

---

# Zur Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft

Von

Walter Dubislav (Technische Hochschule Berlin).

Wer die tiefen Erkenntnisse der Mathematik verschmätzt, nährt sich von Verwirrung und kann niemals die sophistischen Disziplinen zum Verstummen bringen, durch die nur fortgesetzt Geschrei erregt wird.

Leonardo da Vinci,

J. P. Richtersche Ausgabe, 1884, § 1157.

Wenn man sich über die Stellung der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft im Rahmen der Philosophie überhaupt orientieren und sich einen systematischen Überblick über deren Probleme verschaffen will wie über die vorliegenden Lösungsversuche derselben, dann ist es zweckmäßig, zunächst einmal das weite, sich wissenschaftlichem Forschen anscheinend so vergleichsweise unzugänglich erweisende Gebiet der Philosophie von anderen abzugrenzen, um dann innerhalb desselben den Bereich der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft abzustecken.

Die Philosophie, vorzugsweise erwachsen aus dem Mythos, bildete ursprünglich das einzige den heutigen Wissenschaften näher verwandte Gebilde, in der fast alle sogenannten Einzelwissenschaften keimartig enthalten waren. Im Laufe der Zeit spaltete sich aber mehr oder weniger schnell die Mehrzahl der eines eigentlichen wissenschaftlichen Ausbaues fähigen Disziplinen von der Philosophie ab, wie beispielsweise die Mathematik, die exakten und beschreibenden Naturwissenschaften, die Sprachwissenschaften und andere mehr. Die sich aus diesem unaufhaltsamen Abspaltungsprozeß entwickelnde Lage wirkte sich hinsichtlich der Auffassungen von den Aufgaben der Philosophie zunächst nach vier Seiten hin aus.

Einmal, und das führte auf die weitverbreitete Überzeugung von der Philosophie als Kunst, glaubte man die fortgesetzte Absonderung von wissenschaftlichen Disziplinen aus dem Verbande der Philo-

sophie dahin deuten zu sollen, daß eben die Philosophie mit den Wissenschaften im Grunde nichts gemeinsam habe. In den Wissenschaften handele es sich darum, Behauptungen als wahre bzw. als wahrscheinliche bündig oder jedenfalls mit ausreichender Genauigkeit zu erhärten. In der Philosophie aber suche man nach einer Welt- und Lebensauffassung, nach Weisheit. Das sei jedoch auf dem Wege wissenschaftlichen Erkennens nicht zu erreichen, sondern nur mit Hilfe einer von der Schöpferkraft der Phantasie erzeugten, als Kunstwerk sich anbietenden, nicht nach wissenschaftlichen Maximen zu beurteilenden lebensnahen Weltanschauung. Für unsere Zwecke genügt es festzustellen, daß mit dieser „Philosophie als Kunst“, über deren Wert oder Unwert hier kein Urteil abgegeben werde, die Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft nur den vieldeutigen Namen „Philosophie“ gemeinsam hat.

Lehnen die Anhänger der Philosophie als Kunst es mehr oder weniger schroff ab, die Philosophie mit den sogenannten Einzelwissenschaften irgendwie näher in Beziehung zu setzen, so suchen die Vertreter der zweiten Richtung, die aus dem erwähnten Abspaltungsprozeß der Einzelwissenschaften von der Philosophie entstanden ist, der Philosophie eine im eigentlichen Sinne des Wortes fundamentale Leistung für die Einzelwissenschaften zuzuweisen. Sie scheiden sich deutlich in zwei Gruppen.

Die zur ersten Gruppe gehörenden Forscher lehren, daß es eine der wichtigsten Aufgaben einer wissenschaftlichen Philosophie sei, einmal die von den sogenannten Einzelwissenschaften verwendeten Methoden und deren letzte Voraussetzungen abschließend zu begründen wie zum anderen die durch diese Disziplinen ermittelten Erkenntnisse zu einem einzigen in sich ausgeglichenen Systeme zu vereinen, von dem wohl auch noch erwartet wird, daß es sowohl die Forderungen unseres Erkenntnistriebes befriedigt als auch die sogenannten Bedürfnisse unseres Gemütes. Bei einer derartigen Auffassung von dem, was Philosophie sei oder jedenfalls sein sollte, fällt dann der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft die Aufgabe zu, erstens die Methoden und letzten Voraussetzungen der Mathematik und Naturwissenschaft soweit wie möglich abschließend zu sichern. Sie hat sodann zweitens die Resultate der Mathematik und der Naturwissenschaft zu einem Bilde der einen Natur zusammenzufassen und dieses Bild da, wo es gegebenenfalls unvollständig erscheint, durch vorläufige Hypothesen abzurunden. Ein Naturforscher wie W. Oswald und ein den Naturwissen-

schaften nahestehender Philosoph wie W. Wundt dürften unter anderem obige Auffassung vertreten haben.

