worden war, auf dem Arbeitsblatt aber etwas vom Rechnen stand, der Versuchsleiter dieses also sicher erwartete.

6.4 Koordination der Gesamtbearbeitung

Die Sachsituationen wurden immer von zwei Kindern gemeinsam bearbeitet. Dabei gab es unterschiedliche Formen der Koordination zu beobachten. Recht häufig achteten die Kinder genau darauf, daß sie sich abwechselten. Dies zeigte sich besonders beim Aufschreiben der Ergebnisse. Ein Kind überzeugte seine Partnerin mit: „*Jeder muß einmal schreiben. Jetzt bist du dran.*" Interessant war, daß mit dem Stift auch die Mitverantwortung für das Ergebnis abgegeben wurde.

Als die Versuchsleiterin im Reinterview fragte:
„Wie habt ihr das bei den Schokoküssen gemacht?"
antwortete Waldemar: „Die.. Justine hat das gemacht."

Manchmal gab es auch eine feste Rollenverteilung. Dies war meist dann zu beobachten, wenn ein Schüler sehr dominant war und dem anderen eine Rolle zuwies, wie hier Marcel, der Anja überhaupt nicht zu Wort kommen ließ:

Vl.:	Komm, laß sie auch mal was erklären. Du kannst das doch auch. Das haben wir doch gesehen, daß du das kannst.... such dir irgendwas aus. Vielleicht Luftballons oder Limo oder Kakao.
M.:	Oder die Blöcke – komm, nimm doch die Luftballons. Ach, die kann die 6er-Reihe nicht so gut. Das ist es ja. Überleg, muß sie erst mal überlegen.
Vl.:	Ja, wir haben ja Zeit.
M.:	Aber die kann die 6er-Reihe nicht so gut, hat sie gesagt.
Vl.:	Das ist ja nicht schlimm.
M.:	Aber sonst.
Vl.:	[...]
M.:	Aber sonst kann sie alle Reihen gut.
Vl.:	Ja, dann nimmst du einfach was anderes.
A.:	Bis auf die 8er-Reihe.
Vl.:	Ja, die brauchen wir ja nicht.
M.:	Ich kann ja alle Reihen.

Bei einem anderen Paar stellten wir fest, daß ein langsam, aber richtig denkendes Mädchen sich mit ihrer Meinung *nicht* durchsetzte und so falsche Zahlen eingetragen wurden. Erst im Reinterview zeigte sich ihre Kompetenz.

Die Arbeitsorganisation erfolgte meist in Anlehnung an die Einkaufsliste. Diese Form war erfolgreich. Kinder, die sich an der Einkaufsliste orientierten, sortierten Mentos – eine Ware, die zwar auf dem Poster abgebildet war, aber nicht auf der Einkaufsliste stand – schnell aus, die weniger erfolgreichen Kinder gingen oft planlos vor oder orientierten sich am Poster.

Es ist auffällig, daß es im Gegensatz zu Festlegungen zur Arbeitsorganisation selten Absprachen hinsichtlich des mathematischen Vorgehens gab. Manche Paare verstanden sich ohne Worte und taten das gleiche, bei anderen dominierte der eine und der andere ordnete sich still, meist auch unkritisch unter.

7 Untersuchungsergebnisse zu den vergleichenden Fragestellungen

7.1 Situationsabhängigkeit

7.1.1 Phase des Verstehens und erste Lösungsideen

Vergleicht man die Videoaufzeichnungen der Instruktionsphasen aller drei Situationen, so zeigte sich am Vorlesen, an der Häufigkeit von Fragen sowie an den Längen der Gespräche eine unterschiedliche Vertrautheit mit den situativen Kontexten. Erwartungsgemäß traten die wenigsten Fragen in der Situation „Einkaufen für ein Klassenfest" auf. Es konnten auch keine Schwierigkeiten beim Lesen der einzelnen Waren festgestellt werden. Allerdings zeigte sich bei der Bearbeitung, daß insbesondere Kinder, die nicht so sicher in der deutschen Sprache waren, wie Hatchi oder Waldemar, die synonym verwendeten Wörter oft nicht als solche erkannten. So gab es Unsicherheit bei Schokoküssen, Dickmanns und Negerküssen oder bei Trink fit und Kakao.

Bei der Situation „Kinderbowle" bereitete vor allem das Wort „Bowle" Leseschwierigkeiten. Einige Kindern kannten jedoch auch den Begriff nicht, wenn er ihnen vorgelesen wurde. Nach einer kurzen Erläuterung durch die Versuchsleiterin war allen Kindern klar, was eine Bowle ist. Viele ließen darüber hinaus erkennen, daß sie sich auf die Situation einließen, wie hier Christian. Die Versuchsleiterin erklärte, was eine Bowle ist und schloß mit den Worten:

Vl.:	Wenn ihr euren Kindergeburtstag feiert, könnt ihr das machen.
L.:	Mmmm, lecker.
Chr.:	Dann muß ich aber das Blatt mitnehmen.
	(Er zeigt auf das Blatt, auf dem das Rezept steht.)

In der Situation „Puppenhaus" traten mehrere unbekannte Wörter auf: „Baumarkt", „Grundriß", teilweise auch „Fliesen". Eine Schülerin ersetzte das Wort Fliesen durch den ihr offensichtlich vertrauteren Ausdruck Kacheln und belegte damit, daß sie wußte, wovon die Situation handelte. Auch wenn die Begriffe leicht geklärt werden konnten, so hatten die Kinder in dieser Situation ein größeres Bedürfnis, Orientierungshilfen zu bekommen. Wir nehmen an, daß dies in der ungewohnten Darbietung sowie der Kombination geometrischer und arithmetischer Aspekte begründet liegt. Außerdem könnte die Komplexität der Arbeitsblätter sowie der Aufgabenstellung zu dieser größeren Unsicherheit geführt haben. Auch wenn die Bearbeitungen zeigen, daß die Kinder nicht alle in der Lage waren, die Zimmer zu „fliesen", so ließen sie dennoch keine Probleme beim Verständnis des situativen Kontextes erkennen.

Einschränkend zu unseren Ergebnissen muß festgehalten werden, daß man nur bei den fragenden Kindern Rückschlüsse auf das Verstehen ziehen und vor der weiteren Bearbeitung die Situation erklären konnte. Obwohl der Bekanntheitsgrad situationsabhängig war und variierte, ließen sich die Kinder auf jede der drei Situationen ein und waren bereit, diese zu bearbeiten.

7.1.2 Arithmetische Kompetenz

Unabhängig von der Situation zeigte sich, daß die Kinder am Ende der 2. Klasse über multiplikatives *Operationsverständnis* verfügten. Wie sie aber dann die erkannte Multiplikation lösten, war teilweise von der Situation abhängig.

Übersicht 5: Verwendete Lösungsstrategien zu allen Teilaufgaben der Situation „Flaschenanzahl für eine Kinderbowle bestimmen"

Strategie	Zählen	Einmaleinsreihe	Addition	Multiplikations- od. Divisionsgleichung	Mischstrategien	Strategie nicht erkennbar
Häufigkeit absolut	1	11	1	8	8	1
Häufigkeit relativ (in %)	3	36	3	27	27	3

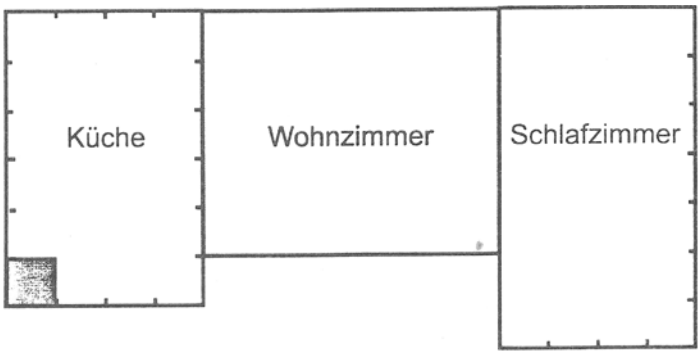
Übersicht 6: Verwendete Lösungsstrategien zu allen Teilaufgaben der Situation „Fliesenpäckchen für ein Puppenhaus ermiteln"

Strategie	Zählen	Einmaleinsreihe	Addition	Multiplikations- od. Divisionsgleichung	Mischstrategien	Strategie nicht erkennbar
Häufigkeit absolut	15	—	3	3	—	—
Häufigkeit relativ (in %)	71	—	14,5	14,5	—	—

EIN PUPPENHAUS WIRD GEFLIEST

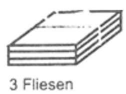
Für die Klasse 1a wurde ein Puppenhaus gebaut. Es müssen nur noch die Fliesen auf dem Boden ausgelegt werden.

