

ÜBER DIE WECHSELWIRKUNG VON SCHWEREN ATOMKERNEN MIT NUCLEONEN

Von
P. GOMBÁS

PHYSIKALISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT FÜR TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

(Eingegangen : 5. XII. 1955.)

Es wird gezeigt, dass man auf Grund der statistischen Betrachtungsweise die Wechselwirkung eines schweren Kerns mit einem Nucleon durch ein Potential darstellen kann. Dieses Potential wird von *Kisdi* in der nachfolgenden Arbeit zur Berechnung einiger Konstanten des ^{208}Pb Kerns herangezogen.

In einigen früheren Arbeiten¹ des Verfassers wurde auf Grund der statistischen Theorie des Atoms die Wechselwirkung zwischen Elektronen und einem elektronenreichen Atomrumpf mit abgeschlossenen Elektronenschalen untersucht und gezeigt, dass man das aus dem Pauli-Prinzip resultierende Besetzungsverbot der energetisch tiefer liegenden Quantenzustände des Rumpfes durch ein nicht-klassisches Abstossungspotential, das sogenannte Zusatzpotential ersetzen kann. An Stelle des elektrostatischen Potentials tritt dann das modifizierte Potential, das sich aus dem elektrostatischen Potential und dem Zusatzpotential additiv zusammensetzt. Mit Hilfe des modifizierten Potentials konnte die Energie von Valenzelektronenzuständen der Alkali- und Erdalkalimetalle sehr einfach berechnet, sowie eine Theorie der Alkali- und Erdalkalimetalle entwickelt werden, die die wichtigsten strukturunempfindlichen Eigenschaften dieser Metalle in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung zu erklären imstande ist.

Die vorliegende Arbeit setzt sich zum Ziel dieses zur Berechnung der Wechselwirkung zwischen Elektronen und einem schweren Atomrumpf mit abgeschlossenen Elektronenschalen entwickelte Verfahren auf die Berechnung der Wechselwirkung zwischen Nucleonen und einem schweren Atomkern mit «abgeschlossenen Schalen» zu übertragen. Dies kann auf Grund des statistischen Modells des Atomkerns folgendermassen geschehen.

In dem in einigen vorangehenden Arbeiten² des Verfassers entwickelten statistischen Kernmodell wurde angenommen, dass den Kern Austauschkräfte vom Majoranaschen Typ zusammenhalten. Aus diesem Modell ergeben

¹ P. Gombás, ZS. f. Phys. **118**, 164, 1941; Acta Phys. Hung. **1**, 285, 1952; man vgl. auch P. Gombás, Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen, S. 150 ff.; Springer, Wien, 1949.

² P. Gombás, Acta Phys. Hung. **1**, 329, 1952; **2**, 223, 1952; Ann. d. Phys. (6) **10**, 253, 1952; (6) **12**, 155, 1953; Nature **170**, 362, 1952; **171**, 979, 1953; P. Gombás, E. Mágóri, B. Molnár u. É. Szabó, Acta Phys. Hung. **4**, 267, 1954; Ann. d. Phys. (6) **16**, 93, 1955.

sich, bei Zuziehung nur eines einzigen empirischen Parameters, die Kernenergien und die Kernradien in befriedigender Übereinstimmung mit den empirischen Werten. Wir legen im folgenden dieses Modell zugrunde, ohne jedoch den von der gegenseitigen Entfernung der Nucleonen abhängigen Anteil der zwischen den Nucleonen wirkenden Kraft zu spezialisieren; es wird nur vorausgesetzt, dass diese eine mit wachsender gegenseitiger Entfernung der Nucleonen rasch abklingende Funktion ist.

Während im Atom die Bindung der Elektronen durch elektrostatische Kräfte entsteht, die man aus einem Potential herleiten kann — wodurch die Rechnungen sehr vereinfacht werden — sind im zugrunde gelegten Kernmodell die Nucleonen durch Austauschkräfte gebunden, die kein Potential besitzen. Es soll hier nun zunächst gezeigt werden, dass man auch die Austauschkräfte mit gewissen Vernachlässigungen näherungsweise durch ein Potential darstellen kann.

