

Forschung

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

Band 7

Berlin, Januar/Februar 1936

Nr. 1

Am 11. Januar 1936 feiert die Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft ihr 25 jähriges Bestehen. Ihr Wirken für die deutsche Wissenschaft ist außerordentlich fruchtbar gewesen. Das zielbewußte Forschungsprogramm umschließt auch die zeitgemäßen Ingenieuraufgaben; hiervon konnte manches wertvolle Forschungsergebnis in dieser Zeitschrift veröffentlicht werden.

Aus Anlaß des Jubiläums bringen wir die nachfolgende Arbeit aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung in Göttingen, das unter der erfolgreichen Leitung von Prof. Prandtl steht.

Die Schriftleitung.



Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung
in Göttingen

Einfluß großer Zähigkeit bei Strömung um Zylinder

Von FRITZ HOMANN, Berlin-Charlottenburg*)

Die folgende Arbeit sollte die Erscheinungen klären, durch die in einer zähen Flüssigkeit die Anzeige eines Pitotrohres gefälscht wird. Dieses Ziel wird auf zwei unabhängigen Wegen erreicht, einmal durch Versuche, über die hier berichtet wird, und dann durch theoretische Rechnungen, die an anderer Stelle veröffentlicht werden sollen. Das entwickelte Versuchsgerät gestattete zugleich Messungen über Druckverteilungen an Zylindern und Geschwindigkeitsverteilungen im Nachlauf hinter Zylindern.

I. Einleitung

Zur Ermittlung der Geschwindigkeit in Strömungen pflegt man den Staudruck vor einem Hindernis zu messen. In volumenbeständigen Flüssigkeiten ist der Staudruck $\rho v^2/2g$ (ρ [kg/m³] = Dichte, v [m/s] = Geschwindigkeit, $g = 9,81$ m/s²), sofern der Einfluß der Zähigkeit vernachlässigt werden kann. Deren Einfluß ist jedoch merklich, wenn die auf den Staugeräthalbmesser bezogene Reynoldssche Zahl unter etwa 100 liegt, und er muß daher berücksichtigt werden, wenn die Messung der Geschwindigkeitsverteilung fehlerfrei sein soll. Die ersten Untersuchungen sind in einer Arbeit von M. Barker¹⁾ enthalten. Im folgenden wird über Versuche berichtet, die zur Nachprüfung der Barkerschen Formel unternommen wurden. Weiter werden Versuche über die Strömungsercheinungen um und hinter einem Zylinder im Gebiete Reynoldsscher Zahlen von 1 bis 125 behandelt und im Anschluß daran einige Strömungsaufnahmen und ihnen entnommene Kennwerte für die Strömung wiedergegeben.

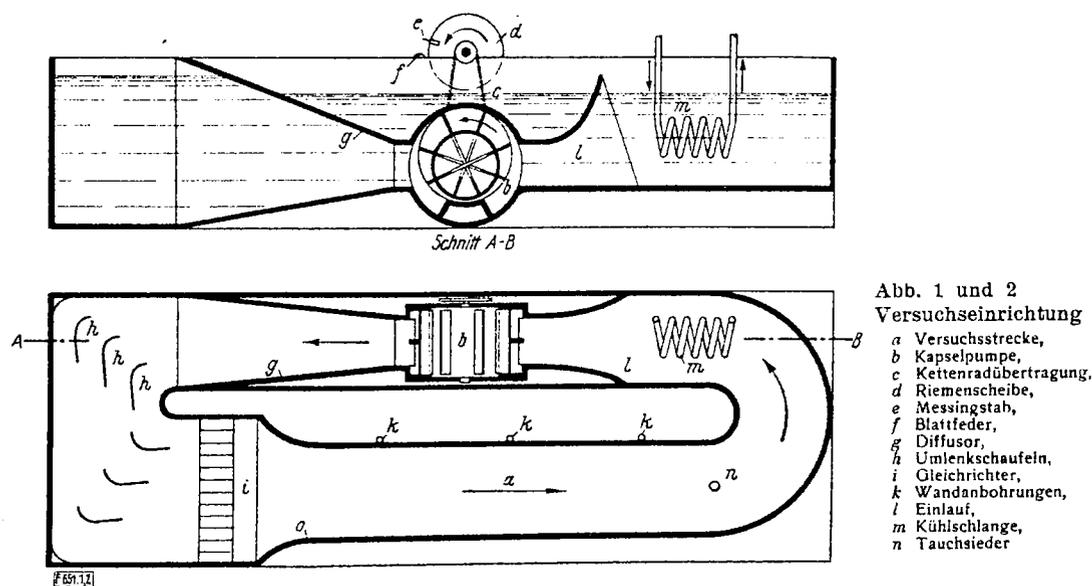
II. Versuchsanordnung und Meßgeräte

1. Versuchseinrichtung. Die Versuchseinrichtung bestand im wesentlichen aus einer Versuchsstrecke a von 0,74 m Länge, 0,148 m Breite und 0,15 m Höhe der Öberfläche, Abb. 1 und 2. Durch die Versuchsstrecke floß Öl, das mittels der Kapselpumpe b in Bewegung gesetzt wurde²⁾.

*) Die Anregung zu der vorliegenden Arbeit, die im Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung in Göttingen angefertigt wurde, erhielt ich von Herrn Prof. Dr. Prandtl, dem ich an dieser Stelle für die tatkräftige Förderung der Arbeit und die wertvollen, mir gegebenen Ratschläge zu ihrer Vollendung meinen herzlichsten Dank ausspreche. Eine theoretische Arbeit des Verfassers über die Staudruckerhöhung an Zylindern und Kugeln wird demnächst in der Z. angew. Math. Mech. veröffentlicht.

¹⁾ M. Barker, Proc. Roy. Soc. Lond., Bd. 101 (1922) S. 435.

²⁾ Die Pumpe wurde mir lebenswürdigerweise von Herrn Ing. Frössel vom Institut für Strömungsforschung, Göttingen, zur Verfügung gestellt, auf den auch ihr Entwurf zurückgeht.

Abb. 1 und 2
Versuchseinrichtung

- a Versuchsstrecke,
- b Kapselpumpe,
- c Kettenradübertragung,
- d Riemenscheibe,
- e Messingstab,
- f Blattfeder,
- g Diffusor,
- h Umlenkschaufeln,
- i Gleichrichter,
- k Wandenbohrungen,
- l Einlauf,
- m Kühlschlange,
- n Tauchsieder

Die Pumpe lag vollständig unter Öl, um eine Luftblasenbildung zu vermeiden. Sie konnte mit einer Kettenradübertragung *c* in Betrieb gesetzt werden und war auch als Flüssigkeitszähler mit 0,2% Genauigkeit verwendbar. Zum Antrieb diente ein $\frac{1}{3}$ PS-Motor, dessen Drehzahl genau konstant gehalten werden konnte. Praktisch wurde wegen eines möglichen Schlupfes des Treibriemens die Drehzahl der Pumpe konstant gehalten. Als Drehzähler diente die Riemenscheibe *d* mit einem Messingstab *e*, der bei jeder Umdrehung gegen die Blattfeder *f* schlug. Mit einer Stoppuhr konnte man so die Drehzahl genügend genau bestimmen.