Diese Thesen über die Probleme der Philosophie und die Stellung der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft innerhalb derselben werden von den Anhängern der anderen Gruppe der zweiten Richtung jedenfalls teilweise mit Entschiedenheit abgelehnt. Sie vertreten die Überzeugung, daß es ein Ding der Unmöglichkeit sei, innerhalb der Philosophie gleichsam die Arbeit der sogenannten Einzelwissenschaften, wenn auch nur zum Teil noch einmal und womöglich besser zu machen als diese. Dabei könne nur ein in wissenschaftlicher Hinsicht mehr oder weniger unerhebliches, kompilatorischer Tätigkeit entstammendes Gebilde entstehen, ein Gebilde, das entsprechend den wachsenden Erfolgen der sogenannten Einzelwissenschaften fortgesetzt zusammenschrumpfen müsse, um schließlich der völligen Mißachtung von seiten der wissenschaftlichen Forscher zu verfallen. Die Aufgaben einer wissenschaftlichen Philosophie wie einer diesen Namen zu Recht tragenden Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft seien vielmehr ganz wo anders zu suchen als in einer das wissenschaftliche Erkennen gleichsam nur begleitenden überwiegend kompilatorischen Arbeit. Es sei das klassische Verdienst von Kant und Fries gewesen, hier volle Klarheit geschaffen zu haben. Wissenschaftliche Philosophie im engeren Sinne, also unter Ausschluß der Anwendungen, umfasse die Kritik (der Vernunft), die Logik und die Metaphysik. Die (formale) Logik erweise sich als das System der (wahren) analytischen Urteile, d. h. als das System derjenigen Urteile, in denen das Prädikat Bestandteil des Inhaltes der Subjektvorstellung ist bzw. mit einem solchen in der Relation des logischen Ausschlusses steht. Die Metaphysik, die landläufige Geringschätzung derselben, welche unwissenschaftliche, der mathematischen Vernunft nicht teilhaftige Dilettanten-Metaphysiker verschuldet hätten, sei an sich völlig unberechtigt, bestehe gemäß dieser Lehre aus dem System der (wahren) synthetischen = nicht analytischen Urteile a priori (d. h. derjenigen Urteile, die durch Erfahrungen allein weder begründbar noch widerlegbar seien), deren Gründe jedenfalls nicht in Anschauungen liegen sollen. Sie stelle im Felde der Vernunft die Schwesterdisziplin der Mathematik dar, die aus dem System derjenigen (wahren) synthetischen Urteile a priori bestehe, deren Gründe Anschauungen, und zwar reine = nicht-empirische, seien. Diese Metaphysik gliedert sich ihrerseits in zwei Disziplinen: In die Metaphysik der Natur und

die Metaphysik der Sitten, die auch Ethik, dies Wort im weitesten Sinne genommen, genannt wird. Der Metaphysik der Natur falle die Aufgabe zu, die obersten nicht-empirischen Gesetze über das Dasein der Dinge zu ermitteln, der Ethik diejenigen Normen aufzuspüren, die sich auf das was sein soll, wenngleich vielleicht nicht ist, erstrecken. In der Kritik der Vernunft schließlich seien die Grundsätze der Metaphysik aber auch diejenigen der (formalen) Logik (und in einem anderen Sinne auch noch die der Mathematik) dadurch zu begründen, daß man zeigt, daß durch diese Grundsätze unmittelbare, wenngleich nicht in Urteilsform vorliegende Erkenntnisse ihren zutreffenden begrifflich-urteilsmäßigen Ausdruck finden. Hinsichtlich einer genaueren Analyse des eigenartigen Begründungszusammenhanges, der zwischen den Sätzen der Kritik und den Grundsätzen der Metaphysik usw. bestehen soll, es handelt sich hierbei nicht um einen Grund-Folgezusammenhang, sei auf die Arbeit des Verf. verwiesen: Die Friessche Lehre von der Begründung, Darstellung und Kritik, 1926.