Die Austauschenergie des Atomkerns, die aus der Neutron-Proton, Neutron-Neutron und Proton-Proton Wechselwirkung resultiert, wird bzw. durch die folgenden Ausdrücke dargestellt

$$E_A^{np} = -4a \int f(\omega_n, \omega_p) dv, \quad (1)$$

$$E_A^{nn} = -a \int f(\omega_n, \omega_n) dv, \quad (2)$$

$$E_A^{pp} = -a \int f(\omega_p, \omega_p) dv, \quad (3)$$

wo

$$\omega_n = \beta \varrho_n^{1/3} \quad \text{und} \quad \omega_p = \beta \varrho_p^{1/3} \quad (4)$$

ist; hier bezeichnen a und β Konstanten und f eine vom zugrunde gelegten Kräftetyp abhängige Funktion. Näheres bezüglich a , β und f ist in einigen vorangehenden Arbeiten zu finden³. Es sei hervorgehoben, dass für einen bestimmten Kräftetyp f eine nur von ω_n und ω_p , bzw. durch diese Grössen eine nur von den Nucleonendichten ϱ_n , bzw. ϱ_p abhängige Funktion ist.

Wir wollen nun einen schweren Kern mit abgeschlossenen Nucleonenschalen mit der Neutronendichte ϱ_n und der Protonendichte ϱ_p in Betracht ziehen und die Änderung der Austauschenergie untersuchen, die entsteht, wenn sich an den Kern eine kleine Anzahl von Neutronen mit der Dichte $\delta\varrho_n$ anlagert. Hierbei sei vorausgesetzt, dass durch die hinzukommenden Neutronen der ursprüngliche Kern nicht deformiert wird, dass also im ursprünglichen Kern die Neutronendichte ϱ_n unverändert bleibt. Bei Vernachlässigung von Gliedern, die von zweiter und höherer Ordnung klein sind, erhält man für die Änderung der Austauschenergie

³ P. Gombás, Acta Phys. Hung. 1, 329, 1952; 2, 223, 1952; P. Gombás, E. Mágori, B. Molnár u. É. Szabó, Acta Phys. Hung. 4, 267, 1954.

$$\begin{aligned} \delta(E_A^{np} + E_A^{nn}) &= - \int \left[4\alpha \frac{\partial f(\omega_n, \omega_p)}{\partial \omega_n} + \alpha \frac{\partial f(\omega_n, \omega_n)}{\partial \omega_n} \right] \frac{\partial \omega_n}{\partial \rho_n} \delta \rho_n dv = \\ &= - \int \left[4\alpha \frac{\partial f(\omega_n, \omega_p)}{\partial \omega_n} + \alpha \frac{\partial f(\omega_n, \omega_n)}{\partial \omega_n} \right] \frac{\beta^3}{3\omega_n^2} \delta \rho_n dv = - \int U_n \delta \rho_n dv. \end{aligned} \quad (5)$$

Wie man aus diesem Ausdruck sieht, kann man

$$U_n = - \frac{\alpha \beta^3}{3\omega_n^2} \left[4 \frac{\partial f(\omega_n, \omega_p)}{\partial \omega_n} + \frac{\partial f(\omega_n, \omega_n)}{\partial \omega_n} \right] \quad (6)$$

als die potentielle Energie eines Neutrons in einem Austausch-Potentialfeld betrachten, das vom ursprünglichen Kern auf Neutronen wirkt.

Auf genau dieselbe Weise erhält man für die potentielle Energie eines Protons im Austausch-Potentialfeld, das durch die Kernkräfte des ursprünglichen Kerns auf Protonen wirkt

$$U_p = - \frac{\alpha \beta^3}{3\omega_p^2} \left[4 \frac{\partial f(\omega_n, \omega_p)}{\partial \omega_p} + \frac{\partial f(\omega_p, \omega_p)}{\partial \omega_p} \right]. \quad (7)$$

Es sei hier betont, dass U_p aus den Kernkräften resultiert, denn U_p stellt nicht die gesamte potentielle Energie eines Protons dar, da zwischen den Protonen noch elektrostatische Coulombsche Kräfte wirken, aus denen für ein Proton am Ort r die elektrostatische potentielle Energie

$$U_c = e^2 \int \frac{\rho_p(r')}{|r - r'|} dv' \quad (8)$$

resultiert, wo e die positive Elementarladung bezeichnet.