Das Öl floß aus der Pumpe durch einen Diffusor *g* zu den Umlenkschaufeln *h* und von da durch einen Gleichrichter *i* in die eigentliche Versuchsstrecke *a*. Längs der einen Wand waren in 0,1 m Tiefe drei Anbohrungen *k* im Abstand von 0,22 m so angebracht, daß die erste vom Einlauf in die Düse 0,2 m entfernt war. Bei Öl I betrug der Durchmesser der Anbohrungen 4 mm, bei Öl II 1,5 mm. Die unterschiedlich großen Anbohrungen erklären sich dadurch, daß Öl I ungefähr zehnfach zäher als Öl II war (s. u.); um die Einstellzeit des Druckmessers, der an die Wandenbohrung angeschlossen war, möglichst niedrig zu halten, war für das zähere Öl I eine größere Wandenbohrung notwendig.

Aus der Versuchsstrecke wurde dann das Öl durch einen Einlauf *l* wieder zur Pumpe gelenkt, nachdem es kurz davor noch eine Kühlschlange *m* und einen herausnehmbaren Tauchsieder *n* zur Temperaturregelung umfloß. Die Versuchsstrecke war herausnehmbar, um Umbauten an ihr leichter vornehmen zu können.

Zur Füllung des Kanals waren etwa 150 l Öl notwendig.

2. Verwendete Öle. Die gesamten Versuche wurden mit Öl durchgeführt, um der großen Zähigkeit wegen auf einfache Art verhältnismäßig kleine *Re*-Werte zu erhalten; ein weiterer Vorteil bestand darin, daß trotz der kleinen *Re*-Werte, die also durch die Zähigkeit und nicht durch die auftretenden Körperabmessungen oder die Geschwindigkeiten bedingt waren, die entstehenden Druckunterschiede immerhin so groß waren, daß sie mittels des benutzten Meßgerätes noch gut meßbar waren.

Für den *Re*-Bereich von 1 bis 30 wurde ein russisches Spindelöl, im folgenden Öl I genannt, für den Bereich zwischen 30 und 150 ein Gemisch von Öl I mit Gasöl, im folgenden Öl II genannt, verwandt, vgl. Zahlentafel 1 und 2.

Zahlentafel 1 Zähigkeit η von Öl I

| Temp. [°C] | η [kg s/m ²] | Temp. [°C] | η [kg s/m ²] | Temp. [°C] | η [kg s/m ²] |
|------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|
| 14,5 | 0,01511 | 19,1 | 0,01098 | 24 | 0,008029 |
| 15,6 | 0,01401 | 20 | 0,01035 | 25 | 0,007527 |
| 16,5 | 0,01317 | 21 | 0,009706 | 26 | 0,007202 |
| 17 | 0,01270 | 22 | 0,009106 | 27 | 0,006780 |
| 18 | 0,01181 | 23 | 0,008537 | 28 | 0,006404 |

Zahlentafel 2 Zähigkeit η von Öl II

| Temp. [°C] | η [kg s/m ²] | Temp. [°C] | η [kg s/m ²] | Temp. [°C] | η [kg s/m ²] |
|------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|
| 13 | 0,002080 | 17,3 | 0,001723 | 21 | 0,001488 |
| 14,45 | 0,001957 | 18,1 | 0,001672 | 22,2 | 0,001417 |
| 15 | 0,001896 | 19,1 | 0,001600 | 23 | 0,001386 |
| 16 | 0,001814 | 20 | 0,001549 | 24,7 | 0,001305 |

Aus den Messungen ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem spezifischen Gewicht γ der beiden Ölsorten und der Temperatur t zu:

$$\begin{aligned} \gamma(\text{Öl I}) &= -0,55 t + 909,85 \text{ [kg/m}^3\text{]} \\ \gamma(\text{Öl II}) &= -0,6757 t + 886,66 \text{ [kg/m}^3\text{]} \end{aligned}$$

3. Druckmeßgerät. Das Druckmeßgerät mußte so beschaffen sein, daß Drücke von 0,01 mm WS noch mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden konnten.

Versuche, einen einfachen Differenzdruckmesser zu schaffen, in dem das Öl gegen irgendeine andere Flüssigkeit wie Wasser, Alkohol oder Salzwasser stand, deren spezifisches Gewicht von dem des Öles nur wenig unterschiedlich war, schlugen fehl. Beim Ausschlagen der Flüssigkeitssäulen wurden die Rohre durch das Öl eingefettet, wodurch die Kuppe (Meniskus) schlecht wurde und an den Wänden hängen blieb, so daß ein sauberes Ablesen unmöglich wurde.

Der Gedanke eines Druckmessers mit drei Flüssigkeiten, bei dem das Öl in der Hauptsache nur zur Druckübertragung diene und der Ausschlag zwischen der zweiten und dritten Flüssigkeit abgelesen wurde, war daher naheliegend.

Abb. 3 zeigt das Meßgerät in seiner endgültigen Ausführung. Die drei verwendeten Flüssigkeiten waren Öl, Salzwasser und Triacetin, auf das ich von Herrn Dr. Wenk, Berlin, aufmerksam gemacht wurde. Der Querschnitt der Druckflaschen b wurde so groß gewählt, um eine gute Übertragung des Druckes durch das Öl auf das Salzwasser zu gewährleisten. Die Thermometer c , je eins in einer Druckflasche und eins in einem Druckmesserschlenkel, gestatteten eine dauernde Überwachung der Temperatur. Die zahlreichen Glashähne dienten zur Füllung des Meßgerätes.

Je nach der Temperatur nahm die Einstellzeit 1 bis 2 Stunden in Anspruch. Um diesen Übelstand zu beseitigen, wurde die Handpumpe d eingebaut, die die Einstellzeit auf 5 bis 10 Minuten herunderdrückte; denn die Durchflußzeit des Öles durch die Rohre, die infolge der großen Zähigkeit sehr groß ist, wird durch den durch die Pumpe ausgeübten Druck oder Sog wesentlich herundergedrückt. Läßt man nämlich einen Druck auf das Gerät einwirken, so kann man, wenn man den Hahn e schließt, durch f und g in das gradierte Aufsatzrohr h Öl mit der Handpumpe saugen. Schließt man sodann f und öffnet e , so kann man umgekehrt in die Flasche b Öl inpessieren, wodurch in a ein Ausschlag entsteht. Man schließt nun g und öffnet die Hähne e und f . Je nachdem, ob sich in den folgenden Sekunden der Ausschlag in a vergrößert oder verkleinert, muß man die Regelhähne beim weiteren Pumpen mit d so schalten, bis der Ausschlag in a konstant bleibt. Der Druck wird dann abgelesen als Höhenunterschied der Triacetinsäulen in den Schenkeln a .

