

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ ФОКУСИРОВКА ЛЕНТОЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ

М. Силади

ИНСТИТУТ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ВЕНГЕРСКОЙ АН, БУДАПЕШТ

(Представлено Г. Сигети. — Поступило 24. XI. 1964)

В работе исследуется периодическая электростатическая фокусировка ленточного электронного пучка. Фокусирующая система имеет плоскость симметрии, совпадающую со средней плоскостью пучка. Толщина потока может быть соизмеримой с периодом системы. Определены условия оптимальной фокусировки: величина фокусирующего потенциала, приближенная траектория электронов, перванс пучка, а также необходимое распределение плотности тока по сечению пучка. Параксиальное приближение рассматривается как частный случай. Для этого случая приводится сравнение условий фокусировки ленточного потока с характеристиками фокусировки цилиндрического пучка. В заключении определена форма электродов для рассматриваемого вида поля, а также зависимость перванса пучка от геометрических параметров. Найдено, что максимальная величина перванса достигается вне параксиальной области.

Введение

Периодическая электростатическая фокусировка с успехом применяется для сохранения формы интенсивных электронных потоков. В настоящее время достаточно полно разработана теория периодической электростатической фокусировки цилиндрических пучков [1, 2, 9]. На практике, однако, в различных электронных приборах часто применяются также и ленточные пучки большой интенсивности. Для фокусировки таких пучков также используются различные периодические электростатические системы [3—5].

Теория периодической электростатической фокусировки ленточных пучков в параксиальном приближении дана в работах [5, 6]. Фокусировка ленточных пучков серией тонких линз рассматривалась в работе [7].

В настоящей работе исследуется фокусировка широкого ленточного электронного потока периодической электростатической системой, имеющей плоскость симметрии, которая совпадает со средней плоскостью пучка. Рассматриваемый случай существенно отличается от случая криволинейных ленточных потоков [10—13]. Период системы может быть соизмеримым с толщиной пучка, или быть намного больше этой величины. Рассматривается случай оптимальной фокусировки, которая определяется минимальной волнистостью пучка.

Результаты работы приближенно могут быть распространены также и на случай трубчатых пучков, если толщина пучка и период системы малы

по сравнению с диаметром пучка. (Мы получим соответствующую трубчатую систему, если сечение плоской системы повернем вокруг оси симметрии.)

Оптимальная фокусировка ленточного пучка

Рассмотрим длинный интенсивный ленточный электронный поток. Расположим прямоугольную систему координат x, y, z таким образом, чтобы