Hier könnt Ihr den Grundriß der einzelnen Zimmer sehen:



Im Baumarkt hat die Lehrerin kleine Fliesen entdeckt. Jede Farbe gibt es in drei verschiedenen Packungsgrößen:

Packungen mit je drei Fliesen



Packungen mit je sechs Fliesen

Packungen mit je acht Fliesen

Abb. 3: Arbeitsblatt 1 zur Sachsituation „Puppenhaus“

Zum *Lösen der Aufgaben* sagten sie überwiegend Einmaleinsreihen auf oder zählten alle Einzelelemente aus. Die Entscheidung zwischen diesen beiden Strategien war von der Situation abhängig – am Arbeitsblatt zum Fliesen eines Puppenhauses (vgl. Abb. 3) wurde meist gezählt, die anderen Bilder regten dazu nur an, wenn die Objekte einzeln abzählbar waren, wie die Bleistifte bei der Situation „Klassenfest". Der Einsatz der anderen Strategien war dagegen situationsunabhängig. So nutzten die Kinder recht häufig auch Multiplikations- und beim Fliesen auch Divisionsgleichungen, die sie bereits eingeprägt hatten, zum Lösen. Nur sehr selten wurde hingegen in allen Situationen addiert. Dies ist eines der für uns auffallendsten und nicht erwarteten Ergebnisse (vgl. Abschnitt 9).

Beim Puppenhaus benutzten einige Kinder einen Finger, um die Fliesenbreite anzudeuten und auszuzählen, wie viele Fliesen in einer Reihe sind. Andere orientierten sich an den Randmarkierungen, manche zählten einfach die Striche und damit die Randfliesen, erkannten aber nicht, daß sie die inneren Fliesen nicht erfaßten. So erklärten Daniel und Christian im Reinterview:

Vl.:	Ja und wie habt ihr gesehen, wie viele Fliesen da hinkönnen?
D.:	Ei, wir haben diese Striche da mitgezählt *(zeigt auf den rechten Küchenrand)*, die hier drüben gemalt sind.
Chr.:	Und dann hier einfach so hin. *(Er fährt mit dem Zeigefinger quer über das Wohnzimmer)*

Andere Kinder zeichneten zwar Fliesen ein, aber jede einzeln und ohne Lineal wie z. B. Tim (vgl. Abb. 4).

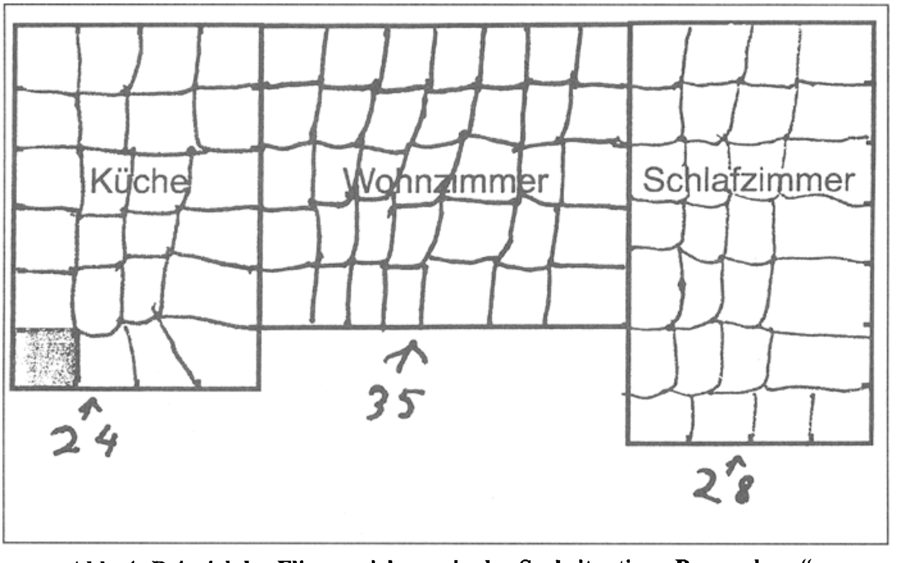


Abb. 4: Beispiel des Fliesenzeichnens in der Sachsituation „Puppenhaus"

Sie setzten damit die Aufgabenstellung treffend um, erfaßten aber nicht bereits vor dem Zeichnen das Fliesen als Multiplikationsmodell. Es ist möglich, daß in dieser Klasse das Rechteckmodell nicht zum Multiplikationsverständnis herangezogen worden war und die

Kinder deshalb damit nicht umgehen konnten. Aber es ist auch möglich, daß diese Handlungsebene für die Kinder gar keine Hilfe war und sie sich an den Handlungen orientierten, mit denen ein Handwerker ein Zimmer fliest.

Aufgaben mit Rest führten dazu, daß die Kinder unabhängig vom Situationskontext zunächst stutzten. Meist mußte die Strategie gewechselt bzw. angepaßt werden. Alle Kinder bemühten sich um eine mathematisch präzise – und das bedeutete oft „aufgehende" – Lösung. Teilweise wurde deshalb das eigene Zwischenergebnis abgeändert, bis es paßte. Wie bei Jan und Vesi wurde häufig zur Fliesenzahl einfach eine passende Aufgabe gesucht – eine Multiplikation oder eine Division – und dann erst geprüft, ob es Fliesen in dieser Packungsgröße gab:

Vl.:	Wieviel Päckchen muß ich für die Küche kaufen?
V.:	16
J.:	16. sind genau 8 ... 8 2er-Päckchen
V.:	Also: 16 Packungen mit je ...äh? *(lachen)*
J.:	8 *(Vesi schreibt „16" und „8" in die Einkaufsliste)*
V.:	Doch stimmt. 2 mal die 8.

Daniel und Christian hatten für die Zimmer 15, 21 und 23 Fliesen ermittelt. Zu 15 fanden sie schnell $3 \cdot 5$ und damit, daß man 5 Packungen brauchte. Nun wollten sie die 6er-Packungen für das nächste Zimmer nehmen.

Chr.:	21 durch 6, ...21 durch 6 geht ja gar nicht.
D.:	Was?
Chr.:	21 durch 6.
D.:	Hm, geht nicht. Irgendwas müssen wir falsch haben *(er zählt die Fliesen der Außenseiten des Wohnzimmers von links unten beginnend).* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. *(laut)* 5.
Chr.:	Bitte?
D.:	5 mal 5 sind 25.

Sie korrigierten ihre ermittelte Fliesenzahl so lange bis die Aufgabe aus ihrer Sicht zu den Packungen paßte. Auf diese Weise wurde keine erfolgreiche Bearbeitung durchgeführt.
Meist suchten die Kinder jedoch eine sachgemäße, auf Alltagserfahrung beruhende Interpretation des Restes:
- Es kann eine Fliese kaputt gehen.
- Lieber zu viel als zu wenig.
- Was übrig bleibt, bekommt die Lehrerin.

