

M. FLEURY  
Ingénieur Géographe (I.G.N.)

LES CALCULS D'ASTRONOMIE ET DE GEODESIE SPATIALE  
SUR LA CALCULATRICE CAB 500  
DE L'INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL

---

AVANT-PROPOS

Nous avons regroupé l'exposé de deux types de calculs correspondant à des préoccupations tout à fait différentes :

- Les calculs d'astronomie sont destinés à alléger au maximum les calculs définitifs par les opérateurs de terrain des observations astronomiques de campagne. Seule a été programmée la partie du calcul - c'est de loin la plus fastidieuse - qui est indépendante des mesures proprement dites, le dépouillement et l'exploitation de celles-ci - plus désagréables en calcul automatique - restant du ressort des missions de terrain.

- Par contre, le problème des calculs de géodésie spatiale a été traité en machine aussi complètement que possible, depuis les données brutes d'observation jusqu'au résultat final, la forme géométrique d'une figure à la surface de la terre.

Le point commun à ces deux problèmes est de faire appel à des mesures sur les étoiles et de nécessiter par conséquent le calcul de la direction apparente d'une étoile à un instant donné.

La description de ce problème commun de "réduction d'une étoile" fait l'objet du premier chapitre, les programmes de calculs d'astronomie d'une part, de géodésie spatiale d'autre part, étant traités ensuite.

o  
o o

## REDUCTION D'UNE ETOILE

Le problème consiste à calculer, dans un système de référence convenable, la direction apparente d'une étoile à un instant donné, défini par la date et l'heure.

Schématiquement, ce calcul se ramène à des changements d'axes trirectangulaires, complétés par quelques corrections complémentaires : mouvement propre, parallaxe et aberration annuelle. Tous les calculs sont faits en virgule fixe, simple précision.

Pour mener à bien ce travail, l'Institut Géographique National dispose de deux fichiers fondamentaux.

### 1. Fichier étoiles

Pour chaque étoile, désignée par son numéro dans le catalogue "FK 4", ce fichier fournit les éléments suivants :

- N° de classement par déclinaison décroissante
- Magnitude visuelle
- Parallaxe
- Cosinus directeurs X Y Z
- Mouvements propres  $\mu_X, \mu_Y, \mu_Z$  (vitesse annuelle sur la sphère unité).

Les cosinus directeurs et les mouvements propres sont exprimés dans le système d'axes "Ecliptique 1950,0", défini comme suit :

- L'axe des Z est perpendiculaire au plan de l'écliptique 1950,0 (c'est-à-dire au plan de l'écliptique au début de l'année tropique 1950).
- L'axe des X est dirigé vers le point  $\gamma$  1950,0
- Le trièdre X Y Z est direct.

Le fichier de base nous a été fourni par l'Observatoire de Paris sous forme de cartes perforées.

En vue de son utilisation par la CAB 500, il a été reporté sur ruban perforé 7 canaux.

Il est apparu à l'usage que les temps de lecture de ce fichier étaient beaucoup trop importants. Une amélioration notable a été obtenue en remplaçant le ruban en clair par un ruban "codé" spécial dont la chaîne élémentaire de caractères reproduit, en les groupant par 5, les positions binaires des 8 mémoires nécessaires pour contenir les informations relatives à une étoile.

Des sous-programmes appropriés permettent la lecture optimisée et la perforation d'une étoile.

Sur le ruban, deux étoiles sont séparées par un (ou plusieurs) "retour chariot". Elles sont classées par déclinaisons croissantes. Toutes les 10 étoiles, une série de "RC" supplémentaires permet de faciliter la manipulation du ruban.

Le fichier complet comprend environ 3500 étoiles (FK 4 et FK 4 supplémentaire), groupées en 18 rubans correspondant chacun à une zone de la sphère céleste.

## LES CALCULS D'ASTRONOMIE ET DE GEODESIE SPATIALE

### 2. Fichier des constantes journalières

Ce fichier comporte pour chaque jour à 0h, TU les constantes astronomiques nécessaires à la réduction des étoiles. Les éléments groupés sous l'indicatif "jour j" permettent de calculer les étoiles pour toute époque comprise entre le jour j à 12h. (inclus) et le jour j + 1 à 12 heures (exclus).

