

Zur Bestimmung der Sehschärfe bei Ametropie.

Von

M. Woinow

aus Moskau.

Die Sehschärfe (S.) der Ametropen wird unter Mithilfe der Snellen'schen Tafeln bekanntlich auf die Weise bestimmt, dass zuerst ihre Ametropie durch die entsprechenden Gläser neutralisirt, und dann die Nummer bestimmt wird, welche die Patienten auf eine gegebene Entfernung von der Tafel erkennen. Die Sehschärfe stellt sich gleich 1, oder gleich $\text{tg. } s''$, wenn No. 20 auf No. 20', No. 40 auf 40' vom Auge gelesen wird, u. s. w. Bei einer derartigen Bestimmungsweise der Sehschärfe wird der Einfluss des Glases auf den Sehwinkel vernachlässigt.

Es ist bekannt, dass Convex-Gläser die Tangente des Sehwinkels vergrößern, während Concav-Gläser dieselbe verkleinern; diese Veränderung des Sehwinkels hängt nicht allein von der Stärke des Glases, von seiner Brennweite, sondern auch von der Entfernung des Glases vom ersten Knotenpunkte des Auges ab. Versetzen wir nun einen Ametropen unter die Bedingungen eines Emmetropen, so maskiren die Gläser einigermassen die Sehschärfe des Patienten (sie verringern dieselbe durch Verkleinerung, und erhöhen dieselbe durch Vergrößerung der Tangente des Sehwinkels), und deshalb kann man die Sehschärfe eines Emmetropen von Natur nicht

unmittelbar vergleichen mit der Sehschärfe eines Emmetropen, der zu einem solchen erst durch die künstliche Neutralisation seiner Ametropie gemacht worden ist.

Um endgültige Schlussfolgerungen über die Sehschärfe eines künstlichen Emmetropen anstellen zu können, ist es unumgänglich nöthig, den Unterschied zwischen der Tangente seines Schwinkels, und der des natürlichen Emmetropen zu kennen; dieser Unterschied muss berechnet und dann der Ausdruck für die mit Hilfe der Snellen'schen Tafeln gefundenen Sehschärfe, entsprechend der erhaltenen Grösse, bei Vergrößerung des Schwinkels verkleinert und bei Verkleinerung des Schwinkels vergrößert werden.

Gewiss ist diese Frage, sowie die Nothwendigkeit der genannten Berechnungen schon so Manchem in den Sinn gekommen und es hätte dieselbe schon lange gelöst werden sollen, selbst auf die Gefahr hin, als Resultat nur kleine Differenzen zu erhalten.

Professor O. Becker machte mir den Vorschlag, mich mit dieser Frage zu beschäftigen, welche ich zu Ende geführt habe und mir in Folgendem mitzutheilen erlaube:

Zu diesen Berechnungen ist erforderlich, erstens die dioptrischen Constanten eines beliebigen ametropischen Auges zu kennen und zweitens ein entsprechendes Glas zu wählen, welches den Refraktionszustand des gegebenen Auges unter die Bedingungen eines emmetropischen Auges versetzt, und dann bei gleicher bekannter Grösse der Objectproben und bei bekannter Entfernung derselben vom Auge, die Differenz der Tangenten der Schwinkel bei natürlichen und bei künstlich hervorgebrachten emmetropischen Augen zu berechnen, vorausgesetzt, dass sie beide das gegebene Object deutlich sehen. Bei den mannigfaltigen Schwankungen der natürlichen Emmetropie (in theoretischer Hinsicht), schien es mir am zweckmässigsten, für die Berechnungen das schematische em-

metropische Auge zu wählen und mich dabei an die von Helmholtz gegebenen Zahlen zu halten. Mit diesen verglich ich ein ametropisches durch Gläser neutralisirtes Auge (künstliche Emmetropie). Da aber die Ametropie durch verschiedene Theile des Auges bedingt sein kann, so folgte ich der Bequemlichkeit im Berechnen und der Häufigkeit der vorkommenden Fälle wegen, in welchen die Ametropie von der veränderten Länge der Augenachse abhängt, dem Beispiele von Donders, d. h. ich sah als ametropisch solche Augen an, in welchen der dioptrische Apparat dem schematischen Auge gleich und die Ametropie nur durch den Bau des hinteren Theiles des Auges bedingt war, wobei die Lage der Netzhaut vor dem zweiten Brennpunkte vor H und hinter demselben bei M angenommen wurde. Von dem ersten Knotenpunkte dieser beiden Augen: des schematischen emmetropischen und des schematischen ametropischen wurde der Gegenstand (B = No. 20 Snellen) in derselben Entfernung ($20' = P$) angenommen. Dann wurde dem zweiten Auge das neutralisirende Glas vorgesetzt; dadurch wurde es emmetropisch und jetzt unter der Voraussetzung, dass das Auge nicht verrückt wurde, die Tangente seines Sehwinkels mit der des schematischen emmetropischen Auges ($= \text{tg } s''$) verglichen.