7.1.3 Heuristische Kompetenz

Bei allen drei Situationen erkannten die Kinder das *Zerlegen in Teilaufgaben* und Nacheinanderbearbeiten der Teile als hilfreiches Vorgehen. In der Situation „Kinderbowle" waren folgende Bedingungen zu beachten:

- die Anzahl der Gläser, die von jeder Saftart laut Rezept benötigt wurden, und
- die Flaschengröße, in der das jeweilige Getränk zum Kauf angeboten wurde.

Dementsprechend waren auch diese beiden Bedingungen deutlich in die Frage aufgenommen worden: „Wie viele *Flaschen* muß Martin *von jeder Sorte* kaufen?“ Die komplette Zielbeachtung und damit auch die richtige Fixierung der Lösung gelang nur 2 Paaren. 4 weitere Paare hatten die Aufgabe richtig gelöst, gaben aber auf der Einkaufsliste keine Flaschengröße an. So wurden zu zwei 5er-Flaschen und eine 2er-Flasche auf der Einkaufsliste einfach „3 Flaschen“ notiert. Auch die anderen 3 Paare hatten nicht ohne Beachtung der Bedingungen gearbeitet: Bei Stefanie und Inga und auch bei Erdal und Wladi stand die Anzahl der benötigten Gläser aus dem Rezept auf der Einkaufsliste. Wladi hatte zu jedem Getränk eine richtige Gleichung aufgeschrieben:

$$\boxed{\begin{array}{r} 3 \cdot 5 = 15 \\ 6 \cdot 2 = 12 \\ 4 \cdot 2 = \ \ 8 \\ 1 \cdot 5 = \ \ 5 \\ 10 \cdot 2 = 20 \end{array}}\,.$$

Dabei hatte er lediglich nicht beachtet, daß Bananensaft nicht in 5er-Flaschen gekauft werden konnte. Er schaute sich das nächste Blatt an und fragte, ob man da auch etwas hinschreiben müsse. Als er keine Antwort bekam, entschied er: „Die Ergebnisse,“ und begann, diese in die erste Zeile zu schreiben. Unter dem Ergebnis verstand er das Produkt seiner Multiplikationsaufgabe. Insofern lag lediglich eine teilweise Zielbeachtung vor. Auch Stefanie und Inga hatten die Angaben aus dem Rezept als Ergebnisse auf der Einkaufsliste stehen. Interessant ist bei beiden Paaren, daß sie als Ergebnis für die Einkaufsliste nur das Produkt akzeptierten und nicht den gesuchten Faktor. Sie stellten jedoch nicht fest, daß Rezept und Einkaufsliste dieselben Zahlen enthalten.

Bei der Situation zum „Fliesenpäckchen für ein Puppenhaus ermitteln“ gelang es nur 2 der 7 Paare die Bearbeitung selbständig, 2 weiteren erst nach Hinweis durch die Versuchsleiterin, die als Kamerafrau anwesend war, beide Bearbeitungsschritte durchzuführen. Während bei den anderen Situationen mehr als zwei Dritteln der Kinder die komplette *Zielbeachtung* gelang, war es bei dieser sehr komplexen Anforderung weniger als ein Drittel der Schülerinnen und Schüler. Hinsichtlich des *Einsatzes von Hilfsmitteln* muß zwischen den Situationen unterschieden werden. In der Situation „Puppenhaus“ diente das Poster mit der Abbildung des Puppenhauses lediglich zur Illustration. Dagegen enthielt es in den anderen beiden Situationen für eine erfolgreiche Bearbeitung notwendige Informationen. Beim „Einkaufen für ein Klassenfest“ war die Anzahl der Waren je Packung zu ermitteln. Diese konnte am Poster abgelesen oder abgezählt werden, manche Packungsgrößen kannten die Kinder auch aus dem Alltag – wer weiß nicht, daß in einer Packung „9“ Dickmanns sind. Die Kinder konnten mit dem Poster gut umgehen und benötigten keine zusätzlichen Hilfen. Nur ein Mädchen suchte auf der Packung nach einer aufgedruckten Angabe der Anzahl, dort wo diese nicht stand, nahm sie einfach den Preis zum Rechnen. Bei der „Kinderbowle“ konnten die Kinder ebensogut mit dem Poster umgehen. Schwierigkeiten zeigten sich bei einem Paar hinsichtlich der Anordnung der Säfte, die auf dem Poster anders war als in Rezept und Einkaufsliste. Andere Kinder suchten die Informationen des Posters umzudeuten, um ein Problem zu lösen. So meinten Carlos und Sebastian, daß hinter den 2er-Flaschen Bananensaft noch eine 1er-Flasche stände, so daß zwei 2er- und diese 1er-Flasche genau 5 Gläser ergäben.

Während in allen Situationen die Finger als Merkhilfen dienten, wurden erstaunlicherweise kaum weitere Hilfsmittel eingesetzt. Nun regen die Situationen „Klassenfest" und „Kinderbowle" nicht unbedingt zu Ikonisierungen an. Doch selbst beim Puppenhaus zeichneten nur 3 von 7 Paaren die Fliesen auf dem Arbeitsblatt ein, um zunächst die Anzahl pro Zimmer zu finden. Der bereitgestellte Platz auf den Arbeitsblättern wurde von den Kindern nicht als Möglichkeit angesehen, Skizzen zu erstellen oder Zwischenergebnisse von Rechnungen festzuhalten, sondern durchgängig als Aufforderung verstanden, dort „passende" Rechenaufgaben aufzuschreiben. „Passend" bedeutete für einige Kinder, zu ihren aufgesagten Einmaleinsreihen Multiplikationsgleichungen aufzuschreiben. Andere versuchten, unbedingt Multiplikationsaufgaben zu schreiben, selbst wenn sie – wie beim Pfirsichsaft – verschiedene Flaschengrößen addierend kombiniert hatten. Wieder andere Kinder hielten es für notwendig, aus den gegebenen Zahlen irgendeine korrekte Multiplikationsgleichung zu erstellen, unabhängig vom gegebenen Material und der Aufgabenstellung.

7.1.4 Koordination der Gesamtbearbeitung

Hinsichtlich der Koordination zwischen den Kindern konnten keine situativen Unterschiede festgestellt werden. In allen Situationen gab es gemeinsames wie arbeitsteiliges Vorgehen, dominante Kinder und sowohl systematische als auch unkoordinierte Vorgehensweisen. Dort, wo sich die Kinder bemühten, miteinander zu kommunizieren, waren die Absprachen oft organisatorisch. Sobald sich die Kinder über das inhaltliche Vorgehen austauschten, wurde deutlich, wie schwer das Eindenken in die Lösungsideen des Partners war. Oft gab ein Partner dabei auf und versuchte nicht mehr, seine Meinung durchzusetzen oder den Weg des anderen zu verstehen. Meist zog sich dieses Kind dann ganz zurück und überließ dem Partner die weitere Bearbeitung. Manche Paare arbeiteten völlig getrennt oder behinderten sich gegenseitig, wie Sarah und Sina in der Sachsituation „Puppenhaus":

Si.:	Du, wieviel brauchen wir denn Packungen, hups? *(zählt die Anzahl der senkrechten Fliesenreihen in der Küche)* Vier. *(schreibt die Zahl in die Einkaufsliste. Sarah will dabei zuschauen, Sina hält jedoch die Hand über das Blatt)* So, rote Fliesen. Darf ich jetzt rechnen mal .. – bei rote Fliesen, Sarah?
Sa.:	*(verneinend)* Hmhm *(zeichnet im Wohnzimmer).*
Si.:	Gut *(guckt Sarah über die Schulter)*
Sa.:	Mach.
Si.:	Du mußt genau. Nein Sarah, ich muß, ah ja, mach doch, ich kann doch nicht zählen, wenn du (.) Wieviel kommen denn in eine Reihe?
Sa.:	*(zuckt die Achseln, zeichnet weiter)*

Zum „Puppenhaus" ist zu darüber hinaus zu konstatieren, daß die Kombination aus zwei Arbeitsschritten und geometrischer Aufgabenstellung die Kinder durchgängig verunsicherte.