Damit das Meßgerät gut arbeitet, müssen die Schenkel a absolut fettfrei sein. Man erreicht dies am besten dadurch, daß man a mit Chromschwefelsäure gefüllt etwa 24 Stunden stehen läßt. Danach spült man mit destilliertem Wasser gut nach, läßt dieses vollständig auslaufen und füllt anschließend sofort mit Salzwasser und Triacetin, indem man das Salzwasser vorsichtig über die Triacetinsäule schiebt. Beobachtet man die Vorsichtsmaßregeln, so erzielt man eine sehr scharf abgegrenzte Kuppe, die sich sehr lange Zeit hält.

Die gesamten Zuleitungen und Verbindungsstücke zwischen den einzelnen Geräteteilen waren aus Glas, da Gummischläuche durch das Öl angegriffen und schwammig wurden.

Die Eichung wurde durchgeführt, indem an die beiden Anschlüsse zwei mit Öl gefüllte Blechgefäße gelegt wurden. Das eine Gefäß stand fest, während das andere bis auf 0,01 mm genau gehoben bzw. gesenkt werden konnte; dadurch wurden in den Schenkeln a Ausschläge der Triacetinsäule hervorgerufen. Der Ausschlag in a sei mit h' bezeichnet. Man erhält das Übersetzungsverhältnis λ des Gerätes, wenn man h' durch die berichtigte Hubhöhe h des beweglichen Gefäßes teilt. Auf Grund hydrostatischer Überlegungen ergab sich theoretisch für den Druckmesser folgendes: Ist F_3 der Querschnitt des Druckmesserrohres, F_2 derjenige der Druckflaschen b , γ_T das spezifische Gewicht des Triacetins, γ_w dasjenige des Salzwassers und γ_o dasjenige des Öles, so gilt

$$\lambda = \frac{h'}{h} = \frac{\gamma_o}{\gamma_T - \gamma_w (1 - F_3/F_2) - \gamma_o F_3/F_2} \dots \dots \dots (1).$$

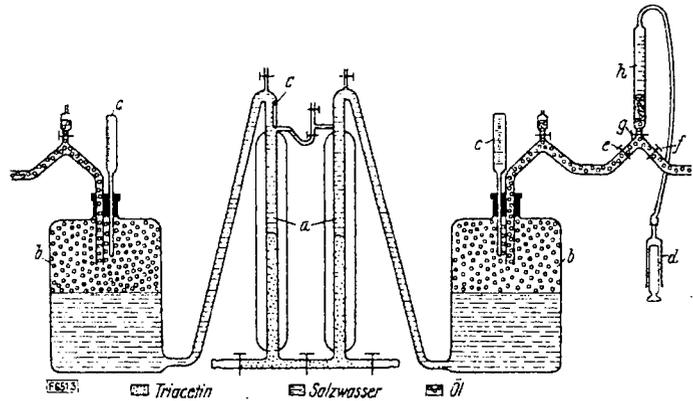


Abb. 3. Drei-Flüssigkeits-Druckmesser
 a Druckmesserschlenkel 80 cm lang, Querschnitt F_3 im Mittel 1,16 cm²,
 b Druckflaschen, Querschnitt je $F_2 = 304,9$ cm², c Thermometer,
 d Handpumpe, e, f, g Regelhähne, h Aufsatzrohr
 $F_3/F_2 = 0,0038$

Eine Verkleinerung des Quotienten F_3/F_2 hat demnach ein Anwachsen von λ zur Folge. Für den Grenzfall $F_3/F_2=0$ erhält man

$$\lambda = \gamma_o (\gamma_T - \gamma_w) \quad \dots \quad (1a)$$

Wird $F_3/F_2=1$, so ergibt sich

$$\lambda = \gamma_o (\gamma_T - \gamma_o) \quad \dots \quad (1b)$$

d. h. das Salzwasser hat auf λ überhaupt keinen Einfluß mehr und ist nur zwischengeschaltete Flüssigkeit.

Die tatsächliche Hubhöhe x des beweglichen Eichgefäßes mußte berichtigt werden, weil beim Ausschlagen des Gerätes aus dem beweglichen Gefäß Öl heraus- und in das feststehende Eichgefäß Öl hineinflöß. Den Zusammenhang zwischen der berichtigten Hubhöhe h und x erhält man aus

$$h = x - h' F_3/F_1 \quad \dots \quad (2)$$

worin F_1 der Querschnitt des Eichgefäßes ist.

Für die Temperaturabhängigkeit von γ_T und γ_w gilt:

$$\begin{aligned} \gamma_T &= -1,072 t + 1184,6 \text{ [kg m}^3\text{]} \\ \gamma_w &= -0,424 t + 1162,19 \text{ [kg m}^3\text{]} \end{aligned}$$

Setzt man die Werte von $F_3/F_2=0,0038$ und von γ_T , γ_w und γ_o für Öl I in Gl. 1 ein, so erhält man

$$\lambda = \frac{-5,5 t + 9098,5}{-6,475 t + 233,6} \quad \dots \quad (3)$$

Zum Eichern wurden zwei Paar verschieden große Blechgefäße verwandt, bei denen einmal $F_3/F_1=0,00316$, das andere Mal 0,00165 war. Das Heben bzw. Senken des einen Eichgefäßes wurde durch einen Höhensupport bewerkstelligt, an dem man $1/100$ mm Hubhöhe noch ablesen konnte. Bei der Eichung zeigte sich, daß das Meßgerät die Drücke mindestens auf 2 bis 3% genau angibt.

Dieser Fehler ist erklärlich aus den verhältnismäßig großen Abmessungen des Gerätes und der starken Temperaturabhängigkeit von λ . Deshalb wurden sämtliche Teile des Druckmessers mit Asbestpapier geschützt bzw. die Schenkel α mit einem luftleeren Wärmeschutzmantel umgeben. Außerdem wurden nach Möglichkeit alle sich entsprechenden Teile der Hin- und Rückleitungen des Druckmessers in gleicher Höhe geführt. Da am Tage die Temperatur im Laboratorium sehr stark schwankte, wurde ein großer Teil der Messungen nachts ausgeführt.

Das Meßgerät konnte jederzeit an das Eichgerät geschaltet und nachgeeicht werden.

Für die Messungen mit Öl II wurde das Meßgerät neu gefüllt und geeicht. Die Anzeigenauigkeit betrug wieder 2 bis 3%.

4. Geschwindigkeitsmessung. Die Versuche bezweckten, den an einem Pitotrohr hervorgerufenen Druck p_M , geteilt durch $\rho v^2/2g$, in Abhängigkeit von Re festzustellen. Hierzu wurde die Anströmgeschwindigkeit v nach dem Schwimmerverfahren bestimmt. Ein kleiner Glasschwimmer, dessen untere Kugel mit etwas Quecksilber gefüllt wurde, damit er in der Strömung senkrecht stand, schwamm mit der Geschwindigkeit des Ölstromes an zwei Wegmarken m und n vorbei; mit Hilfe einer Stoppuhr konnte dann die mittlere Geschwindigkeit über die Strecke $m-n$ bestimmt werden. Die Strecke $m-n$ wurde 50 bis 25 cm lang gewählt. Mit einer $1/10$ s-Stoppuhr konnten auf diese Art Geschwindigkeiten von 1 bis 5 cm/s auf 1% genau bestimmt werden.

