H. Schneeweiß

Kritische Bemerkungen zur Kritik am Wahrscheinlichkeitssubjektivismus

1. Kofler und Menges haben in ihrem kürzlich erschienenen Buch [1976]* den "Wahrscheinlichkeitssubjektivismus", also den Begriff und die Theorie der subjektiven Wahrscheinlichkeit einer radikalen Kritik unterzogen: "Er (der Wahrscheinlichkeitssubjektivismus) ist kein Problem, sondern eine Irrlehre" (S. 60). Das ist das Resümee einer relativ ausführlichen Auseinandersetzung mit einer wenn auch umstrittenen, so doch immerhin von vielen Statistikern, Wirtschaftswissenschaftlern und Wissenschaftstheoretikern anerkannten Theorie.

Zwei Gründe haben mich bewogen, auf diese Kritik ebenso ausführlich einzugehen. Zum einen beziehen sich die Autoren bei ihrer Argumentation teilweise auf einen früheren Aufsatz von mir [1974], zum anderen scheinen mir manche ihrer Argumente nicht untypisch für das verbreitete Mißtrauen zu sein, das dem Begriff der subjektiven Wahrscheinlichkeit entgegengebracht wird, weshalb ich glaube, daß eine Diskussion dieser Argumente auf einigermaßen breites Interesse stoßen könnte.

Um es gleich zu sagen: Ich kann den Gedankengängen von Kofler und Menges, die schließlich zu der erwähnten totalen Ablehnung des subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriffes führen, nicht folgen. Ich meine und hoffe zeigen zu können, daß ihre Widerlegungsversuche zumindest teilweise auf Mißverständnissen beruhen.

In der Tat ist ja der Wahrscheinlichkeitssubjektivismus seit eh und je vielfachen Mißverständnissen ausgesetzt gewesen, und es ist zu befürchten, daß selbst ein so engagierter und argumentativer Aufsatz wie der von den Autoren als "moderne Apologie" (S. 59) zitierte Aufsatz von de Finetti [1974] diese nicht ausräumen wird, sie vielleicht eher noch vermehrt, denn zu komplex oder doch zu ungewöhnlich, so scheint es, ist die subjektivistisch begründete Wahrscheinlichkeitstheorie. Auch die hier vorzubringenden Bemerkungen können höchstens - so ist zu hoffen - den einen oder anderen Gesichtspunkt der Theorie kräftiger beleuchten, vielleicht dieses oder jenes Scheinparadoxon klären helfen, wie überhaupt dieser Beitrag nur eine Stimme in dem großen Chor des Für und Wider sein kann.

---

* Seitenangaben beziehen sich auf dieses Buch.

2. Vorab sei festgestellt, daß ich mich hier auf den gleichen Standpunkt stelle, den auch Kofler und Menges wenigstens grundsätzlich einnehmen, nämlich daß die Entscheidungstheorie eine Theorie des rationalen Entscheidens ist (S. 9 ff.). Diese Theorie, aufgefaßt als eine normative Theorie des rationalen, d.h. des in sich konsistenten Handelns, stellt enorm hohe Anforderungen an das handelnde Subjekt. In der Tat, gerade dieser überhöhte, nahezu übermenschliche Anspruch, den die Theorie mit ihrer Normensetzung erhebt, ist der Hauptkritikpunkt, vielleicht der einzige Kritikpunkt, der gegen sie vorgebracht werden kann. Das gilt in gleicher Weise für die Nutzentheorie wie für die subjektivistische Wahrscheinlichkeitstheorie. Hat man aber einmal den Standpunkt der (übermenschlich) strengen Rationalität akzeptiert - und sicher läßt er sich für gewisse begrenzte, überschaubare Entscheidungssituationen aufrecht erhalten - dann führt m.E. kein Weg an der Nutzentheorie und kein Weg an der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie vorbei. Sie sind das logische Endresultat der zu Ende gedachten Rationalitätsidee.

Am Beispiel des Transitivitätspostulats arbeiten Kofler und Menges den Standpunkt einer Theorie des rationalen Handelns klar heraus (S. 10): Reale Individuen haben oft intransitive Präferenzen, das idealisierte Individuum der Theorie aber kann nur transitive Präferenzen haben, denn diese sind "ein Gebot der Rationalität". Der in der Literatur mehrfach gegebene Hinweis auf tatsächlich beobachtete Intransitivitäten ist berechtigt und wichtig, weil er den hohen Idealisierungsgrad des Rationalitätsbegriffs und der mit ihm verbundenen Entscheidungstheorie aufzeigt; er ist irrelevant, wenn dieser Idealisierungsgrad akzeptiert wird. Ähnliches kann von allen anderen Axiomen der Nutzentheorie wie der subjektivistischen Entscheidungstheorie gesagt werden. Immer ist der Hinweis auf konkretes den Axiomen zuwider laufendes Verhalten nur ein weiterer Beweis dafür, daß reale Individuen eben nicht rational handeln. Solche - wie ich sie nennen möchte - psychologische Einwände gegen die Entscheidungstheorie können diese in ihrer Struktur nicht treffen (sie können aber das Grundkonzept der strengen Rationalität als solches ins Wanken bringen).

Neben den psychologischen Einwänden, die Nutzentheorie und subjektivistische Wahrscheinlichkeitstheorie in gleicher Weise betreffen, sind noch mancherlei logische Einwände - so auch von Kofler und Menges - erhoben worden. Sie betreffen weniger die mathematische Stringenz der aus den Axiomen abgeleiteten Theorie, als vielmehr deren Interpretation bei Anwendungen. Mir scheint, daß sie meistens auf Mißverständnissen beruhen, auf einer falschen, in der Theorie nicht vorgesehenen Interpretation der entscheidungstheoretischen Grundbegriffe. Eine kritische Analyse dieser logischen Einwände kann daher zur Klärung der theoretischen Begriffe des Wahrscheinlichkeitssubjektivismus beitragen und sollte insbesondere zu einer sachgerechten Interpretation und Anwendung der Theorie führen.