7.2 Präsentationsabhängigkeit

Da in diesem Beitrag vorwiegend Ergebnisse einer Repräsentationsform, der Bild-Text-Aufgaben, dargestellt wurden, sollen zum Vergleich der Bearbeitungen verschiedener Präsentationsformen einige Anmerkungen genügen.

7.2.1 Identifikation mit der Situation

Der auffälligste Unterschied zwischen den verschiedenen Präsentationsformen betrifft die Identifikation mit der Situation. Diese äußerte sich in der Situation „Einkaufen für ein Klassenfest" z. B.

- in Forderungen nach Einbeziehen von Preisen;
- in Gespräche über die Auswahl der Waren;
- in Meinungen zur benötigten Menge.

Obwohl wir bei der Pilotstudie zum Projekt „Faschingsfeier" als geheimnisvoller Spender auftraten, trafen die Kinder ihre Auswahl durchgängig unter Berücksichtigung der Preise. Die Notwendigkeit, den Preis zu berechnen oder zumindest zu überschlagen, begründete Benjamin:

> *„Stell dir vor, dann reicht das Geld nicht bei der Kasse, und dann?"*

Bei den Gesprächen über den Einkauf wurde deutlich, daß auch Alltagserfahrungen die Entscheidung beeinflussen: So wußten einige Kinder, daß die Getränke im „Real" besonders billig sind, zweifelten aber die Qualität dieser Waren an.

Die Preise waren auch für die Kinder im Rollenspiel nicht unwichtig. Einige berechneten den Gesamtpreis, obwohl sie dazu nicht aufgefordert worden waren. Andere fragen die Versuchsleiterin, wieviel Geld sie denn zur Verfügung hätten. Oder die Kinder verglichen die Preise der unterschiedlichen Limopackungen, bevor sie sich für eine Packungsgröße entschieden. Bei der Bild-Text-Aufgabe fragte nur ein Schüler nach dem Preis, obwohl auf den meisten Packungen stand, wie teuer sie sind. Bei den Textaufgaben spielte der Preis überhaupt keine Rolle. Alles, was zu tun war, gab der Text vor – über die Sache dachten die Kinder nicht weiter nach.

7.2.2 Arithmetische Kompetenz

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß das Projekt „Fasching" bisher nur als Pilotstudie mit einer Klasse durchgeführt wurde. Deshalb sind die Phänomene sehr zurückhaltend zu interpretieren. Die vier Kinder, die bei diesem Projekt für das Einkaufen verantwortlich waren, haben mathematische Kompetenzen gezeigt. So hat ein Schüler festgestellt, daß in einer Tüte 100 g sind und überschlagen, daß es 20 Lutscher sein könnten. Im Unterschied zu allen anderen Präsentationsformen haben diese vier Kinder im Geschäft nicht multipliziert oder Einmaleinsreihen aufgesagt, sondern verdoppelt und auch addiert. Erst eine vertiefende Untersuchung kann zeigen, ob der Wechsel der arithmetischen Strategien beim Durchführen eines Projektes präsentationsabhängig ist.

Bei allen anderen Präsentationsformen überwog das Aufsagen der Einmaleinsreihen. Unterschiede gab es bei den damit verbundenen zusätzlichen Handlungen. Während bei den Bild-Text-Aufgaben die Finger zur Unterstützung beim „doppelten Zählen“ herangezogen wurden, waren im Rollenspiel Handlungen wie Antippen oder Zur-Seite-Stellen der Packungen zu beobachten.

7.2.3 Schriftliche Fixierung der Ergebnisse

Betrachtet man die Fixierung auf den Arbeitsblättern bzw. Einkaufslisten, so stellt man fest, daß bei Bild-Text-Aufgaben und beim Rollenspiel keine Rechenwege aufgeschrieben wurden. Bei Textaufgaben, bei denen viele Kinder sich an Aufgaben aus dem Mathematikunterricht erinnerten und zu deren Bearbeitung sie durch das Frage-Rechnung-Antwort-Schema an das Suchen nach einer Rechenaufgabe gewöhnt sind, schrieb mehr als die Hälfte der Kinder eine Gleichung auf, meist die entsprechende Multiplikationsgleichung, einige auch eine Divisionsgleichung oder eine Mischform. Je mehr die Aufgabenstellung der Alltagssituation glich, desto weniger arbeiteten die Kinder mit mathematischen Symbolen. Dies war zum Bewältigen der Situation auch nicht nötig und stellte so für viele von ihnen neue, höhere Anforderungen als das Beantworten der Frage dar. Einige erfanden eigene, für sie effektive Vorgehensweisen. Bei der Bild-Text-Aufgabe zur „Bowle“ fragten 3 Paare, ob sie ankreuzen sollten, welche Flaschen gebraucht werden. Andere unterstrichen die Flaschen der Größe, die sie verwenden wollten, im Text. Wenn überhaupt, benutzten die Kinder eigene Fixierungen, die ohne Einblicke in die Videoaufzeichnungen und Rückfragen oft nicht verständlich gewesen wären.

7.3 Anwenden von Handlungsschemata

Immer wieder stellten wir fest, daß Kinder ein festes Handlungsschema haben, das sie bei jeder Aufgabe abarbeiten. Ein solches Schema kann das beim Sachrechnen im Unterricht gelehrte „Frage-Rechnung-Antwort-Schema“ sein. Dieses Schema versuchten sie auch dann anzuwenden, wenn die Aufgabe zwar an das Sachrechnen erinnerte, aber nicht ins Schema paßte. Einige Kinder schrieben die Stichworte: „Frage“, „Rechnung“, „Antwort“ auf das Arbeitsblatt, weil sie es so gelernt hatten. Wir beobachteten, daß Kinder, die nach diesem Schema arbeiteten, dann nach Rechenaufgaben zum Aufschreiben suchten, als die Aufgaben eigentlich schon gelöst waren. Andere bemühten sich um die Formulierung eines ordentlichen Antwortsatzes. Typisch für das Anwenden dieses Schemas ist dabei die Art, den Antwortsatz zu bilden, in dem die errechnete Zahl in die Frage eingesetzt wird. Auf dem ausgefüllten Arbeitsblatt von Katja und Lisa (vgl. Abb. 5) sieht man, daß dabei Formulierungen entstehen, die nicht typisch für Zweitkläßler sind, aber genau den Wortlaut der Frage wiedergeben.

Julia möchte den Orangensaft mitbringen, den gibt es in Flaschen mit 2 Gläsern, 5 Gläsern und 7 Gläsern Inhalt.

3 Flaschen mit 5 Gläsern Inhalt.

Steffen entschließt sich den Ananassaft mitzubringen, den gibt es in Flaschen mit 2 Gläsern und 5 Gläsern Inhalt.

2 Flaschen mit 2 Gläsern Inhalt 1 Flasche mit 5 Gläsern Inhalt

Abb. 5: Arbeitsblatt von Katja und Lisa zur Sachsituation „Kinderbowle"

Ebenso zeigte sich bei einem Schüler, daß die Kontrolle zu seinem Schema gehörte. Nach dem Bearbeiten der Bild-Text-Aufgabe zum Einkaufen für ein Klassenfest begann Max zu kontrollieren. Auch nach der Bearbeitung der Bowlesituation rechnete er alle Aufgaben zweimal nach, obwohl Christina ihn wiederholt aufforderte abzubrechen.

