

ALFRED BERROTH

## DAS FUNDAMENTALSYSTEM DER SCHWERE IM LICHT NEUER REVERSIONSPENDELMESSUNGEN

---

Dem heute gültigen Fundamentalsystem liegen die Reversionspendelmessungen in Postdam von KÜHNEN und FURTWÄNGLER 1906 zugrunde<sup>(1)</sup>. Mit neueren fundamentalen Messungen des Auslandes 1937 und 1939 verglichen, treten nun solche Differenzen in Erscheinung, dass dieselben über die innere Ungenauigkeit der Messungen weit hinausgehen.

Der Verfasser hat deshalb nach den Ursachen geforscht und gefunden, dass die unter Mitwirkung von HELMERT mit grösster Umsicht und Sorgfalt ausgeführten bahnbrechenden Beobachtungen 1906 durch die angehängte Diskussion des Schneidenvorganges entstellt sein müssen.

Der Verfasser hat den Schneidenvorgang neu untersucht und findet, gestützt auf theoretische und experimentelle Erwägungen, dass *der heute gültige Schwerewert von Potsdam um 12,7 mgal zu gross ist*. Er findet im Endergebnis für Potsdam als den wahrscheinlichsten Wert  $g = 981,261.3 \pm 1.0 \cdot 10^{-3}$  statt  $981,274 \pm 3.10^{-3}$  und damit gute Uebereinstimmung aller 3 fundamentalen Reversionspendelmessungen unter einander und mit den früheren Fadenpendelmessungen nach Bessel's Methode.

### Der Gang der Berechnungen

KÜHNEN und FURTWÄNGLER (KF) haben aus den reduzierten Beobachtungen der Schwingungszeit und des Schneidenabstandes die Beobachtungswerte  $L$  der Länge des Sekundenpendels berechnet.

Dazu konstatiert man sofort, dass aus allen Beobachtungen eine bestimmte Serie auffallend abweicht.

Die ganzen Beobachtungen zerfallen in einen Teil mit beweglichen Schneiden (BSn) und in einen mit festen Schneiden (FSn), und jeder

(1) F. KÜHNEN und Ph. FURTWÄNGLER, Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln; Veröff. d. Kgl. Pr. Geod. Inst., Neue Folge Nr 27, Berlin, 1906.

wieder in eine Serie von Sekundenpendeln (SP) und in eine Serie von Halbsekundenpendeln ( $\frac{1}{2}$  SP).

Zweifellos haben KF nur die Serie FS<sub>n</sub>  $\frac{1}{2}$  SP, die beträchtlich niedrigere Werte ergab, dazu veranlasst, eine komplizierte Berechnung des Schneidenvorganges in Verbindung mit einer Fehlerausgleichung anzustellen. Daraus ist — wenn man alle Beobachtungen ohne diesen Anhang einfach mitteln würde — eine positive Korrektur an diesem Mittel von  $16 \mu$  an L, oder eine ebensogrosse  $10^{-3}$  an  $g$  entstanden.

Dabei war die gesamte Messanordnung von vornherein darauf ausgerichtet gewesen, die (in den Ausgleichungsvorgang später nochmals aufgenommenen) Einflüsse der Schneide zu eliminieren.

1) Zu Abschnitt A: Bei näherer Betrachtung der korrigierenden mechanischen Abläufe an der Schneide kommt man zu dem Schluss, dass diese Einflüsse über den Eliminationsprozess hinaus gar nicht mehr existieren und jedenfalls eine solch beträchtliche Korrektur von 16 Einheiten niemals herbeiführen können.

Dieser Schlussfolgerung dienen nicht nur theoretische Erwägungen, sondern man kann dies auch aus den beobachteten Werten durch passende Gegenüberstellungen selbst nachweisen.

2) Zu Abschnitt B: Man kann aber ferner — was KF nicht getan haben — aus SP und  $\frac{1}{2}$  SP ein einziges ideelles Pendel bilden, bei dem durch Differenzbildung bei gleichen Amplitudengrenzen und Pendelgewichten die wichtigsten Schneidenvorgänge herausfallen *müssen* und der gefundene Wert  $g$  muss dem wahren Wert sehr nahe kommen (1).

3) Zu Abschnitt C: Schliesslich kann man den Nachweis durch eine fehlertheoretische Untersuchung führen.

Da nun die gemessenen Abweichungen unbedingt reeller Natur sind, so muss eine andere Fehlerquelle vorliegen, die der Verfasser in einer bei Achat (2) besonders ausgeprägten elastischen Rinnenbildung des Auflagers unter dem Flächendruck von anfänglich  $10.000 \text{ kg/cm}^2$  gefunden hat.

(1) Das im Abschnitt B) eingeschlagene Verfahren stellt nichts anderes dar als das *Grundprinzip des Besselschen Fadenpendelapparats*, angewandt auf Reversionspendel, somit ein unübertreffliches wissenschaftliches Prinzip.

(2) Ueber den damals allgemein üblichen Achat äussern sich KF selbst nicht günstig: keine homogene Struktur, daher ungleiche Schleifbarkeit; notwendiges Nachschleifen wegen Längsverbiegung (a. a. O. S. 238); elastische Veränderungen schon unter geringem Druck durch Verbiegung von Interferenzstreifen; auch sonst unerklärliche Verschiedenheiten. Deshalb kommt heute nur harter und zäher Spezialstahl in Frage und nur FS<sub>n</sub>.

Dass man diesen Vorgang nicht vernachlässigen darf, folgt schon aus dem Materialprüfungsverfahren von H. HERTZ und L. FÖPPL und diese Ergebnisse stimmen überein mit denen aus dem angeführten Relativprinzip, bei welchem überhaupt keine Voraussetzungen dieser Art nötig sind, weil alle Deformationen automatisch herausfallen.

### A) Untersuchungen über den experimentellen und theoretischen Schneidenvorgang.

#### a) Experimentell

##### 1. Nachweis der Unwahrscheinlichkeit des Schneidenvorgangs nach KF.

In dem Werk KF sind S. 368/69 die Endergebnisse angeführt. Darnach betragen die m. Fehler der Koeffizienten für den Schneidenvorgang und der dazugehörigen Verbesserung an L zwischen  $1/3$  und  $1/1$  der Beträge selber und können deshalb Realität nicht beweisen. Dass bei KF zahlreiche Ausgleichungen gemacht wurden, spricht nicht dafür, dass Sicherheit über den mechanischen Vorgang bestand.

*Reines Rollen:* Auf die Elimination dieses wurde durch Gewichts = und Azimutvertauschungen die Hauptsorgfalt verwendet. Hier kommt man durch zweimaliges Anwenden ein und derselben Theorie (KF) in einen logischen Konflikt und es ist deshalb wahrscheinlicher, dass das Rollen eliminiert ist.

*Reines Gleiten:* BS<sub>n</sub> ergeben einen zu kleinen Wert für L, weil nicht die Abstände der Drehpunkte, sondern zu kleine eingeführt wurden; bei FS<sub>n</sub> ist es gerade umgekehrt. Also muss der beobachtete Wert FS<sub>n</sub> > BS<sub>n</sub> sein, besonders deutlich bei  $\frac{1}{2}$  SP. Man findet aber:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \text{ SP FS}_n \text{ Mittel } & 994,197 \\ \frac{1}{2} \text{ SP BS}_n \quad \text{«} & 994,231. \end{aligned}$$

Das Vorzeichen ist also umgekehrt beobachtet: Gleiten kann nicht die Ursache sein.