Das Verhältnis der Metaphysik der Natur zu den sogenannten Einzelwissenschaften soll nun dieses sein: Während es, wie schon bemerkt, die Aufgabe der Metaphysik der Natur bilde, die obersten, nicht-empirischen Gesetze über das Dasein der Dinge zu ermitteln, hätten die Einzelwissenschaften, jedenfalls insoweit sie Erklärungswissenschaften seien, durch Unterordnung der Tatsachen unter diese allgemeinsten Gesetze den Zusammenhang der Naturereignisse zu erfassen. Das geschehe nun derart, daß man erstens, gleichsam als Obersatz, jene allgemeinsten Gesetze in Urteilen fixiere, daß man alsdann zweitens, gleichsam als Untersatz, diesen Urteilen die einzelnen Wahrnehmungserkenntnisse unterordne, um schließlich drittens, gleichsam als Schlußsatz, diese Wahrnehmungserkenntnisse in Form von empirische Gesetze wiedergebenden Urteilen zusammenzufassen.

Bei dieser Auffassung von den Problemen der Philosophie fällt dann die Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, was zunächst die Philosophie der Naturwissenschaft anbelangt, mit der erwähnten Metaphysik der Natur zusammen zuzüglich der zur Kritik gehörenden Begründungen der Grundsätze derselben. In der Philosophie der Mathematik schließlich handelt es sich nach Überzeugung dieser Kantianer darum, die sogenannte Deduktion der Grundvoraussetzungen derselben zu erbringen. Da nämlich die „reine Anschauung“ den Grund der Grundsätze der Mathematik

enthalten soll, und da diese Anschauung eine ursprüngliche Form der nicht-philosophischen Vernunftkenntnisse angeblich sei, so könne man, wird behauptet, deren einzelne Formen aus einer Theorie der erkennenden Vernunft erklären, und die Grundsätze, welche die Grundbestimmungen dieser Formen wiedergäben, vollständig und in systematischer Ordnung aufstellen. Es sei übrigens abschließend hervorgehoben, daß diese Kant-Fries'sche Auffassung von der Philosophie, und der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft im besonderen, von der Zeit ihres Entstehens bis zur Gegenwart hin unter bekannten Vertretern der exakten Wissenschaften überzeugte Anhänger und Ausgestalter gefunden hat, so beispielsweise in unseren Tagen, außer dem Philosophen L. Nelson, u. a. den Mathematiker G. Hessenberg und den Physiologen O. Meyerhof.

Suchen die zur zweiten Richtung gehörenden Philosophen dem Abspaltungsprozeß der wissenschaftlichen Disziplinen von der Philosophie dadurch gleichsam zu begegnen, daß sie sich bemühen, der Philosophie und also auch der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft u. a. eine grundlegende Aufgabe für alle diese Disziplinen zuzuweisen, so versuchen das wohl auch die Anhänger der nun zu behandelnden dritten Richtung, aber das Ergebnis ihrer Bestrebungen ist ein völlig negatives. Denn neigen schon die Vertreter der zweiten Richtung gelegentlich, wenngleich glücklicherweise seltener dazu, an die Stelle wissenschaftlich einwandfreier Theorien Gedankendichtungen zu setzen, und zwar die zur ersten Gruppe gehörenden Forscher dann, wenn sie die Erkenntnisse der sogenannten Einzelwissenschaften zu einem Systeme abzurunden suchen, die zur zweiten Gruppe zu rechnenden, zumeist bei dem Bemühen, den Nachweis zu erbringen, daß man nur im Rahmen angeblich apriorischer Obergesetze Naturwissenschaft betreiben könne, so produzieren diejenigen der mathematischen Vernunft nicht teilhaftigen Philosophen, Gauss nannte sie deshalb die „sogenannten“, die wir zu einer dritten Richtung zählen, vorzugsweise „Philosophische Systeme“. Aber diese Systeme sind von der Art, daß man die als rationalisierte Mythen zu charakterisieren hat, sofern man sie nach wissenschaftlichen Maximen beurteilt. Denn vermittelt dieser Systeme allein soll man ohne Bezug auf anderweitige Forschungen, aber nichtsdestoweniger diese sowohl fundamentierend wie krönend, ein allseitig abgeschlossenes Weltbild aufzubauen in der Lage sein. Die betreffenden Systeme liefern