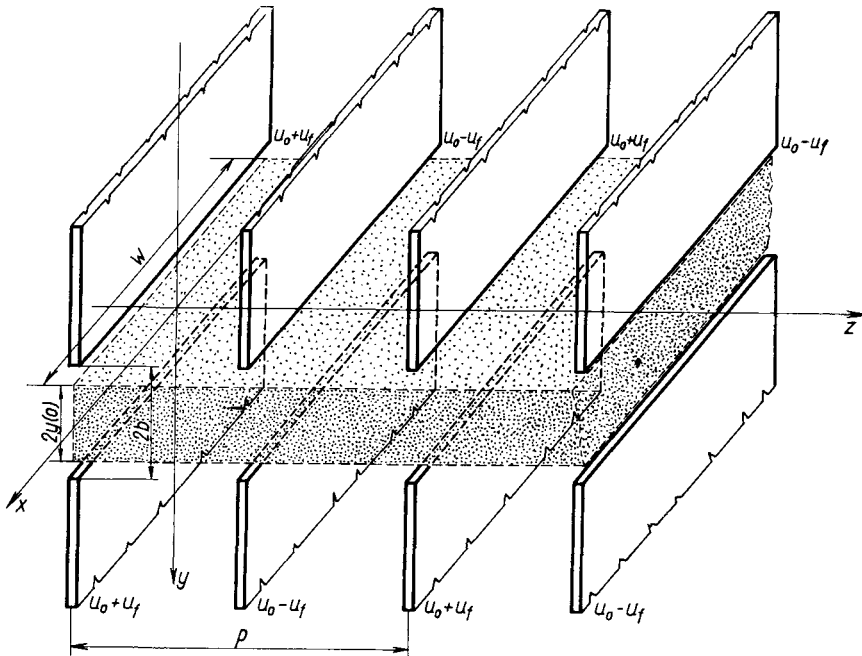


Рис. 1

направление движения пучка совпало с направлением оси z (рис. 1). Пусть ширина пучка W (по направлению оси x) намного больше его толщины (по направлению оси y), а в то же время длина пучка намного превышает его ширину. В этом случае можно считать, что силы пространственного заряда действуют только по направлению оси y . Эти силы компенсируются постоянным во времени электрическим полем электродной системы, расположенной с двух сторон вблизи пучка. Электроды сильно вытянуты по направлению оси x . На них прикладываются потенциалы, периодически меняющиеся по направлению оси z , таким образом, чтобы фокусирующая система, так же как и поток, были симметричными относительно плоскости xz (рис. 1). Практически по направлению оси x силы не действуют, т. к. ширина пучка и длина электродов велики. По этой причине, если электроны входят в систему

в плоскости $z = 0$ параллельно оси z , они будут двигаться в плоскостях, параллельных плоскости yz . Поэтому все рассмотрение может быть проведено в этой плоскости, для системы, симметричной относительно оси z .

Примем также следующие допущения:

а) Поток считается ламинарным, электронные траектории не пересекаются. Таким образом, влиянием тепловых скоростей пренебрегаем. В этом приближении величина силы тока постоянна внутри любого слоя пучка, ограниченного электронными траекториями.

б) Компенсирующим влиянием положительных ионов, находящихся в потоке, пренебрегаем.

в) Ограничиваемся рассмотрением таких потоков, в которых скорости электронов очень малы по сравнению со скоростью света. Таким образом, релятивистские эффекты могут не учитываться. Это влечет за собой пренебрежение магнитными силами, возникающими между параллельно движущимися электронами.

В работе применяется практическая система единиц МКСА.

Распределение потенциала фокусирующей системы в средней плоскости задается следующим простым выражением:

$$\Phi(z) = U_0 + U_1 \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (1)$$

Здесь U_0 — средний потенциал по оси z , на который накладывается периодическая составляющая потенциала с амплитудой U_1 ; p — период фокусирующей системы. Если известно осевое распределение потенциала, то величина потенциала в произвольной точке пространства может быть найдена с помощью следующего соотношения [8]:

$$U(y, z) = \frac{1}{2} \left[\Phi(z + iy) + \Phi(z - iy) \right]. \quad (2)$$

Подставляя выражение (1) в (2), получим общее распределение потенциала, которое имеет вид:

$$U(y, z) = U_0 + U_1 \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (3)$$

Пусть на электроды фокусирующей системы попеременно приложены потенциалы $(U_0 + U_f)$ и $(U_0 - U_f)$, а величину расстояния между симметрично расположенными электродами обозначим через $2b$ (рис. 1). Тогда,

подставляя в (3) значения $U = U_0 \pm U_f$, $z = k \frac{p}{2}$ и $y = b$, мы получим

величину U_1 как функцию параметров фокусирующей системы (здесь k четное или нечетное целое число, в зависимости от потенциала электрода):

$$U_1 = \frac{U_f}{\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} b} . \quad (4)$$

Мы будем рассматривать случай, когда

$$\frac{U_f}{U_0} \ll 1 ,$$

то-есть ограничиваемся малыми значениями фокусирующего потенциала U_f .

Применим для нашего случая метод анализа, разработанный для аксиально-симметричных пучков [2]. Траекторию любого электрона пучка будем искать в виде

$$y(z) = y_0 + y_1(z) . \quad (5)$$

Если удалось осуществить оптимальную фокусировку, то y_1 является периодической функцией от z , амплитуда которой намного меньше, чем постоянная составляющая y_0 . В этом случае наклон траектории также является малой величиной. Таким образом,

$$2\pi \frac{y_1}{y_0} \ll 1 , \quad \frac{dy_1}{dz} \ll 1 .$$

Представим выражение (3) в виде ряда Тэйлора, с учетом (5). Получится следующий результат:

$$U(y, z) = U_0 + U_1 \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 + \right. \\ \left. + \frac{y_1^2}{2} \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + \dots \right] \cos \frac{2\pi}{p} z . \quad (6)$$

Из малости величины $\frac{2\pi y_1}{y_0}$ следует, что и величина $\frac{2\pi y_1}{p}$ мала, если период системы намного больше y_0 или соизмерим с этой величиной (случай $\frac{p}{y_0} \ll 1$ является практически мало интересным). По этой причине члены ряда, содержащие $\frac{2\pi y_1}{p}$ в степени выше второй, могут быть опущены.