3. Bei der nun folgenden Erörterung einzelner Kritikpunkte von Kofler und Menges habe ich mich in etwa an die Reihenfolge gehalten, die die Autoren gewählt haben (§ 11, S. 54 ff.). Sie

kritisieren zunächst das sogenannte integrierte Axiomensystem, um dann weitere allgemeine Kritikpunkte gegen den Wahrscheinlichkeitssubjektivismus anzuführen. Das integrierte Axiomensystem habe ich [1974] in vergröberter und vereinfachter Form in Anlehnung an Savage [1954] dargestellt. Es ist in erster Linie ein Axiomensystem, das es gestattet, die Existenz subjektiver Wahrscheinlichkeiten ohne den Umweg über eine Nutzenfunktion herzuleiten, um dann im zweiten Schritt auch noch diese zu konstruieren. Daher wird es im folgenden auch oft als Axiomensystem für subjektive Wahrscheinlichkeiten angeführt. Dem steht das bekannte auf v. Neumann und Morgenstern zurückgehende Axiomensystem der Nutzentheorie gegenüber. Gelegentlich werde ich die Axiome aus dem einen oder anderen System schlicht als Axiome rationalen Handelns oder als Axiome der Entscheidungstheorie anführen.

3.1 Das Grundaxiom (Ordnungsaxiom), daß nämlich die Präferenzrelation auf der Menge der Aktionen eine vollständige Präordnung sei [Savage 1954, S. 18, Schneeweiß 1974, S. 132], wird als zu stark kritisiert: "Ist das erste Axiom erfüllt, dann weiß der Entscheidende bereits alles, was für ihn relevant ist." (S. 55). Gemeint ist, er kenne dann schon seine Präferenzordnung und brauche nur noch die höchstpräferierte Aktion zu wählen. Das ist freilich ein Mißverständnis nicht nur dieses Axioms, sondern des ganzen Axiomensystems überhaupt, ein Mißverständnis, das durch die von Kofler und Menges gewählte Formulierung des Axioms, auf dem Aktionenraum sei eine totale Präferenzordnung gegeben, noch besonders akzentuiert wird.

Was will denn ein Axiomensystem des rationalen Handelns? Es stellt Regeln auf, denen eine Präferenzrelation folgen muß, will sie als rational anerkannt werden. Diese Regeln haben (von Ausnahmen abgesehen) immer die logische Form, daß aus gewissen gegebenen Präferenzen gewisse andere zwingend folgen. Entsprechend läßt sich das Ordnungsaxiom auch so formulieren:

1) Transitivität: Ist $a \succsim a'$ und $a' \succsim a''$, dann muß auch $a \succsim a''$ sein.

2) Vollständigkeit: Steht fest, daß $a \not\succsim a'$, dann muß $a' > a$ sein.

In dieser Formulierung wird klar, daß keine Rede davon ist, daß eine Präferenzordnung von irgendwo her a priori gegeben oder dem Entscheidungssubjekt bekannt sei. Daß sich die Aktionen im Prinzip anordnen lassen, wie das Axiom sagt, ist nicht damit zu verwechseln, daß eine solche Ordnung schon vorliegt.

Überhaupt sagen die Axiome nichts darüber aus, ob eine Präferenz dem Entscheidungssubjekt klar bewußt ist oder nicht, so wie auch nichts darüber gesagt wird, ob eine Präferenz stark und deutlich gefühlt wird oder nur schwach und vage. Diese Begriffe fehlen ganz einfach in der Theorie. Wohl aber können die Axiome und die darauf aufbauende Theorie dazu benutzt werden, um Präferenzen bewußt zu machen, und zwar eben gerade deswegen, weil die Axiome, wie schon gesagt, gewisse Präferenzen zwingend festlegen, wenn andere (schon bewußt) vorliegen.

Es ist in diesem Zusammenhang vielleicht ganz nützlich, sich noch einmal klar zu machen, wie ungemein stark die Axiome die Wahl zwischen verschiedenen denkbaren Präferenzordnungen einschränken. In der Nutzentheorie z.B. genügt bei drei möglichen Ergebnissen e_1, e_2, e_3, die gemäß ihrer Präferenz in dieser Reihenfolge angeordnet sein mögen, die Angabe eines einzigen Nutzenwertes $u(e_2)$ (wenn man $u(e_1)=1$ und $u(e_3)=0$ setzt), um damit die Präferenzordnung auf dem ganzen Simplex der Wahrscheinlichkeitsverteilungen (p_1, p_2, p_3) über (e_1, e_2, e_3) festzulegen. Nur in der Wahl des Nutzenwertes $u(e_2)$ ist das Entscheidungssubjekt frei, kann es nach eigenen Wertvorstellungen verfahren, alle anderen Präferenzen folgen zwingend aus Geboten der Rationalität. (Vgl. hierzu auch Schneeweiß [1967]). Ganz ähnlich sieht es im Bereich der (subjektivistischen) Wahrscheinlichkeitstheorie aus. In einem endlichen Ereignisraum brauchen nur die Wahrscheinlichkeiten für die Elementarereignisse festzustehen, alle anderen Wahrscheinlichkeiten folgen dann zwingend. Subjektive Wahrscheinlichkeiten können eben nicht "unbeschränkt zum Nulltarif produziert" werden (S. 57); sie müssen zueinander passen, sie müssen mit dem riesigen Erfahrungswissen des Entscheidungssubjekts in Einklang stehen.

Dieser Zwang ergibt sich aber erst aus dem Axiomensystem in seiner Gesamtheit. Das Ordnungsaxiom für sich genommen läßt noch alle Möglichkeiten für eine Präferenzordnung offen. Es ist also nicht zu stark, es ist im Gegenteil viel zu schwach, um ganz allein eine Theorie des rationalen Handelns bei Ungewißheit begründen zu können. Tatsächlich ist es, wenn auch selbst schon ein Axiom, doch nur die Grundlage für ein erst eigentlich zu errichtendes Axiomensystem.

Dennoch könnte man an Abschwächungen des Ordnungsaxioms denken, indem man z.B. die Forderung der Vollständigkeit 2) fallen läßt oder abschwächt. In der Nutzentheorie bei nur endlich vielen Ergebnissen läßt sich das ohne weiteres machen, wie man z.B. bei Kofler und Menges nachlesen kann (S. 33 ff.). Auch für die subjektivistische Wahrscheinlichkeitstheorie müßte das möglich sein, zumindest bei endlichen Ereignisräumen. Eine solche Abschwächung in Richtung auf ein Minimalaxiomensystem vorzunehmen, mag zwar reizvoll sein, notwendig für eine Theorie rationalen Handelns erscheint sie mir nicht. Das ursprüngliche Axiomensystem der Nutzentheorie von v. Neumann und Morgenstern [1944] benutzt jedenfalls das vollständige Ordnungsaxiom, und m.W. ist es deswegen bisher noch nie kritisiert worden.