aber trotz ihrer hochfliegenden Ansprüche nur moderne, gelegentlich mit geistreichen Aperçus durchsetzte Surrogate der Mythen, die obendrein noch oft dazu sich einer barbarischen Terminologie bedienen und nach der Maxime „Passe in mein System oder ich leugne bzw. verschweige deine Existenz“ Tatsachen zu vergewaltigen suchen. Es ist deshalb verständlich und bedarf weiter keiner ausführlichen Darlegung, daß eine Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft unter den Händen derartiger „Systembauer“ zu keiner fruchtbaren Ausgestaltung gekommen ist, noch je kommen wird. Denn mit dem bekannten systematischen Mißbrauch einer anscheinend eigens zu diesem Zwecke ersonnenen Terminologie läßt sich eben in wissenschaftlicher Hinsicht Belangvolles nicht erzielen. So hat man beispielsweise in seltsamer Verkennung des naturwissenschaftlichen und naturphilosophischen Unwertes aller „Dialektik“ „aus allgemeinen Vernunftgründen heraus“ seinerzeit „dialektisch bewiesen“, daß es zwischen Mars und Jupiter keinen weiteren Planeten geben könne, und dies unbeschadet der Tatsache daß Piazzi bereits zuvor einen solchen entdeckt hatte. Wir wollen uns infolgedessen mit den Lehren dieser Philosophen nicht weiter befassen, die auch noch den Physikern den indiskutablen Rat erteilten: „Willst du in's Innere der Physik eindringen, so laß dich einweihen in die Mysterien der Poesie“, damit sich selbst hinreichend kennzeichnend.

Der Abspaltungsprozeß der sogenannten Einzelwissenschaften von der Philosophie, den die Anhänger der zweiten Richtung dadurch gewissermaßen zu paralysieren suchen, daß sie u. a. der Philosophie eine die einzelwissenschaftlichen Disziplinen fundamentierende Aufgabe zuweisen, wird für die Vertreter der vierten und letzten Richtung, mit der wir uns jetzt befassen wollen, zum Anlaß, die Probleme der Philosophie einschneidend zu begrenzen. Dabei gelingt es ihnen dann, für die Philosophie und damit auch für die Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft in wissenschaftlicher Hinsicht belangvolle Probleme ausfindig zu machen, wobei es allerdings durchaus zweifelhaft bleibt, ob es zweckmäßig ist, für die diese Probleme behandelnde Disziplin den vielfach belasteten Namen „Philosophie“ beizubehalten. Das Forschungsgebiet einer wissenschaftlichen Philosophie, wenn also dieser ein wenig ominöse Terminus auch weiterhin benutzt werden soll, wird nun mit dem der sogenannten Wissenschaftslehre gleichgesetzt, wie sie beispielsweise von Bolzano, Helmholtz und anderen angebahnt und zum Teil ausgebaut worden ist. M. a. W. die wissenschaftliche

Philosophie hat die berühmt-berüchtigte Befriedigung der metaphysischen Bedürfnisse wie die des sogenannten Gemütes voll und ganz an die jeweilig in Gunst stehenden modernen Surrogatbildungen der Mythen, an die rationalisierten Mythen, abzutreten wie an die Religionen und an die Philosophie als Kunst. Sie ist diejenige Wissenschaft, welche u. a. die Methoden der Begründung wie die der wissenschaftlichen Darstellung zum Gegenstande ihrer Untersuchungen macht. Dabei wird sie außerordentlich zahlreiche Berührungspunkte mit den einzelnen Wissenschaften haben, z. B. mit der Psychologie und zwar insonderheit mit der Wahrnehmungspsychologie, wie das schon Helmholtz vielfach bestätigt fand. In einzelnen Fällen wird es übrigens strittig sein, ob eine bestimmte Untersuchung, etwa ein Versuch, den Schluß der vollständigen Induktion und seine Verallgemeinerung auf eine Schicht tiefer liegender Voraussetzungen zu reduzieren, zur Mathematik gehört oder zu der mathematische Logik (Logistik) genannten Disziplin der Wissenschaftslehre, die u. a. auch entsprechend ihren Aufgaben die wissenschaftlich haltbaren Teile der Logik wie der sogenannten Erkenntnistheorie bzw. -Kritik umfassen wird. Bei dieser Auffassung von den Problemen der Philosophie fällt infolgedessen der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft vorzugsweise die Aufgabe zu, die Methoden der Begründung und der Darstellung der Mathematik und der Naturwissenschaften in abstracto zu untersuchen und die der mathematischen und naturwissenschaftlichen Forschung immanenten Forschungsprinzipien herauszuarbeiten.