Величина y -вой составляющей электрического поля, созданного фокусирующей системой, может быть выражена с помощью (5) и (6). Получается

$$E(y, z) = - \frac{\partial U(y, z)}{\partial y} = - U_1 \left[\frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 + y_1 \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + \frac{y_1^2}{2} \left(\frac{2\pi}{p} \right)^3 \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (7)$$

Кроме этого, действует еще и поле пространственного заряда, причем также по направлению оси y . Предположим сначала, что плотность тока равномерно распределяется по сечению пучка. В этом случае величина напряженности поля пространственного заряда равна

$$E_e(y, z) = - \frac{I(y)}{2\varepsilon_0 W u(z)}, \quad (8)$$

где $I(y)$ — сила тока в слое пучка с толщиной $2y$, ограниченном поверхностями, определенными рассматриваемой и симметричной ей траекториями. Величина этой силы тока с учетом (5) связана с полным током пучка I_n следующим соотношением:

$$I(y) \approx I_n \frac{y_0}{y_{0 \max}} = I(y_0) = \text{const}. \quad (9)$$

Здесь $y_{0 \max}$ — средняя величина расстояния крайней траектории пучка от оси, $u(z)$ — средняя скорость электронов по сечению пучка, а ε_0 — величина диэлектрической проницаемости вакуума.

Уравнение движения рассматриваемого электрона имеет вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = - \eta (E + E_e), \quad (10)$$

где $\eta = \frac{e}{m}$ — абсолютная величина отношения заряда электрона к его массе.

Перейдем в этом уравнении от производной по времени к производной по координате z , на основании соотношения

$$\frac{dz}{dt} = v_z(y, z), \quad (11)$$

где v_z — составляющая скорости v по направлению оси z , в точке с координатами (y, z) . Из (11) следует, что

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = v_z^2 \frac{d^2 y}{dz^2} + v_z \frac{dv_z}{dz} \frac{dy}{dz}. \quad (12)$$

Теперь перепишем уравнение (10) с учетом (7), (8), (12), (5) и (9). Получается следующее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dz^2} + \frac{1}{v_z} \frac{dv_z}{dz} \frac{dy_1}{dz} - \frac{\eta}{v_z^2} U_1 \left[\left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 y_1 \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + \right. \\ \left. + \left(\frac{2\pi}{p} \right)^3 \frac{y_1^2}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] \cos \frac{2\pi}{p} z = \\ = \frac{\eta}{v_z^2} U_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z + \frac{\eta I(y_0)}{2\varepsilon_0 W v_z^2 u(z)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как в случае оптимальной фокусировки поперечная составляющая скорости электрона пренебрежимо мала по сравнению с z -вой составляющей, можно считать, что

$$v_z(y, z) \approx v(y, z) = \sqrt{2\eta U(y, z)}. \quad (14)$$

На основании соотношений (3) и (4), а также условий

$$\frac{U_f}{U_0} \ll 1, \quad \frac{2\pi y_1}{p} \ll 1, \quad \frac{dy_1}{dz} \ll 1 \quad (15)$$