3.2 Ob - wie Kofler und Menges behaupten - das Unabhängigkeitsaxiom (oder Sure-Thing-Prinzip) der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie stärker ist als das entsprechende Axiom der Nutzentheorie, sei dahingestellt. Sicher folgt letzteres aus ersterem, aber doch nur unter Zuhilfenahme aller anderen Axiome des "integrierten Axiomensystems". Jedenfalls steht fest, daß das Sure-Thing-Prinzip zu seiner Formulierung keine Wahrscheinlichkeiten benutzt. Es bezieht sich direkt auf die Ereignisse des gegebenen Ereignisraumes (des Raumes der "Zustände der Natur") und ist insofern elementarer als das entsprechende Axiom der Nutzentheorie und daher m.E. auch evidenter als dieses.

Blyth [1972] glaubt ein Gegenbeispiel zum Sure-Thing-Prinzip gefunden zu haben. Hier ist zunächst ein Irrtum bei Kofler und Menges auszuräumen. Blyth argumentiert nicht so, daß das Sure-Thing-Prinzip paradoxe Resultate, insbesondere das sogenannte "Paradoxon der falschen Korrelation" zur Folge habe und deswegen abzulehnen sei. Er benutzt vielmehr umgekehrt das genannte Paradoxon - eigentlich ein Scheinparadoxon, das sich schon im Rahmen der deskriptiven Statistik formulieren läßt und mit subjektiven Wahrscheinlichkeiten direkt nichts zu tun hat - um eine Entscheidungssituation zu konstruieren, die dem Sure-Thing-Prinzip zu widersprechen scheint. Lindley [1972] hat in einem Diskussionsbeitrag nachgewiesen, daß Blyth sich irrt. Das von Blyth konstruierte Beispiel entspricht nicht dem Sure-Thing-Prinzip. Es erübrigt sich daher wohl, hier näher auf diesen offensichtlich mißglückten Widerlegungsversuch von Blyth einzugehen.

Man könnte unabhängig von der an sich ausreichenden Klarstellung durch Lindley den gedanklichen Fehler bei Blyth etwa wie folgt charakterisieren. Simpson's Paradoxon, ein Spezialfall des Paradoxons der falschen Korrelation, beschreibt eine (in der Praxis durchaus vorkommende) Situation, in der drei Ereignisse A,B,C in folgender Wahrscheinlichkeitsbeziehung zueinander stehen (der Querstrich bedeutet das Komplementärereignis):

$$\begin{aligned} P(A|B\,C) &> P(A|\bar{B}\,C) \\ P(A|B\,\bar{C}) &> P(A|\bar{B}\,\bar{C}) \\ P(A|B) &< P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

Daran ist nichts Paradoxes. Es lassen sich leicht handfeste numerische Beispiele für ein solches System von Beziehungen aufstellen [Blyth]. Denkbar wäre nun folgender Fehlschluß: Man faßt das "bedingte Ereignis $A|B$" als ein "Ereignis" (etwa) B' auf und ähnlich $A|\bar{B}$ als B" und schreibt nun die Ungleichungen so um, daß man

$$\begin{aligned} P(B'|C) &> P(B''|C) \\ P(B'|\bar{C}) &> P(B''|\bar{C}) \\ P(B') &< P(B'') \end{aligned}$$

hat, also ein System, das offensichtlich falsch ist. Man hätte auf diese Weise, ausgehend von einem Scheinparadoxon, einen echten Widerspruch im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie gefunden. Der Fehler liegt in der Schlußweise. Blyth - das muß sofort gesagt werden - hat so nicht wirklich geschlossen. Mir scheint jedoch, daß seine Argumentation, insbesondere die Art, wie er bedingte Präferenzen konstruiert, große Ähnlichkeit mit der eben skizzierten "Ableitung" hat.

3.3 Die Autoren zitieren Allais [1953] als weiteren Kritiker des Sure-Thing-Prinzips. Allais' Einwand richtet sich freilich in erster Linie gegen die Nutzentheorie, die Kofler und Menges durchaus akzeptieren. Man kann allerdings seinen Einwand auch im Zusammenhang mit dem Sure-Thing-Prinzip sehen oder vielmehr man kann dieses dazu benutzen, um Allais' Beispiele zu analysieren [Savage 1954, S. 101 ff.]. Im übrigen ist Allais' Einwand vom psychologischen Typ, für den das früher Gesagte gilt: Daß reale Personen sich inkonsistent verhalten, ist nicht notwendig ein Einwand gegen eine Theorie rationalen Verhaltens.

3.4 Im Zusammenhang mit dem sogenannten Dominanzprinzip weisen Kofler und Menges auf eine Schwierigkeit hin, die freilich nicht nur dieses Axiom betrifft, sondern sich durch die ganze Entscheidungstheorie hindurchzieht. Es handelt sich um ein Interpretationsproblem, das schon bei der Aufstellung der Entscheidungsmatrix auftritt. Dort wird jeder Aktion α und jedem Zustand der Natur β ein "Ergebnis" $e(\alpha,\beta)$ aus einem Ergebnisraum E zugeordnet (S. 23 f.). Wie nun lassen sich diese Ergebnisse ohne Bezug auf α und β beschreiben? Insbesondere wird man zulassen wollen, daß in konkreten Entscheidungssituationen verschiedene (α,β)-Kombinationen das gleiche Ergebnis haben können. Wie aber läßt sich konkret feststellen, ob z.B. $e(\alpha,\beta)=e(\alpha',\beta')$ ist? In den meisten Anwendungen wird das kein großes Problem sein (1). Es gibt aber Entscheidungssituationen, und zwar auch schon im Rahmen der Nutzentheorie, wo auf die genaue Interpretation des Ergebnisses zu achten ist [vgl. Laux und Schneeweiß 1972].