Zum Schluß unserer Betrachtungen wollen wir noch im gedrängtesten Kürze einen Überblick geben über die gegenwärtig im Mittelpunkt des Interesses stehenden Problemkreise der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft. Drei große derartige Problemkreise bestehen: Der axiomatisch-mathematisch-logische Problemkreis; der philosophisch-exakt naturwissenschaftliche Problemkreis; der philosophisch-biologische Problemkreis.

Im axiomatisch-mathematisch-logischen Problemkreis stehen die Probleme der Axiomatik, das Formalismus-Intuitionismus-Problem und die der mathematischen Logik (Probleme der Hierarchie der Typen, Probleme der Definitionslehre u. a. m.) im Vordergrund des Interesses. Die Axiomatik, durch das klassische Buch D. Hilbert's Grundlagen der Geometrie, großzügig gefördert und allgemeiner bekanntgeworden, geht zunächst von der später zu modifizierenden Überlegung aus, daß man jede wissenschaftliche Dis-

ziplin oder jedenfalls jede derartige Disziplin, in der bündiges Schließen vorzugsweise als Begründungsmittel benutzt wird, folgendermaßen aufbauen kann: An den Anfang setzt man ein System von Voraussetzungen, Axiomensystem genannt, bestehend aus Behauptungen, den Axiomen oder primitiven Behauptungen, nebst der sprach-schriftlichen Darstellung derselben, wobei diese Behauptungen aufgefaßt werden, als Behauptungen, welche zwischen bestimmten Gegenständen, die Begriffe von denselben bzw. die Gegenstände selbst heißen primitive Begriffe bzw. Gegenstände, bestimmte Beziehungen, die primitiven Beziehungen, stiften. Alle weiteren Behauptungen, die zu der betreffenden Disziplin gehören, wie alle sonstigen Begriffe derselben sind dann allein durch bündiges Schließen bzw. durch korrekte Begriffskonstruktionen aus dem System der Grundvoraussetzungen zu gewinnen. Bei diesem Stande der Axiomatisierung einer Disziplin, wir werden bald einen ungleich fortgeschritteneren kennenlernen, erheben sich unter anderem folgende Probleme: 1. Kann man sich gegebenenfalls der Widerspruchsfreiheit der Axiome einer Disziplin vergewissern, und wenn ja, welche Überlegungen führen dabei zum Ziele. 2. Kann man irgendwelche Verfahren ausfindig machen, um die Unverkürzbarkeit (Irreduzibilität) derartiger Systeme von Voraussetzungen gegebenenfalls zu ermitteln. 3. Gibt es Methoden erforderlichenfalls festzustellen, daß man jede mit den Mitteln eines derartigen Systems von Voraussetzungen formulierbare Behauptung entweder bündig erschließen oder bündig widerlegen kann, wobei vielleicht auch noch nach einem in jedem Falle angebbaren Verfahren, welches dies leisten soll, gesucht wird. (Problem der Vollständigkeit im allgemeinen Sinne und das mit ihm verbundene des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten). 4. Gibt es Verfahren, mit denen man gegebenenfalls feststellen kann, ob ein vorgelegtes System von Voraussetzungen einer Disziplin die „natürliche Ordnung“ (den Aufbau entsprechend einer etwa vorhandenen eigentlichen Grund-Folge-Beziehung) der zu der betreffenden Disziplin gehörenden Erkenntnisse liefert. Oder handelt es sich bei der Suche nach einer solchen „natürlichen Ordnung“ lediglich um ein vagen Überlegungen entspringendes Scheinproblem.