можно написать:

$$\begin{aligned} v_z \approx \sqrt{2\eta U_0} \left\{ 1 + \frac{U_1}{2U_0} \cos \frac{2\pi}{p} z \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 + \frac{y_1^2}{2} \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{p} z \left[\operatorname{ch}^2 \frac{2\pi}{p} y_0 + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{4\pi}{p} y_0 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_z}{dz} \approx \sqrt{2\eta U_0} \left\{ -\frac{U_1}{2U_0} \frac{2\pi}{p} \sin \frac{2\pi}{p} z \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] + \frac{U_1}{2U_0} \frac{2\pi}{p} \cos \frac{2\pi}{p} z \frac{dy_1}{dz} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \frac{2\pi}{p} \sin \frac{4\pi}{p} z \operatorname{ch}^2 \frac{2\pi}{p} y_0 \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{1}{v_z} \approx \frac{1}{\sqrt{2\eta U_0}} \left\{ 1 - \frac{U_1}{2U_0} \cos \frac{2\pi}{p} z \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] + \frac{3}{8} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{p} z \operatorname{ch}^2 \frac{2\pi}{p} y_0 \right\}, \quad (18)$$

$$\frac{1}{v_z^2} \approx \frac{1}{2\eta U_0} \left\{ 1 + \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{p} z \operatorname{ch}^2 \frac{2\pi}{p} y_0 - \frac{U_1}{U_0} \cos \frac{2\pi}{p} z \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 + y_1 \frac{2\pi}{p} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \right] \right\}. \quad (19)$$

Подставим эти выражения в уравнение (13). Если ограничиться членами второго порядка малости, то получим следующее линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\begin{aligned} & \frac{p}{2\pi} \frac{d^2 y_1}{dz^2} - \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 \sin \frac{2\pi}{p} z \frac{dy_1}{dz} - \\ & - \frac{2\pi}{p} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{ch} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z \cdot y_1 = \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z - \\ & - \frac{1}{4} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \operatorname{sh} \frac{4\pi}{p} y_0 \cos^2 \frac{2\pi}{p} z + \frac{pI(y_0)}{8\pi \epsilon_0 W \sqrt{2\eta U_0^3/2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

При выводе уравнения (20) было учтено, что его последний член имеет величину второго порядка малости [2]; поэтому в данном приближении средняя скорость электронов может быть задана выражением

$$u(z) = \sqrt{2\eta U_0} = \text{const.} \quad (21)$$

Для приближенного определения траектории электрона рассмотрим только те члены уравнения (20), которые имеют величины первого порядка малости, то-есть следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 y_1}{dz^2} = \frac{2\pi}{p} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (22)$$

В это уравнение не входит член, характеризующий пространственный заряд пучка. Таким образом, пространственный заряд в периодическом фокусирующем поле в первом приближении не влияет на форму траектории.

Решение уравнения имеет вид:

$$y_1(z) = c_1 + c_2 z - \frac{p}{2\pi} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (23)$$

Произвольные постоянные c_1 и c_2 могут быть определены из начальных условий. Пусть электрон входит в систему параллельно оси z и его начальное расстояние от оси составляет

$$y(0) = y_0 - \frac{p}{2\pi} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0. \quad (24)$$

Тогда начальные условия имеют вид:

$$y_1(0) = -\frac{p}{2\pi} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \quad (25)$$

и

$$\left. \frac{dy_1}{dz} \right|_{z=0} = 0. \quad (26)$$

В этом случае $c_1 = c_2 = 0$ и окончательным решением, согласно (23), будет

$$y_1(z) = -\frac{p}{2\pi} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z. \quad (27)$$

Теперь подставим величины y_1 и его производных, рассчитанных на основании выражения (27), обратно в уравнение (20) и выпишем постоянные члены полученного равенства. После простых преобразований получится следующий результат:

$$\left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 = \frac{pI(y_0)}{\pi\epsilon_0 W \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{4\pi}{p} y_0}. \quad (28)$$

Это соотношение выражает необходимое условие оптимальной фокусировки: равновесие фокусирующих сил с силами пространственного заряда. (Конечно, речь идет о равновесии средних величин). Если подобрать параметры фокусирующей системы таким образом, чтобы имело место соотношение (28), то траектория электрона будет почти прямолинейной и на основании (5) и (27) она приближенно будет определяться выражением

$$y(z) = y_0 - \frac{p}{2\pi} \frac{U_1}{2U_0} \operatorname{sh} \frac{2\pi}{p} y_0 \cos \frac{2\pi}{p} z, \quad (29)$$

где необходимая величина $\frac{U_1}{U_0}$ рассчитывается по (28). В случае оптимальной фокусировки точного решения уравнения (20) не требуется, так как амплитуда волнистости траектории очень мала.