In der reinen Nutzenaxiomatik wird dieses Problem verdrängt, weil dort nicht mehr auf die ursprünglich zugrundeliegenden Zustände der Natur abgestellt wird, sondern nur noch auf Wahrscheinlichkeitskombinationen zwischen Ergebnissen. Die Wahrscheinlichkeiten fallen vom Himmel und sind nicht mehr an bestimmte Zustände der Natur gebunden. Anders in der tiefer ansetzenden Axiomatik für subjektive Wahrscheinlichkeiten. Dort können unter Umständen schon die Axiome Interpretationsschwierigkeiten bereiten. Daß diese aber eigentlich schon, wenn auch verdeckt, in der Nutzentheorie auftreten, kann vielleicht am einfachsten an dem bekannten Regenschirmbeispiel erläutert werden.

Die Aktionen sind: einen Regenschirm auf dem Spaziergang mitnehmen oder nicht mitnehmen. Die Zustände sind, sagen wir: Sonnenschein oder Regen. Eines der möglichen Ergebnisse ist nun, ungeschützt in den Regen zu kommen. Um dieses Ergebnis mit Nutzen bewerten zu können, muß es unabhängig vom Zustand Regen gesehen werden. Es sollen ferner zum Auffinden des Nutzenwertes die verschiedensten Wahrscheinlichkeitskombinationen der Ergebnisse im Hinblick auf ihre Präferenzen untersucht werden, und die künstlich (etwa durch Würfelwurf oder ähnlich) festgelegte Wahrscheinlichkeit für das genannte Ergebnis hat natürlich nichts mit der konkreten Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Zustandes Regen zu tun. Man muß also vom Zustand der Natur abstrahieren, was man im vorliegenden Beispiel dadurch tun kann, daß man als Ergebnis nicht formuliert "ungeschützt in den Regen kommen", sondern etwa "naß werden". Man wird sich dann auch eine Aktion vorstellen können, die in jedem Fall, bei Sonne wie bei Regen, zum Naßwerden führt. So oder ähnlich wird man sich auch in den meisten anderen Anwendungsfällen zumindest gedanklich bei der Bewertung von Ergebnissen von dem jeweiligen Zustand der Natur lösen können. Ist es von einem rational Handelnden zuviel verlangt, daß er diesen gedanklichen Akt vollbringt?

3.5 Kofler und Menges behaupten, daß es zur kardinalen Wahrscheinlichkeitsmessung objektiver Wahrscheinlichkeiten bedürfe. Diese Meinung beruht offenbar auf einem Mißverständnis. Möglicherweise waren meine Ausführungen [1974] mißverständlich, indem ich dort, einer oft vorgeschlagenen Praxis folgend, Münzwurfergebnisse zur Wahrscheinlichkeitsmessung herangezogen habe. Ein eingefleischter Wahrscheinlichkeitsobjektivist verbindet offenbar mit dem Münzwurf immer einen frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Der aber ist hier nicht gemeint. Gemeint ist vielmehr, daß es eine Münze gibt, die das Entscheidungssubjekt selbst wählen und prüfen kann und von der es (subjektiv) glaubt, daß jede Ereignisserie von k Würfen die gleiche (subjektive) Wahrscheinlichkeit hat. Kein Wort von objektiven Wahrscheinlichkeiten!

Dieses Postulat (genau genommen also auch ein Axiom der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie) kann abgeschwächt werden, führt aber dann zu viel komplizierteren Schlüssen [Savage, 1954]. Es kann ferner auf andere Begriffe der ordinalen (subjektivistischen) Wahrscheinlichkeitstheorie zurückgeführt werden, so auf den des neutralen Ereignisses und den der Unabhängigkeit, wie ich [1974] zu zeigen versucht habe. (Auch der in dem Postulat gebrauchte Begriff der Gleichheit zwischen Wahrscheinlichkeiten ist noch ordinaler Natur.)

3.6 Ein ganz besonders kontroverser Punkt in der Diskussion um den Wahrscheinlichkeitssubjektivismus - und nicht nur bei Kofler und Menges - ist das Verhältnis der subjektiven zur objektiven Wahrscheinlichkeit. Mir scheint, daß hier viele Mißverständnisse verborgen liegen und daß in erster Linie aus diesen heraus die Ablehnung des Wahrscheinlichkeitssubjektivismus erfolgt, wohingegen andere, z.B. die Axiomatik betreffende Einwände nur marginale, das allgemeine Mißtrauen nur unterstützende Argumente darstellen.

So wird bisweilen gesagt, daß subjektive Wahrscheinlichkeiten Schätzungen für objektive Wahrscheinlichkeiten seien, und natürlich sind Schätzungen in der Regel falsch. Der Wahrscheinlichkeitssubjektivist setze sich also mit seinem Wahrscheinlichkeitsurteil von vornherein ins Unrecht. Zwar führen auch Objektivisten Schätzungen durch, aber sie tun dies anhand von Stichprobendaten, also objektivem Material, und sie geben explizit Schranken für das Ausmaß der Ungenauigkeit ihrer Schätzungen an. Anders der Subjektivist. Er produziert eine einzige, nämlich seine eigene subjektive Wahrscheinlichkeit ohne Konfidenzschranken, und wenn er damit die objektive Wahrscheinlichkeit "falsch einschätzt, so ist dies sein eigener Fehler, und er wird selbst die Konsequenzen zu tragen haben". (S. 57). So kommen Kofler und Menges zu dem leicht ironischen Schluß, daß der Wahrscheinlichkeitssubjektivismus nicht einer "gewissen rationalen Logik" entbehre (S. 57). Und weiter:

"Es gibt keine beweisbare Beziehung zwischen der subjektiven Behauptung, man glaube, daß ein Ereignis eine bestimmte Wahrscheinlichkeit hat, und der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieses Ereignisses" (S. 59). Das ist der Kern des Haupteinwandes gegen den Wahrscheinlichkeitssubjektivismus.

Zunächst ist hierzu zu sagen, daß die Theorie der subjektiven Wahrscheinlichkeiten, so wie von de Finetti oder von L.J. Savage konzipiert, überhaupt keine objektiven Wahrscheinlichkeiten kennt. Zumindest kommen sie in den axiomatischen Fundamenten der Theorie nicht vor. Schon deswegen ist es schwer, von einem Vergleich zwischen subjektiven und objektiven Wahrscheinlichkeiten überhaupt zu sprechen.