Les constantes nous sont fournies chaque année par l'Observatoire de Paris sous forme de cartes perforées. Ce sont les suivantes :

- Date (an - mois / jour) du jour j
- Numéro du jour dans l'année
- Temps écoulé depuis 1950,0, en années tropiques (jour j à 0h. TU)
- Temps sidéral moyen le jour j à 0h. TU
- Nutation en longitude )
- Obliquité vraie  $-23^{\circ}26'$  ) à 0h. TU les jours j, J + 1 et j + 2
- Aberration annuelle  $-20''$  le jour J + 1 à 0h. TU
- Longitude du soleil les jours j et j + 2 à 0h. TU

Etant donné le petit nombre de "dates" présentes simultanément en machine, il n'a pas été nécessaire d'optimiser la lecture de ce fichier qui est renouvelé tous les ans.

### Réduction des étoiles

C'est le calcul qui consiste à déterminer la position apparente d'une étoile à une époque donnée (définie par date et heure TU). Le résultat du calcul est fourni sous forme de cosinus directeurs d'une part, de coordonnées angulaires, ascension droite  $\alpha$  et déclinaison  $\delta$  d'autre part, dans le système d'axes dit "équatorial" défini comme suit :

- L'axe des Z est parallèle à l'axe du monde
- L'axe des X est dirigé vers le point  $\gamma$
- Le trièdre X Y Z est direct

les éléments "axe du monde" et "point  $\gamma$ " étant ceux de l'époque de la réduction.

Une série de sous-programmes permet d'interpoler les constantes astronomiques du fichier de base pour l'époque du calcul (interpolation parabolique pour la nutation et l'obliquité).

D'autres sous-programmes calculent les termes de la précession, puis les diverses matrices de rotation qui permettent le passage du système "écliptique 1950,0" au système "équatorial" de l'époque (voir Bulletin Astronomique, tome XXIII, fascicule 2, MM. Dufour et Fontaine).

Les éléments de transformation ainsi calculés permettent les calculs de réduction d'étoile à la précision du demi-millième de seconde d'heure pour toute époque comprise dans un intervalle de temps de l'ordre de une heure.

La séquence de calcul suivante sera appliquée ensuite à chaque étoile :

- Calcul du mouvement propre pour tenir compte du déplacement de

l'étoile sur la sphère céleste depuis l'époque de référence

$$\vec{M}' = \vec{M} + \mu t$$

t étant le temps en années tropiques.

- Passage de l'écliptique 1950,0 à l'écliptique de l'époque.
- Corrections de parallaxe et d'aberration annuelle. Cela consiste à ajouter deux petits vecteurs correctifs situés dans le plan de l'écliptique. Ces vecteurs sont respectivement perpendiculaire et parallèle à la tangente à l'orbite (mutatis mutandis, à la direction du soleil).
- Passage de l'écliptique à l'équateur de l'époque.
- Calcul des "coordonnées équatoriales"  $\alpha$  et  $\delta$ , d'après les relations

$$\begin{cases} u = \cos \alpha \sin \delta \\ v = \sin \alpha \sin \delta \\ w = \cos \delta \end{cases}$$

Des sous-programmes annexes permettent la transformation du temps sidéral Greenwich en temps universel et vice versa.

#### CALCUL DES SOIREES DE HAUTEURS EGALES

Le principe de la méthode des hauteurs égales, exclusivement utilisée à l'I.G.N. pour les déterminations astronomiques en campagne, est sommairement le suivant :

une lunette à réticule horizontal et tournant autour d'un axe vertical, est calée à une distance zénithale fixe, contrôlée par une nivellement ou un bain de mercure. Pour une série d'étoiles observées dans des directions différentes, l'observateur mesure l'heure TU de passage de l'étoile au fil horizontal du réticule. La méthode n'implique pas que la distance zénithale d'observation soit connue, mais seulement qu'elle soit constante. Toutefois, des corrections différentielles (niveau, réfraction) sont admises.

Les inconnues du problème sont au nombre de trois :

- La latitude L du lieu
- La longitude M du lieu
- La distance zénithale z d'observation

Il est légitime de supposer connues des valeurs approchées  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $z_0$  des inconnues. D'autres méthodes d'observation permettent si nécessaire de dégrossir ces valeurs.

La connaissance de valeurs suffisamment approchées des inconnues permet d'écrire pour chaque mesure faite une relation d'observation linéaire du type :

$$a \cdot dL + b \cdot dM - dz + k (H_c - H_0) = v$$

Une méthode graphique simple permet de déterminer les inconnues, qui peuvent également être calculées par les moindres carrés.