Ausserdem ergibt sich bei Protonen noch ein weiterer Energieanteil aus der zufolge der Coulombschen Wechselwirkung entstehenden Austauschwechselwirkung der Protonen. Dieser Potentialanteil ist jedoch sehr klein und kann vernachlässigt werden.

An Stelle der elektrostatischen potentiellen Energie eines Elektrons in der Atomhülle tritt beim Atomkern die potentielle Energie eines Neutrons U_n , bzw. die potentielle Energie eines Protons $U_p + U_c$.

Die modifizierte potentielle Energie eines Neutrons, bzw. Protons setzt sich aus diesen Energien und aus den Energien zusammen, die aus den Zusatzpotentialen resultieren. Ganz analog zu den Atomen sind die aus den Zusatzpotentialen resultierenden Zusatzenergien⁴ die maximalen Fermi-Energien für

⁴ Beim Kern ist es — im Gegensatz zur Atomhülle — zweckmässig statt den Potentialen die potentielle Energie eines Nucleons einzuführen. Wir führen also hier statt dem Zusatzpotential die Zusatzenergie und weiter unten statt dem modifizierten Potential die modifizierte potentielle Energie eines Nucleons ein.

Neutronen und Protonen. Man hat also für die Zusatzenergie eines Neutrons, bzw. Protons

$$W_n = \frac{5}{3} \kappa_k \varrho_n^{2/3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\kappa_k}{\beta^2} \omega_n^2 \quad \text{und} \quad W_p = \frac{5}{3} \kappa_k \varrho_p^{2/3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\kappa_k}{\beta^2} \omega_p^2 \quad (9)$$

mit

$$\kappa_k = \frac{3}{40} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{M}, \quad (10)$$

wo h die Plancksche Konstante und M die Nucleonenmasse bezeichnet.

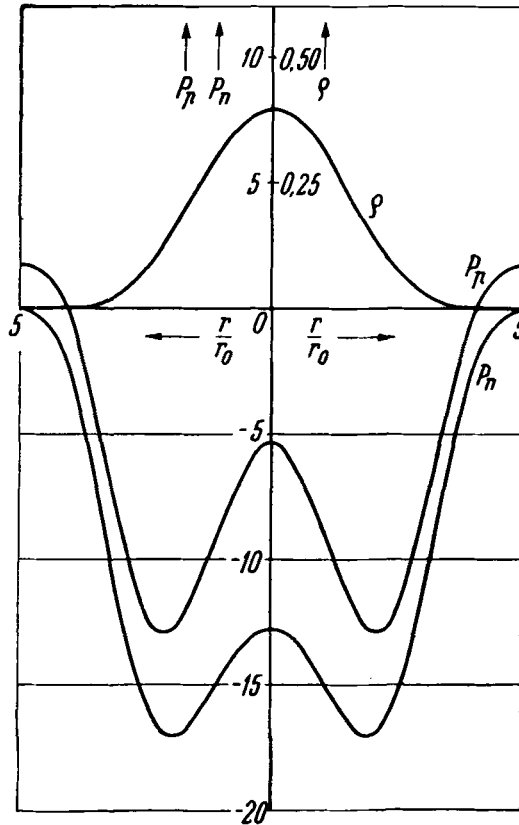


Fig. 1. P_n , P_p und die Nucleondichte ϱ als Funktionen von r/r_0 für den Kern $A = 16$ ($N = 8$, $Z = 8$) im Falle der Wechselwirkung (13) zwischen den Nucleonen. P_n und P_p in MeV- und ϱ in $1/r_0^3$ -Einheiten; $r_0 = 1,355 \cdot 10^{-13}$ cm.