In dem Grundmodell der Entscheidungstheorie, das der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie zugrunde liegt, wird davon ausgegangen, daß die Welt (die Realität) sich in einem von mehreren möglichen Zuständen befindet (oder befinden wird (2)). Nur einer der möglichen Zustände ist der wahre, aber das Entscheidungssubjekt weiß nicht, welcher es ist. Der Zustand der Welt ist etwas Einmaliges, Nichtwiederholbares. Insofern paßt ein objektivistischer, d.h. frequentistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff hier nicht.

Kofler und Menges sehen das offenbar anders. Sie sprechen vom "Eintreten" eines Zustandes der Welt und sehen dafür eine objektive Wahrscheinlichkeit vor, ohne freilich zu sagen, woher diese kommt, welcher (objektive) Zufallsmechanismus für dieses Eintreten verantwortlich ist. In der Verwechslung dieser anderen, sicher auch möglichen Sicht von dem, was Zustände der Welt sein sollen, mit der Sicht der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie liegt, so scheint mir, die Quelle aller weiteren Mißverständnisse.

Wenn also im Rahmen der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie von einem Vergleich mit objektiven Wahrscheinlichkeiten gesprochen werden soll, so müssen diese dort erst eingeführt werden. Sie erscheinen als Derivate, und zwar als gewisse Parameter, die die (subjektiven) Wahrscheinlichkeiten von sogenannten symmetrischen Ereignisfolgen näher beschreiben [Savage, S. 50 ff., de Finetti, S. 125 f.]. Ein einfaches Beispiel soll diese Zusammenhänge verdeutlichen helfen.

Man denke sich wieder einmal die unvermeidliche Urne, diesmal mit schwarzen und weißen Kugeln gefüllt mit einem dem Entscheidungssubjekt unbekannten Anteil p an schwarzen Kugeln. Dieser Parameter p kann als objektive Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer schwarzen Kugel gedeutet werden. Der Anteil p ist insofern objektiv, als er eine Eigenschaft der Urne ist, die unabhängig vom Subjekt besteht.

Zunächst aber seien noch keine Ziehungen vorgesehen. Das Subjekt muß raten, wie groß p ist. Offenbar liegt dann folgendes Entscheidungsmodell vor: Zustände der Welt sind die sämtlichen Werte von p, $0 \leq p \leq 1$, Aktionen sind ebenfalls alle Werte von p, die geraten werden können (3). [Die Konsequenzen des Ratens wären noch festzulegen, interessieren hier aber nicht.] Gemäß der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie wird nun das Subjekt für die Zustände der Welt (subjektive) Wahrscheinlichkeiten haben (woher immer diese kommen mögen), d.h. es wird eine (subjektive) Wahrscheinlichkeitsverteilung F über dem Raum des Parameters p bestehen. Da diese Wahrscheinlichkeiten sich auf p beziehen und nicht auf das Eintreten des Ereignisses, eine schwarze Kugel zu ziehen, kann ein Vergleich zwischen diesen subjektiven Wahrscheinlichkeiten und der "objektiven Wahrscheinlichkeit" p gar nicht angestellt werden. Insofern liegt zunächst noch gar kein Vergleichsproblem vor. [Man kann freilich sagen, daß in gewissem Sinne p "geschätzt" wird, aber nicht durch Angabe eines Schätzwertes, sondern einer ganzen Wahrscheinlichkeitsverteilung für p. Sicherlich wird man nicht sagen können, daß p durch diese "falsch" geschätzt würde.]

Stellen wir uns jetzt vor, daß eine Kugel gezogen wird. A sei das Ereignis, daß eine schwarze Kugel gezogen wird (oder gezogen worden ist - auf den zeitlichen Aspekt soll es nicht ankommen) und das Subjekt habe wieder zu raten, ob A eintritt (bzw. eingetreten ist) oder nicht. Nach wie vor sei die Proportion p unbekannt. K_p sei die Menge der Kugeln in der Urne mit Parameter p, S_p sei die Teilmenge der schwarzen Kugeln ($S_p \subset K_p$). Die Zustände der Welt bestehen jetzt aus den sämtlichen Paaren (p,k), worin k die gezogene Kugel bedeutet ($k \varepsilon K_p$) und $0<p\leq 1$. Das Ereignis A ist die Teilmenge $A = \{(p,k) | 0<p\leq 1,\ k \varepsilon S_p\}$. Gemäß subjektivistischer Wahrscheinlichkeitstheorie existiert für das Subjekt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über der Menge aller (p,k). Hieraus lassen sich bedingte Wahrscheinlichkeiten $P(A|p)$ für das Ereignis A bei gegebenem p ableiten. Ist das Subjekt der Meinung, daß bei gegebener Urne jede Kugel die gleiche Chance hat, gezogen zu werden, dann wird es $P(A|p) = p$ setzen, und zwar ohne erst die gemeinsame Verteilung über alle (p,k) zur Berechnung heranziehen zu müssen. Das folgt aus den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, insbesondere aus der Laplace-Regel, und hierin stimmen Subjektivisten und Objektivisten überein. Die bedingte (subjektive) Wahrscheinlichkeit für A ist also gleich der "objektiven Wahrscheinlichkeit" p. Also liegt (bis jetzt) noch keine Divergenz zwischen den beiden Wahrscheinlichkeitsbegriffen vor.

In gewissen Experimenten ist allerdings festgestellt worden, daß reale Entscheidungssubjekte auch bei im Prinzip bekannter Proportion p durch ihr Wettverhalten oder in anderer Weise eine "subjektive Wahrscheinlichkeit" zu erkennen geben, die merklich und systematisch von p abweicht. Auch dies wird von Kofler und Menges als Einwand gegen den Wahrscheinlichkeitssubjektivismus formuliert (S. 59). Es handelt sich hierbei aber offensichtlich um einen Einwand vom psychologischen Typ, der nicht weiter erörtert zu werden braucht. Rationale und damit idealisierte Entscheidungssubjekte werden jedenfalls unter den genannten Bedingungen keine Abweichungen von der "objektiven Wahrscheinlichkeit" p zu erkennen geben.

Wie aber steht es mit der unbedingten (subjektiven) Wahrscheinlichkeit P(A)? Sie läßt sich aus der gemeinsamen Verteilung der Zustände der Welt als Randwahrscheinlichkeit berechnen. Sie kann auch gemäß $P(A) = \int P(A|p)dF(p) = \int p\, dF(p)$ berechnet werden, wenn F die (subjektive) Verteilungsfunktion für p ist.