## LES CALCULS D'ASTRONOMIE ET DE GEODESIE SPATIALE

a, b et k sont des coefficients numériques faciles à calculer

$H_o$  est l'heure de passage observée

$H_c$  est l'heure de passage "théorique" correspondant aux valeurs approchées  $L_o$ ,  $M_o$ ,  $z_o$  des inconnues.

Le programme décrit ci-dessous permet de calculer cette heure théorique  $H_c$ , et en outre divers coefficients permettant une application simple de la résolution graphique.

Le calcul complet des coordonnées par les moindres carrés n'a pas été programmé. Bien que théoriquement moins satisfaisante, la méthode graphique donne en pratique des résultats tout à fait convenables, et a l'avantage de laisser à l'auteur des observations le soin de décider celles qui doivent être retenues dans le graphique définitif.

Un autre avantage décisif est que le calcul en machine des heures "théoriques"  $H_c$  peut être fait dès que sont connus les numéros des étoiles observées, tout à fait indépendamment du dépouillement des observations proprement dites, ce qui permet d'utiliser au mieux l'emploi du temps de la machine.

Au début de la campagne d'observations, le responsable des opérations de terrain fournit au centre de calcul l'indication sommaire de la période et de la zone des observations. Cela permet - par une sélection rapide - de n'entrer en machine que les étoiles du fichier FK 4 qui sont susceptibles d'être observées. (Le fichier complet ne tient pas sur le tambour simple de la CAB 500 de l'Institut Géographique National).

Au fur et à mesure des observations de terrain, le centre de calcul reçoit, groupés par station, les éléments suivants :

- Nom de la station - latitude et longitude approchées ( $L_o$ ,  $M_o$ )
- Pour chaque nuit ou fraction de nuit d'observation :
  - Date, heure TU approchée (1/4 heure près) de la première étoile observée
  - Distance zénithale approchée d'observation
  - Dans l'ordre chronologique des observations, la liste des étoiles observées ( $n^\circ$  dans le FK 4)

Ces renseignements sont perforés sur ruban.

Le programme de calcul comprend les phases suivantes :

- Par une première lecture sélective du ruban des "observations", constitution d'une table des dates d'observation (antérieurement, constitution également d'une table des étoiles effectivement observées).

- Par lecture du fichier des constantes journalières, décrit précédemment, rangement en machine des constantes effectivement nécessaires.

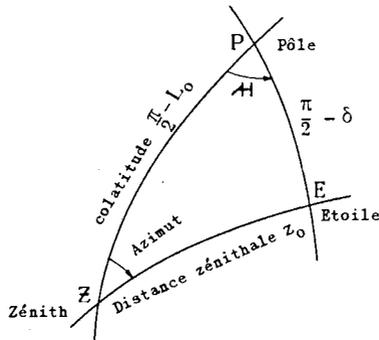
- Lecture de la portion du fichier étoiles sélectionnées en début de campagne (antérieurement, sélection dans le fichier complet des étoiles réellement observées).

- Par une deuxième lecture du ruban des observations, calcul effectif des heures théoriques de passage. La suite des calculs est la suivante :

- La date et l'heure TU approchée d'observation de la première étoile servent à fixer "l'époque" de la réduction des étoiles. Le calcul complet des éléments de réduction pour cette époque est alors effectué.

- Pour chaque étoile observée, la réduction à l'époque de l'observation est faite. Le triangle sphérique PZE est alors résolu (les trois cotés sont connus). La connaissance de l'angle horaire  $H$  permet d'en déduire les heures  $H_E$  et  $H_W$  de passage Est et Ouest à l'almicantarate.

L'heure théorique  $H_c$  est celle des deux heures  $H_E$  et  $H_W$  qui est la plus proche de l'heure théorique de l'étoile calculée précédemment (ce qui justifie le classement par ordre chronologique d'observation).



En outre, si l'heure TU de passage de l'étoile ainsi calculée diffère de plus de 45 minutes de l'heure définissant l'époque de la réduction, celle-ci est modifiée de 1h 30 mn environ dans le sens convenable, les éléments de la réduction sont recalculés pour la nouvelle époque, et l'étoile est recalculée avec ces nouveaux éléments.