*Horizontale elastische Deformation:* In Abschnitt B) wird nachgewiesen, — nachdem alle anderen Fehlerquellen ausscheiden —, dass dies nicht Ursache sein kann, da umgekehrtes Vorzeichen beobachtet.

##### 2. Nachweis des wahrscheinlichen Schneidenvorgangs.

Zur Uebersicht, unter der Annahme, dass weitere Fehlereinflüsse nicht vorliegen :

## a) Deformationskorrektur einer Schneide.

Folgt aus verschiedenen langen gleich schweren Pendeln BSn zu :

$$\frac{d\Delta}{2} = - \frac{1}{2} \frac{dL_2}{\tau_2^2} - \frac{dL_1}{\tau_1^2}$$

$\tau_1 = 1$	I = 994,227.25	(6)
	II = 224.54	(10)
	III = 228.25	(2)
	IV = 235.15	(2)
<hr/>		
Gew. Mittel	$L_1 = 994,226.78$	(20)
	$\pm 1.2$	
$\tau_2 = 0,5$	V = $L_2 = 994,231.30$	(5)
	$\pm 1.7$	

Deformationskorrektur = - 0,75  $\mu$ , numerisch unsicher, Vorzeichen verkehrt; doch ist sie klein (1).

## b) Deformationskorrektur einer Schwingungsfläche :

Folgt aus verschiedenen langen gleich schweren Pendeln FSn :

$\tau_1 = 1$	I = 994,228.75	(2)
	II = 219.65	(4)
	III = 223.20	(1)
	IV = 234.60	(1)
<hr/>		
Gew. Mittel	$L_1 = 994,224.24$	(8)
	$\pm 1.1$	
$\tau_2 = 0,5$	V = $L_2 = 994,196.97$	(6)
	$\pm 2.7$	

Deformationskorrektur = + 4,5  $\mu$ .

Infolge Zusammendrückens der Schneide oder Einbiegung der Fläche wird der in die Länge des SP eingehende Schneiden = oder Flächenabstand stets zu klein gemessen; infolgedessen fällt die Länge des SP stets zu klein aus und verlangt positive Korrekturen; bei BSn nur für Schneiden-Deformation, bei FSn nur für Flächendeformation.

*Genauere Berechnung der Deformation b)*

Man kann entweder lineares Anwachsen der Einbiegung mit dem Gewicht annehmen oder besser, das Gesetz der Einbiegung mit dem Gewicht aus den Beobachtungen selbst ableiten aus der Bedingung, dass  $\Sigma pvv = \text{Min.}$  wird.

(1) Noch niemals mit Sicherheit beobachtet, da keine Methode im Arbeitszustand; Barraquer, Mem. del. Inst. Geogr. VIII, 414; KF 20.

Dies ist im folgenden geschehen und hat für Achat das in Fig. 1 dargestellte Einbiegungsgesetz ergeben, wobei infolge Ueberschreitens der Elastizitätsgrenze ein geringer Teil als dauernde Deformation erklärt werden muss.

In der folgenden Zusammenstellung sind die Beobachtungsergebnisse KF, S. 363/64 mit allen Korrekturen, jedoch ohne Schneidenvorgang nach KF enthalten (1).

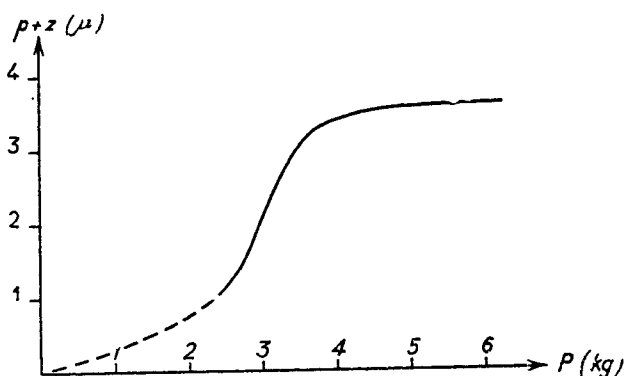


Fig. 1. — Einsinken einer Schneide Achat/Achat  
 $\rho = 30 \mu$   
 Schneidenlänge : 48 mm.

$M_1 =$  Mittelwerte BSn,  $M_2 =$  FSn.

Bei den letzteren sind die Verbesserungen wegen Einbiegung der Schwingungsflächen unter dem Druck der Schneide angefügt, die sich aus der  $\Sigma pvv =$  Bedingung ergeben; die ersteren (BSn) sind  $= 0$  gesetzt. Da nach KF S. 43 und 369 zu den Beobachtungsergebnissen  $1 \mu$  zu addieren ist, erhält man auf Grund der Messungen KF mit dem neuen Schneidenvorgang für

$$\begin{aligned} \text{Potsdam :} \quad g &= 981,264.4 \pm 0.9 \\ L &= 99,422.86 \pm 0.09 \end{aligned}$$

Hieran ist noch die Korrektur auf den Schneidenradius Null anzubringen, die erst durch die Veröffentlichung von J. S. CLARK 1939 möglich geworden ist.

Ist  $\rho$  der Krümmungshalbmesser der Schneide in  $\mu$ , so ist nach Clark (a. a. O. S. 76) :

$$\Delta g = -981,1795 \cdot 0,65 \cdot 10^{-7} \rho$$

(1) Mit einer Weglassung S. 364,  $V = 181.7$ , die mitgenommen jedoch nichts Wesentliches ändert.



Da bei KF  $\rho$  im Mittel bei  $30 \mu$  lag, so beträgt diese Korrektur (1)  $-2,2 \cdot 10^{-3}$ . Somit für diesen Teil der Untersuchung :

*Messungsergebnis in Potsdam :*

$$g = 981,262.2 \pm 1.0 \cdot 10^{-3}$$

$$L = 99,422.64 \pm 1.0 \cdot 10^{-4}$$

### b) Theoretische Begründung des Schneidenvorgangs

1. *Abrollen einer starren zylindrischen Schneide in einer starren zylindrischen Wanne* (2).

$s$  = Bogenlänge zur Zeit  $t$ ;

$\rho$  = Krümmungshalbmesser des rollenden Zylinders;

$\rho'$  = Krümmungshalbmesser des festen Zylinders, zunächst Aus-  
senberührung, am Schluss negativ zu nehmen;

$MK$  = Trägheitsmoment in Bezug auf eine Parallele zur Schwing-  
ungsachse durch den Schwerpunkt;

$h$  = Schwerpunktsabstand von der mathematischen Drehachse;

$\Theta$  = Amplitude.