So wird insbesondere bei symmetrischer Verteilung $P(A) = \frac{1}{2}$ herauskommen (gerade so, als wäre $p = \frac{1}{2}$ und bekannt). Das trifft z.B. dann zu, wenn das Subjekt, weil es überhaupt keine

Information über die unbekannte Proportion p hat, jedem Wert von p die gleiche Wahrscheinlichkeit (oder Wahrscheinlichkeitsdichte) zuspricht. Aber selbst dann, wenn das Subjekt definitif weiß, daß $p \neq \frac{1}{2}$ ist, wenn es aber nicht weiß, ob $p > \frac{1}{2}$ oder $p < \frac{1}{2}$ ist, und wenn es beiden Fällen die gleiche Chance einräumt (und dies völlig symmetrisch tut), wird es die Wahrscheinlichkeit für A mit $\frac{1}{2}$ angeben, was ja nur heißt, daß es ihm gleichgültig ist, ob es (bei gleichem Einsatz) auf A oder auf $\bar{A}$ setzen soll. Beispielsweise denke man an eine Information, aus der hervorgeht, daß eine Farbe dreimal so stark vertreten ist wie die andere, die aber nichts darüber sagt, ob die schwarzen oder die weißen Kugeln in der Überzahl sind (vgl. Abb.). Hier also haben wir den Fall, wo $P(A) \neq p$, wo subjektive und objektive Wahrscheinlichkeiten auseinanderklaffen. Der Fall ist besonders interessant, weil das Entscheidungssubjekt sich dieses Auseinanderklaffens voll bewußt ist.

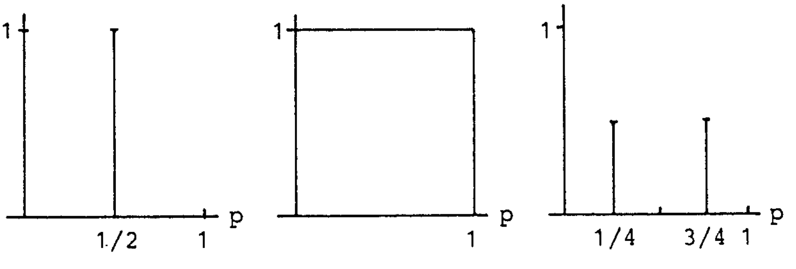

Abb.: Drei Verteilungen für p mit $P(A) = \frac{1}{2}$

Kann man ein solches Entscheidungssubjekt noch rational nennen? Nun, das Subjekt gibt mit P(A) seinen Grad des Glaubens an das Eintreten (oder Eingetretensein) des Ereignisses A wieder. Nur A interessiert, weil bezüglich A Entscheidungen zu treffen, z.B. Wetten abzuschließen sind. Dagegen wird eine Aussage über p überhaupt nicht intendiert. Alles, was das Subjekt über p sagen will, ist durch die Angabe der Verteilung F schon ausgedrückt. Diese interessiert nur insoweit (4), als sie eventuell zur Bestimmung von P(A) beitragen kann. Ganz gewiß aber ist P(A) keine Schätzung für p. Eine Schätzung wird durch P(A) gar nicht angestrebt, und daher kann die "objektive Wahrscheinlichkeit" p auch nicht falsch eingeschätzt werden. Vielmehr bleibt p ein unbekannter Parameter, und das ist er auch für den Wahrscheinlichkeitsobjektivisten.

Man kann das Verhältnis zwischen subjektiver und objektiver Wahrscheinlichkeit kurz so umreißen: Bei bekannter "objektiver Wahrscheinlichkeit" p stimmen Subjektivist und Objektivist in ihrer Meinung über die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A überein. Bei unbekanntem p weigert sich der Objektivist, eine Aussage über P(A) zu machen (außer eben der, daß P(A) unbekannt sei); der Subjektivist, der ja schließlich eine Entscheidung treffen soll, ist dagegen bereit, eine Wahrscheinlichkeit anzugeben, die allerdings (zunächst) nichts anderes sein soll, als ein kurzgefaßter Ausdruck seines Wettverhaltens (letztlich aber auch die Grundlage für eventuelle andere Entscheidungen). Mit der Angabe P(A) füllt er einfach eine Lücke, die der Objektivist offen gelassen hat (5). Keinesfalls beabsichtigt er damit eine Angabe über p, etwa gar eine Schätzung von p. So ist es zwar richtig, daß kein Zusammenhang (6) besteht zwischen dem subjektiven Glauben, daß ein Ereignis eine bestimmte Wahrscheinlichkeit habe, und der "tatsächlichen Wahrscheinlichkeit", daß also in der Regel $P(A) \neq P(A|p) = p$, aber der Subjektivist glaubt ja gar nicht, daß $P(A) = p$. Glaubt er z.B., daß $P(A) = \frac{1}{2}$, dann kann er bezüglich p die verschiedensten Wahrscheinlichkeitsverteilungen glauben, z.B. die in der Abbildung angegebenen oder viele andere mehr. Bezüglich A dagegen verhält er sich so, als ob die unbekannte Proportion $p = \frac{1}{2}$ wäre, wohl wissend, daß p ganz anders sein kann.

Daß wirklich mit P(A) nicht irgend eine Schätzung für p gemeint ist, kann man sich besonders gut verdeutlichen, wenn man sich fragt, wie der Subjektivist Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse wiederholter Ziehungen bestimmt. Seien z.B. zwei Ziehungen mit Zurücklegen vorgesehen. Dann sind die Zustände der Welt die Tripel (p,k_1,k_2), wobei k_i die Kugel des i-ten Zuges bedeutet. Sei B das Ereignis, zwei schwarze Kugeln zu ziehen. Man sieht leicht ein, daß $P(B|p) = p^2$ und $P(B) = \int P(B|p)\, dF(p)$. Sehen wir uns nun die drei in der Abbildung skizzierten Fälle an, in denen $P(A) = \frac{1}{2}$ war. Nur im ersten ist $P(B) = \frac{1}{4} = (P(A))^2$. Im zweiten ist $P(B) = \int_0^1 p^2 dp = \frac{1}{3}$, im dritten ist $P(B) = (\frac{1}{4})^2 \cdot \frac{1}{2} + (\frac{3}{4})^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$. Der extremste Fall liegt vor, wenn das Subjekt weiß, daß sich nur Kugeln einer Farbe in der Urne befinden, aber nicht weiß, welche Farbe, und beiden Farben die gleiche (subjektive) Chance gibt; dann ist $P(B) = \frac{1}{2} = P(A)$. Wäre P(A) eine Schätzung für p, dann sollte eigentlich in jedem Fall P(B) durch $(P(A))^2$ berechnet (d.h. geschätzt) werden. Wie man sieht, ist das nicht der Fall. P(A) ist keine Schätzung der "objektiven Wahrscheinlichkeit" p.