Соотношение (28) должно выполняться при всех значениях y внутри потока, иначе возникнут пертурбации. Так как фокусирующая сила быстро растет при удалении от оси, поэтому для выполнения этого требования необходимо, чтобы сила пространственного заряда также возросла по такому же закону. Говоря языком оптики, по сути дела речь идет о том, что специально подобранное распределение плотности тока пучка $j(y)$ должно скомпенсировать сферическую aberrацию системы. Теперь рассчитаем это распределение.

Если плотность тока меняется по поперечному сечению пучка, то вместо (9) будет действительным следующее соотношение:

$$I(y) = 2W \int_0^y j(y) dy. \quad (30)$$

При произвольном значении y выражение (28) дает:

$$I(y) = \frac{\pi \varepsilon_0 W \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}}{P} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \operatorname{sh} \frac{4\pi}{P} y. \quad (31)$$

Искомое распределение плотности тока получится из (30) и (31):

$$j(y) = \frac{1}{2W} \frac{dI}{dy} = \frac{2\pi^2 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}}{P^2} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \operatorname{ch} \frac{4\pi}{P} y. \quad (32)$$

Следует отметить, что практическое осуществление такого распределения является сложной задачей.

Введем величину среднего первеанса пучка, которая — как обычно — выражается через

$$P = \frac{I_n}{U_0^{3/2}} a/6^{3/2}. \quad (33)$$

Запишем соотношение (28) для крайней траектории пучка $y_0 = y_{0\max}$. Тогда с учетом (33) получим первеанс пучка, который может быть оптимально сфокусирован при заданном значении $\frac{U_1}{U_0}$:

$$P = \pi \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{W}{P} \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 \operatorname{sh} \frac{4\pi}{P} y_{0\max}. \quad (34)$$

Параксиальный случай

Если выполняется условие

$$\frac{4\pi}{p} y_{0 \max} \ll 1, \quad (35)$$

то может быть применено параксиальное приближение и задача упростится. В этом случае вместо соотношений (28) и (29) — с учетом (9) и (35) — можем пользоваться следующими выражениями:

$$\left(\frac{U_1}{U_0}\right)^2 = \frac{p^2 I_n}{4\pi^2 \varepsilon_0 W \sqrt{2\eta} U_0^{3/2} y_{0 \max}} \quad (36)$$

и

$$y(z) = y_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{U_1}{U_0} \cos \frac{2\pi}{p} z \right). \quad (37)$$

Выражения (36) и (37) совпадают с формулами, полученными в работе [5] путем приближенного решения параксиального уравнения. В этом случае необходимая величина $\frac{U_1}{U_0}$ не зависит от величины y_0 , поэтому плотность тока равномерно распределяется по сечению пучка:

$$j = \frac{2\pi^2 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}}{p^2} \left(\frac{U_1}{U_0}\right)^2 = \text{const.}, \quad (38)$$

согласно (32) и (35), так как в параксиальном случае сферической аберрацией можно пренебречь.

Величина первеанса пучка в этом случае может быть получена из выражений (33) и (36), или из (34) и (35):

$$P = 4\pi^2 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{W y_{0 \max}}{p^2} \left(\frac{U_1}{U_0}\right)^2. \quad (39)$$

Сравнение условий фокусировки цилиндрического и ленточного пучков

В параксиальном случае легко можно сравнить друг с другом условия оптимальной фокусировки ленточного и аксиально-симметричного цилиндрического пучков. С этой целью будем рассматривать пучки, имеющие оди-

наковые параметры и одинаковые средние поперечные сечения, которые обозначим через S_0 . Для ленточного пучка

$$S_0 = 2W y_{0 \max}, \quad (40)$$

а для цилиндрического пучка

$$S_0 = \pi r_0^2_{\max}, \quad (41)$$

где $r_{0\max}$ — средний радиус пучка. Обозначим параметр фокусировки $\frac{U_1}{U_0}$ в случае ленточного пучка через F_λ , а в случае цилиндрического пучка через F_μ . Аналогично, амплитуды волнистости траекторий, рассчитанных в первом приближении, будут соответственно выражены через δ_λ и δ_μ .