1. Winkelgeschwindigkeit :

$$\left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right) \frac{ds}{dt}$$

2. Kinetische Energie :

$$E = \frac{1}{2} M (K + h^2) \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)^2 \left( \frac{ds}{dt} \right)^2$$

3. Potentielle Energie :

$$P = Mg \left\{ (\rho + \rho') \cos \left( \Theta + \frac{s}{\rho} \right) - \rho' \cos \left( \Theta + \frac{s}{\rho} + \frac{s}{\rho'} \right) + h \cos \left( \frac{s}{\rho} + \frac{s}{\rho'} \right) \right\}$$

4. Lagrange'sche Bewegungsgleichung :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial E}{\partial s} + \frac{\partial P}{\partial s} = \dot{0}$$

5. Bewegungsgleichung :

$$M (K + h^2) \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)^2 \frac{d^2 s}{dt^2} + Mg \left\{ \frac{\rho + \rho'}{\rho \rho'} \cos \Theta - h \left( \frac{\rho + \rho'}{\rho \rho'} \right)^2 \right\} s = 0$$

(1) Von  $-1,9$  wegen Differenz des Gewichts (6 kg gegen 10,4 kg) auf  $-2,2 \cdot 10^{-3}$  erhöht;  $30 \mu$  nach mündlicher Mitteilung des Geheimrats Kühnen.

(2) E. T. WHITTAKER, Analytische Dynamik, J. Springer, Berlin, 1924 (S 198).

6. Schwingung :  $s = A \cos (\lambda t + \varepsilon)$

7. Periode :  $2T' = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\lambda^2 = \frac{g}{K + h^2} \left( \frac{\rho\rho'}{\rho + \rho'} \cos \Theta + h \right)$$

8. Innenberührung und kleine Amplituden :

$$T' = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{K + h^2}{h}} \left( 1 - \frac{\rho\rho'}{2(\rho' - \rho)h} \right)$$

$$T' = T \left( 1 - \frac{\rho\rho'}{2(\rho' - \rho)h} \right)$$

9. Ebene :

$$T' = T \left( 1 - \frac{2\rho}{h} \right) \text{BSn}$$

$$T' = T \left( 1 - \frac{2\rho'}{h} \right) \text{FSn}$$

10. Reversionspendel :

$$\tau^2 = \frac{T'^2_1 h_1 - T'^2_2 h_2}{h_1 - h_2}$$

$$T'^2_1 h_1 = T^2 h_1 \left( 1 - \frac{\rho\rho'}{(\rho' - \rho)h_1} \right)$$

$$T'^2_2 h_2 = T^2 h_2 \left( 1 - \frac{\rho\rho'}{(\rho' - \rho)h_2} \right)$$

$$d\tau = 0.$$

d. h., wenn  $\rho$  und  $\rho'$  in beiden Lagen gleich wären, dann wäre bei starren Verhältnissen der Einfluss des Abrollens auf die Schwingungszeit des RP = 0 (1).

Dies bliebe auch so, wenn man für das RP nur eine Schneide und eine Fläche anwenden könnte — was sich mechanisch aber nicht herstellen lässt.

Nimmt man 1 Schneide und 2 Flächen, so ist wegen der Auflagenstellen sowohl  $\rho$  als  $\rho'$  verändert und deshalb muss man Gewichtsvertauschung vornehmen. Aus dem gleichen Grund gehen alle zeitlichen und die elastischen Veränderungen von  $\rho$  und  $\rho'$  ein (2).

(1) Eine erweiterte Darstellung des Abrollvorganges gibt Clark a. a. O. S. 101, mit demselben Ergebnis.

(2) Die zeitlichen kann man durch ständige Messung der Krümmungshalbmesser nach *Schmerwitz* und Reduktion nach einem empirischen Gesetz ausschalten, die elastischen werden wohl in beiden Lagen gleich sein. Das von Heyl und Cook teilweise angewandte Nachschleifen der Schneide ist nicht zu empfehlen. Aus Gründen der Abnutzung und des Abrückens von der Elastizitätsgrenze sind für Stahl Krümmungshalbmesser bei 10  $\mu$  am günstigsten.



Bei starrem Abrollen ändert sich ferner der Schneidenabstand nicht, weil die momentane Drehachse die Berührungslinie der beiden Zylinder ist, für welche die Messung *e ipso* gemacht wird.

*2. Abrollen einer elastischen Zylindrischen Schneide auf elastischer Unterlage, vertikale Deformation.*

Schneide und Unterlage deformieren sich unter dem anfänglichen Flächendruck von 10 Tonnen pro  $\text{cm}^2$  und zwar solange, bis ein Gleichgewicht der äusseren und inneren Kräfte erreicht ist. Wegen KF ist hier Achat vorausgesetzt, für harten Stahl werden die Beträge nur etwa  $1/4$  so gross. Dabei herrschen für Schneide und Unterlage wegen ihrer Grössenverhältnisse ganz verschiedene Bedingungen vor.

Die Folge ist eine geringe lineare Kompression  $k$  der Schneide mit dem Ergebnis, dass die Krümmungshalbmesser sich vergrössern, am meisten in der Mitte.

Für die *Fläche* setzt sich das gesamte elastische Einsinken zusammen aus der Höhe der Berührungskalotte  $p$  und einem wohl noch nicht abgeleiteten Zuschlag  $z$ , so dass das Einsinken  $p + z$  beträgt.

$z$  ist dadurch begründet, dass die unter Zylinderdruck entstehenden Krümmungsradien  $\rho'$  der Fläche bei einem Tangentenwinkel von mehreren Grad nicht plötzlich von  $\rho'$  auf  $\infty$  übergehen können. Es bildet sich somit eine Welle aus, die bei Achat wegen stellenweisen Ueberschreitens der Elastizitätsgrenze besonders tief ist.

Die Fig. 2 zeigt diese Verhältnisse und dazu die hyperbelähnliche Form der Bahnen der Krümmungszentren der Schneide bei elastischem Abrollen.

Dabei ist  $P_{10}$  der Punkt, in dem die Schneidendeformation = 0 ist. Für  $z$  liegt ausser einer Andeutung von Hertz (1) theoretisch keine Behandlung vor, dagegen hat d. Verf. für  $p + z$  einen Beobachtungswert für Achat von  $3,5 \mu$  unter 6 Kg Belastung empirisch ermittelt.

Es handelt sich um die Aufstellung einer Formel (die fehlt) etwa nach dem Vorgang der Fig. 2. Die « Wanne » ist somit ein ständig entstehendes Gebilde, das sich unter Amplitude seitlich verschiebt.

Für die Dynamik der Schwingungszeit des RP wird sich durch die Elastizität wahrscheinlich nicht viel ändern (2), dagegen ändert sich der Schneidenabstand bei BSn um  $2k$  ( $k$  = Kompression), der Flächenabstand bei FSn um  $2(p + z)$  und muss als Korrektion berücksichtigt werden, weil die Messung von undeformierten Zuständen ausgeht.

(1) H. Hertz schreibt dazu S. 166: « Ausserhalb der Drucklinie wird die elastische Verschiebung durch eine etwas verwickelte, einen  $\text{arc tg}$  enthaltende Funktion dargestellt ».

(2) Dieser Nachweis fehlt bei allen RP = Messungen gänzlich und müsste erbracht werden.