Bei größeren Geschwindigkeiten wurde die Zeit elektrisch gemessen. Dabei wurde über den Kanal eine isolierte Messingbrücke gelegt. An der Brücke waren parallel zur Strömungsrichtung zwei voneinander isolierte Kupferschneiden angebracht, an die eine Spannung von 220 V gelegt wurde. Über die Schneidenden wurde ein 0,1 mm dicker Kupferdraht gelegt. Reißt der Glasschwimmer den Kupferdraht von den Schneiden herunter, so wird der Stromkreis unterbrochen.

Abb. 4 zeigt schematisch das Meßverfahren mit zwei Brücken b_1 und b_2 . Eine elektrische Schreibvorrichtung c zeichnete neben Sekundenmarken bei jeder Stromunterbrechung oder Einschaltung eine Marke auf. Ist die Brücke b_1 durchschwommen, so wird der Schalter d geschlossen. Der Schreibstift zeichnet zunächst eine Einschaltungsmarke und nach Unterbrechen des Stromes in der Brücke b_2 eine Unterbrechungsmarke. Aus dem Abstand der beiden Unterbrechungsmarken und der Entfernung zwischen den beiden Brücken läßt sich die Geschwindigkeit ermitteln.

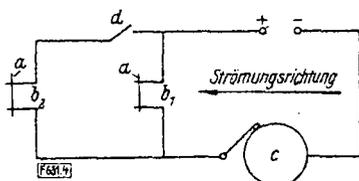


Abb. 4. Schaltschema zur elektrischen Geschwindigkeitsmessung
a frei aufliegender Drahtbügel, b_1 erste Brücke, b_2 zweite Brücke, c elektrische Schreibtrommel, d Stromtaste

Brückenschneiden und Drahtbügel mußten absolut trocken sein, desgleichen der aus dem Öl herausragende Schwimmerteil, um ein Haken und Hängenbleiben oder überhaupt nur ein Verzögern des Schwimmers zu verhindern.

Das Verfahren bewährte sich außerordentlich gut, denn man konnte über kleine Strecken die Geschwindigkeiten ermitteln und trotzdem die Ungenauigkeit unter 1% halten.

5. Versuchsdurchführung. Der Druckmesser wurde an ein Pitotrohr und eine Wandanbohrung des Kanales angeschlossen; Pitotrohrmündung und Wandanbohrung lagen in einer zur Kanalwand senkrechten Ebene, um eine Einwirkung durch Änderung des statischen Druckes von vornherein auszuschalten. Das Pitotrohr war auf einem über dem Kanal auf Schienen laufenden Schlitten angebracht, der ein Verschieben des Pitotrohres nach den drei Koordinatenrichtungen ermöglichte, so daß das Pitotrohr seitlich aus dem Ölstrom herausbewegt werden konnte, um die dem Druck entsprechende Geschwindigkeit zu messen. Daß sich das Pitotrohr dabei seitlich in der Grenzschicht des Ölstromes befand, hatte auf die Geschwindigkeit keinen meßbaren Einfluß.

Das Pitotrohr wurde so eingestellt, daß der Mittelpunkt seiner Mündungsöffnung zusammenfiel mit dem Mittelpunkt der Kugel des im Öl schwebenden Schwimmers. Daher befand sich das Pitotrohr in einer Tiefe von 1,5 bis 3,5 cm unter der Öloberfläche. Die Rohre waren kreiszylindrisch und hatten 0,22 cm, 0,2 cm, 0,175 cm, 0,15 cm, 0,14 cm und 0,1 cm Außenhalbmesser. Noch kleinere Pitotrohre zu verwenden, erwies sich als unvorteilhaft, da wegen der großen Zähigkeit des Öles die Einstellzeiten des Druckmessers trotz der Vorschaltpumpe sehr groß wurden (mehrere Stunden). Die Ölgeschwindigkeiten wurden verändert zwischen 0,5 und 25 cm/s.

III. Versuchsergebnisse

1. Ausmessen des Barker-Effekts. Bei kleinen Reynoldsschen Zahlen, etwa 1 bis 125, zeigt ein Pitotrohr in zähen Flüssigkeiten nicht den wahren Staudruck $p = \rho v^2/2g$ an. *M. Barker*¹⁾ machte als erste auf diese Tatsache aufmerksam; sie sei daher im folgenden kurz als Barker-Effekt bezeichnet.

Der Ungenauigkeitsgrad der Messungen von *M. Barker* ist jedoch so groß, daß sie als Unterlage für weitere Versuche nicht die genügende Sicherheit bieten. Daher wurden die Messungen wiederholt, wobei allerdings ein ganz anderes Meßverfahren als das von *M. Barker* in Anwendung gebracht wurde. Trägt man $\lg \frac{p_M}{\rho v^2/2g}$ über $\lg Re$, Abb. 5, auf (p_M der vom Druckmesser angezeigte Druck), so ergibt sich eine gerade Linie bis etwa $Re = 5$. Ihre Gleichung lautet

$$\lg \frac{p_M}{\rho v^2/2g} = -0,567 \lg Re + 0,555 \dots \dots \dots (4)$$

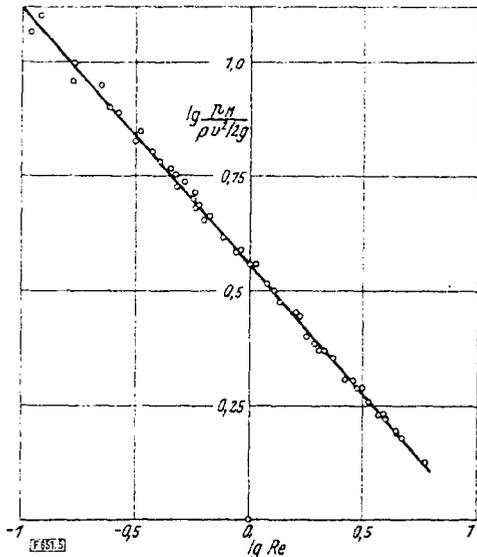


Abb. 5. Barker-Effekt

Bis etwa $Re = 5$ ergibt sich zwischen $\lg \frac{p_M}{\rho v^2/2g}$ und $\lg Re$ ein linearer Zusammenhang