-:-:-:-

L'utilisation de ce programme a permis d'alléger sensiblement la charge de calcul d'une campagne d'astronomie de position, en épargnant à l'opérateur le double travail fastidieux de calcul des coordonnées équatoriales des étoiles (interpolation dans les éphémérides dites "Apparent places of fundamental stars") et de résolution du triangle sphérique. Il est à noter toutefois que ce dernier problème était traité de façon satisfaisante par une méthode différentielle utilisant une résolution du triangle sphérique pour des valeurs approchées (rondes) des coordonnées des étoiles et de la latitude du lieu.

En outre, un gain de précision est obtenu, d'une part, du fait que le programme de calcul automatique tient compte des termes à courte période de la nutation, dont l'interpolation dans les éphémérides - particulièrement fastidieuse - était parfois omise; d'autre part, du fait que l'interpolation linéaire pratiquée dans les éphémérides de 10 en 10 jours n'est pas toujours légitime.

GEODESIE SPATIALE

Le but des méthodes optiques de la géodésie spatiale est de déterminer la direction, dans un système d'axes lié à la terre, du vecteur joignant une station au sol à un objet céleste.

La connaissance de l'ensemble des observations faites successivement sur les objets  $O_1, O_2 \dots O_n$ , simultanément par les stations  $S_1, S_2 \dots S_p$ , permet de déterminer la forme géométrique de la figure formée par les points  $S_1$  à  $S_p$  (et aussi  $O_1$  à  $O_n$ ).

Les dimensions de cette figure ne peuvent être fournies par les méthodes optiques. Elles seront déduites d'observations de géodésie classique à la surface du sol ou par des méthodes électromagnétiques (y compris les lasers) de mesures de distances dans l'espace.

Le principe de la méthode de détermination des directions dans l'espace est de photographier sur une même plaque les étoiles d'une part, les positions de l'objet d'autre part. Si l'objet est un satellite lumineux en permanence (du moins si le soleil l'éclaire), toute la difficulté des observations de terrain vient de la nécessité de "hacher" la trajectoire de l'objet photographié et d'assurer la simultanéité des observations élémentaires ainsi faites en des lieux distants de quelques milliers de km. Le problème a été résolu par l'utilisation d'obturateurs tournants synchronisés par les émissions de radiosignaux horaires.

La connaissance de l'heure de la pose des étoiles permet de fixer l'orientation de la chambre de prise de vues. La mesure des positions sur la plaque des étoiles d'une part, de l'objet céleste d'autre part, permet, par une sorte d'interpolation, de déterminer la direction de l'objet photographié.

Les programmes de calcul écrits pour la CAB 500 sont au nombre de 4; les deux premiers concernent la réduction d'une plaque isolée, tandis que les deux derniers permettent de calculer la position d'un objet céleste isolé ou de déterminer la forme la plus probable de la figure géométrique des stations au sol.

1. Calcul des positions des étoiles sur une plaque.

Par suite du mouvement diurne, une étoile laisse sur une plaque photographique une trace continue. La manoeuvre d'un obturateur à des instants connus permet de "hacher" cette trajectoire en en laissant subsister des éléments pouvant être assimilés à des points dont il s'agit de calculer la position sur la plaque photographique.



Les données du problème sont les suivantes :

- Latitude et longitude de la station
- Distance principale de l'objectif de prise de vue
- Date et heure approchée de l'opération
- Azimut et distance zénithale (orientation approchée) de l'axe optique de la chambre de prise de vue
- Température et pression au moment des prises de vues
- Heures exactes (au 1/100 sec. près) des "poses" des étoiles

Ces éléments sont fournis au centre de calcul par les opérateurs de terrain.

S'y ajoutent divers renseignements secondaires : diamètre utile de la plaque, limite supérieure de la magnitude des étoiles visibles sur la plaque, coordonnées du centre plaque (pouv éviter les coordonnées négatives).

La connaissance de l'époque de l'observation permet, d'une part, de sélectionner dans le fichier "constantes journalières" les constantes à utiliser, d'autre part, de calculer les éléments de réduction des étoiles pour l'époque considérée. On calcule d'autre part les cosinus directeurs dans le système d'axes "Ecliptique 1950,0" du vecteur unitaire P, "axe optique de la chambre à l'époque de l'observation".

La partie principale du programme est la sélection des étoiles figurant sur la plaque. Elle est faite en faisant défiler le ruban codé du "fichier étoiles". Pour chaque étoile, on calcule le produit scalaire  $\vec{P} \cdot \vec{E}$  qui donne le cosinus de l'angle entre la direction de l'étoile et celle de l'axe optique. Ce produit scalaire est calculé en utilisant des coordonnées dans le système "écliptique 1950,0" qui est celui du fichier des étoiles. Les calculs sont donc réduits à un minimum, la comparaison du produit scalaire au cosinus de la demi-ouverture permettant de rejeter les étoiles ne figurant pas sur la plaque.