Nur auf das Problem (I) wollen wir ein wenig näher eingehen, da seine Bearbeitung zu einer umwälzenden Verallgemeinerung der axiomatischen Untersuchungen geführt hat, die zur mathematischen Logik hinüberleiten, Untersuchungen, die D. Hilbert in Verbindung

mit P. Bernays und andere vorzugsweise in Angriff genommen haben, dabei teilweise fußend auf den Resultaten von B. Russell und A. N. Whitehead.

Das Problem, die Widerspruchslosigkeit eines Axiomensystems zu erhärten, tauchte zuerst bei Gelegenheit der Untersuchungen über die Grundlagen der Nichteuklidischen Geometrien auf. Es gelang, deren Widerspruchslosigkeit dadurch sicher zu stellen, daß man Euklidische Modelle derselben fand, d. h. zeigte, daß es zu den fraglichen Geometrien innerhalb der Euklidischen Geometrie Teilsysteme gibt derart, daß man die primitiven Gegenstände wie die zwischen ihnen durch die Axiome gestifteten Beziehungen einer Nichteuklidischen Geometrie Gebilden der Euklidischen umkehrbar eindeutig zuordnen kann. Und zwar derart zuordnen kann, daß, wenn Gegenstände der betreffenden Nichteuklidischen Geometrie durch eine Beziehung  $R$  verknüpft sind, die ihnen vermöge der Zuordnung entsprechenden Gebilde gerade in derjenigen Beziehung stehen, die der Beziehung  $R$  durch die Zuordnung zugeordnet ist. Würde nun ein Paar einander widersprechender Sätze in der betreffenden Nichteuklidischen Geometrie vorhanden sein, dann müßten sich auch die ihnen vermöge der betreffenden Zuordnung entsprechenden Sätze der Euklidischen einander widersprechen. Damit ist dann also die Widerspruchslosigkeit der betreffenden Nichteuklidischen Geometrie auf die der Euklidischen reduziert. Wie steht es aber mit deren Widerspruchslosigkeit. Man kann sie, angenommen die Arithmetik ist eine widerspruchslose Disziplin, erweisen. Aber ist die Arithmetik nun in der Tat frei von Widersprüchen. Mit anderen Worten und allgemeiner. Wenn es zwar Beweise der Widerspruchslosigkeit von Sätzen gibt, sofern vorausgesetzt wird, daß gewisse andere Systeme von Sätzen widerspruchslos sind, gibt es bündige Begründungen (eine solche braucht nicht restlos eine schließende Begründung zu sein) der Widerspruchslosigkeit von Axiomensystemen schlechthin und nicht bloß solche relativ zu der vorausgesetzten Widerspruchslosigkeit anderer.

Die Auflösung dieses Problemes ist weitgehend gefördert durch Rückgriff und geeignete Fortentwicklung der mathematischen Logik. Man erkannte zunächst, daß man die Leistung der mathematischen Logik, die u. a. die kalkülmäßige Behandlung der schließenden Begründungen, der Definitionen, der Relationen usw. liefert, folgendermaßen interpretierbar ist: Wenn man rein kalkülmäßig das bündige Schließen erfassen kann, dann heißt dies: Statt aus

bestimmten Voraussetzungen, sagen wir V, bestimmte Resultate, sagen wir R, bündig zu erschließen, leitet man nach den Regeln des Logikkalküles aus Formeln, nennen wir sie A, die den Voraussetzungen V nach einer ein für allemal gegebenen Vorschrift entsprechen, andere Formeln, nennen wir sie B, ab, die dann, entsprechend der erwähnten Vorschrift gedeutet, die Resultate R liefern. Anderweitige Untersuchungen haben aber nun gezeigt, daß man beim Erschließen neuer Behauptungen aus gegebenen, also im besonderen aus Axiomensystemen, die man ja ursprünglich noch als Systeme von Behauptungen ansah, nur von abstrakten Ordnungsgefügen Gebrauch macht, die die gegebenen Behauptungen in einer für das bündige Schließen an sich gar nicht erforderlichen, inhaltlich irgendwie belasteten Weise liefern. Dabei werden dann die Gegenstände jener Behauptungen, die man vermittelt derselben als durch gewisse Beziehungen verkettet ansah, lediglich zu Marken, zwischen denen die das erwähnte Ordnungsgefüge bildenden abstrakten Beziehungen obwalten. M. a. W. Ein Axiomensystem hinreichend formalisiert, und zwar gerade so weit, daß für die Zwecke einer exakten Disziplin nichts Belangvolles aus ihm weggelassen, aber auch nichts Überflüssiges in ihm belassen wird, stellt gar nicht mehr ein System von Behauptungen dar, wenngleich es durch ein oder vielleicht durch mehrere derartige gedeutet werden kann, sondern lediglich ein System von Satzfunktionen (propositional functions).