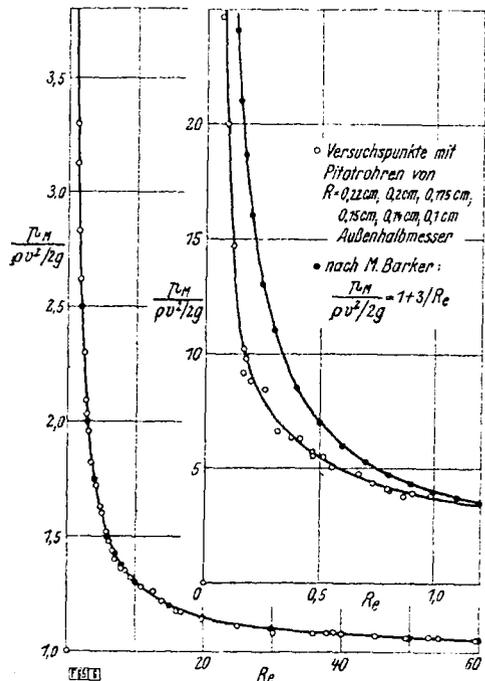


Abb. 6 (rechts). Barker-Effekt bis $Re = 60$

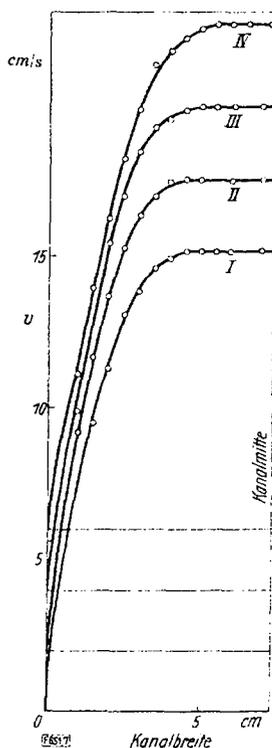


Abb. 7. Geschwindigkeitsverteilung über den halben Kanalquerschnitt in verschiedenen Abständen vom Einlauf in die Düse. Die Kurven sind um je zwei Einheiten gegeneinander nach oben versetzt

A_0 Abstand vom Einlauf. Kurve I: $A_0 = 8$ cm, Kurve II: $A_0 = 11$ cm, Kurve III: $A_0 = 17$ cm, Kurve IV: $A_0 = 23$ cm
Strömungsgeschwindigkeit 15,5 cm/s

wobei $Re = R v / \nu$ (R ist der Außenhalbmesser des Pitotrohres). Daraus ergibt sich für $Re < S$

$$v^{1,433} = \frac{9,81}{1,795 \rho} \left(\frac{R}{\nu} \right)^{0,587} p_M \dots \dots \dots (5)$$

Diese Gleichung gibt den Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und der im Druckmesser angezeigten, am Pitotrohr hervorgerufenen Druckhöhe p_M . Mit Hilfe von Gl. 5 und 6 wurden im folgenden alle Geschwindigkeiten berechnet. Zu den nachfolgenden Messungen wurde immer ein Pitotrohr von 0,15 cm Halbmesser benutzt. Der Wirkungsbereich von Gl. 5 ist bei den Messungen nie überschritten worden.

In Abb. 6 sind die Meßergebnisse aufgetragen; wie man sieht, stimmen die gemessenen Punkte oberhalb $Re = 5$ sehr gut mit der schon von M. Barker angegebenen Gleichung

$$\frac{p_M}{\rho v^2 / 2g} = 1 + 3/Re \dots \dots \dots (6)$$

überein.

2. Geschwindigkeitsverteilung über den Kanalquerschnitt. Die Geschwindigkeitsverteilung war in der linken und rechten Kanalhälfte dieselbe. Am Einlauf war bereits eine bis 1,5 cm betragende Grenzschicht vorhanden, die von der Einlaufdüse herstammte.

Abb. 7 zeigt vier gegeneinander versetzt gezeichnete Geschwindigkeitsverteilungen, die mit Öl I bei einer Geschwindigkeit von 15,5 cm/s in einer Tiefe von 3,5 cm in verschiedenen Abständen vom Einlauf in die Düse aufgenommen wurden. Da sich die Geschwindigkeitsverteilung in der linken und rechten Kanalhälfte als gleich erwies, ist nur die Verteilung in der einen Kanalhälfte wiedergegeben. Die Breite der Kernströmung, in der das Öl mit derselben Geschwindigkeit floß wie in der nächsten Umgebung, liegt zwischen 5 und 9 cm dicht hinter dem Einlauf und zwischen 3 und 7 cm bei 13 cm Abstand vom Einlauf, wenn die Geschwindigkeiten zwischen 4 und 17 cm/s lagen. Auch für die höchsten Geschwindigkeiten blieb die Strömung laminar.

3. Messung des Geschwindigkeitsfeldes hinter einem Zylinder. Der Druckmesser wurde zwischen die erste Wandanbohrung und das Pitotrohr geschaltet, dessen Öffnung sich in 3,5 cm Tiefe befand. In die Mitte des Kanals wurde ein Zylinder eingebaut, der nacheinander einen Durchmesser von 1 cm und 2 cm hatte, je nachdem, wie breit die Kernströmung war. Er stand der ersten Wandanbohrung gegenüber und wurde auf eine 5 cm lange Eisenplatte geschraubt, die mit ihrer Breite genau in die Versuchsstrecke paßte. Ein Kippen des Zylinders war damit unmöglich, da sich die Platte am Boden festsaugte. Das aus dem Öl ragende Ende des Zylinders war an einem 2 mm dicken Messingstreifen befestigt, der seinerseits an den Kanalwänden verschraubt wurde. Mit Hilfe des schon erwähnten Meßschlittens konnte das Druckfeld hinter dem Zylinder ohne irgendwelche Umbauschwierigkeiten ausgemessen werden.

Dicht hinter dem Pitotrohr mußte die Leitung zum Druckmesser auf 1 cm erweitert werden, damit die Druckfortleitung schneller vonstatten ging. Um Störungen der Strömung durch das aus dem Öl führende Rohr zu vermeiden, wurde es stromlinienförmig verkleidet.

Der links- und rechtsseitige Nachlauf hinter dem Zylinder erwies sich als vollkommen gleich; infolgedessen ist in Abb. 8 bis 19 nur die eine Hälfte des Nachlaufes wiedergegeben. Innerhalb des sich hinter dem Zylinder bildenden Wirbels konnte allerdings nicht gemessen werden, daher ist dieses Gebiet freigelassen. In Abb. 12 und 16 bedeutet demnach 2δ die Wirbelbreite in der betreffenden Kanalquerschnitt nur so weit durchgeführt, wie die Kernströmung reichte, d. h. so weit, wie noch keine Wandbeeinflussung vorlag. Das Meßgebiet ist daher bei kleinen Geschwindigkeiten kleiner, weswegen in diesem Fall der 1 cm-Zylinder verwandt wurde, Abb. 8 bis 11; bei größeren Geschwindigkeiten wurde dann der 2 cm-Zylinder eingesetzt, Abb. 12 bis 19.

Die Temperatur wurde während der Versuche mit Hilfe des Tauchsieders und der Kühlechlange konstant gehalten, um Änderungen von Re durch Zähigkeitsschwankungen zu verhindern.