Le temps moyen d'exécution de cette phase est de 2,4 secondes par étoile du fichier, soit en tout 20 à 25 minutes. (Il n'est pas nécessaire de faire défiler la totalité du fichier). Les étoiles sélectionnées sont rangées sur le tambour.

Dans une deuxième phase sont calculées les positions sur la plaque des étoiles sélectionnées.

Pour chacune des heures de "pose" d'étoiles est calculée la matrice de passage du système "équatorial" défini antérieurement, au système "cartésien terrestre", dont l'axe des Z est identique à celui du précédent, l'axe des X étant dirigé vers le méridien international. C'est ce système qui constitue le référentiel terrestre important.

D'autres matrices de rotation permettent de passer au système "horizontal local" (axe des z suivant la verticale du lieu) - c'est dans ce système que l'on fera les corrections d'aberration diurne et de réfraction - et enfin au système "instrumental" dans lequel l'axe des z est l'axe optique de la chambre, les axes X et Y étant le plan de la plaque photographique.

L'utilisation de ces diverses matrices de rotation permet de calculer, pour chaque pose d'étoile, la position sur la plaque des étoiles sélectionnées. Un état correspondant est imprimé. Cet état est utilisé à la machine à mesurer pour faciliter la recherche des étoiles. D'autre part, les résultats sont aussi conservés en mémoire (et perforés en codé sur un ruban).

Le même jeu de matrices de rotation permet réciproquement

## LES CALCULS D'ASTRONOMIE ET DE GEODESIE SPATIALE

de passer des coordonnées "théoriques" sur la plaque aux cosinus directeurs dans le système cartésien terrestre.

Bien noter aussi que latitude et longitude de la station, d'une part, l'orientation de la chambre, d'autre part, ne sont que des éléments approchés, permettant de trouver les étoiles sur la plaque. Les seules "mesures" véritables sont les heures des poses d'étoiles, qui fixent l'orientation absolue.

### 2. Dépouillement des mesures à la machine à mesurer

Les coordonnées des étoiles d'une part, des positions de l'objet céleste d'autre part, sont mesurées sur les plaques avec une précision de l'ordre du micron.

L'objet de ce deuxième programme est de calculer une formule d'adaptation pour passer des coordonnées mesurées sur la plaque aux coordonnées "théoriques".

Par application de cette formule, puis des matrices de rotation calculées précédemment, on pourra connaître les cosinus directeurs de l'objet visé dans le système cartésien terrestre, sans avoir à connaître, ni la position précise de la station ou de l'objet, ni l'orientation exacte de la chambre de prise de vue.

La formule d'adaptation choisie est une formule homographique, ce qui correspond à l'intersection d'un même faisceau de droites par deux plans quelconques.

Les huit coefficients de la formule sont calculés par les moindres carrés en utilisant une quinzaine d'étoiles environ pour chacune des poses.

Deux problèmes se posent qui sont traités en machine :

- l'élimination des mesures fausses ou fortement aberrantes
- l'étude de la stabilité de la plaque au cours des opérations de terrain.

#### Elimination des mesures fausses

Des relations d'observation étant posées pour toutes les mesures faites, un digit binaire sert à identifier en mémoire les "paires" de mesures - en X et en Y - réputées bonnes. Une formule est calculée sur ces mesures réputées bonnes (toutes lors du premier calcul).

Les "résidus" correspondants sont calculés (écarts entre les valeurs déduites de la formule et les valeurs "théoriques").

L'écart moyen quadratique ( $\eta = \sqrt{\frac{\sum v^2}{2N - 8}}$ , N = nombre d'étoiles) est alors calculé, et l'ensemble des résidus passé en revue :

a) Toute "étoile" dont le résidu  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  est supérieur à  $2\eta$  est éliminée du calcul, sauf toutefois si  $v$  est inférieur à 10 microns.

b) Toute étoile antérieurement éliminée du calcul est déclarée bonne si son résidu est inférieur à  $2\eta$  ou à 10 microns.

Noter que si une étoile est éliminée, ce sont deux relations d'observation - en x et en y - qui sont éliminées du calcul.

Si en a) ou b) une modification au moins a été faite, le calcul de la formule est recommencé.