Из выражений (36), (37) и (40) следует, что

$$F_\lambda = \sqrt{\frac{p^2 I_n}{2\pi^2 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2} S_0}} \quad (42)$$

и

$$\delta_\lambda = \frac{1}{2} F_\lambda. \quad (43)$$

В случае цилиндрического пучка, на основании результатов работы [1], а также выражения (41), можно написать:

$$F_\mu = \sqrt{\frac{2p^2 I_n}{3\pi^2 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2} S_0}} \quad (44)$$

и

$$\delta_\mu = \frac{1}{4} F_\mu. \quad (45)$$

Эти формулы верны, если осевое распределение фокусирующего потенциала определяется выражением (1).

Из сравнения формул (42)–(45) получаем, что

$$\frac{F_\lambda}{F_\mu} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866 \quad (46)$$

и

$$\frac{\delta_\lambda}{\delta_\mu} = \sqrt{3} = 1,732. \quad (47)$$

Итак, если параметры обоих пучков одинаковы, то для фокусировки ленточного пучка требуется несколько меньшее поле, но волнистость потока будет больше, чем в аксиально-симметричном случае.

Наконец сравним между собой величины первеансов при оптимальной фокусировке, в случае $F_\lambda = F_\mu = F$. Величину первеанса цилиндрического пучка в паракиальном приближении получим из выражений (33), (41) и (44):

$$P_\mu = \frac{3}{2} \pi^3 \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \left(\frac{r_{0 \max}}{p} \right)^2 F^2. \quad (48)$$

Обозначим первеанс ленточного потока через P_λ . Тогда из (39) и (48) получаем, что

$$\frac{P_\lambda}{P_\mu} = \frac{8W y_{0 \max}}{3\pi r_{0 \max}^2}. \quad (49)$$

Из этого выражения видно, что при $r_{0 \max} \approx y_{0 \max}$ и прочих равных параметрах первеанс оптимально фокусируемого ленточного пучка может намного превышать первеанс цилиндрического пучка, так как $W \gg y_{0 \max}$ по определению.

Заключение

Выше были определены условия оптимальной фокусировки ленточных электронных потоков электростатическими полями при произвольной величине периода поля. Распределение потенциала на оси задавалось простым выражением (1), которое является характерным для применяемых на практике фокусирующих систем. Поэтому, полученные результаты качественно верны для любой плоско-симметричной электростатической периодической системы.* (Каждая конкретная система в первом приближении может быть охарактеризована своей величиной U_1). Тем не менее, представляет интерес фокусирующая система, для которой формула (1) является строгим выражением распределения поля.

Определим сначала форму электродов, создающих такое распределение. С этой целью подставим величины $U_0 \pm U_f$ в левую часть выражения (3), а величину U_1 , рассчитанную по формуле (4), — в правую часть этого выражения. Получается следующее уравнение:

$$\cos \frac{2\pi}{P} z = \pm \frac{\operatorname{ch} \frac{2\pi}{P} b}{\operatorname{ch} \frac{2\pi}{P} y}. \quad (50)$$

* В работе [4], например, рассматривалась специальная система. Первеанс пучка имел величину такого же порядка, как и в настоящей работе.

Здесь положительный знак относится к электродам с потенциалом $(U_0 + U_f)$, а отрицательный знак — к электродам с потенциалом $(U_0 - U_f)$. Форма электродов, рассчитанная по формуле (50) для случая $\frac{b}{p} = \frac{1}{4}$ показана на рис. 2. На рисунке указаны также эквипотенциальные линии U_0 , $(U_0 + U_1)$ и $(U_0 - U_1)$.