Von $Re \approx 30$ an bleibt die Strömung nicht mehr stationär; deswegen wurden in diesem Gebiet keine Nachlaufmessungen ausgeführt. Das Pitotrohr zeigte nur Durchschnittswerte an, die außerdem noch sehr falsch werden konnten, da das Rohr unter Umständen unter einem Winkel von 90° angeströmt wurde, wie z. B. in der ausgebildeten Kármánschen Wirbelstraße.

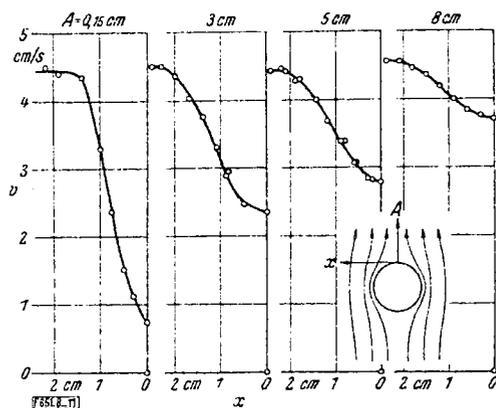


Abb. 8 bis 11

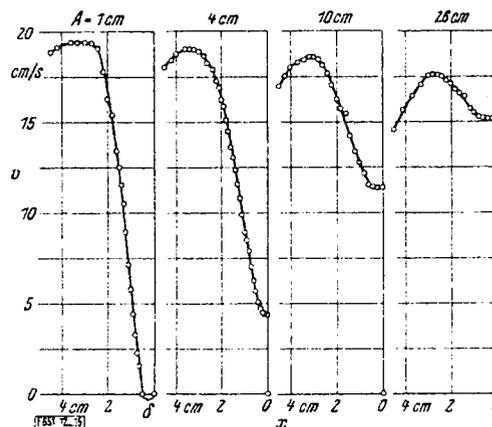


Abb. 12 bis 15

Abb. 8 bis 11. Nachlauf hinter einem Zylinder bei $Re = 1,97$ in verschiedenen Abständen A hinter dem Zylinder
Anströmungsgeschwindigkeit $v = 4$ cm/s, Zylinderhalbmesser = $0,5$ cm

Abb. 12 bis 15. Nachlauf hinter einem Zylinder bei $Re = 17,35$ in verschiedenen Abständen A hinter dem Zylinder
Anströmungsgeschwindigkeit $v = 15,5$ cm/s, Zylinderhalbmesser 1 cm,
 2δ Wirbelbreite

Abb. 16 bis 19. Nachlauf hinter einem Zylinder bei $Re = 24,8$ in verschiedenen Abständen A hinter dem Zylinder
Anströmungsgeschwindigkeit $v = 25,2$ cm/s, Zylinderhalbmesser = 1 cm,
 2δ Wirbelbreite

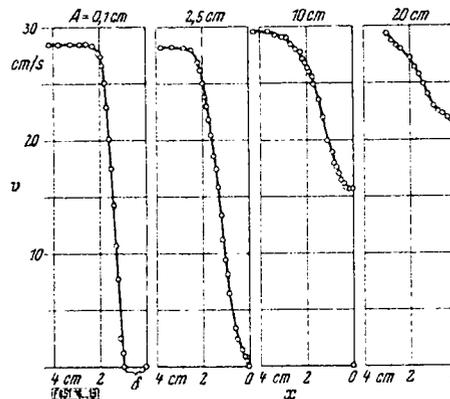


Abb. 16 bis 19

4. Druckverteilung um den Zylinder. Die Druckverteilung um den Zylinder wurde gemessen etwa von $Re = 2$ bis 120 .

Ein Hohlzylinder wurde in den Kanal auf einen Zapfen gesetzt, der auf eine Platte geschraubt war, die genau in den Kanal paßte. Über den Zylinderhals faßte ein Glasrohr, das in das Ende der Glasleitung, die zum Druckmesser führte, eingeschliffen war. Dadurch war der Zylinder um seine Achse drehbar. In $3,5$ cm Tiefe unter dem Ölspiegel trug der Zylinder eine Anbohrung, durch die der Druck gegen die Anbohrung gemessen wurde. Zylinderachse und Anbohrung lagen in einer zur Kanalwand senkrechten Ebene. Mit Hilfe eines Winkelmessers und eines mit dem Zylinder fest verbundenen Zeigers konnte der Drehwinkel des Zylinders auf $1/4^\circ$ genau gemessen werden.

Die verwendeten Zylinder hatten wieder $0,5$ und 1 cm Halbmesser, die Anbohrungen $0,1$ und $0,2$ cm Dmr.

Nach *A. Thom*³⁾ muß wegen der endlich kleinen Anbohrung des Zylinders eine Winkelberichtigung und eine weitere Berichtigung wegen Wandeinflusses durch den Kanal an den Messungen angebracht werden.

Wenn der abgelesene Winkel θ_a war, so wird der berichtigte Winkel $\theta' = \theta_a - \Delta\theta$, wobei $\Delta\theta = h/\Delta R$ (h Lochdurchmesser und R Zylinderhalbmesser). Zum Nachprüfen der ersten Berichtigung wurde ein 2 cm-Zylinder benutzt, der nacheinander Anbohrungen von $0,1$ cm und $0,2$ cm erhielt; dementsprechend wurde $\Delta\theta$ umgerechnet in Winkelgrad einmal $1,5^\circ$, das andere Mal 3° .

³⁾ *A. Thom*, Proc. Roy. Soc. Lond., Bd. 141 (1933) S. 651.

Nicht berichtigt wurden die Winkel 0° und 180° . Die Ergebnisse sind in Abb. 20, Kurve I, aufgetragen und geben ein Bild von der Güte der Berichtigung.

Durch die Wandberichtigung wird der tatsächliche Druck $p' = p_M (1 - 2 \epsilon)$ mit