Bei einer formalisierten Disziplin nun, sofern sie ursprünglich etwa ein paar einander widersprechende Sätze enthält, wird infolgedessen eine dieses Vorkommnis anzeigende typische Formel auftreten. Kann man nun innerhalb der formalisierten Disziplin, also innerhalb des Kalküles, ermitteln, daß diese Formel ordnungsgemäß in dem betreffenden Kalkül nicht hergeleitet werden kann, so hat man die Widerspruchslosigkeit der Disziplin auf dem Umwege über ihre Formalisierung gefunden, wobei wir die Art, wie man dabei wesentlich nach dem Vorgang D. Hilberts zu Werke geht, hier nicht näher angeben wollen. Hervorzuheben ist nur noch, daß ein solcher Nachweis der Widerspruchslosigkeit einer Disziplin nicht zur Disziplin selbst gehört, sondern zu Untersuchungen über gewisse Beschaffenheiten der Disziplin als solcher. Man könnte sie also einer sich auf die betreffende Disziplin beziehenden „Metadisziplin“ zuweisen, die ihrerseits einen Teil der Wissenschaftslehre bildet, und also im Falle der Mathematik, wenn man den Namen Philosophie beibehalten will, zur Philosophie der Mathematik gehört.

Da es an dieser Stelle nicht unsere Aufgabe ist, bei unserem allgemeinen Überblick, die zu den einzelnen Problemkreisen gehörenden Probleme ausführlicher zu behandeln, wollen wir uns damit begnügen, die betreffenden Probleme, jedenfalls die wichtigsten derselben, was die beiden noch ausstehenden Problemkreise betrifft, kurz anzugeben. Bei dem philosophisch-exakt naturwissenschaftlichen Problemkreis treten unter anderem nachstehende Probleme auf: 1. Das Anwendbarkeitsproblem der Mathematik auf Naturvorgänge und in Verbindung mit demselben die Frage nach den Zielen und Grenzen einer naturwissenschaftlichen Theorie, von der wir glauben, daß man sie in Verschärfung einer bekannten Hertzschens Formulierung dahin beantworten kann: Letzte Aufgabe einer naturwissenschaftlichen Theorie ist es, den zu erforschenden Naturvorgängen einen geeigneten (und deshalb häufig schwierig aufzufindenden) Kalkül derart zuzuordnen, daß zwischen diesen Vorgängen und den durch die Operationsvorschriften des Kalküls in Verbindung stehenden Kalkülformeln die Beziehung der Isomorphie statt hat. 2. Das Raum-Zeitproblem. 3. Das Problem der Anschaulichkeit naturwissenschaftlicher Theorien. 4. Die Probleme der kausalen bzw. statistischen Gesetzlichkeit. 5. Das Induktionsproblem.

Der philosophisch-biologische Problemkreis umschließt an wichtigeren Problemen unter anderem die folgenden: 1. Das Problem der Gesetzlichkeit in der sogenannten organischen Natur (Mechanismus und Vitalismus) einschließlich des Determinismus-Indeterminismus-Problems. 2. Das Problem des Verhältnisses von Psychischem zu Physischem. 3. Probleme der Wahrnehmung, insonderheit der sogenannten Gestaltwahrnehmung.

Man mag daraus ersehen, daß es der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft nicht an zahlreichen wichtigen Problemen mangelt, und daß es also eine der Hauptaufgaben der wissenschaftlichen Philosophie der Gegenwart bildet, in engster Fühlungnahme mit den sogenannten exakten Wissenschaften an die Lösung derselben heranzugehen. Denn es ist an der Zeit, daß auch auf diesem Gebiete die mathematisch-naturwissenschaftlich orientierten Forscher der im Gauss'schen Sinne „sogenannten Philosophie“ und der in ihrem Gefolge auftretenden sophistischen Disziplinen ein Ende bereiten, damit dem Reiche der Wahrheit ein neues Gebiet angegliedert werde.