3.7 Zum Abschluß ihrer Diskussion (S. 59) führen Kofler und Menges noch einige pauschale Einwände an, wie etwa, daß subjektive Wahrscheinlichkeiten nur beschränkt kommunizierbar seien, daß sie nur schwer exakt meßbar seien, daß nahe beieinander liegende Werte nicht auseinander gehalten werden können. Das sind alles psychologische Einwände, die den "hohen Idealisierungsgrad" (S. 61) zeigen. Im übrigen lassen sie sich wortwörtlich auf den Nutzenbegriff übertragen (vgl. z.B. S. 63).

4. Kofler und Menges befürchten, daß das für ihr Buch zentrale Konzept der partiellen Information entbehrlich würde, falls man den Wahrscheinlichkeitssubjektivismus gelten ließe (S. 60). Die Befürchtung erscheint durchaus berechtigt, jedenfalls dann, wenn man der Philosophie der strengen Rationalität huldigt, wie es Kofler und Menges wenigstens im Prinzip tun (wenn

sie auch nicht den letzten Schritt hin zum Wahrscheinlichkeitssubjektivismus machen wollen). Tatsächlich aber könnte auch ein Wahrscheinlichkeitssubjektivist den Ausführungen der Autoren unter Umständen zustimmen, sofern er bereit ist, von dem Ideal strenger Rationalität abzugehen.

Von dem rationalen Entscheidungssubjekt wird verlangt, daß es eine eindeutig bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Zuständen der Welt hat und ebenso, daß es eine eindeutig bestimmte Nutzenfunktion für die Ergebnisse hat. Beides kann für reale Personen bestenfalls nur näherungsweise erfüllt sein. Nicht immer müssen beide vage und unbestimmt sein. In manchen Fällen wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung scharf sein, die Nutzenfunktion dagegen unscharf, in anderen Fällen ist es eher umgekehrt. Gerade für diese anderen Fälle ist das Buch von Kofler und Menges geschrieben.

Die Tatsache, daß reale Personen oft genug nur eine ungefähre Vorstellung von ihren subjektiven Wahrscheinlichkeiten haben und diese entsprechend nur vage mitteilen können, wurde unter Wahrscheinlichkeitssubjektivisten vielfach diskutiert. Vagheit ist (bislang noch) kein exakter Begriff der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie. Er ist vor allem ein Begriff der Anwendung der Theorie. Nach Lindley [1972] ist die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis A dann vage, wenn im Umkreis des Subjekts leicht Informationen auftauchen können, die die Wahrscheinlichkeit für A (als bedingte Wahrscheinlichkeit aufgefaßt) umwerfen. So ist in dem Urnenbeispiel dann die Wahrscheinlichkeit P(A) scharf, und zwar gleich p, wenn die Proportion p bekannt ist, denn - zumindest solange die Kugel noch nicht gezogen worden ist - kann keine zusätzliche Information diese Wahrscheinlichkeit ändern. Wenn aber p völlig unbekannt ist, können Informationen vielerlei Art über die Proportion p dazu führen, daß P(A) geändert wird. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit für A vage. Dieser Vagheitsbegriff geht nach wie vor von dem Konzept eines idealisierten, rationalen Entscheidungssubjekts aus.

Geht man noch einen Schritt weiter, dann kann man sich ein reales Entscheidungssubjekt vorstellen, das in seinem Kopf alle schon erhaltenen Informationen daraufhin abklopft, ob sie für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A relevant sind oder nicht. Als reale Person wird es kaum in der Lage sein, wirklich alle Informationen im Geiste parat zu haben, sondern wird je nachdem, welche Information es gerade bedenkt, zu dieser oder jener Wahrscheinlichkeit für A kommen. So kann es geschehen, daß selbst bei unveränderlichem Informationsstand ein Subjekt in seiner Wahrscheinlichkeitsverteilung ständig schwankt und überhaupt nie sicher ist, ob es alle Informationen wirklich berücksichtigt und verarbeitet hat. Vorsichtigerweise wird es dann lieber ein Bündel von (subjektiven) Wahrscheinlichkeiten für A angeben. Mit anderen Worten, die theoretisch scharfe subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Zuständen der Welt ist real unscharf ("fuzzy").

Was ist in einer solchen Situation zu tun? Wie werden Entscheidungen gefällt? Schon Savage [1954] schlägt für diesen Fall gewissermaßen ersatzweise das Maximin-Kriterium vor. Das

Max-E_{min}-Prinzip von Kofler und Menges ist eine logische Fortentwicklung dieser Idee. Es erscheint wie maßgeschneidert für die typische Situation eines realen Entscheidungssubjekts, das im Prinzip eine subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Zuständen der Welt zwar hat, diese aber nur vage artikulieren kann.

[Die genauso typische Vagheit der Nutzenfunktion kann vielleicht ähnlich erfaßt werden, doch darauf gehen Kofler und Menges nicht ein. Auch läßt sich der Vagheitsfall unter Umständen durch Sensitivitätsanalysen in den Griff bekommen].

Ein Wahrscheinlichkeitssubjektivist könnte sich also mit dem Max-E_{min}-Prinzip bei allen prinzipiellen Vorbehalten unter Umständen anfreunden. Mehr noch, mir scheint, daß, wenn an eine weite Anwendung dieses Prinzips als Entscheidungsregel in konkreten Situationen gedacht ist, diese nur im Rahmen des Wahrscheinlichkeitssubjektivismus erfolgen kann. Denn in jedem Fall gehen Kofler und Menges von der Existenz einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Zuständen der Welt aus, auch wenn diese dem Entscheidungssubjekt in der Regel nur unvollkommen bekannt ist. Nur in den seltensten Fällen aber wird man einen Zufallsmechanismus angeben können, der diese Zustände mit objektiven Wahrscheinlichkeiten realisiert. Soll die Theorie nicht nur auf diese seltenen Fälle anwendbar sein, soll sie insbesondere auch die typischen statistischen Entscheidungsprobleme zu behandeln in der Lage sein, wo es (als Zustand der Welt) um einen festen Parameter Θ geht, der nach aller Regel eben keine Zufallsvariable im objektivistischen Sinne ist, dann kann nur eine subjektivistisch begründete Wahrscheinlichkeitstheorie hier zur gewünschten vollen Allgemeinheit und Anwendbarkeit führen.