Für die modifizierte potentielle Energie eines Neutrons, bzw. Protons ergibt sich also

$$P_n = U_n + W_n, \quad (11)$$

$$P_p = U_p + U_c + W_p. \tag{12}$$

Geradeso wie sich das modifizierte Potential für Elektronen in der Atomhülle zur Berechnung der Valenzelektronenzustände von Alkali- und Erdalkaliatome

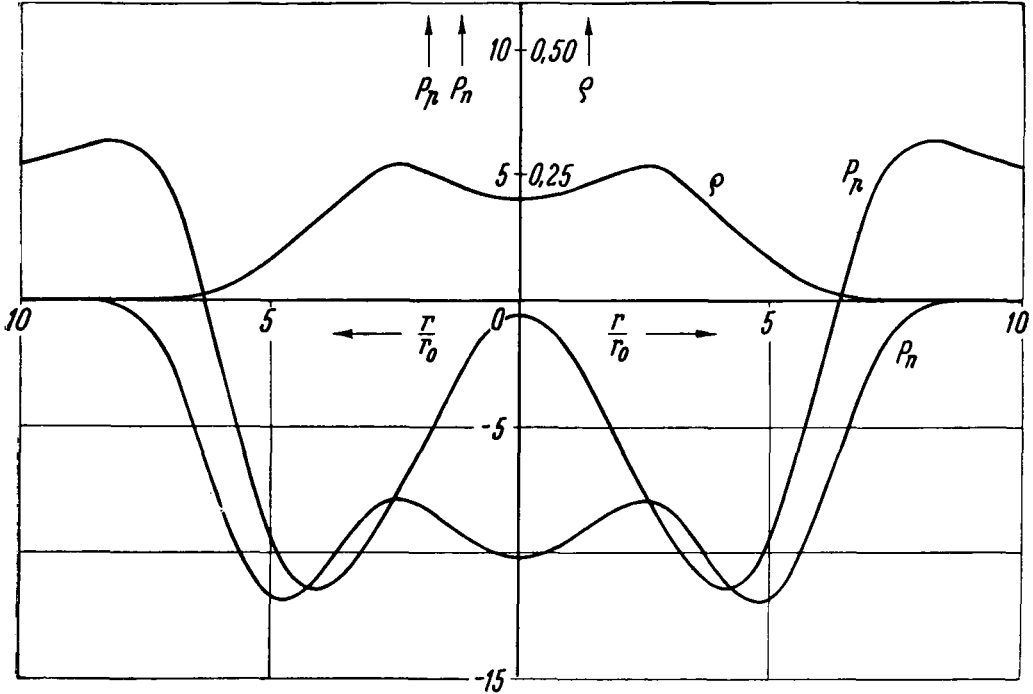


Fig. 2. P_n , P_p und die Nucleondichte ρ als Funktionen von r/r_0 für den Kern $A = 118$ ($N = 68$, $Z = 50$) im Falle der Wechselwirkung (13) zwischen den Nucleonen. P_n und P_p in MeV- und ρ in $1/r_0^3$ -Einheiten; $r_0 = 1,355 \cdot 10^{-13}$ cm.

anwenden lässt, kann man versuchen P_n und P_p bei der Berechnung der Zustände solcher Neutronen und Protonen zugrunde zu legen, die sich in einem Kern-Rumpf mit abgeschlossenen Neutronen- und Protonenschalen bewegen.

Die modifizierte potentielle Energie P_n und P_p als Funktion von der Entfernung vom Kernmittelpunkt r ist in den Figuren 1, 2 und 3 für den leichten Kern $A = 16$ ($N = 8$, $Z = 8$) für den mittelschweren Kern $A = 118$ ($N = 68$, $Z = 50$) und für den schweren Kern $A = 208$ ($N = 126$, $Z = 82$) graphisch dargestellt. Bei diesen Kernen besitzen im Falle der Kerne $A = 16$ ($N = 8$, $Z = 8$) und $A = 208$ ($N = 126$, $Z = 82$) sowohl die Neutronen als die Protonen und im Falle des Kerns $A = 118$ ($N = 68$, $Z = 50$) die Protonen abgeschlossene Schalen.

Die in den Figuren dargestellten modifizierten potentiellen Energien wurden auf Grund einer vorangehenden Arbeit⁵ für den Fall berechnet, dass

⁵ P. Gombás, E. Mágori, B. Molnár u. É. Szabó, Acta Phys. Hung. 4, 267, 1954.