$$\epsilon = 13 : [30 l/R + (l/R)^2]^{-4} \quad (7)$$

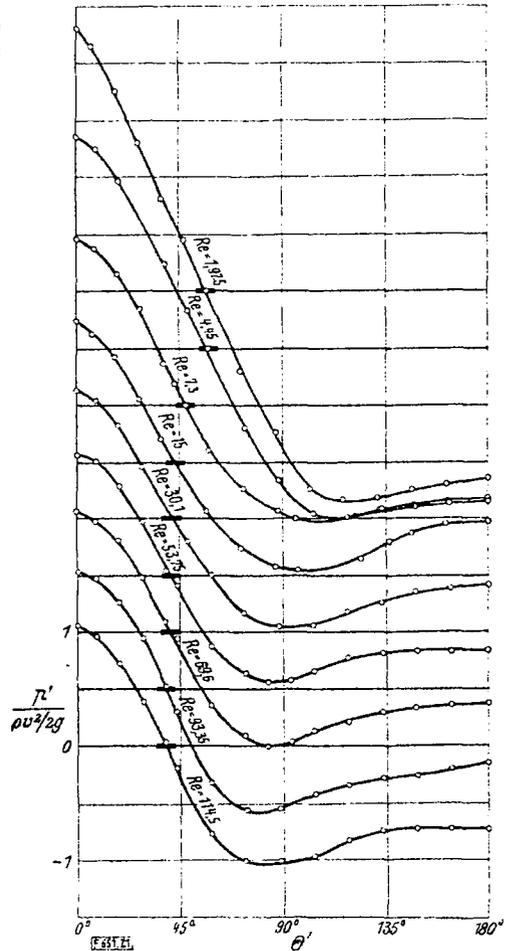
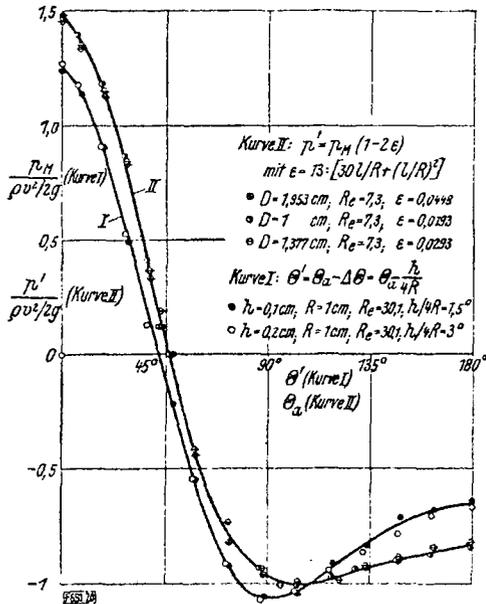
wenn l die Kanalbreite und p' der berichtigte Druck sind.

Die Gültigkeit der Formel war zwar für große Re -Werte bereits nachgewiesen, nicht aber für den hier vorliegenden Meßbereich. Die drei Zylinder von 0,5 cm, 0,688 cm und 0,976 cm Halbmesser trugen eine Anbohrung von $h=0,1$ cm und wurden mit einer solchen Geschwindigkeit angeströmt, daß Re jedesmal gleich 7,3 wurde. In Abb. 20 gibt Kurve II die berichtigten Meßergebnisse wieder, die Gl. 7 sehr gut bestätigen. Bei den Messungen zur Bestätigung der Winkelberichtigung ist die Wandeinflußberichtigung noch nicht angebracht, da ϵ nur von l/R abhängig ist, welches, da derselbe Zylinder verwandt wurde, konstant war.

Sämtliche folgende Versuchsergebnisse wurden mit Hilfe der beiden obigen Berichtigungen auf die endgültigen Werte $\theta' = \theta_\alpha - \Delta \theta$ und $p' = p_M \cdot (1 - 2 \epsilon)$ umgerechnet. Das Ergebnis der Messungen zeigt Abb. 21.

Abb. 21 (rechts). Druckverteilung um den Zylinder (berichtigt)
Die kurzen dicken Linien geben den Schnittpunkt der betreffenden Kurve mit der jeweils in der Höhe verschobenen θ' -Achse an

Abb. 20 (unten). Druckverteilung um den Zylinder bei unveränderlichem Re
Kurve I: Winkelberichtigung wegen endlicher Größe des Durchmessers h der Anbohrung für zwei verschiedene Werte von $h/4 R$. Kurve II: Druckberichtigung wegen Wandeinflusses, für drei verschiedene Werte von ϵ



5. Strömungsaufnahmen. Zu den Strömungsaufnahmen wurde der Zylinder soweit abgeschnitten, daß er nur um wenige $\frac{1}{10}$ mm über die Öberfläche hinausragte. Da sich ein starker Stau ergab, war die vordere Hälfte des Zylinders höher als die hintere, um Blinklichter zu vermeiden. Der Zylinder mußte so jeder eingestellten Geschwindigkeit angepaßt werden. Die 9 cm \times 12 cm-Kamera war etwa 1 m über dem Kanal aufgebaut und durch ein aufgespanntes schwarzes Tuch gegen Spiegelung an der Öberfläche abgeschirmt. Zum Anzeigen der Strömung diente Aluminiumpulver. Bei den Aufnahmen der Abb. 22 bis 24 wurde die gesamte Öberfläche bestreut.

*) A. Thom, Proc. Roy. Soc. Lond., Bd. 141 (1933) S. 651.