Bei allen Kindern, die in unserer Untersuchung zwei Situationen in zwei Präsentationsformen bearbeiteten, war die Verwendung stabiler Schemata erkennbar. Beim Vergleich zwischen Bild-Text-Aufgaben und Textaufgaben wurde bei beiden Aufgaben das gleiche Vorgehen deutlich. Die Herangehensweise war konstant. So begann Justine in beiden Situationen ganz schnell, irgend eine Zahl als Lösung hinzuschreiben, Steffen und Hatchi – die Jungen, die alle Packungen addierten und 100 erhielten – haben auch bei dem Arbeitsblatt zur Bowle zunächst alle Gläserzahlen je Saftart ermittelt und dann addiert, um die Gesamtsumme zu berechnen. Sarah addierte zwei beliebige Zahlen aus den Aufgaben ohne Beachtung des Rezeptes – sie hatte auch die Einkaufsliste nicht beachtet, und Marcel bildete als einziger bei beiden Aufgaben Divisionsgleichungen. Auch bei anderen Kindern war die arithmetische Strategie bei beiden Aufgaben die gleiche.

Es verwundert nicht, daß ebenfalls das Verhalten der Kinder zueinander gleiche Merkmale aufwies: Marcel belehrte Anja auch bei der Situation „Bowle", und sie brauchte nichts zu sagen. Sarah setzte sich mit einer nicht erfolgreichen Strategie durch, obwohl Franziska in beiden Situationen eine richtige Idee hatte und Hatchi arbeitete allein, ohne sich mit Steffen abzusprechen, und Steffen übernahm irgendwann Hatchis Strategie.

Oft helfen Handlungsschemata den Kindern, planvoll zur Lösung zu gelangen. Manchmal setzten die Kinder aber auch Schemata mit unzureichenden individuellen Generalisierungen ein. So beschrieb beispielsweise Christiane ihr Vorgehen beim Lösen von Textaufgaben:

Chr.:	Wir haben das halt immer so gemacht (*sie zeigt auf das Arbeitsblatt*)... Dann haben wir immer so gesagt, das und das, wenn da so Zahlen drin stehn, sollen wir das so rechnen. Also wenn ..... da die größere Zahl soll immer nach vorne.
Vl.:	Hm hm. Und was hast du da gemacht, mit der drei und mit der achtzehn?
Chr.:	Da hab' ich hier unten bei der Rechnung hab' ich achtzehn plus drei ist einundzwanzig.
Vl.:	Hm, du hast jetzt die Kinder mit der Klasse addiert.
Chr.:	Ja. *(Christiane nickt)*
Vl.:	Geht das?
Chr.:	Ja.
Vl.:	Kannst du 18 Kinder plus die Klasse 3a rechnen?
Chr.:	Ich hab das a einfach weggenommen und dann hab ich die achtzehn und die drei...

8 Kritische Bemerkungen zum Versuchsdesign

Bei der Auswertung der Untersuchung zeigte sich, daß einige Erscheinungen auf das Versuchsdesign zurückzuführen sind.

- Aufgrund der vorgegebenen Waren war keine echte Auswahl, die der realen Situation beim Einkaufen entspricht, gegeben. Beim Klassenfest traten lediglich Mentos als Diskriminationsware auf. Bei der Bowle wurde zwar beim Rollenspiel noch zusätzlich Multivitaminsaft angeboten, doch bei der Bild-Text-Aufgabe und bei der Textaufgabe waren keine Saftarten gegeben, die nicht auf dem Rezept standen. In jedem Geschäft gibt es jedoch auch Multivitaminsäfte, Träubensäfte, Apfelsäfte u.v.a. Auch im Puppenhaus gab es kein Zimmer, das nicht gefliest werden sollte.

- Die Bezeichungen für die Waren entsprachen nicht immer denen, die die Kinder aus dem Alltag kennen. Allerdings war dieses Problem bereits vor der Untersuchung bekannt, konnte aber aufgrund von Markenbezeichnungen (Dickmanns für Schokoküsse) und unterschiedlichen Alltagserfahrungen der Kinder nicht umgangen werden. Auch mit doppelter Belegung einer Ware hätte man Mißverständnisse nicht vermeiden können. So werden für Mineralwasser neben Sprudelwasser Markennamen wie Selters oder Bon Aqua verwendet.

- Die Variation der Packungsgröße war unzureichend und/oder entsprach nicht immer der Alltagserfahrung der Kinder. Bei Süßigkeiten gibt es verschiedene Packungsgrößen, so werden Schokoküsse von unterschiedlichen Herstellern in verschiedenen Abpackungen und auch in verschiedenen Größen angeboten. Die Flaschengrößen bei den Saftarten entsprachen zwar dem Angebot, aber Dosen und Tetrapack wurden völlig vernachlässigt. Auch die Packungsgrößen der Fliesen waren nicht sehr realistisch, es wird sie kaum in solch kleinen Einheiten wie bei der betreffenden Aufgabe geben.

- Trotz des Bemühens, dem Alltag durch unterschiedliche Präsentationen jeder Situation möglichst nahe zu kommen, wußten die Kinder, daß die Forderungen etwas mit Schule zu tun haben. Damit ist jeder Lösungsversuch durch den Kontext „Unterricht“

und teilweise sogar durch „Mathematikunterricht“ geprägt und somit intendierte das Lösen auf Rechnen, Rechenoperationen und aktualisiert mathematisches Wissen. Vorstellungsbilder zur Sache und Alltagswissen wurden dabei vielleicht verdrängt.

- Die Situation „Puppenhaus“ enthielt zusätzliche Schwierigkeiten und ist damit nur bedingt mit den anderen beiden Situationen vergleichbar:
  - die Anzahl der Fliesen für jedes Zimmer war nicht angegeben (bei der „Kinderbowle“ stand die Anzahl der Gläser im Rezept, beim „Einkaufen für ein Klassenfest“ war die Anzahl der Kinder der Klasse als Konstante gegeben);
  - die abgebildeten Fliesen dienten nur als Muster, sie reichten nicht zum (gedanklichen) Auslegen der Zimmer;
  - die Anzahl der Fliesenpackungen war zufällig mit der Anzahl der Zimmer identisch. Dies suggerierte eine Packungsgröße für ein Zimmer, für das nächste Zimmer die andere;
  - die Kinder erhielten zwei Arbeitsblätter. Die Frage stand erst auf dem zweiten Blatt und wurde von einigen Kindern aufgrund der langen Instruktionsphase nicht oder nicht vollständig erfaßt. (Auch bei der „Kinderbowle“ wurde das 2. Arbeitsblatt von den Kindern weniger beachtet. Allerdings konnten sie auch aufgrund der Informationen aus dem ersten Blatt zielgerichtet arbeiten.)

9 Schlußbetrachtungen

Mit den Schlußbetrachtungen sollen Antworten auf die eingangs gestellten Fragen gegeben werden.