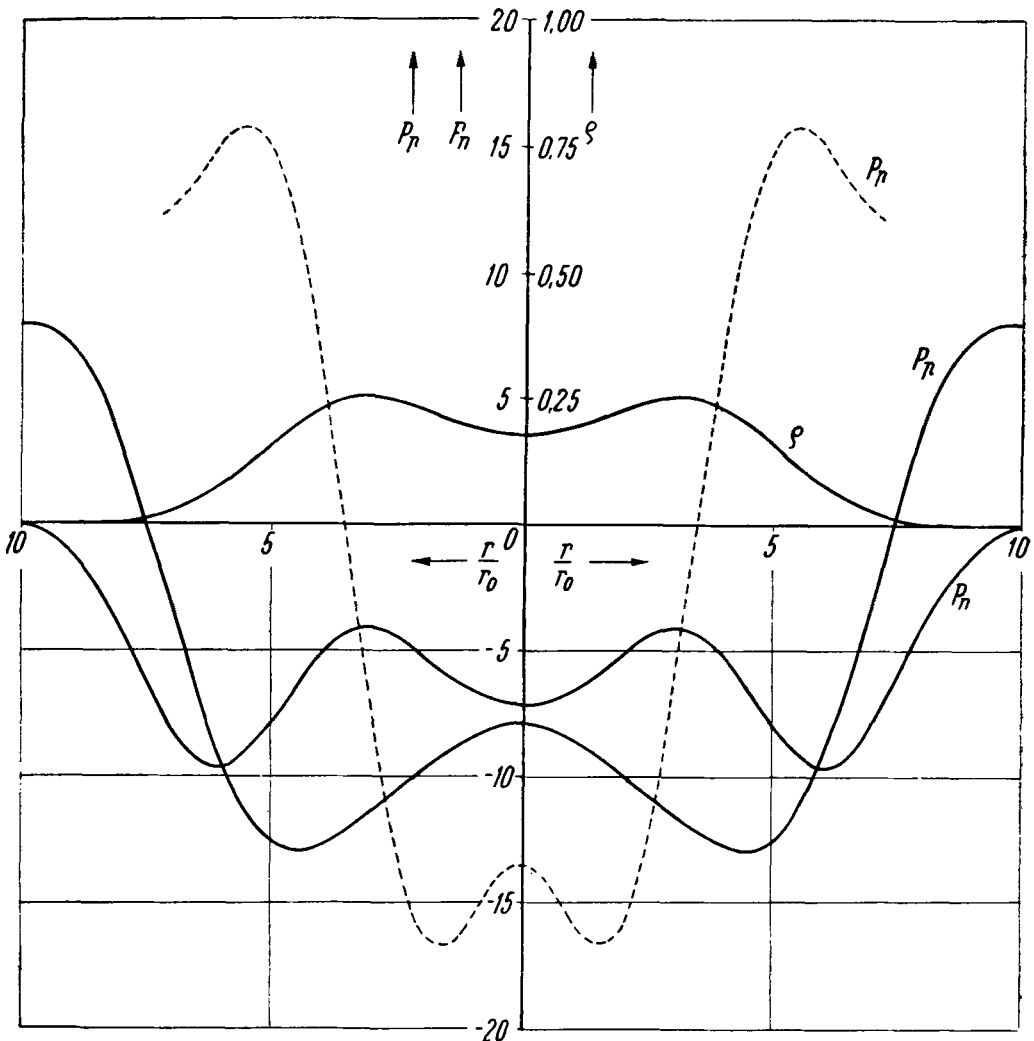


Fig. 3. P_n , P_p und die Nucleondichte ρ als Funktionen von r/r_0 für den Kern $A = 208$ ($N = 126, Z = 82$) im Falle der Wechselwirkung (13) zwischen den Nucleonen (ausgezogene Kurven). Weiterhin P_p als Funktion von r/r_0 für eine Gaussche Verteilung der Protonen für denselben Kern (gestrichelte Kurve); $r_0 = 1,355 \cdot 10^{-13}$ cm.

zwischen den Nucleonen eine Wechselwirkungsenergie von der Form

$$J = -\varepsilon e^{-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/r_0} \tag{13}$$

besteht, wo \mathbf{r} und \mathbf{r}' die Ortsvektoren der beiden Nucleonen sind und ε sowie r_0 Konstanten bezeichnen, bezüglich der wir auf die zitierte Arbeit verweisen. Die Dichteverteilung der Nucleonen, die man mit dieser Wechselwirkung für das statistische Kernmodell erhält⁶, ist in dem oberen Teil der Figuren darge-