Auf diese Weise musste ich die dioptrischen Constanten des neutralisirten Auges (System C) aus zwei Grössen bestimmen, erstens aus den Daten des ametropischen Auges (System A — Helmholtz's Zahlengrössen), und zweitens aus der zur Neutralisation erforderlichen Linse (System B), bei einer Entfernung des Knotenpunktes des Glases vom ersten Knotenpunkte des Auges gleich g.

Die Bestimmung der Grössen für das System C geschah nach folgenden Formeln*):

*) H. Helmholtz. Physiol. Optik. 1867. S. 56.

setzen wir,

φ' = der vorderen Brennweite des schematischen Auges,

φ'' = „ hinteren „ „ „ „

d = Entfernung der zweiten Hauptebene des Glases
von der ersten Hauptebene des Auges,

f = der Brennweite des Glases (wir sprechen jetzt von
Convex-Gläsern),

so ist die vordere Hauptebene des Systems C (= H_1
angenommen)

$$H_1 = \frac{df}{d - \varphi' - f}$$

Wenn wir diese Grösse und die Entfernung der
Hauptebenen des Systems B [nach der Formel *)

$H = \frac{[n_2 - n_1][d + r_2 - r_1]}{n_2(r_2 - r_1) + (n_2 - n_1)d}$] von einander kennen, so

lässt sich die Lage von H_1 im System C leicht bestimmen; jetzt wird nach der Formel:

$$H_2 = \frac{d\varphi''}{d - \varphi' - f},$$

H_2 [die zweite Hauptebene des Systems C] bestimmt, und
ebenso wird ihre Lage nach Subtraction der Grösse H_2
von der zweiten Hauptebene des Systems A gefunden.

Kennen wir nun: 1) die Entfernung der zweiten
Hauptebene des Glases von der ersten Hauptebene des
Auges [= d], 2) die Entfernung der Hauptebenen des
schematischen Auges von einander [nach Helmholtz =
0,416] und endlich 3) die Entfernung der Hauptebenen
des Glases von einander (siehe oben), so wird die Ent-
fernung der Hauptebenen $H_1 H_2$ des Systems C von ein-
ander und folglich $K_1 K_2$ (die Entfernung der Knoten-
punkte des Systems C von einander) gefunden.

Jetzt bestimmt man nach der Formel:

$$F^2 = \frac{\varphi''f}{\varphi' + f - d},$$

*) H. Helmholtz. *Physiol. Optik*, 1867. S. 60.

F^2 (die zweite Hauptbrennweite des Systems C); durch Subtraction dieser Grösse von H_2 erhalten wir die Lage von F^2 ; subtrahiren wir ferner hiervon die Grösse F^1 (die erste Hauptbrennweite des Systems C), welche nach der Formel:

$$F^1 = \frac{\varphi'f}{\varphi' + f - d}$$

berechnet wird, so finden wir die Lage von K_2 , und folglich auch von K_1 , da die Entfernung $K_1 K_2 = H_1 H_2$, uns schon bekannt ist. Auf diese Weise haben wir alle dioptrischen Grössen des Systems C gefunden.