Abb. 22 bis 32. Strömungsaufnahmen

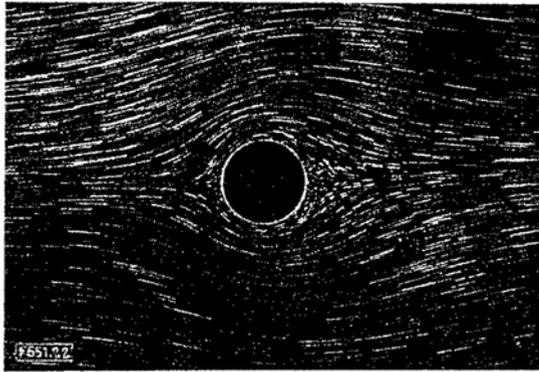


Abb. 22. $v = 2 \text{ cm/s}$, $Re = 1,95$

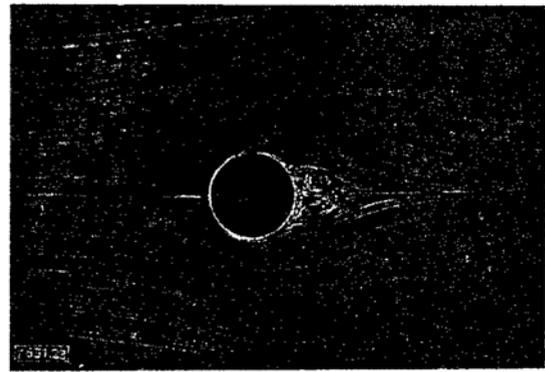


Abb. 23. $v = 15,9 \text{ cm/s}$, $Re = 16,75$

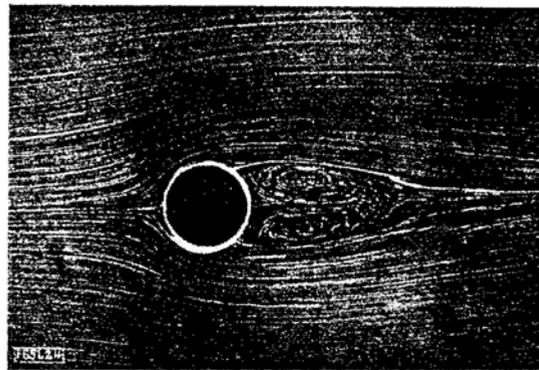


Abb. 24. $v = 9,46 \text{ cm/s}$, $Re = 9,3$

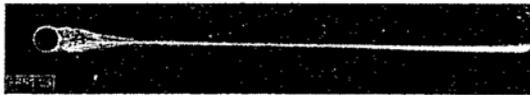


Abb. 25. $v = 2,5 \text{ cm/s}$, $Re = 15,8$

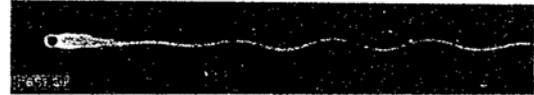


Abb. 26. $v = 8 \text{ cm/s}$, $Re = 27,4$

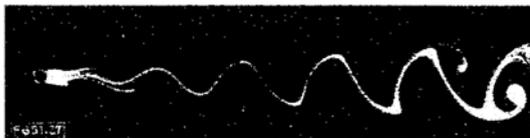


Abb. 27. $v = 9,1 \text{ cm/s}$, $Re = 32,6$



Abb. 28. $v = 11,1 \text{ cm/s}$, $Re = 36,5$



Abb. 29. $v = 15,15 \text{ cm/s}$, $Re = 50,75$



Abb. 30. $v = 12,5 \text{ cm/s}$, $Re = 80,5$



Abb. 31. $v = 18,5 \text{ cm/s}$, $Re = 112,5$



Abb. 32. $v = 22,7 \text{ cm/s}$, $Re = 140,5$

Die Aufnahmen Abb. 25 bis 32 wurden hergestellt, indem dicht hinter den Zylinder Aluminiumpulver gestreut und somit nur der Nachlauf photographiert wurde. Die Belichtungszeiten waren durchschnittlich $\frac{1}{50}$ s.

Wie aus Abb. 22 hervorgeht, ist bei etwa $Re=2$ noch keine Wirbelbildung bemerkbar; sie setzt erst ein bei etwa $Re=6$. Von da an treten zwei symmetrische Wirbel auf, die sich in dieser Form erhalten bis zu $Re=25$ bis 30. Bei größeren Re -Werten fangen die Wirbel an zu pendeln, was sich in einem Aufwickeln der Trennungsfläche hinter dem Zylinder bemerkbar macht, vgl. Abb. 26 ff. Die Trennungsfläche wickelt sich dann mit steigendem Re allmählich vollständig auf, und es ergibt sich das bekannte Bild der Kármánstraße, die also bei $Re=37$ bereits voll ausgebildet ist. Die Verzerrung der einzelnen Wirbelbögen bei Abb. 31 und 32, besonders bei $Re=140,5$, ist auf lotrechte Bewegungen zurückzuführen.

Die Auswertung der Strömungsaufnahmen ergab Zahlentafel 3.

Zahlentafel 3 Kennwerte der Strömung

| Re | D/d | L/d |
|-------|-------|-------|
| 1,95 | 2,71 | 0,38 |
| 9,30 | 2,57 | 0,93 |
| 16,75 | 2,43 | 1,395 |
| 23,60 | 2,36 | 1,80 |
| 31,75 | 2,20 | 2,35 |

D größter Abstand der beiden Stromlinien, die von links aus dem Unendlichen kommend und geradlinig fortgesetzt, den Zylinder mit dem Durchmesser d gerade berühren würden.

L Abstand der Linie D von der Mittelsenkrechten durch den Mittelpunkt des Zylinders.

Zahlentafel 4

Kennwerte der Strömung

| v [m/s] | Re | f [1/s] | $2fR/v$ [1/m] |
|--------------|-------|--------------|------------------|
| 0,0615 | 37,5 | 0,5 | 18,54 |
| 0,072 | 43,85 | 0,61 | 16,68 |
| 0,0815 | 49,7 | 0,688 | 16,63 |
| 0,105 | 64 | 0,906 | 16,92 |
| 0,109 | 66,5 | 0,943 | 16,97 |
| 0,118 | 72 | 1,03 | 17,12 |
| 0,1205 | 73,5 | 1,08 | 17,56 |
| 0,128 | 78,1 | 1,135 | 17,41 |
| 0,129 | 78,6 | 1,16 | 17,66 |
| 0,14 | 85,4 | 1,225 | 17,17 |
| 0,151 | 92,1 | 1,33 | 17,27 |

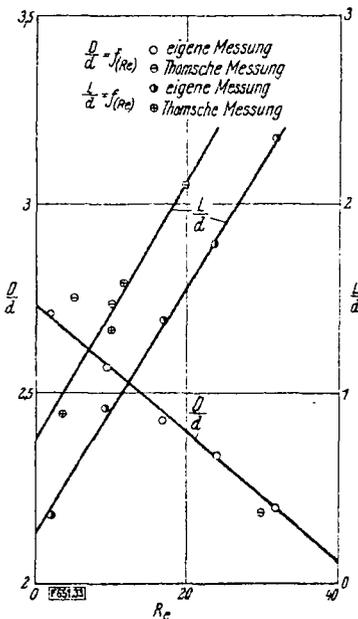


Abb. 33 (links)
Kennwerte für die Strömung
Die Bedeutung von L , D und d zeigt die Abb. in Zahlentafel 3

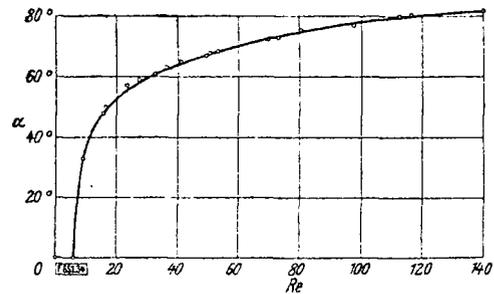


Abb. 34 (rechts)
Abhängigkeit des Ablösungswinkels α von Re

In Abb. 33 sind die Ergebnisse aufgetragen, die sich auf die festen Wirbel hinter dem Zylinder beziehen. Während sich für das Verhältnis D/d ungefähr Übereinstimmung mit den Messungen von A. Thom ergibt, zeigen die Kurven L/d eine Parallelverschiebung von etwa 0,5 Einheiten in der L/d -Achse.

Für die Konstante $2fR/v$, worin f die Wirbelfrequenz ist, ergibt sich als Mittel ungefähr $17,3 \text{ m}^{-1}$ in guter Übereinstimmung mit Thom. Die Ergebnisse gibt Zahlentafel 4 wieder.

Als Letztes wurde noch der Ablösungswinkel α vom hinteren Staupunkt bis zu einer Ablösungsstelle in Abhängigkeit von Re bestimmt, Abb. 34.

IV. Zusammenfassung

Die Geschwindigkeitsmessung mit einem Pitotrohr bedingt bei großer Zähigkeit eine Berichtigung des Staudruckgesetzes $p = \rho v^2 / 2g$. Die Messungen zum Nachprüfen dieses Zähigkeitseinflusses stehen in gutem Einklang mit einer bereits früher von M. Barker angeführten Gleichung. Mit Hilfe dieses Gesetzes wurde für drei verschiedene Reynoldssche Zahlen das Geschwindigkeitsfeld hinter einem Zylinder ausgemessen. Es folgen Messungen über den Druckverlauf um den Zylinder im Gebiet Reynoldsscher Zahlen von 2 bis 115, die im wesentlichen mit denen von Thom übereinstimmen. Zum Schluß werden Strömungsaufnahmen gezeigt und verschiedene diesen Aufnahmen entnommene Kennwerte über die Strömung mitgeteilt.