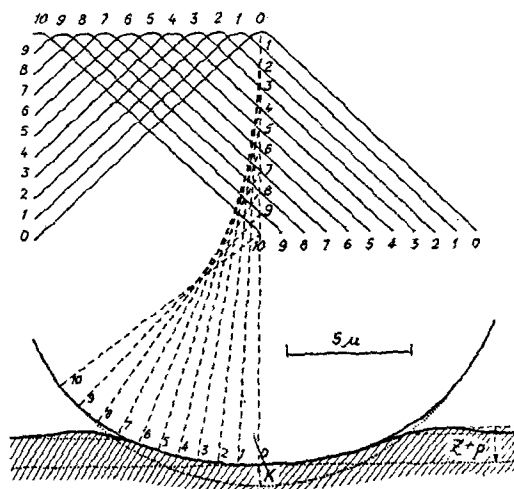


Fig. 2. — Bahnen der Krümmungsmittelpunkte und Einsinken der elastisch deformierten abrollenden Schneide.

### 3. Horizontale elastische Deformation.

Nach Annahme von KF wird die Unterlage durch die Horizontalkomponente des Drucks in sich elastisch verformt, so dass eine Art zusätzliches Mitschwingen entsteht (KF, S. 323).

Schwingungszeit :

$$T' = T \left( 1 + \frac{Mgh}{(h_1 + h_2)^2} c + \frac{1}{h_1 + h_2} k_1 \right)$$

mit  $c$  und  $k_1$  als unbekanntenen Konstanten.

$$dL = -\frac{2}{\tau^2} (Mgc + k_1)$$

Nach Helmert, Beiträge zur Theorie des RP, S. 72 ist der Einfluss des Mitschwingens auf das SPRP :

$$dL = -\frac{MgL}{\epsilon (h_1 + h_2)},$$

wo  $\epsilon$  ein Elastizitätskoeffizient ist, so dass der Koeffizient von Helmert und KF durch  $2c = \frac{1}{\epsilon}$  zusammenhängen; in  $k_1$  ist eine etwaige Aenderung des Schneidenabstandes enthalten.

Im Gegensatz zu KF liegt hier jedoch gar keine Anwendungsmöglichkeit des Mitschwingens vor, weil dieses Verschiebungen des Drehpunktes relativ zum Schwerpunkt voraussetzt.

In unserem Falle bleibt Schwerpunkt und Drehpunkt gegenseitig unverändert, weil eine elastische Verschiebung eines Punktes der ebenen Fläche kompensiert wird durch eine gleiche der Schneide.

Dass ein elastisches Mitschwingen bei KF nur in geringfügigem Umfang vorhanden gewesen sein kann, folgt aus dem Relativprinzip des folgenden Abschnitts B).

Dies ist von ganz besonderer Wichtigkeit, weil eine elastische Verschiebung Schwerpunkt-Drehpunkt von nur  $0,003 \mu$  Amplitude beim SP  $1,5 \cdot 10^{-7}$  sec oder  $0,3$  mgal ausmacht, also an der Messbarkeitsgrenze liegt. Deshalb muss man auch fordern, dass das Mitschwingen unter genau denselben Bedingungen bestimmt wird, also am Widerlager des Pendels selbst und nicht — wie es geschehen ist — am Vakuumzylinder, wo bereits das Anziehen einer Schraube gefährlich sein kann.

4. Reines Gleiten bei starren Verhältnissen.

Dieses setzt eine Drehungsmöglichkeit um das innerhalb der Schneide liegende Krümmungszentrum voraus, welches im Raum fest stehen bleibt. Hierbei ändern sich fortwährend sämtliche Berührungspunkte, wobei eine grosse Reibung entsteht.

Bewegungsgleichung :

$$[MK + M(h + \rho)^2] \frac{d^2\Theta}{dt^2} + Mg(h + \rho)\Theta = 0.$$

Reversionspendel :

$$T_1 = T \left( 1 + \rho \frac{h_1 - h_2}{2(h_1 + h_2)h_1} \right)$$

$$T_2 = T \left( 1 + \rho \frac{h_2 - h_1}{2(h_1 + h_2)h_2} \right)$$

$$d\tau = \frac{\rho}{h_1 + h_2} \tau \qquad dL = - \frac{2\rho}{\tau^2} \text{BSn}$$

$$d\tau = \frac{-\rho}{h_1 + h_2} \tau \qquad dL = + \frac{2\rho}{\tau^2} \text{FSn}$$

Gleichzeitige Aenderung der Länge des SP wegen Aenderung des Schneidenabstands durch Verlegung der Drehachse von der Schneidenoberfläche in die Zylinderachse :

$$dL = + \frac{2\rho}{\tau^2} \text{BSn} \qquad dL = - \frac{2\rho}{\tau^2} \text{FSn}$$

Der Einfluss des reinen Gleitens auf L fällt sowohl bei BSn als bei FSn heraus, weil sich die Aenderung der Schwingungszeit und die Aenderung des Abstands aufheben.

Dies ist jedoch nicht der bei Beobachtung realisierte Fall : bei dieser wird die Schwingungszeit um die Zylinderachse tatsächlich beobachtet und dazu bei BSn ein zu kleiner Abstand  $h_1 + h_2$  eingeführt, so dass — wenn Gleiten vorhanden wäre — bei BSn eine Korrektion an L von  $2\rho/\tau^2$  erforderlich wäre.

Dieser Betrag wäre sehr hoch und müsste in den Variationen sofort auffallen, was nicht beobachtet ist. Erst recht bei elastischen Verhältnissen lässt die Reibung unter dem hohen Flächendruck kein Gleiten zu.

### 5. Der Kugel = und Zylinderdruckversuch.

H. HERTZ (1): Allgemeine Behandlung der Berührung zweier elastischer Körper auf Grund der Elastizitätslehre und zeitlicher Ablauf des Spannungszustands; Uebergang zu 2 Kugeln und zu Kugel und Ebene.

Zum Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze sagt HERTZ a. a. O. S. 165: « In plastischen Körpern, z. B. Metallen wird dieses Ueberschreiten zunächst in einer seitlichen Ausweichung verbunden mit einer dauernden Kompression bestehen; dasselbe wird daher auch nicht eine ins  $\infty$  wachsende Störung des Gleichgewichts zur Folge haben (2), sondern die Druckfläche wird sich solange über das berechnete Mass hinaus vergrößern, bis der Druck auf die Flächeneinheit hinreichend klein geworden ist, um ertragen zu werden. Schwieriger ist die Erscheinung bei spröden Körpern wie hartem Stahl, Glas, Kristallen, in welchen die Ueberschreitung der El. Grenze als Riss oder Sprung, d. h. unter dem Einfluss von Zugkräften... und zwar maximal am Rande der Druckfigur an der Oberfläche auftritt ».

Da Risse oder Rillen (3) von KF nicht beobachtet sind, muss man annehmen, dass sich der Achat wie ein plastischer Körper verhalten hat.