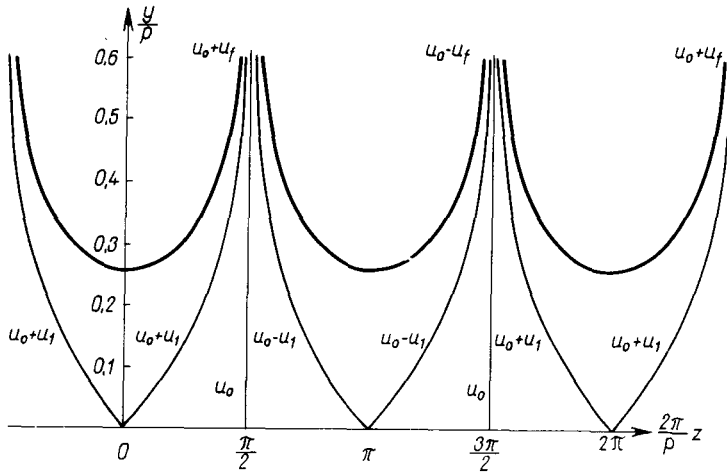


Рис. 2

Для этой системы выражение (4) является строгим соотношением. Подставляя величину U_1 из (4) в формулы (28), (29), (32) и (34), мы получаем условия оптимальной фокусировки для данной системы:

$$\left(\frac{U_f}{U_0}\right)^2 = \frac{pI(y_0)}{\pi\epsilon_0\sqrt{2\eta}WU_0^{3/2}} \frac{\text{ch}^2 \frac{2\pi}{p} b}{\text{sh} \frac{4\pi}{p} y_0}, \quad (51)$$

$$y(z) = y_0 - \frac{p}{4\pi} \frac{U_f}{U_0} \frac{\text{sh} \frac{2\pi}{p} y_0}{\text{ch} \frac{2\pi}{p} b} \cos \frac{2\pi}{p} z, \quad (52)$$

$$j(y) = \frac{2\pi^2 \epsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}}{p^2} \left(\frac{U_f}{U_0}\right)^2 \frac{\text{ch} \frac{4\pi}{p} y}{\text{ch}^2 \frac{2\pi}{p} b} \quad (53)$$

и

$$P = \pi \varepsilon_0 \sqrt{2\eta} \frac{W}{P} \left(\frac{U_f}{U_0} \right)^2 \frac{\operatorname{sh} \frac{4\pi}{P} y_{0 \max}}{\operatorname{ch}^2 \frac{2\pi}{P} b}. \quad (54)$$

Рассмотрим еще вопрос о том, как будет изменяться величина первеанса при фиксированном значении $\frac{U_f}{U_0}$, если менять величину отношения $\frac{y_{0 \max}}{P}$.

Пусть $\frac{W}{y_{0 \max}} = \text{const}$. Введем следующие обозначения:

$$\frac{y_{0 \max}}{b} = \gamma < 1 \quad (55)$$

и

$$2\pi \frac{y_{0 \max}}{P} = \xi. \quad (56)$$

Тогда на основании (54), (55) и (56), подставив значения универсальных постоянных, получим следующее выражение для первеанса:

$$P = 2,63 \cdot 10^{-6} \left(\frac{U_f}{U_0} \right)^2 \frac{W}{y_{0 \max}} f(\xi, \gamma) a/b^{3/2}, \quad (57)$$

где

$$f(\xi, \gamma) = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi}{\operatorname{ch}^2 \frac{\xi}{\gamma}}. \quad (58)$$

Функция $f(\xi, \gamma)$ имеет следующие асимптоты:

а) При $\xi \ll 1$ (параксиальный случай):

$$f(\xi, \gamma) \approx 2\xi^2, \quad (59)$$

если γ не очень малая величина.

б) При $\xi \gg 1$

$$f(\xi, \gamma) \approx 2\xi \exp \left[-2\xi \frac{1-\gamma}{\gamma} \right]. \quad (60)$$

Таким образом, величина первеанса с ростом ξ сначала растет, а потом резко убывает. При некотором значении $\xi = \xi_{\text{opt}}$ первеанс достигает максимальной величины. Согласно (58), величина ξ_{opt} определяется следующим трансцендентным уравнением:

$$\left(\frac{1}{\gamma} \operatorname{th} \frac{\xi_{\text{opt.}}}{\gamma} - \frac{1}{2\xi_{\text{opt.}}} \right) \operatorname{th} 2\xi_{\text{opt.}} = 1. \tag{61}$$

Графики функции $f(\xi, \gamma)$ показаны на рис. 3. при трех разных значениях γ . На рисунке видно, что с ростом γ величина первеанса сильно растет и в то же время положение максимума смещается в сторону больших значений ξ . (См. таблицу 1.).