Kennen wir nun die Grösse des Objects (die Höhe der Buchstaben von No. 20 Snellen) = B , und die Entfernung desselben vom vorderen Knotenpunkte des schematischen Auges = P ($20'$), und setzen wir die Grösse des Netzhautbildes des schematischen emmetropischen Auges = β , so haben wir die Tangente des Schwinkels in diesem Auge =

$$\frac{B}{P} = \text{tg } a [s''], \text{ oder } = \frac{\beta}{\varphi'}, = \text{tg } a, \text{ weil}$$

$$\frac{B}{P} = \frac{\beta}{\varphi'}.$$

Die Tangente des Schwinkels im neutralisirten Auge wird anders sein, und zwar in unserem Falle grösser, denn P ist kleiner geworden und B unverändert geblieben, da K_1 etwas (um die Grösse y) gegen B gerückt ist, und deshalb ist die Tangente des Schwinkels dieses Auges (in Bezug auf das gewählte Object) gleich $\text{tg } a' = \frac{B}{P - y}$, oder die Grösse des Netzhautbildes gleich β' gesetzt, $\text{tg } a' = \frac{\beta'}{F'}$, da $\frac{B}{P - y} = \frac{\beta'}{F'}$.

Vergleichen wir nun die Grössen von $\text{tg } a$ und $\text{tg } a'$ mit einander, so finden wir:

$$\frac{\text{tg } a'}{\text{tg } a} = \frac{\beta' \varphi'}{\beta F'} = \frac{P}{P - y}.$$

Diese Formel nun dient zur Berechnung der Vergrößerung des Seh winkels bei Neutralisation der Hauptbrennweite durch Convex-Gläser. Ich will dieses jetzt durch ein Beispiel erläutern.

Angenommen wir hätten ein hypermetropisches Auge, dessen H einzig dadurch bedingt ist, dass die Netzhaut vor dem zweiten Brennpunkte liegt, während die dioptrischen Verhältnisse denen des schematischen Auges gleichen. Angenommen ferner; dass zur Neutralisation dieses Auges bei vollkommener Accommodationsruhe ein Convex-Glas von $\frac{1}{10}$ (Centimeter) bei einem Abstände vom ersten Knotenpunkte des Auges von 15 Mm. erforderlich ist, so wird das Auge, nachdem es emmetropisch geworden ist, in seinen dioptrischen Grössen verändert werden, und zwar werden wir, wenn

$$\varphi' = 14,858 \text{ Mm.}$$

$$\varphi'' = 19,875 \text{ Mm.}$$

$$h_1 h_2 = k_1 k_2 = 0,416 \text{ Mm. ist, erhalten } d = 9,983\text{mm., hieraus}$$

$$H_1 = -9,750$$

$$H_2 = -0,979$$

$$F^1 = 14,511$$

$$F^2 = 19,411$$

$$H_1 H_2 = K_1 K_2 = 0,368\text{mm.}$$

Wenn dieses Auge nun No. 20 Sn. sieht, so ist seine Sehschärfe nicht $= 1 = \frac{20}{20} = \text{tg } s''$, weil sein Knotenpunkt sich vom Objecte B in einer Entfernung $P-y$ und nicht von P befindet, so beträgt die Tangente des, Schwinkels dieses Auges mehr als s'' , und desshalb ist seine Sehschärfe dem entsprechend geringer. Aus der Formel:

$$\frac{\text{tg } a'}{\text{tg } a} = \frac{\beta' \varphi'}{\beta F'} = \frac{P}{P-y}$$

erhalten wir in diesem Falle eine Vergrößerung $= 1,000134$,

folglich ist die Sehschärfe dieses Auges, die Sehschärfe des schematischen emmetropischen Auges $= 1 \left(\frac{20}{20} \right)$ angenommen, $= \frac{1}{1,000134}$, oder $\frac{20}{20,00268}$.*)

Das Beispiel, welches ich hier angeführt habe, wurde aus der ganzen Reihe der von mir berechneten Combination deshalb gewählt, weil hier die H ziemlich hochgradig ist, und wir sehen dennoch, dass sogar bei diesem Grade die Differenz zwischen $\text{tg } a$ und $\text{tg } a'$ so unbedeutend ist, dass man bei dem Gebrauche der Snellen'schen Tafeln, die Sehschärfe des neutralisirten Auges ohne erheblichen Fehler der eines natürlichen Emmetrophen, der dieselben Objecte erkennt, gleichsetzen kann.

Bei der M (obgleich Concav-Gläser) erhalten wir eine Verkleinerung der Tangente des Schwinkels, und deshalb müssten wir die erhaltene Grösse der Sehschärfe um dieselbe, etwa um einige zehntausend Theile, vergrössern.