1. Als arithmetische Strategie dominierte in unseren Untersuchungen das Aufsagen von Einmaleinsreihen. Diese wird teilweise verbunden mit einem „doppelten Zählen“ an den Fingern, selten auch an der Abbildung des Materials. Diese Feststellung ist nicht mit anderen Untersuchungen identisch: Im deutschsprachigen Raum liegen Untersuchungen von Bönig (1995) vor, bei denen das Addieren als dominierende Strategie auftritt. Andere Veröffentlichungen, beispielsweise aus dem Angloamerikanischen von Anghileri (1989) und von Kouba (1989) weisen das Zählen als häufigste Strategie aus. Jedoch vermutet Anghileri bei den Ergebnissen zum Zählen, daß dieses eine Vorstufe zum Aufsagen der Einmaleinsreihen ist: Beim mehrfachen Durchführen desselben Zählprozesses werden die Zwischenzahlen nur leise gesprochen, bis schließlich ganz darauf verzichtet werden kann. Vermutlich ist das Vorgehen der Kinder von der unterrichtlichen Behandlung abhängig. Dort wird relativ schnell zum Aufsagen und Auswendiglernen der Einmaleinsreihen übergegangen. Bemerkenswert erscheint, daß die Kinder zur Ergebnisermittlung nie addierten: Entweder sie kannten die Reihen auswendig oder sie zählten bei Bild-Text-Aufgaben an den Fingern, beim Rollenspiel am Material aus. Nun gehört doch aber gerade das Addieren zu einer Lösungsstrategie, die im Unterricht zur Ergebnisfindung thematisiert wird – oder vielleicht nur werden sollte? Mit Nachbaraufgaben und hilfreichen distributiven Zerlegungen wurde in den von uns beobachteten Fällen jedenfalls nicht gerechnet. Offen bleiben Fragen wie: Sind diese Strategien nicht so hilfreich wie wir als Didaktiker meinen, oder werden sie nur in den von uns einbezogenen Klassen wenig thematisiert? Dominiert immer noch das Auswendiglernen der Reihen ohne Verständnis für Rechenstrategien? Vielleicht beherrschen die Schüler das Addieren auch noch nicht ausreichend, um es hier als Re-

chenstrategie zu nutzen. Belege dafür, daß die eingesetzte arithmetische Strategie von einer konkreten Sachsituation abhängig ist oder von der Arbeit mit Sachsituationen überhaupt, konnten wir nicht finden. Hatten die Kinder einmal erkannt, daß es sich um eine multiplikative Verknüpfung handelte, gab es keine feststellbaren Unterschiede mehr. Bemerkenswert war auch, daß das Operationsverständnis relativ gut ausgeprägt war. Die Kinder erkannten unabhängig von der Situation die Rechenoperation. Allerdings muß einschränkend erwähnt werden, daß dies auch durch den Zeitpunkt der Untersuchung beeinflußt worden sein kann, denn in der Regel wird die Multiplikation im 2. Halbjahr des 2. Schuljahres behandelt und unsere Untersuchung wurde im Juni durchgeführt.

2. Betrachtet man das Vorgehen der Kinder beim Bearbeiten der Bild-Text-Aufgaben, so kann man bei den meisten von strategiegeleitetem Vorgehen sprechen. Die Kinder versuchten, sich in die Situation einzudenken und planvoll zu arbeiten. Hatten sie alle Bedingungen richtig erfaßt, orientierten sie sich zur Strukturierung meist an der Einkaufsliste. Orientierungen am Poster waren meist weniger erfolgreich und führten oft zu einer Umorientierung oder gar zum Neuanfang. Auch die Kinder, die nicht alle Bedingungen erfaßt hatten oder nicht alle beachteten, gingen planvoll vor. Allerdings wurde deutlich, daß sie weniger über die Sache nachdachten. Es wurde immer versucht, jede Teilaufgabe analog zur vorhergehenden zu bearbeiten. Erst wenn dies aufgrund der Daten nicht mehr möglich war, wurde eine andere Vorgehensweise angewendet. Die meisten Kinder gingen aber dann bei der nächsten Teilbearbeitung wieder auf die erste, bereits mehrfach erfolgreich angewandte Strategie zurück. Ähnliche Feststellungen hat Siegler in seinen Untersuchungen zur Multiplikation (Siegler 1988, 1989) gemacht. Damit wird auch verständlich, wieso die Kinder nicht auf die Idee kamen, zu einer als erfolgreich durchgeführten Teilbearbeitung noch andere Wege oder andere Lösungen zu suchen. Die Vorteile anderer Wege können den Kindern erst nach vielfältigem Gebrauch bewußt werden. Wie auch Stern (1992) in ihren Untersuchungen feststellte, erschwert dies das Vermitteln von Strategien. Man könnte vermuten, daß es sie doch gibt, die erfolgreichen und weniger erfolgreichen Vorgehensweisen, aber da diese bei jeder Aufgabe und jeder Situation und vor dem Hintergrund individueller Erfahrungen anders sind, müssen die Kinder ihre eigenen Erfahrungen machen, was erfolgreich ist. Als ein Baustein für den Unterricht zum Sachrechnen kann das anschließende Gespräch gesehen werden. Im Reinterview zeigte sich, daß es für die Kinder ungewohnt war und sie erst lernen müssen, über ihr Vorgehen nachzudenken und sich auf operative Veränderungen und auf die Variation von Bedingungen einzulassen. Jede Schülerlösung bietet Ansätze zum Lernen. Teilweise überdenken die Kinder bereits beim Erklären ihr Vorgehen und bringen neue hilfreiche Gedanken ein. Dabei sollte sowohl die Sachsituation als auch deren arithmetische Interpretation zum Inhalt von Gesprächen werden.

3. Es hat sich gezeigt, daß die Kinder in der Lage sind, miteinander zu kooperieren und ihre Bearbeitung so zu koordinieren. Bestimmte Formen der Arbeitsorganisation sind gut entwickelt, wie arbeitsteiliges Vorgehen, Akzeptanz des anderen. Die gemeinsame Teilnahme am gleichen Unterricht, in dem bestimmte Routinen, Konventionen und Interaktionsmuster bestehen – wie von Bauersfeld, Bussmann, Krummheuer, Lorenz und Voigt (1983) anhand von Mikroanalysen nachgewiesen –, erlaubt den Kindern das gemeinsame Bearbeiten einer Situation ohne weitere Absprachen. Da es sich aber um relativ neuartige Aufgabenstellungen handelte, bestand die Notwendigkeit inhaltlicher Absprachen. Dies war jedoch kaum zu beobachten. Die Kinder müssen vermutlich erst

lernen, ihre Überlegungen den anderen mitzuteilen, diese zu begründen und zu verteidigen. Ebenso muß aber auch das Zuhören, sich auf die Meinung des anderen Einlassen und die Mitverantwortung für das als gemeinsames Ergebnis vorgestellte Resultat gelernt werden.

4. Aus dem Vergleich der Bearbeitung der drei Situationen als Bild-Text-Aufgabe kann der Schluß gezogen werden, daß sowohl die Vertrautheit mit der Situation, aber noch mehr die Bereitschaft der Schüler, sich mit der Situation zu identifizieren, Einfluß auf erfolgreiches Bearbeiten einer Sachsituation haben. Es wäre unrealistisch anzunehmen, daß allen Kindern die Situationen gleich vertraut sein müssen. Die subjektiven Erfahrungen der Kinder sind sehr unterschiedlich, und erst in einem Gespräch mit den Kindern wird deutlich, inwieweit sie die Problemstellung verstehen. Insbesondere in der Grundschule, in der nicht alle Kinder gleich gut die deutsche Sprache beherrschen und Erfahrungen aus unterschiedlichen Kulturkreisen mitbringen, erscheint es erforderlich, sich auf unterschiedliche, auch weniger vertraute Situationen einzulassen. In unserer Untersuchung wurde deutlich, daß die Vertrautheit mit der Situation „Einkaufen für ein Klassenfest" höher ist als mit den anderen Situationen. Durch Gespräche zum Sachverhalt konnten diese Unterschiede angeglichen werden, so daß sich letztendlich keine Unterschiede beim Lösungserfolg nachweisen ließen. Sachsituationen bieten die Chance, mit den Kindern auf Eroberungsreise zu gehen und gemeinsam neue Reiche zu erschließen (Schütte 1994 a, b).