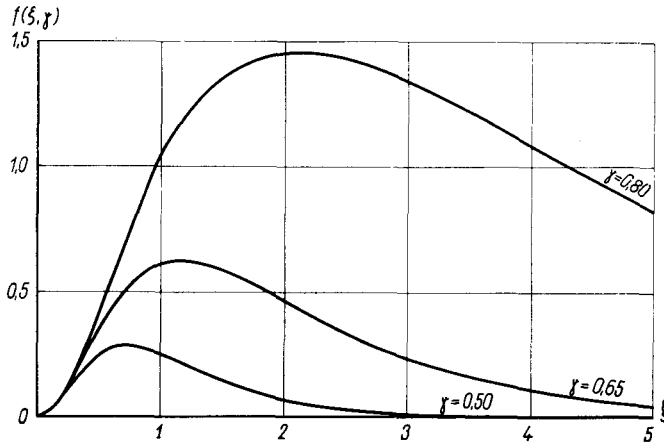


Рис. 3

Из таблицы видно, что при всех практически интересных значениях коэффициента заполнения γ максимальная величина первеанса достигается вне параксиальной области. Практическая полезность настоящей работы состоит как раз в том, что с ее помощью становится возможным расчет фокусирующих систем для более интенсивных ленточных потоков, чем с помощью параксиальной теории. Сильно меняющиеся с расстоянием периодические поля ($p \approx \gamma_{\text{max}}$) имеют еще и то преимущество, что в них флуктуации пространственного заряда имеют меньшее влияние, вследствие чего увеличивается стабильность фокусировки.

Таблица 1

γ	ξ_{opt}	f_{max}
0,50	0,73	0,289
0,65	1,15	0,623
0,80	2,11	1,454

ЛИТЕРАТУРА

1. A. M. CLOGSTON and H. HEFFNER, *J. Appl. Phys.*, **25**, 436, 1954.
2. P. K. TIEN, *J. Appl. Phys.*, **25**, 1281, 1954.
3. R. ADLER, O. M. KROMHOUT and P. A. CLAVIER, *Proc. IRE*, **44**, 82, 1956.
4. C. C. JOHNSON, *IRE Trans. El. Dev.*, ED-5, 233, 1958.
5. W. E. WATERS, *J. Appl. Phys.*, **31**, 1814, 1960.
6. R. ADLER, O. M. KROMHOUT and P. A. CLAVIER, *Proc. IRE*, **43**, 339, 1955.
7. M. SZILÁGYI, *Acta Phys. Hung.*, **18**, 87, 1965.
8. J. R. PIERCE, *Theory and Design of Electron Beams*, Chapter I, Van Nostrand, New York, 1954.
9. K. K. N. CHANG, *Proc. IRE*, **45**, 1522, 1957.
10. J. R. HECHTEL, *The Microwave Journ*, **3**, 41 and 81, 1960.
11. H. A. C. HOGG, *Proc. IEE*, B-105, 1016, 1958.
12. P. A. STURROCK, *J. Electr. Control*, **7**, 153, 1959.
13. F. J. NEWLAND, *Microwaves (Proc. 4th Intern. Congr. on Microwave Tubes)*, K-17, p. 620-625, 1963.

PERIODIC ELECTROSTATIC FOCUSING OF SHEET ELECTRON BEAMS

By

M. SZILÁGYI

Abstract

An investigation of the periodic electrostatic focusing of sheet electron streams is given. The focusing system has a plane of symmetry, which coincides with the medium plane of the beam. The beam thickness may be comparable with the period of the system. The following optimal focusing conditions are determined: the value of the focusing potential, the approximate electron trajectories, the beam perveance and the required current density distribution in the beam cross section. The paraxial approximation is considered as a special case. In this case the focusing conditions for sheet beams are compared with those for the cylindrical ones. Finally the electrode shapes for the considered type of electric field are determined, and the beam perveance as a function of geometric parameters is given. It is found that the maximum value of the perveance is achieved out of the paraxial region.