⁶ P. Gombás, E. Mágóri, B. Molnár u. É. Szabó, Acta Phys. Hung. 4, 267, 1954.

stellt. Zwischen der Dichteverteilung der Neutronen und Protonen wurde nur insofern ein Unterschied gemacht, als die Anzahl der Neutronen und der Protonen im Kern verschieden ist. Dies bedeutet, dass man aus den angegebenen Dichteverteilungen der Nucleonen die Dichteverteilung der Neutronen durch Multiplikation mit N/A und die der Protonen durch Multiplikation mit Z/A erhält, wo N die Anzahl der Neutronen, Z die Anzahl der Protonen und $A = N + Z$ die Massenzahl des Kerns bezeichnet.

Die empirische Abtrennungsenergie eines Neutrons und eines Protons, sowie deren relative Lage zeigen für die verschiedenen Kerne starke Schwankungen. Im allgemeinen liegt jedoch die Abtrennungsenergie eines Neutrons tiefer als die eines Protons. Dementsprechend sollte man erwarten, dass gemäss der statistischen Behandlungsweise P_n im Mittel tiefer verläuft als P_p . Dies ist bei dem leichten Kern $A = 16$ ($N = 8$, $Z = 8$) und bei dem mittelschweren Kern $A = 118$ ($N = 68$, $Z = 50$) tatsächlich der Fall. Bei dem schweren Kern $A = 208$ ($N = 126$, $Z = 82$) verläuft jedoch P_p im Mittel tiefer als P_n . Hieraus ergibt sich im Gegensatz zum experimentellen Befund, dass für diesen Kern und im allgemeinen für schwere Kerne die auf diese Weise auf Grund des statistischen Kernmodells berechnete Abtrennungsenergie eines Protons ihrem Betrag nach grösser ist als die eines Neutrons, was in den meisten Fällen mit dem experimentellen Befund in Widerspruch steht.

Die Ursache dessen, dass für schwere Kerne P_n im Mittel tiefer verläuft als P_p , ist darauf zurückzuführen, dass bei schweren Kernen im Gegensatz zu den leichten und mittelschweren die Anzahl der Protonen bedeutend kleiner ist als die der Neutronen. Demzufolge wird für diese Kerne die in P_p eingehende positive Zusatzenergie W_p bedeutend kleiner als die in P_n eingehende ebenfalls positive Zusatzenergie W_n , demzufolge für diese Kerne P_p tiefer verläuft als P_n .

Der hieraus in den meisten Fällen sich ergebende Widerspruch mit der Erfahrung kann folgendermassen beseitigt werden. Alle unsere Berechnungen haben wir mit den statistisch festgestellten Dichteverteilungen durchgeführt, wo die Neutronen- und Protonenverteilung als gleich vorausgesetzt wurden und zwischen diesen nur insofern ein Unterschied besteht, als die Anzahl der Neutronen von denen der Protonen verschieden ist. Wenn man nun auf Grund der neueren experimentellen Feststellungen annimmt, dass die Verteilung der Neutronen und Protonen beträchtlich verschieden ist und die Protonen sich vorwiegend im Inneren des Kerns aufhalten, so verschwindet der Widerspruch. Die Mulde der modifizierten potentiellen Energie P_p wird dann zwar noch etwas weiter vertieft, aber zugleich ganz beträchtlich verschmälert (man vgl. Fig. 3, gestrichelte Linie), was zu einer bedeutenden Erhöhung der Energie des in dieser Mulde gebundenen Protons führt, wodurch die richtige Reihenfolge der Neutronen- und Protonenenergieniveaus auch für schwere Kerne hergestellt werden kann.

In der nachfolgenden Arbeit wurden von *Kisdi* bei Voraussetzung einer skalaren Yukawaschen Wechselwirkung zwischen den Nucleonen auf Grund der modifizierten potentiellen Energien P_n und P_p für den Kern ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ Berechnungen durchgeführt.

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР С НУКЛЕОНАМИ

П. ГОМБАШ

Резюме

В статье показывается, что применением статистического метода взаимодействие тяжелых ядер с нуклеонами можно осуществить с помощью одного потенциала. В одной из своих работ Кишди использует этот потенциал для вычисления некоторых постоянных ядра ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.