Zwei Kugeln:

$E$  = Elasticitäts Modul;

$\mu$  = Poissonsche Konstante  $\sim 0,3$ ;

$P$  = Belastung;

$p_m$  = Mittlerer Flächendruck;

$p'_m$  = Wert von  $p_m$ , bei dem gerade eine dauernde Veränderung auftritt;

$p'_m \cdot \frac{3}{2}$  = Härte (ursprüngliche Hertzsche Definition).

$$p_m = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2}{3} \frac{E}{1 - \mu^2} \right)^{\frac{2}{3}} \left[ P \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$p_{max} = \frac{3}{2} p_m \text{ in Zentrum.}$$

(1) H. HERTZ, Ueber die Berührung fester elastischer Körper, *Journal f. Reine u. Angewandte Math.* 91, 1881; Ueber die Berührung fester elastischer Körper und über die « Härte », *Abh. d. Vereins z. Bef. d. Gewerbefleißes, Berlin*, 1882.

(2) D. h. wird nur lokale Bedeutung haben und in der Umgebung rasch abklingen.

(3) D. Verf. hat solche (Rillen) bei relativen Messungen öfters beobachtet und deshalb die Auflagestellen ständig gewechselt.

Radius des Druckkreises :

$$a = \left( \frac{3}{2} \frac{1 - \mu^2}{E} \frac{P}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Kugel und Ebene :

$$p_m = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2}{3} \frac{E}{1 - \mu^2} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{P}{\rho^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,257 P^{\frac{1}{3}} \left( \frac{E}{\rho} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$a = \left[ \frac{P\rho}{\frac{2}{3} \frac{E}{1 - \mu^2}} \right]^{\frac{1}{3}} = 1,11 \left( \frac{P\rho}{E} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$p_{max} = 0,386 P^{\frac{1}{3}} \left( \frac{E}{\rho} \right)^{\frac{2}{3}}$$

L. FÖPPL <sup>(1)</sup> geht vom Spannungszustand einer  $\infty$  Halbebene aus, überträgt die Formeln auf 2 endliche Zylinder :  $P$  = mittlerer Druck in  $\text{kg/cm}^2$ .

$$p_{max} = \left[ \frac{P}{\pi} \frac{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2P}{\pi a}$$

$$a = 2 \left[ \frac{P}{\pi} \frac{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Zylinder und Ebene :

$$p_{max} = \left[ \frac{1}{2\pi} \frac{PE}{(1 - \mu^2)\rho} \right]^{\frac{1}{2}} = 0,42 \left( \frac{PE}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 2 \left[ \frac{2}{\pi} (1 - \mu^2) \frac{P\rho}{E} \right]^{\frac{1}{2}} = 1,52 \left( \frac{P\rho}{E} \right)^{\frac{1}{2}}$$

*Schlussfolgerungen :*

Die theoretischen Deformationen nach Föppls Formeln :

Stahl : $P = 1,25$	$\rho = 10\mu$ $\rho = 20$ $\rho = 30$	$a = 0,36\mu$ $0,51$ $0,62$	$p_{max} = 22.000$ $\text{kg/cm}^2$ $15.600$ $12.800$
$E = 2,2 \cdot 10^6$			
Achat : $P = 1,25$	$\rho = 10\mu$ $\rho = 20$ $\rho = 30$	$a = 0,70\mu$ $1,00$ $1,20$	$p_{max} = 11.600$ $\text{kg/cm}^2$ $8.300$ $6.800$
$E = 0,6 \cdot 10^6$			

(1) L. FÖPPL, Neue Ableitung der Hertzschen Härteformel für die Walze, Z. f. Ang. Math. und Mech. 16, 1936.

El. Grenze für harten Stahl = 25.000 (1)	2/3 Grenze = 16.800
Achat = 5.000 (2)	= 3.300

Für Achat ist somit in jedem Falle, selbst für Radien von  $50\mu$  die 2/3 El. Grenze beträchtlich überschritten und damit jeder Unwägbarkeit Tür und Tor geöffnet, für harten Stahl unterhalb von  $10\mu$ . Weil somit das Material an der Oberfläche stark überlastet ist, erscheint die beobachtete Einsinktiefe von  $3,5\mu$  bei 6 kg plausibel.

### B) Weiterer Nachweis aus dem Experiment Relativprinzip bei absoluten RP = Messungen

Aus unabhängigen Beobachtungen eines SP und eines  $\frac{1}{2}$ SP, welchen in Potsdam eine math. Pendellänge von 994,225.5, bzw. 248,556.4, zukommt, kann man ein einzelnes hypothetisches Pendel von der math. Pendellänge 745,669.1, und der Schwingungszeit 0,866.0254 sec ableiten und die Schwerkraft berechnen nach der Differenzformel :

$$I) \quad g = \pi^2 \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\tau_1^2 - \tau_2^2}.$$

Das Resultat aus dieser Formel ist nicht identisch mit den aus den einzelnen RP abzuleitenden  $g =$  Werten nach :

$$II) \quad g = \pi^2 \frac{\Delta_1}{\tau_1^2}; \quad g = \pi^2 \frac{\Delta_2}{\tau_2^2}; \quad g_m = \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{\Delta_1}{\tau_1^2} + \frac{\Delta_2}{\tau_2^2} \right)$$

weil  $\Delta, \tau$  keine fehlerfreien Beobachtungen sind.

Aus I) folgt die Fehlerformel :

$$III) \quad dg = g \frac{d\Delta_1 - d\Delta_2}{\Delta_1 - \Delta_2} - 2g \frac{d\tau_1 - d\tau_2}{\tau_1^2 - \tau_2^2}.$$

Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass bei entsprechender Ausgestaltung sämtliche wesentlichen Fehlerquellen — namentlich die des Schneidenvorgangs — eliminierbar sind.

Dies auf die reduzierten KF = Beobachtungen ohne Schneidenvorgang angewendet (3) erhält man :

	FSn	BSn	Mittel
nach Formel I. . . . .	$g = 981,270.0$	260.0	265.0
IIa . . . . .	,260.2	262.9	261.6
IIb . . . . .	,231.6	270.0	250.8

(1) Nach F. KOHLRAUSCH, Prakt. Physik.

(2) Nach SCHULZE, Ann. d. Phys. 4, 14, 1904, für Quarzglas =  $0,62.10^6$ ; für die El. Grenze von Achat konnte d. V. keinen sicheren Wert erhalten, derselbe schwankt wegen der Inhomogenität sehr.

(3) KF a. a. O. S. 217-233, und S. 303-315, nach kleiner Hilfsrechnung zur Erlangung der Grössen  $\tau$ .

Der Mittelwert nach I, bei dem der Schneidenvorgang also grösstenteils herausfällt, ist somit <sup>(1)</sup> :

$$981.265.0$$

im Vergleich zu Abschnitt A, wo 264.4 erhalten wurde. Setzt man zur Gegenüberstellung die Einsinkkorrekturen d. V. ein, so erhält man :

	FSn	BSn	Mittel	
nach Formel I . . . . .	$g = 981,270.0$	260.0	265.0	
IIa . . . . .	,266.4	262.9	264.6	+ 0,001 <sup>(2)</sup>
IIb . . . . .	,256.8	270,0	263.4	+ 0,001

also nach II das gleiche Mittel wie oben nach I.

Hieran muss noch die Korrektur auf Schneidenradius Null angebracht werden, da das Differenzpendel wie ein wirkliches Pendel aufgefasst werden kann, somit Uebereinstimmung bis auf Bruchteile von mgal mit A).

