

Aus der Ingenieur-Abteilung Angewandte Physik der Farbenfabriken Bayer A.G., Leverkusen

Stoff- und Wärmeübertragung beim Strömen schwach viskoelastischer Flüssigkeiten um eine rotierende Kugel*)

Von H. Giesekus

Mit 11 Abbildungen in 16 Einzeldarstellungen

(Eingegangen am 20. Juni 1969)

Herrn Professor Dr. K. HANSEN zum 60. Geburtstag gewidmet

1. Einleitung

Thomas und Walters (1), sowie Giesekus (2) und Bhatnagar (3) haben unabhängig voneinander vorausgesagt, daß beim Strömen schwach viskoelastischer Flüssigkeiten um eine rotierende Kugel eine Aufteilung des Strömungsfeldes in zwei Zonen stattfindet derart, daß in der inneren Zone der Umlaufsinn der Sekundärströmung durch die Viskoelastizität, in der äußeren dagegen durch die Zentrifugalkräfte bestimmt wird. Wenig später haben Walters und Savins (4) an einem Beispiel gezeigt, daß eine solche Aufteilung auch wirklich beobachtet werden kann. Ganz ähnliche Verhältnisse liegen – wie zuerst von Bhatnagar und Rathna (5) vorausgesagt und von Rao (6) exakter formuliert worden ist – auch bei einer sogenannten Kegel-Platte-Strömung vor. Dieser Fall wurde von Giesekus und Falke (7, 8) experimentell genauer untersucht, und es wurde insbesondere aufgezeigt, in welchen Grenzen dieses Phänomen – entsprechend der Voraussage einer Theorie zweiter Ordnung – von der Rotationsgeschwindigkeit unabhängig ist bzw. wie sich beim Überschreiten dieser Grenzen die Rotationsgeschwindigkeit darauf auswirkt.

Diese Arbeiten bilden den Ausgangspunkt für die hier mitgeteilten Untersuchungen. In ihnen wird zuerst geprüft, inwieweit sich das Strömungsverhalten viskoelastischer Flüssigkeiten in einer Kegel-Platte- und einer Kugel-Anordnung entsprechen bzw. welche charakteristischen Unterschiede auftreten. Anschließend werden Wärmeübertragungsphänomene analysiert, die durch die Zonen-aufteilung des Strömungsfeldes bedingt sind. Vor allem mittels schlierenoptischer Methoden wird sichtbar gemacht, wie sich das Temperaturfeld aufbaut und infolge ther-

misch-elastischer Wechselwirkung deformiert. Unter geeigneten Bedingungen werden auch periodische Instabilitäten und eine sich hieraus entwickelnde Turbulenz beobachtet.

2. Theorie

Die sogenannte Theorie zweiter Ordnung ergibt für die in der Meridianebene verlaufende Sekundärströmung um eine stationär rotierende Kugel folgende Stromfunktion, vgl. (2):

$$\begin{aligned} \psi(r, \vartheta) = & \frac{a^3 \omega^2}{4} \left[\frac{\rho a^2}{2 \eta_0} - \kappa_0^{(11)} \right] \left(1 + \frac{2a}{r} \right) \\ & \times \left(1 - \frac{a}{r} \right)^2 \sin^2 \vartheta \cos \vartheta. \end{aligned} \quad [1]$$

Hierin bedeuten r und ϑ die üblichen sphärischen Polarkoordinaten, a den Radius und ω die Winkelgeschwindigkeit der Kugel, ρ die Dichte der Flüssigkeit, η_0 ihre Viskosität (verstanden als Grenzwert für verschwindende Deformationsgeschwindigkeit) und $\kappa_0^{(11)}$ schließlich einen von zwei zeitartigen Stoffparametern, welche die Abweichungen vom Newtonschen Verhalten in niedrigster Näherung beschreiben. Aus dieser Stromfunktion folgt für

$$a^2/3 < 2 \eta_0 \kappa_0^{(11)}/\rho < a^2 \quad [2]$$

eine Aufteilung des Sekundärströmungsfeldes in zwei Zonen, die durch eine kugelförmige Grenzfläche getrennt werden. Ihr Radius hängt nicht von der Winkelgeschwindigkeit ω ab und lautet:

$$r_0 = 2a / \left(\frac{\rho a^2}{2 \eta_0 \kappa_0^{(11)}} - 1 \right). \quad [3]$$

Die analoge Behandlung der Kegel-Platte-Strömung führt zu einer ähnlichen Zonen-aufteilung, hier sogar ganz allgemein, d. h. ohne eine Gl. [2] entsprechende Einschränkung. Die Grenzfläche ist nun allerdings von einer etwas komplizierteren Form:

$$r_0(\vartheta) = (2 \eta_0 \kappa_0^{(11)}/\rho)^{1/2} R_0(\vartheta), \quad [4]$$

*) Vorgetragen auf der Jahrestagung der Deutschen Rheologen in Bad Münster a. Stein vom 28.–30. Mai 1969.

worin $R_0(\theta)$ eine keinerlei Stoffkonstanten enthaltende Funktion von θ allein bedeutet, die somit ein für allemal berechnet werden kann, vgl. (8).