Sind also Kofler und Menges Wahrscheinlichkeitssubjektivisten?

Anmerkungen

(1) Kofler und Menges behaupten, ich hielte das Dominanzaxiom für problematisch, "da es in der Praxis schwierig oder unmöglich sein dürfte, eine Aktion zu finden, die für alle Zustände ein identisches Ergebnis zur Folge hat". Ich hätte hier gern den Akzent anders gesetzt gesehen. Was ich meinte, was aber offenbar in meinem Aufsatz [1974] nicht klar genug herausgekommen ist, war der Hinweis auf den immerhin denkbaren extremen Fall, daß man keine solche Aktion finden könne. In vielen Fällen dürfte es überhaupt kein Problem sein, (zumindest gedanklich) Aktionen mit gleichbleibendem Ergebnis zu haben, also innerhalb der Entscheidungsmatrix Zeilen mit konstanter Auszahlung.

(2) Der zeitliche Aspekt sollte bei der abstrakten Grundlegung der Theorie ausgeklammert werden. Ein Zustand der Welt oder allgemeiner, ein Ereignis kann sich auf Vergangenheit, Gegenwart oder Zukunft oder auf alles zusammen beziehen [Savage, 1954, S. 10].

(3) Daß bei einer endlichen Urne tatsächlich nicht jeder Wert p vorkommen kann, sollte nicht weiter stören. Man kann die folgenden Argumente entsprechend modifizieren.

(4) Um Mißverständnisse auszuschließen, sei hinzugefügt, daß das Gesagte nur für den Fall gilt, daß man allein an P(A) interessiert ist. Schon in dem anschließend zu behandelnden Fall, wo es um die Bestimmung von P(B) geht, muß man wieder auf F zurückgreifen. Und selbstverständlich braucht man F, wenn es um das statistische Rückschlußproblem geht (Bayes-Schluß), ein Problem, dessen Behandlung hier ausgeklammert wird.

(5) Man kann im übrigen bezweifeln, ob der gestrenge Wahrscheinlichkeitsobjektivist selbst bei bekanntem p bereit wäre, dem Ereignis A eine Wahrscheinlichkeit einzuräumen, ist doch A ein einmaliges Ereignis, besonders dann, wenn A bedeutet, daß eine schwarze Kugel gezogen worden ist, dieses Ergebnis aber dem Subjekt noch unbekannt ist.

(6) Genau genommen besteht doch ein gewisser, wenn auch loser Zusammenhang, nämlich der über obige Integralformel.

Literaturverzeichnis

[1] Allais, M.: Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. Econometrica, 24 (1953), No. 4, S. 503-546.

[2] Blyth, C.R.: On Simpson's paradox and the sure-thing-principle. Journal of the American Statistical Association, 67 (1972), S. 364 f.

[3] Finetti, B. de: Bayesianism: Its unifying role for both the foundations and applications of Statistics. International Statistical Review, 42 (1974), No. 2, S. 117-130.

[4] Kofler, E. und G. Menges: Entscheidungen bei unvollständiger Information. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Nr. 136, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1976.

[5] Laux, H. und H. Schneeweiß: On the Onassis Problem. Theory and Decision. 2 (1972), S. 353-370.

[6] Lindley, D.V.: Comment. Journal of the American Statistical Association, 67 (1972), S. 373-374.

[7] Neumann, J. v. und O. Morgenstern: Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton 1944, 2. Aufl., 1947.

[8] Schneeweiß, H.: Probability and utility - Dual concepts in decision theory. In: Information, Inference and Decision. (ed. by G. Menges), Dordrecht-Boston 1974, S. 113-144.

[9] Schneeweiß, H.: Theorie der rationalen Entscheidungskriterien bei Ungewißheit. Industrielle Organisation (Schweizerische Zeitschrift für Betriebswirtschaft), 36 (1967), S. 501-507.

Zusammenfassung

H. Schneeweiß: Kritische Bemerkungen zur Kritik am Wahrscheinlichkeitssubjektivismus

Der Begriff der subjektiven Wahrscheinlichkeit begegnet vielfacher Kritik in der Statistischen Literatur. Besonders nachdrücklich wird diese Kritik in dem kürzlich erschienenen Buch von Kofler und Menges "Entscheidungen bei unvollständiger

Information" vorgetragen. Der vorliegende Aufsatz setzt sich mit deren Argumenten kritisch auseinander und versucht sie (wenigstens zum Teil) zu widerlegen. Implizite wird damit der Wahrscheinlichkeitssubjektivismus verteidigt.

Summary

H. Schneeweiß: Critical Notes to the Criticism of Probability Subjectivism

The concept of subjective probability meets with various criticism in the statistical literature. This critique has been advanced very emphatically by Kofler and Menges in their recent book "Entscheidungen bei unvollständiger Information". This paper examines their arguments critically and tries to refute them (at least in part). Implicitely probability subjectivism is defended thereby.

Résumé

H. Schneeweiß: Remarques critique concernant la critique du subjectivisme de la probabilité

La notion de la probabilité subjective trouve considerable critique dans la litérature statistique. Cette critique est exposée particulièrement emphatique dans le livre qui vient de paraitre de Kofler et Menges "Entscheidungen bei unvollständiger Information". L'article présent expose leurs arguments et essaye à les réfuter (au moins en partie). Implicitement le subjectivisme de probabilité est défendu avec cela.

Резюме

H.Schneeweiß: Критические замечания ко критике субъективизма вероятности

Понятие субъективная вероятность часто критикуется в статистической литературе. Особенно резка эта критика в новейшей книге Кофлера и Менгеса "Решения при неполной информации". Эта статья критически анализирует аргументы авторов выше упомянутой книги и пытается опровергнуть их (по крайней мере частично), что является выражением защиты субъективизма вероятности.