Dans le cas contraire, la machine recherche l'étoile dont le résidu est le plus élevé en valeur absolue (rappelons qu'il est certainement inférieur à  $2\eta$ ). Si ce résidu le plus grand n'excède pas 10 microns, la formule calculée est définitive. Ses coefficients sont imprimés ainsi que l'ensemble des résidus, en signalant les étoiles éliminées. Dans le cas contraire, l'étoile est éliminée et l'ensemble du calcul recommence au début de l'organigramme.

### Etude de la stabilité de la plaque

Les poses d'étoiles sont faites en deux groupes :

- une ou deux poses avant le passage de l'engin
- une ou deux poses après le passage de l'engin

Il est primordial de s'assurer que la plaque photographique n'a pas bougé entre le premier et le deuxième groupe de poses d'étoiles.

A cet effet, les poses ont été numérotées lors du calcul initial. Le programme de dépouillement permet - un digit binaire a été affecté à cet usage - de ne faire participer au calcul de la formule que les étoiles du groupement de poses défini comme l'une des données du problème.

Quand le calcul de la formule est définitif, les résidus de la formule sont calculés également sur les étoiles n'ayant pas participé au calcul. En outre, les moyennes VX en x et VY en y des résidus sont calculées sur celles de ces étoiles (n'ayant pas participé au calcul) qui n'étaient pas éliminées lors du dernier calcul de formule auquel elles avaient participé. Ces moyennes VX et VY, comparées en particulier à l'écart moyen quadratique permettent d'apprécier le déplacement éventuel de la plaque, en translation du moins.

Avant de commencer les calculs, il suffira d'indiquer à la machine la liste des groupements de poses que l'on veut étudier (15 au maximum). Les formules correspondantes seront calculées en enchaînement automatique jusqu'à épuisement de la liste. En pratique, on calculera ensemble les pointés "avant", puis les pointés "après", puis enfin l'ensemble des pointés.

Un programme d'intercommunication machine - opérateur permet une très grande souplesse d'emploi, permettant à tout instant d'intervenir, par exemple pour corriger une mesure, éliminer (ou rétablir) manuellement une étoile, calculer un groupement de pointés donné, etc ...

Le résultat du dépouillement de plusieurs centaines de plaques permet d'affirmer que l'erreur moyenne quadratique du mesurage se situe entre 2,5 et 4 microns quand les opérations se déroulent normalement.

### 3. Calcul des positions isolées d'engins

Le but du calcul est de donner la position la plus probable d'un objet 0 dont on donne les directions (les cosinus directeurs) issues de points connus  $M_1, M_2 \dots M_n$  (n supérieur ou égal à 2).

- Une première approximation consiste à rendre minimum la somme

## LES CALCULS D'ASTRONOMIE ET DE GEODESIE SPATIALE

des carrés des distances  $V_i$  du point 0 aux droites issues des points  $M_i$ .

- La position ainsi obtenue sert d'une part à calculer les corrections de réfraction à apporter aux cosinus directeurs observés, d'autre part, à calculer les distances  $d_i$  aux stations et les poids  $p_i = 1/d_i^2$ , le calcul définitif étant fait dans l'hypothèse "erreurs angulaires équiprobables" au lieu de "erreurs métriques en bout de visée équiprobables" pour le premier calcul.

Ce programme - déjà très ancien - ne permet pas la souplesse d'emploi des précédents. Toutefois, il est possible d'éliminer l'ensemble des observations issues d'une station sans avoir à tout recommencer.

### 4. Compensation d'ensemble

Les fondements théoriques de cette compensation ne diffèrent pas de ceux du calcul d'un point isolé. Les coordonnées approchées des stations au sol et des positions d'engins sont introduites en machine.

Il est possible de déclarer connu ou inconnu un point au sol, ainsi que de fixer la distance entre deux points au sol. Les positions d'engins sont réputées inconnues.

Les observations sont introduites par groupes. Le calcul d'un groupe consiste à former les relations d'observation, à les normaliser et à éliminer les inconnues relatives aux positions d'engins. Les tableaux de poids restants sont conservés en mémoire et ajoutés aux tableaux de poids des groupes précédemment calculés.

Le calcul final consiste à calculer les positions des stations inconnues, le tableau d'erreur des inconnues et l'erreur moyenne quadratique de l'observation isolée.

La précision obtenue sur les stations avec les satellites ECHO I et ECHO II est de l'ordre de 20 mètres.