Folglich kann man bei der Bestimmung der Sehschärfe eines neutralisirten Auges dreist ohne einen Fehler zu begehen, die Snellen'schen Tafeln wie bisher verwenden, weil der Unterschied zwischen den entsprechenden Tangenten der Schwinkel in den allerhöchsten Graden von M und H, welche in der Praxis überhaupt vorkommen können, nicht grösser ist als 1,0004.

Eine andere Sache ist es, wenn es sich darum handelt, die Sehschärfe eines Ametropen in dem Grade zu bestimmen, welcher seiner Ametropie ohne Correction entspricht, folglich den Einfluss des Glases auf den Schwinkel vollkommen auszuschliessen. In letzterem Falle ist es leicht, die Grösse der Sehschärfe zu erhalten; indem wir die Sehschärfe des Ametropen mit den neutralisirenden Gläsern (unter Mithülfe der Snellen'schen Tafeln)

*) Dieselben Resultate erhielt ich auch, wenn ich annahm, dass die Ametropie von dem dioptrischen Apparate abhängt.

kennen, berechnen wir den Einfluss des gegebenen Glases auf den Schwinkel überhaupt, und entsprechend der erhaltenen Grösse verkleinern oder vergrössern wir die früher gegebene Sehschärfe.

Diese Frage zum Gegenstande meiner Berechnungen zu wählen, wurde ich von Herrn Professor Helmholtz veranlasst, welchem ich hiermit für seine bereitwillige und freundliche Unterstützung in dieser Arbeit, sowie bei meinen Beschäftigungen in seinem Laboratorium meinen besten Dank ausspreche.

Bekanntlich vergrössern Convex- und verkleinern Concav-Gläser den Schwinkel. Bezeichnet f die Brennweite eines gegebenen Glases und x die Entfernung des Knotenpunktes des Glases vom Knotenpunkte des Auges, so verhält sich die Tangente des Schwinkels des Auges (beim Sehen in unendlich) mit dem Glase zur Tangente des Schwinkels des Auges ohne Glas, bei Concav-Gläsern wie: $\frac{f}{f+x}$, bei Convex-Gläsern dagegen wie $\frac{f}{f-x}$.

Ich füge hierzu Tafeln (I. für + und II. für — Gläser) für die Vergrösserung und Verkleinerung der Tangente des Schwinkels bei. In der Colonne Nro. befinden sich die Nummern der Gläser der Reihe nach geordnet und die Brennweite derselben ist ausgedrückt in Zollen; unter a und b sind die Entfernungen der Knotenpunkte des Auges und Glases auch in Zollen ausgedrückt. Unter $Vg.$ und $Vk.$ die Vergrösserung und Verkleinerung der Tangenten der Schwinkel; unter $\frac{20}{20}$ sind die entsprechenden Grössen der Sehschärfe für diejenigen Fälle berechnet, in welchen der neutralisirte Ametrop $S = 1 = \frac{20}{20}$ erreicht; unter W befinden sich die Grössen, durch deren Multiplication mit der gefundenen Sehschärfe eines neutralisirten Ametropen wir die Grössen finden,

welche seiner Sehschärfe im ametropischen Zustande ohne Neutralisation entsprechen.

Zum Beispiel: 1) Ist der Patient H und wird derselbe durch + 7 neutralisirt, bei einer Entfernung des Glases vom Auge auf $\frac{1}{2}$ "', und sieht er hierbei nur Sn No. 50 auf 20', so wird seine Sehschärfe mit dem Glase = $\frac{20}{50}$ betragen, ohne Glas aber $\left[\frac{20}{50} \cdot \frac{1}{1,077} \right] = \frac{20}{53,85}$.

2) Wenn ein M mit $-\frac{1}{10}$ bei einer Entfernung des Glases vom Knotenpunkte des Auges von $\frac{1}{2}$ "', Snellen No. 40 auf 20' liest, so ist seine Sehsch. = $\left[\frac{20}{40} \cdot 1,052 \right] = \frac{21,04}{40}$.

3) Liest ein mit Aphakie behaftetes Auge mit $+\frac{1}{4}$ bei einer Entfernung des Glases vom Knotenpunkte des Auges von 1"', Snellen No. 50 auf 20', so ist seine Sehschärfe = $\left[\frac{20}{50} \cdot \frac{1}{1,333} \right] = \frac{20}{66,65}$ u. s. w.