5. Bei den vergleichenden Untersuchungen zu Präsentationsformen wurde deutlich, daß sich die Kinder mit der Situation in Abhängigkeit von der Präsentation unterschiedlich identifizieren: Eine Textaufgabe im traditionellen Sinne hatte für die bereits unterrichtserfahrenen Kinder keinen echten Alltagsbezug, obwohl die gleiche Sache beschrieben war, die gleichen realen Zahlen verwendet wurden und auch die individuellen Erfahrungen der Kinder dazu vorlagen. Die Kinder konzentrierten sich auf die rechnerische Bewältigung. Auftretende Konflikte resultierten lediglich aus der arithmetischen Bewältigung der Aufgaben mit Rest. Die Priorität der Sache veränderte sich mit der Präsentationsform, die rechnerischen Probleme traten immer mehr in den Hintergrund. Alltagserfahrungen, wie die Fragen nach Preisen oder das reichliche Kalkulieren („besser etwas mehr"), treten nur im Projekt und beim Rollenspiel auf. Wie die Brasilianer (Carraher u. a. 1985) am Beispiel von Straßenkindern beschrieben haben, zeigte sich auch beim Projekt „Fasching" und zum Teil beim Rollenspiel, daß Kinder anders an eine Situation herangehen, wenn diese außerhalb des Mathematikunterrichts gestellt wird. Aber im Unterschied zu den Brasilianern konnten wir keine grundsätzliche Veränderung beim Einsatz arithmetischer Strategien nachweisen, lediglich bei den damit verbundenen Handlungen. Es scheint so, als ob die zusätzlich einbezogenen Handlungen aus einem Sicherheitsbedürfnis der Kinder heraus genutzt werden. Die Kinder setzten ihre im Unterricht erworbene mathematische Kompetenz ein, egal ob sie wirklich einkaufen waren oder die Situation als Textaufgabe bearbeiteten.

6. Die Handlungen der Kinder unterlagen oft dem Handlungsschema, das traditionell zum Sachrechnen im Unterricht gelehrt wird. Dieses kann bereits bei Zweitkläßlern relativ stabil sein. Nun ist es seit langem eine Streitfrage in der Didaktik, ob ein derartiges Schema für das Bearbeiten von Sachaufgaben hilfreich sei.

Zum einen weiß man, welche Fehlvorstellungen und unzureichenden Verallgemeinerungen die Kinder teilweise in das Schema einbringen, ich möchte nur an Christiane erinnern, die mit der Bezeichnung „Klasse 3a“ gerechnet hat. Schemata schränken zum Teil ein und erlauben nicht immer im erforderlichen Maße, Alltagserfahrungen und mathematische Kompetenz miteinander zu verbinden. Bauersfeld (1993) spricht in diesem Zusammenhang davon, daß

> „alles Gelernte ... in subjektiven Erfahrungsbereichen gespeichert (wird), die prinzipiell nebeneinander ... um die Aktivierung konkurrieren. Das Gedächtnis erscheint ... als Ansammlung vieler mehr oder weniger gleichgeordneter *subjektiver Erfahrunsgbereiche.*“ (S. 245, Hervorhebung im Original).

Andererseits wissen wir, daß das Arbeitsgedächtnis bei Grundschulkindern noch keine sehr hohe Kapazität hat und die Kinder teilweise die zum Bearbeiten einer Sachsituation erforderlichen Daten nicht im Arbeitsgedächtnis behalten können. Dies war typisch für manche Kinder, die die Anzahl der Schüler, für die einzukaufen war, nicht mehr beachteten. Für diese Kinder wäre vielleicht ein allgemeines Schema hilfreich gewesen, um die Reproduktion von Ereignissen aus dem Umfeld der Situation und aus dem Mathematikunterricht zu unterstützen. Es gibt eine Reihe von Arbeiten, die sich mit heuristischen Strategien beim Problemlösen auch durch Grundschulkinder beschäftigen (z. B. Kintsch/Greeno 1985). Dabei wird das analoge Problemlösen besonders herausgestellt, d. h. die Kinder verfügen über ein Handlungsschema, sie prüfen, ob dieses Schema für das vorliegende Problem anzuwenden ist und lösen dann alle Beispiele analog. Daß dieses Vorgehen auch von unseren Kindern angewendet wurde, haben wir bereits ausgeführt. Im Unterricht sollte die Lehrerin die Schemata, nach denen die Kinder vorgehen, kennen, um so unzureichenden Einengungen und Verallgemeinerungen entgegenzuwirken.

Die Untersuchung hat gezeigt, daß eine enge Verzahnung zwischen Alltagserfahrungen und im Unterricht erworbener Sachrechenkompetenz in die Bearbeitung der Situationen eingebracht wurden.

Auch wenn nicht Ziel der Untersuchung war, eine didaktische Konzeption für das Sachrechnen vorzulegen, ist deutlich geworden, daß sowohl arithmetische Kompetenz als auch Sachrechenkompetenz wesentliche Voraussetzung für erfolgreiches Bearbeiten von Sachsituationen sind. Damit erscheint es sinnvoll, neben bewährten Mathematiklehrgängen (nicht kleinschrittiger Unterricht) auch einen Sachrechenlehrgang zu konzipieren, in dem allgemeine Lösungsstrategien erworben werden, um Kinder auf das Bearbeiten komplexer Sachsituationen vorzubereiten.

Literatur

Anderson, J. R.: Kognitive Psychologie. Heidelberg: Spectrum, 1988.

Anghileri, J.: An Investigation of Young Children's Understanding of Multiplication. In: Educational Studies in Mathematics, 20, 4, 1989, S. 367-385.

Baroody, A. J.: Children's Mathematical Thinking. A Developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers. New York u. a.: Teachers College, 1987.

Bauersfeld, H.: Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: ders. u. a.: Lernen und Lehren von Mathematik. Köln: Aulis, 1983, S. 1-56.

Bauersfeld, H. / Bussmann, H. / Krummheuer, G. / Lorenz, J.H. / Voigt, J.: Lernen und Lehren von Mathematik. Köln: Aulis, 1983.

Bauersfeld, H.: Mathematische Lehr-Lern-Prozesse bei Hochbegabten – Bemerkungen zu Theorie, Erfahrungen und möglicher Förderung. In: JMD 14, 3/4, 1993, S. 243-267.

Beck, Chr. / Mayer, H.: Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In: Maier, H. / Voigt, J. (Hrsg.): Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung. Köln: Aulis, 1994, S. 43-76.

Bender, P.: Analyse der Ergebnisse eines Sachrechentests. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 8, 1980, Teil 1: 4, S. 105-155, Teil 2: 5, S. 191-198, Teil 3: 6, S. 226-233.

Bender, P.: Eine neue Untersuchung zur sachmathematischen Kompetenz von Viert- und Fünftkläßlern. In: ders. (Hrsg.): Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter. Berlin: Cornelsen, 1988, S. 15-28.

Bobrowski, S.: Mathematik in der Grundschule. Lernen in sinnvollen Zusammenhängen. In: Grundschulunterricht, 40, 10, 1993, S. 2-4.

Bönig, D.: Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschülern. Dissertation. Osnabrück 1993. Münster u. a.: Waxmann, 1995.

Bremer, U. / Dahlke, E.: Schwierigkeiten im Prozeß des Lösens von Sachaufgaben. In: Vollrath, H. J. (Hrsg.): Sachrechnen. Stuttgart: Klett, 1980, S. 7-21.

Bromme, R. / Hömberg, E.: Psychologie und Heuristik. Probleme der systematischen Effektivierung von Erkenntnisprozessen. Darmstadt: Steinkopff, 1977.

Bruner, J. S. / Olver, R. R. / Greenfield, P. M.: Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart: Klett, 1971.

Burmester, K. / Bönig, D.: Sachaufgaben. „Damit wir über die Wirklichkeit Bescheid wissen?“ In: Grundschulunterricht, 40, 10, 1993, S. 13-14.

Burton, G. M.: Young Children's Choices of Manipulatives and Strategies for Solving Whole Number Dvision Problems. In: Focus on Learning Problems in Mathematics, 14, 2, 1992, S. 2-17.

Carraher, T. N. / Carraher, D. W. / Schliemann, A. D.: Mathematics in Streets and School. In: British Journal of Development Psychology, 3, 1985, S. 21-29.