Ergebnis von B)

Hätten KF das naheliegende Relativprinzip angewandt, so wäre das besondere Verhalten der 1/2 SPFSn — das sie zu einer nochmaligen Revision des Schneidenvorganges veranlasste — automatisch verschwunden. Nach Formel I erhält man :

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{FSn} \quad g = \pi^2 \frac{75,049.944}{0,754.8516} = 981,2700 \\
 \text{BSn} \quad g = \pi^2 \frac{75,011.938}{0,754.4768} = 981,2600
 \end{array} \right\} \text{Mittel : } 981,2650$$

In der folgenden Zusammenstellung sind die beim Relativprinzip verwendeten Beobachtungen angegeben <sup>(3)</sup>.

(1) Wegen gewisser Verschiedenheiten der Pendel, namentlich im Gewicht ist die Elimination hier keine totale.

(2) KF, a. a. O. S. 43 u. 369.

(3) Hierbei ist noch zu beweisen, dass man in der Formel I Mittelwerte einführen darf. Sind  $\tau_1 \tau_2, \Delta_1 \Delta_2$  die arithmetischen Mittel, so folgt aus III, dass  $\Sigma d\tau_1, \Sigma d\tau_2, \Sigma d\Delta_1, \Sigma d\Delta_2, j_e = 0$ , d. h.  $dg = 0$  ist.

## Abgeleitete Beobachtungswerte für Relativprinzip

Bez.	$\Delta_1$	$\tau_1$	$\Delta_2$	$\tau_2$
	Sekunden-Pendel		1/2 Sekunden-Pendel	
a) Schwingungsflächen				
GI	999.822.25	1.002.8071	249.209.0	0.500.6623
It	1000.308.9	3.0580	250.147.3	1.6061
It	1000.308.9	3.0612	249.208.8	0.6629
GI	999.930.0	2.8649	.208.8	.6668
SÖ	.967.4	2.8848	.204.3	.6604
LÖ	.886.65	2.8393	.197.4	.6514
It	.246.4	2.5227	.197.7	.6497
It	.237.35	2.5176		
	999.838.48	1.002.8194 <sub>5</sub>	249.339.04	0.500.7942 <sub>3</sub>
b) Schneiden				
LÖ	1000.975.6	1.003.3829		
SÖ	1.051.7	3.4252		
It	.300.4	3.0522		
GI	934.0	3.3677		
GI	810.3	3.3023		
GI	999.848.1	2.8240		
LÖ	.962.4	2.8773	250.208.1	0.501.6584
SÖ	1000.001.7	2.8961	.169.75	.6181
It	.063.8	2.9293	.169.75	.6158
It	.213.0	3.0049	.157.75	.6055
It	.215.0	3.0076	.157.75	.6064
It	.226.7	3.0122		
It	.227.6	3.0143		
It	.228.4	3.0157		
It	.233.3	3.0187		
It	.234.7	3.0226		
It	.244.9	3.0236		
GI	.060.9	2.9300		
GI	.036.9	2.9180		
GI	999.970.7	2.8847		
	1000.292.00	1.003.0454 <sub>7</sub>	250.172.62	0.501.6208 <sub>4</sub>

nach KF,  
302-315

Die horizontale elastische Deformation des Schneidenvorganges beim Relativprinzip :

$$\text{RP 1 : } \tau_1 \Delta_1 M_1$$

$$\text{RP 2 : } \tau_2 \Delta_2 M_2$$



Mitschwingen, Länge des SPRP :

$$L' = L \left( 1 - \frac{Mg}{\varepsilon \Delta} \right)$$

$$L \left( 1 - \frac{M_1 g}{\varepsilon \Delta_1} \right) = \frac{\Delta_1}{\tau_1^2}$$

$$L \left( 1 - \frac{M_2 g}{\varepsilon \Delta_2} \right) = \frac{\Delta_2}{\tau_2^2}$$

$$\tau_1^2 - \tau_2^2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{L} + \frac{g}{L\varepsilon} (M_1 - M_2)$$

$$g = \pi^2 \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\tau_1^2 - \tau_2^2} + \frac{\pi^2}{\varepsilon} \frac{M_1 - M_2}{\tau_1^2 - \tau_2^2}$$

Damit ein Mitschwingen im Bereich der Schneide überhaupt auftreten kann, muss sich der Drehpunkt gegen den Schwerpunkt verschieben. Dies wirkt sich bei BSn und FSn verschieden aus; bei gleichen Massen und sonst gleichen Verhältnissen ist beim Relativprinzip der Einfluss = 0.

Der Vorgang ist folgender :

Der Einfluss einer *elastischen Verbiegung der Schneide* selbst ist umso kleiner, je grösser ihr Winkel ist, für gleiche Schneiden und gleiches Gewicht muss der Einfluss in der Differenz herausfallen.

Für den Einfluss einer *elastischen Verschiebung der Oberfläche* des Schneiden = Widerlagers besteht ein Unterschied, ob FSn oder BSn. Im ersten Falle kein Einfluss; im zweiten Falle rutscht der math. Drehpunkt auf der elastischen Fläche hin und her : Mitschwingen. Auch hier kann beim Relativprinzip bei gleichen Gewichten usw. kein Einfluss auf  $g$  bestehen.

### C) Fehlertheoretischer Nachweis

Ohne die Einzelheiten der Berechnung zu bringen, wird hier nur erwähnt, dass die Berechnung des mittleren Fehlers aller Beobachtungen  $L$  nach KF aus dem einfachen arithmetischen Mittel ohne die angehängte Schneidenkorrektur diesen zu  $\pm 2$  mgal ergeben hat. Die Schneidenkorrektur nach KF steigert diesen aber auf  $\pm 3,3$  mgal, was ein Fingerzeig dafür ist, dass die zugrundegelegte Formel und Ausgleichung mit dem mechanischen Ablauf nicht übereinstimmt. Dies wird als ein Beweis dafür angesehen, dass der zugrundegelegte Relativprinzips setzt jedoch den mittleren Fehler auf  $\pm 1$  mgal herab. Dies wird als ein Beweis dafür angesehen, dass der zugrundegelegte mechanische Vorgang wirklich vorhanden gewesen sein muss.

D) Die neuen absoluten Schweremessungen und das  
Endergebnis für Potsdam

P. R. HEYL und G. S. COOK : The value of gravity at Washington, *Journal of Research National Bureau of Standards, Wash.*, 1937, 17, 805-839.

Umfangreiche und sorgfältige Messung mit neuzeitlichen Hilfsmitteln : Quarzrohre in Vakuum, Zeitmessung mit Shortt-Uhr und Quarzkristalluhr, Längenmessung mikroskopisch, Krümmungsradien nach Schmerwitz. Beste Ergebnisse mit Chromstahlschneiden und Schwingungsflächen aus Stellite oder geschmolzenem Quarz.

Mitschwingen durch Interferometermethode.

Die Abweichung von  $-4,8$  mgal gegen den hier gefundenen endgültigen Wert könnte durch ein nicht genügend erfasstes Mitschwingen oder durch das Fehlen der Gewichtsvertauschung erklärt werden.