Heidelberg, den 11. Februar 1869.

Tafel I.

No.	ab.	Vg.	²⁰ / ₂₀	W.	ab.	Vg.	²⁰ / ₂₀	W.	ab.	Vg.	²⁰ / ₂₀	W.
$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{2}$	1,0052	20,20,1	1,0052	$\frac{3}{4}$	1,0078	20,20,16	1,0078	1	1,0105	20,20,21	1,0105
$\frac{1}{60}$	"	1,0063	:20,13	:1,0063	"	1,0094	:20,19	:1,0094	"	1,0126	:20,25	:1,0126
$\frac{1}{60}$	"	1,0084	:20,17	:1,0084	"	1,0124	:20,25	:1,0124	"	1,0169	:20,34	:1,0169
$\frac{1}{48}$	"	1,0105	:20,21	:1,0105	"	1,0158	:20,32	:1,0158	"	1,0212	:20,43	:1,0212
$\frac{1}{42}$	"	1,012	:20,24	:1,012	"	1,018	:20,36	:1,018	"	1,0244	:20,49	:1,0244
$\frac{1}{36}$	"	1,014	:20,3	:1,014	"	1,0212	:20,43	:1,0212	"	1,0285	:20,57	:1,0285
$\frac{1}{30}$	"	1,0169	:20,34	:1,0169	"	1,025	:20,5	:1,025	"	1,0344	:20,69	:1,0344
$\frac{1}{28}$	"	1,018	:20,36	:1,018	"	1,0275	:20,55	:1,0275	"	1,037	:20,74	:1,037
$\frac{1}{26}$	"	1,0196	:20,39	:1,0196	"	1,029	:20,58	:1,029	"	1,04	:20,8	:1,04
$\frac{1}{24}$	"	1,0212	:20,43	:1,0212	"	1,032	:20,64	:1,032	"	1,0434	:20,87	:1,0434
$\frac{1}{22}$	"	1,0232	:20,46	:1,0232	"	1,0353	:20,71	:1,0353	"	1,0476	:20,95	:1,0476
$\frac{1}{20}$	"	1,0256	:20,51	:1,0256	"	1,0389	:20,78	:1,0389	"	1,052	:21,04	:1,052
$\frac{1}{18}$	"	1,0285	:20,57	:1,0285	"	1,0434	:20,87	:1,0434	"	1,0588	:21,18	:1,0588
$\frac{1}{16}$	"	1,032	:20,64	:1,032	"	1,049	:20,98	:1,049	"	1,066	:21,3	:1,066
$\frac{1}{15}$	"	1,0344	:20,69	:1,0344	"	1,052	:21,04	:1,052	"	1,071	:21,42	:1,071
$\frac{1}{14}$	"	1,037	:20,74	:1,037	"	1,056	:21,13	:1,056	"	1,077	:21,54	:1,077
$\frac{1}{13}$	"	1,04	:20,8	:1,04	"	1,061	:21,22	:1,061	"	1,083	:21,66	:1,083
$\frac{1}{12}$	"	1,0434	:20,87	:1,0434	"	1,066	:21,3	:1,066	"	1,09	:21,8	:1,09
$\frac{1}{11}$	"	1,0476	:20,95	:1,0476	"	1,073	:21,46	:1,073	"	1,1	:22	:1,1