Cobb, P.: Information-Processing Psychology and Mathematics Education. A Constructivist Perspective. In: Journal of Mathematical Behavior, 6, 1, 1987, S. 3-40.

Dröge, R.: Schülerorientiertes Sachrechnen im Dienste der Umwelterschließung. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 19, 9, 1991, S. 269-275.

Dröge, R.: Kann es Sachaufgaben geben, bei denen sich sogar das Rechnen lohnt? In: Praxis Grundschule, 2, 1994, S. 20-21.

Dröge, R.: Zehn Gebote für einen schülerorientierten Sachrechenunterricht. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 23, 9, 1995, S. 413-423.

Duncker, K.: Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin u. a.: Springer, 1966.

Erichson, Chr.: Lesestoff zum Sachrechnen. Ein fächerübergreifender Ansatz zur Erschließung der verschrifteten Welt. In: Grundschulunterricht, 40, 4, 1993, S. 17-19.

Franke, M.: Anwenden heuristischer Arbeitsweisen beim Aufgabenlösen im Mathematikunterricht der Klasse 3. Dissertation. Erfurt/Mühlhausen 1980 (unveröffentlicht).

Franke, M.: Zum Arbeiten mit arithmetischen Schüleraufgaben im Mathematikunterricht der Unterstufe. Dissertation B. Erfurt 1986 (unveröffentlicht).

Franke, M.: Auch das ist Mathe! Vorschläge für projektorientiertes Unterrichten. Köln: Aulis, Bd. 1 1995, Bd. 2 1996.

Fricke, A.: Sachrechnen. Das Lösen angewandter Aufgaben. Stuttgart: Klett, 1987.

Friedrich, H. F. / Mandl, H.: Zur Einführung. In: Mandl, H. / Friedrich, H.F. (Hrsg.): Lern- und Denkstrategien. Analyse und Intervention. Göttingen u. a.: Hogrefe, 1992, S. 1-54.

Geißler, E.: Sachaufgaben in den unteren Klassen. Berlin: Volk und Wissen, 1977.

Kintsch, W. / Greeno, J. G.: Understanding and Solving Word Arithmetic Problems. In: Psychological Review, 92, 1, 1985, S. 109-129.

Kouba, V.: Children's Solution Strategies for Equivalent Set Multiplication and Division Problems. In: Journal for Research in Mathematics Education, 20, 2, 1989, S. 147-158.

Lamnek, S.: Qualitative Sozialforschung. Bd. 1: Methodologie. Bd. 2: Methoden und Techniken. 2., überarbeitete Aufl. Weinheim: Beltz; Psychologie Verlags Union, 1993.

Lave, J.: Cognition in Practice. Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life. Cambridge u. a.: UP, 1988.

Lave, J. / Smith, S. / Butler, M.: Problem Solving As an Everyday Practice. In: Charles, R. J. / Silver, E. A. (Hrsg.): The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Reston: NCTM, 1989, S. 61-81.

Lorenz, J. H.: Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. Göttingen u. a.: Hogrefe, 1992.

Luke, C.: The Repeated Additional Model of Multiplication and Children's Performance on Mathematical Word Problems. In: Journal of Mathematical Behavior, 7, 3, 1988, S. 217-226.

Maier, H.: Analyse von Schülerverstehen im Unterrichtsgeschehen. In: Maier, H. / Voigt, J. (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung. Köln: Aulis, 1991, S. 117-151.

Maier, H. / Schubert, A.: Sachrechnen. Empirische Befunde, didaktische Analysen, methodische Anregungen. München: Ehrenwirth, 1978.

Maier, H. / Voigt, J. (Hrsg.): Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung. Köln: Aulis, 1994.

Mayring, P.: Einführung in die qualitative Sozialforschung. München: Psychologie Verlags Union, 1990.

Nesher, P.: Multiplicative School Word Problems: Theoretical Approaches and Empirical Findings. In: Hiebert, J. / Behr, M. (Hrsg.): Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale: Erlbaum; Reston: NCTM, 1988, S. 19-40.

Pólya, G.: Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme. Berlin: Francke, 1949.

Rasch, C.: Möglichkeiten zum Mathematisieren von Sachsituationen zum Umgang mit Flüssigkeiten. Wissenschaftliche Hausarbeit. Gießen 1994 (unveröffentlicht).

Rogoff, B. / Lave, J. (Hrsg.): Everyday Cognition: Its Development in Social Context. Cambridge (MA): Harvard UP, 1984.

Ruwisch, S.: Kinderbowle – machen wir das wirklich? Sachsituationen im Mathematikunterricht. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 23, 3, 1995 a, S. 114-115, 126-130.

Ruwisch, S.: „Das ist ja gar kein Mathe, das ist ja bloß Einkaufen!“ Ein Beispiel für das Arbeiten mit Sachsituationen im Mathematikunterricht. In: Grundschulunterricht, 42, 11, 1995 b, S. 32-35.

Ruwisch, S.: Handeln in Sachsituationen – erste Ergebnisse eines Versuchs. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 1995 c, S. 400-403.

Ruwisch, S.: Arithmetische Strategien beim Bearbeiten multiplikativer Sachsituationen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 1996, S. 365-368.

Ruwisch, S.: Lösungsstrategien und Handlungsmuster von Grundschulkindern beim Bearbeiten multiplikativer Sachsituationen. Dissertation. Gießen (erscheint 1998).

Saxe, G. B.: Selling Candy: A Study of Cognition in Context. In: The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, 11, 1/2, 1989, S. 19-22.

Schachtner, S.: Möglichkeiten zum Mathematisieren von Sachsituationen mit geometrischem Inhalt. Wissenschaftliche Hausarbeit. Gießen 1994 (unveröffentlicht).

Schoenfeld, A. H.: Mathematical Problem Solving. Orlando u.a.: Academic Press, 1985.

Schütte, S.: Mathematik entdecken auf eigenen Wegen. In: Die Grundschulzeitschrift, 8, 72, 1994 a, S. 6-9.

Schütte, S.: Sich mit dem Denken der Kinder verbünden. In: Die Grundschulzeitschrift, 8, 72, 1994 b, S. 42-43.

Siegler, R. S.: Strategy Choice Procedures and the Development of Mulpiplication Skill. In: Journal of Experimental Psychology: General, 117, 1988, S. 258-275.

Siegler, R. S.; Jenkins, E. A. (Hrsg.): How Children Discover New Strategies. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1989.

Stern, E.: Die spontane Strategieentdeckung in der Arithmetik. In:. / Mandl, H. / Friedrich, H. F. (Hrsg.): Lern- und Denkstrategien. Analysen und Intervention. Göttingen u. a.: Hogrefe, 1992, S. 101-123.

Stern, E.: Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Habilitationsschrift. München 1993 (unveröffentlicht).

Wertheimer, M.: Produktives Denken. 2. Auflage. Frankfurt a. M.: Kramer, 1964.

Winter, H.: Mathematik entdecken. Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule. Frankfurt a. M. Scriptor, 1987.

Winter, H.: Sachrechnen in der Grundschule. 2. Auflage. Frankfurt a. M.: Cornelsen Scriptor 1992.

Wollring, B.: Fallstudien zu frequentistischen Kompetenzen von Grundschulkindern in stochastischen Situationen. Kinder rekonstruieren verdeckte Glücksräder. In: Maier, H. / Voigt, J. (Hrsg.): Verstehen und Verständigung im Mathematikunterricht. Köln: Aulis, 1994, S. 144-181.

Zimmermann, B.: Offene Probleme für den Mathematikunterricht und ein Ausblick auf Forschungsfragen. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, 2, April 1991, S. 38-46.

Anschrift der Verfasserin

Prof. Dr. Marianne Franke
Institut für Didaktik der Mathematik
Fachbereich Mathematik
Justus-Liebig-Universität Gießen
Karl-Glöckner-Str. 21 C
D-35394 Gießen