Washington, Neue Basisstation :

$$B = 38^{\circ}56'30'',143$$

$$L = 77\ 03\ 56,893$$

$$H = 94,75 \text{ m ü. M.}$$

Messung .....	$g = 980,080$	$\pm 0,003$
Po — Wa <sup>(1)</sup> ....	$= +1,175$	
Korr. a) <sup>(2)</sup> .....	$= +$	0.5
Korr. b) <sup>(3)</sup> .....	$= +$	1.0

---

Potsdam .....

$$g = 981,256.5 \text{ (aus Washington).}$$

J. S. CLARK : An absolute determination of the acceleration due to gravity, *Phil. Trans. R. Soc., London*, 1939, 238, 65-123.

Tiefschürfende Arbeit mit wichtigen neuen Erkenntnissen. Neuzeitliche Hilfsmittel, Pendel aus Aluminiumlegierung Y = Alloy (wegen Magnetismus,  $A. K. = 2,2 \cdot 10^{-5}$ ) in Vakuum, Quarzkristalluhr, Längenmessung in Wellenlängen der roten Cadmiumlinie, Krümmungsradien nach Schmerwitz; I = Querschnitt (schon von Helmert vorgeschlagen, Beiträge S. 10), Azimut =, aber keine Gewichtsvertauschung; letzteres hier nicht wesentlich, da kleine Krümmungshalbmesser und gute Schneidetechnik; Mitschwingen durch Hilfspendel.

(1) Putnam 980.112, über Ottawa .117, Vening-Meinesz .121, Brown .118, Mittel .117.0; neue -alte Basis (Brown) =  $-0.018$  gibt neue Basis Mittel = 980.099; davon ab neue Korrektion in Potsdam  $-12,7$  mgal, gibt Wash. neue Basis = 980.086.3 (aus Potsdam).

(2) Von den Autoren selbst angegebene, aber vernachlässigte Korrektion wegen Kompressibilität des Quarzes im Vakuum.

(3)  $1 \mu$  elastisches Einsinken, Mindestkorrektur, vom Verf. empfohlen.

Beste Ergebnisse mit Schneiden aus stark gehärtetem Stahl und Flächen chrom-platiert; erstmalig Reduktion auf Krümmungshalbmesser Null; wesentlich geringere Streuung als andere Autoren.

Da der Verf. empfiehlt, auch hier eine elastische Rinnenkorrektion anzubringen, so muss er dies neben dem Bisherigen noch speziell begründen.

Clark erwähnt auf S. 89/90, dass nach dem Pendeln feine polierte Linien auf den Flächen sichtbar waren, die als Selbsthärtung gewertet werden. Verf. hält dies für dauernde Einbiegungen der Haut infolge Ueberschreitens der Elastizitätsgrenze.

Nach Auerbach, Wiedemanns Annalen (s. Kohlrausch, Pr. Ph.) nimmt die Härtezahl der Hertzschen Formel mit dem Krümmungsradius ab, d. h. die Eindringtiefe wächst mehr; deshalb sind die Eindringtiefen für *scharfe* Schneiden in Wirklichkeit grösser als nach Formel. Versuche von H. BOCHMANN (Diss.) (1): « Die Abplattung von Stahlkugeln und = Zylindern durch den Messdruck », enthalten eine empirische Formel für die lineare Annäherung der Körper :

$$\alpha = 0,4615 \frac{P}{L} \left( \frac{1}{D} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$L$  = Zylinderlänge in mm,  $P$  = Totaldruck (hier = 22,88 engl. Pfund = 10,4 kg),  $D$  = Zylinder = Durchmesser in mm. Dies gibt für  $\rho = 5 \mu$  eine Eindruck = tiefe von 1,15  $\mu$ . Bei den von Clark angewandten  $\rho = 2,5 \mu$  (2) beträgt der Anfangsdruck 62 T/cm<sup>2</sup> bei  $E = 1,94 \cdot 10^{-6}$ , El. Grenze = 25 T/cm<sup>2</sup>. Deshalb hält d. V. einen Mindestzuschlag von 0,5 bis 1  $\mu$  wegen Rinne erforderlich. Bei einer scharfen Schneide ist ausserdem sicherlich eine el. Verbiegung der Schneide zu erwarten, die nicht berücksichtigt ist.

Teddington, Nat. Phys. Lab.:

$$\begin{aligned} B &= 51^{\circ}25'14'' \\ L &= 0\ 20\ 21 \text{ W. Gr.} \\ H &= 10 \text{ m ü. M.} \end{aligned}$$

Messung .....	$g = 981,181.5 \pm 0,001.4$
Po — Te (3).....	+ 79,7
Korr. (s. oben).....	+ 0.5

---

Potsdam .....

$$g = 981,261.7 \text{ (aus Tedd.)}$$

(1) Erscheinungsort und -Jahr nicht bekannt.

(2) Geht noch weit über die Schärfe einer guten Rasierklinge hinaus.

(3) Ältere Bestimmung + 80,7 Bullard und Jolly 1936 mit Fehlerverbesserung nach Clark a. a. O. S. 96 + 78,7; Mittel + 79,7 mgal.

*Ableitung des Endergebnisses für Potsdam :*

Potsdam, Geod. Inst., Pendelsaal wie KF :

$$B = 52^{\circ}22'52''$$

$$L = 13\ 04\ 04$$

$$H = 87\ \text{m ü. M.}$$

Deutsche Messung 1906.....	$g = 981,262.2$	$p = 1,5$ <sup>(1)</sup>
Amerikanische Messung 1937..	,256.5	0,25 <sup>(2)</sup>
Englische Messung 1939.....	,261.7	1,0
Fadenpendel 1826-1894 .....	,260.0	0,5
<hr/>		
Mittelwert .....	$g = 981,261.3 \pm 1.0$	$p = 3,25$
	$L = 99,422.55 \pm 0.10$	

Internationale Normalschwere 1930 mit Korrektion :

$$\gamma_0 = 978,036.3 (1 + 0,005.288.4 \sin^2 B - 0,000.005.9 \sin^2 2B).$$

**Fadenpendelmessungen.**

Es wäre verkehrt, in die Ableitung der heute besten Werte für Potsdam die Fadenpendelmessungen nicht aufzunehmen; denn sie stellen ein vollständig anderes Prinzip dar, das bei richtiger Anwendung dem des Reversionspendels keineswegs nachsteht, sondern eher *überlegen* ist, weil derartige Komplikationen wie Schneidenvorgang fehlen. Die beste Apparatur stammt bekanntlich von dem berühmten Geodäten Fr. W. BESSEL, der sie zum erstenmal in Königsberg 1826/27 und 8 Jahre später nochmals in Berlin anwendete.

Aus dem erstaunlichen Ergebnis von Bessel in Berlin 1835, das nach Potsdam übertragen den Wert  $g = 981,261$ , somit genau den vom Verf. am Schluss gefundenen wahrscheinlichsten Wert aller in Betracht gezogenen Messungen ergibt, darf man schliessen, dass ein mit neuzeitlichen physikalischen Mitteln durchgeführter Versuch mit einem der Neuzeit angepassten Besselschen Fadenpendelapparat den besten Reversionspendelmessungen nicht nachstehen wird <sup>(3)</sup>.