$\frac{1}{10}$	"	1,052	:21,04	:1,052	"	1,081	:21,62	:1,081	"	1,11	:22,2	:1,11
$\frac{1}{9}$	"	1,0588	:21,18	:1,0588	"	1,092	:21,84	:1,092	"	1,125	:22,5	:1,125
$\frac{1}{8}$	"	1,066	:21,3	:1,066	"	1,103	:22,06	:1,103	"	1,142	:22,85	:1,142
$\frac{1}{7\frac{1}{2}}$	"	1,071	:21,42	:1,071	"	1,11	:22,2	:1,11	"	1,154	:23,08	:1,154
$\frac{1}{7}$	"	1,077	:21,54	:1,077	"	1,12	:22,4	:1,12	"	1,166	:23,32	:1,166
$\frac{1}{6\frac{1}{2}}$	"	1,083	:21,66	:1,083	"	1,13	:22,6	:1,13	"	1,181	:23,64	:1,181
$\frac{1}{6}$	"	1,09	:21,8	:1,09	"	1,142	:22,85	:1,142	"	1,2	:24	:1,2
$\frac{1}{5\frac{1}{2}}$	"	1,1	:22	:1,1	"	1,158	:23,2	:1,158	"	1,22	:24,4	:1,22
$\frac{1}{5}$	"	1,11	:22,2	:1,11	"	1,176	:23,5	:1,176	"	1,25	:25	:1,25
$\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	"	1,117	:22,3	:1,117	"	1,187	:23,7	:1,187	"	1,266	:25,3	:1,266
$\frac{1}{4\frac{1}{4}}$	"	1,125	:22,5	:1,125	"	1,2	:24	:1,2	"	1,285	:25,7	:1,285
$\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	"	1,133	:22,66	:1,133	"	1,214	:24,3	:1,214	"	1,3	:26	:1,3
$\frac{1}{4}$	"	1,142	:22,85	:1,142	"	1,23	:24,6	:1,23	"	1,333	:26,6	:1,33
$\frac{1}{3\frac{1}{2}}$	"	1,153	:23,06	:1,153	"	1,25	:25	:1,25	"	1,363	:27,27	:1,363
$\frac{1}{3\frac{1}{4}}$	"	1,166	:23,32	:1,166	"	1,2727	:25,45	:1,2727	"	1,4	:28	:1,4
$\frac{1}{3\frac{1}{2}}$	"	1,181	:23,64	:1,181	"	1,3	:26	:1,3	"	1,44	:28,8	:1,44
$\frac{1}{3}$	"	1,2	:24	:1,2	"	1,33	:26,6	:1,33	"	1,5	:30	:1,5
$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$	"	1,22	:24,4	:1,22	"	1,375	:27,5	:1,375	"	1,57	:31,4	:1,57
$\frac{1}{2\frac{1}{4}}$	"	1,25	:25	:1,25	"	1,428	:28,56	:1,428	"	1,66	:33,2	:1,66
$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$	"	1,28	:25,6	:1,28	"	1,5	:30	:1,5	"	1,8	:36	:1,8
$\frac{1}{2}$	"	1,33	:26,6	:1,33	"	1,6	:32	:1,6	"	2	:40	:2