(1)  $g$  = Wert mit neuem Schneidenvorgang, höheres Gewicht wegen Wegfalls der Uebertragung.

(2) Gewicht wegen grosser Entfernung und wegen Mitschwingens am Vakuumzylinder statt am Lager.

(3) Der Verf. hat in der Theorie einen solchen Fadenpendelapparat nach Bessels Prinzip im Man. ausgearbeitet, bei dem alle Fehlereinflüsse herausfallen: Vakuum in Quarzrohr, Abstandsmessung für die ganze Länge durch Strichteilung (nicht wie bei Bessel durch Endmass), Feinabstandsmessung unten durch elektrische Messung, Zeitmessung durch fotogr. Reg. mit Quarz-Uhr; eine Aufgabe, die ein modernes Institut zur Kontrolle der immer noch nicht restlos geklärten R.P. Messungen durchführen sollte.

				$L$	$g$	$g_p$	$p$
1	Bessel . . . . .	1826-1827	Königsberg	440,8147 P.L.	981,449	981,246	1
2	Bessel . . . . .	1835	Berlin	7354	273	261	4
3	Schumacher . . . . .	1829-1830	Güldenstein	8005	417	251	1
4	Peters . . . . .	1870	Königsberg	8262	475	272	1
5	Peters . . . . .	1871	Güldenstein	7947	405	239	1
6	Pisati-Pucci . . . . .	1894	Rom	—	342 <sub>9</sub>	274	2

Gew. Mittel  $g = 981,260.0 \pm 5.0$

*Ueber die letzten Verbesserungsmöglichkeiten  
bei Reversionspendelmessungen*

Nach den wesentlichen Vervollkommnungen von HEYL & COOK und CLARK bleibt noch übrig :

Konsequentes Relativprinzip bei gleichen Gewichten und sonstigen Gleichheiten.

Zuordnung genau der gleichen Zeitzeichen für SP und  $1/2$  SP = Schwingung.

Elimination des Rollens durch konsequente Azimut- und Gewichtvertauschung.

Schneiden und Flächen werden durch Befestigung mit Schrauben verbogen.

Beachtung der elastischen Deformationen unter Anwendung von hartem Stahl und Chrom.

Kein übertrieben kleiner Schneidenradius, Optimum bei  $10\mu$ .

*Zusammenfassung der Ergebnisse*

Die verhältnismässig starke Abweichung der in jüngster Zeit mit den modernsten physikalischen Hilfsmitteln ausgeführten amerikanischen und englischen Reversionspendelmessungen von den älteren deutschen aus den Jahren 1900-1906 glaubt d. Verf. in dem Sinne aufgeklärt zu haben, dass die Messung von Kühnen und Furtwängler um  $12.7$  mgal zu grosse Werte ergeben hat und dieser Betrag somit die Korrektur darstellt, die an alle heutigen Schwerewerte und an die Int. Normalformel  $g$  anzubringen ist.

Die Ursache sieht d. V. in dem damals bei allen derartigen wissenschaftlichen Untersuchungen für besonders geeignet gehaltenen Achat. Bei diesem hat sich besonders die Auflage = Fläche elastisch verbogen, so dass eine Rinne entstand, und die Belastung war so gross,

(1) Das Manuskript zu vorliegender Veröffentlichung war ursprünglich für die Z. f. Geophysik bestimmt und lag seit 1943 beim Geoph. Inst. der Univ. Göttingen, wo es 1945 mit anderen Man. des Verf. aus einem Pauzerschrank geplündert wurde.

dass kein genügender Abstand von der Elastizitätsgrenze vorhanden war. Die Beweisführung wurde auf 4 Wegen erbracht: durch die Theorie, aus dem Experiment, wobei Einzelprinzip und Relativprinzip angewendet wurde und schliesslich durch eine fehlertheoretische Betrachtung.

Da auch nach den neuesten R. Pendelmessungen nach Auffassung des V. noch nicht alle Fragen an der Schneide als restlos erfasst bzw. geklärt betrachtet werden können, wäre eine Kontrollmessung nach Bessels Fadenpendelapparat mit modernen Hilfsmitteln zu empfehlen.

Ausserdem wird die Uebertragung der Schwere von Washington und London nach Potsdam mit statischen Gravimetern, die heute auf  $\pm 0,2$  mgal möglich sein dürfte, für dringend notwendig gehalten.

Tafel der neuen normalen Schwerewerte  $\gamma_0$ 

$B$	$\gamma_0$		$B$	$\gamma_0$		$B$	$\gamma_0$	
	978.+			979.+			981.+	
0°	036.30	1.57	30°	325.04	78.78	60°	911.15	77.56
	037.87	4.70		403.82	80.27		988.71	75.88
	042.57	7.83		484.09	81.66		1.064.59	74.14
	050.40	10.96		565.75	82.95		1.138.73	72.28
	061.36	14.06		648.70	84.14		1.211.01	70.35
5	075.42	17.14	35	732.84	85.21	65	1.281.36	68.32
	092.56	20.22		818.05	86.22		1.349.68	66.22
	112.78	23.27		904.27	87.00		1.415.90	64.03
	136.05	26.28		991.36	87.87		1.479.93	61.76
	162.33	29.26		1.079.23	88.53		1.541.69	59.42
10	191.59	32.22	40	1.167.76	89.10	70	1.601.11	57.01
	223.81	35.13		1.256.86	89.54		1.658.12	54.52
	258.94	37.99		1.346.40	89.89		1.712.64	51.96
	296.93	40.82		1.436.29	90.13		1.764.60	49.35
	337.75	43.59		1.526.42	90.24		1.813.95	46.67
15	381.34	46.31	45	1.616.66	90.27	75	1.860.62	43.93
	427.65	48.98		1.706.93	90.15		1.904.55	41.15
	476.63	51.59		1.797.08	89.96		1.945.70	38.30
	528.22	54.13		1.887.04	89.64		1.984.00	35.42
	582.35	56.61		1.976.68	89.23		2.019.42	32.48
20	638.96	59.02	50	2.065.91	88.68	80	2.051.90	29.50
	697.98	61.37		2.154.59	88.04		2.081.40	26.51
	759.35	63.63		2.242.63	87.30		2.107.91	23.46
	822.98	65.81		2.329.93	86.43		2.131.37	20.40
	888.79	67.93		2.416.36	85.48		2.151.77	17.30
25	956.72	69.96	55	2.501.84	84.39	85	2.169.07	14.18
	1.026.68	71.90		2.586.23	83.24		2.183.25	11.05
	1.098.58	73.75		2.669.47	81.97		2.194.30	7.90
	1.172.33	75.51		2.751.44	80.59		2.202.20	4.75
	1.247.84	77.20		2.832.03	79.12		2.206.95	1.58
30	1.325.04		60	2.911.15		90	2.208.53	

$\gamma_0 = 978.036.30 (1 + 0.005.288.4 \sin^2 B - 0.000.005.9 \sin^2 2 B)$ , Int. 1930 Korr.  
 $B =$  geogr. Breite; unter Benützung von W. LAMBERT u. F. DARLING, *Bull. Géod.* 1931, 327-340.