Tafel II.

No.	ab.	Vk.	$\frac{20}{20}$	W.	ab.	Vk.	$\frac{20}{20}$	W.	ab.	Vk.	$\frac{20}{20}$	W.
$\frac{1}{96}$	$\frac{1}{2}$	0,9948	20,10 : 20	1,005	$\frac{3}{4}$	0,992	20,16 : 20	1,008	1	0,989	20,22 : 20	1,011
$\frac{1}{80}$	"	0,9937	20,12 :	1,006	"	0,99	20,2 :	1,01	"	0,987	20,26 :	1,013
$\frac{1}{60}$	"	0,991	20,18 :	1,009	"	0,987	20,26 :	1,013	"	0,983	20,34 :	1,017
$\frac{1}{48}$	"	0,989	20,22 :	1,011	"	0,984	20,32 :	1,016	"	0,979	20,42 :	1,021
$\frac{1}{42}$	"	0,988	20,24 :	1,012	"	0,982	20,36 :	1,018	"	0,976	20,48 :	1,024
$\frac{1}{36}$	"	0,986	20,28 :	1,014	"	0,979	20,42 :	1,021	"	0,973	20,54 :	1,027
$\frac{1}{30}$	"	0,983	20,34 :	1,017	"	0,975	20,5 :	1,025	"	0,967	20,66 :	1,033
$\frac{1}{28}$	"	0,982	20,36 :	1,018	"	0,973	20,54 :	1,027	"	0,965	20,72 :	1,036
$\frac{1}{26}$	"	0,981	20,38 :	1,019	"	0,971	20,58 :	1,029	"	0,963	20,76 :	1,038
$\frac{1}{24}$	"	0,979	20,42 :	1,021	"	0,969	20,62 :	1,031	"	0,96	20,82 :	1,041
$\frac{1}{22}$	"	0,977	20,46 :	1,023	"	0,967	20,66 :	1,033	"	0,956	20,92 :	1,046
$\frac{1}{20}$	"	0,975	20,50 :	1,025	"	0,963	20,76 :	1,038	"	0,952	21 :	1,05
$\frac{1}{18}$	"	0,973	20,54 :	1,027	"	0,96	20,82 :	1,041	"	0,947	21,1 :	1,055
$\frac{1}{16}$	"	0,969	20,62 :	1,031	"	0,955	20,94 :	1,047	"	0,941	21,22 :	1,061
$\frac{1}{15}$	"	0,967	20,66 :	1,033	"	0,952	21 :	1,05	"	0,937	21,34 :	1,067
$\frac{1}{14}$	"	0,965	20,72 :	1,036	"	0,949	21,06 :	1,053	"	0,933	21,42 :	1,071
$\frac{1}{13}$	"	0,963	20,76 :	1,038	"	0,945	21,16 :	1,058	"	0,928	21,54 :	1,077
$\frac{1}{12}$	"	0,96	20,82 :	1,041	"	0,941	21,22 :	1,061	"	0,923	21,66 :	1,083
$\frac{1}{11}$	"	0,957	20,88 :	1,044	"	0,936	21,36 :	1,068	"	0,916	21,82 :	1,091
$\frac{1}{10}$	"	0,95	21,04 :	1,052	"	0,93	21,5 :	1,075	"	0,909	22 :	1,1
$\frac{1}{9}$	"	0,947	21,1 :	1,055	"	0,923	21,66 :	1,083	"	0,9	22,2 :	1,11
$\frac{1}{8}$	"	0,941	21,22 :	1,061	"	0,914	21,88 :	1,094	"	0,888	22,52 :	1,126
$\frac{1}{7\frac{1}{2}}$	"	0,937	21,34 :	1,067	"	0,909	22 :	1,1	"	0,882	22,66 :	1,133
$\frac{1}{7}$	"	0,933	21,42 :	1,071	"	0,9	22,2 :	1,11	"	0,875	22,84 :	1,142
$\frac{1}{6\frac{1}{2}}$	"	0,928	21,54 :	1,077	"	0,896	22,32 :	1,116	"	0,866	23,08 :	1,154
$\frac{1}{6}$	"	0,923	21,66 :	1,083	"	0,888	22,52 :	1,126	"	0,857	23,32 :	1,166
$\frac{1}{5\frac{1}{2}}$	"	0,916	21,82 :	1,091	"	0,88	22,72 :	1,136	"	0,846	23,64 :	1,182
$\frac{1}{5}$	"	0,909	22 :	1,1	"	0,869	23 :	1,15	"	0,833	24 :	1,2
$\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	"	0,904	22,12 :	1,106	"	0,863	23,16 :	1,158	"	0,826	24,2 :	1,21
$\frac{1}{4\frac{1}{4}}$	"	0,9	22,2 :	1,11	"	0,857	23,32 :	1,166	"	0,818	24,44 :	1,222
$\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	"	0,894	22,36 :	1,118	"	0,85	23,52 :	1,176	"	0,809	24,72 :	1,236
$\frac{1}{4}$	"	0,888	22,52 :	1,126	"	0,842	23,76 :	1,188	"	0,8	25 :	1,25
$\frac{1}{3\frac{1}{4}}$	"	0,882	22,66 :	1,133	"	0,833	24 :	1,2	"	0,789	25,34 :	1,267
$\frac{1}{3\frac{1}{2}}$	"	0,875	22,84 :	1,142	"	0,821	24,36 :	1,218	"	0,777	25,74 :	1,287
$\frac{1}{3\frac{3}{4}}$	"	0,866	23,08 :	1,154	"	0,812	24,62 :	1,231	"	0,764	26,16 :	1,308
$\frac{1}{3}$	"	0,857	23,32 :	1,166	"	0,8	25 :	1,25	"	0,75	26,66 :	1,333
$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$	"	0,846	23,64 :	1,182	"	0,785	25,46 :	1,273	"	0,733	27,28 :	1,364
$\frac{1}{2\frac{1}{4}}$	"	0,833	24 :	1,2	"	0,769	26 :	1,3	"	0,714	28 :	1,4
$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$	"	0,818	24,44 :	1,222	"	0,75	26,66 :	1,333	"	0,692	28,9 :	1,445
$\frac{1}{2}$	"	0,8	25 :	1,25	"	0,727	27,5 :	1,375	"	0,666	30 :	1,5