Da in den Gln. [3] und [4] die Stoffkonstanten in genau der gleichen Gruppierung auftreten, so ist das Sekundärströmungsfeld in der einen Anordnung durch das in der anderen vollständig bestimmt. Dies gilt indessen nur für den Anwendungsbereich der Theorie zweiter Ordnung. Für Abweichungen hiervon, die entweder Effekten höherer Ordnung entsprechen oder gar überhaupt nicht durch eine Approximationstheorie beschrieben werden können, sind dagegen keine derartigen Schlüsse von dem einen auf das andere Experiment möglich.

3. Experimente zur Stoffübertragung

Die Versuchsanordnung entspricht im wesentlichen derjenigen, die in (8) beschrieben worden ist. Anstelle des Kegels wurde eine aus Teflon gefertigte Kugel vom Radius $a = 1$ cm verwendet; das wiederum aus Plexiglas gefertigte Versuchsgefäß hatte eine quadratische Grundfläche der Kantenlänge 14 cm und eine Höhe von 18 cm. Die Füllhöhe wurde gleich der Kantenlänge zu 14 cm gewählt, so daß ein würfelförmiger Flüssigkeitsraum mit einem Volumen von ca. 2,750 l resultierte.

Als Versuchsflüssigkeiten wurden ein Polydimethylsiloxan von mittlerem Molgewicht (Siliconöl M 20000), die Mischung aus einem extrem hochmolekularen Polydimethylsiloxan mit einem niedermolekularen (11% Siliconöl M 1000000, 89% Siliconöl M 1000) und eine 1,3%ige Lösung von Polyisobutylen (Oppanol B 200) in Dekalin verwendet.

Aufgrund der früher erhaltenen Ergebnisse wird man erwarten, daß bei der ersten Substanz die Zonenaufteilung von der Drehzahl weitgehend unabhängig ist, bei der zweiten eine mäßige und bei der letzten schließlich eine ausgeprägte Drehzahlabhängigkeit vorliegen wird. Ein exakter Vergleich mit den in (8) erhaltenen Ergebnissen läßt sich allerdings nicht durchführen, denn die Konstantenkombination $2\eta_0\kappa_0^{(11)}/\rho$ ist bei den dort untersuchten Stoffen so groß, daß sie der Doppelungleichung [2] nicht genügen und darum weniger elastische Systeme gewählt werden mußten¹⁾.

Zur Beobachtung der Strömung und Stoffübertragung wurde wie früher ein Teil der Flüssigkeit mit dem fettlöslichen Farbstoff „Ceresblau GN“ angefärbt und mittels einer Injektionsspritze an die gewünschte Stelle – zumeist an die Oberfläche der Kugel – gebracht.

Die ersten Versuche, die mit dem Siliconöl M 20000 durchgeführt wurden, hatten den Nachweis zum Ziel, daß die Grenzfläche zwischen beiden Zonen die von der Theorie

vorausgesagte Kugelform wirklich annimmt und ihr Radius in einem gewissen Drehzahlbereich von der Drehzahl unabhängig ist. Wie aus den in Abschnitt 4 berichteten Versuchen noch deutlicher werden dürfte, sind bei einer Flüssigkeit mit so hoher Viskosität (ca. 200 Poise) und infolgedessen beträchtlicher Entwicklung von Reibungswärme keine exakt reproduzierbaren quantitativen Ergebnisse zu erwarten. Die Kugelform läßt sich jedoch mit sehr guter Genauigkeit verifizieren, und es ist bis zu einer Drehzahl $n = 550 \text{ min}^{-1}$ kein systematischer Gang mit der Rotationsgeschwindigkeit festzustellen. Die Werte von r_0 schwanken zwar zwischen 2,2 und 1,6 cm, doch ist dies dem Anstieg der Temperatur im Verlauf des Versuches zuzuschreiben. Den genannten r_0 -Werten entspricht nach Gl. [3]:

$$2\eta_0\kappa_0^{(11)}/\rho \approx 0,52 - 0,45 \text{ cm}^2;$$

bei Annahme von $\rho = 0,97 \text{ g/cm}^3$ und $\eta_0 \approx 200 \text{ P}$ folgt daraus

$$\kappa_0^{(11)} \approx 1,25 - 1,10 \cdot 10^{-3} \text{ sec.}$$

Es soll darauf verzichtet werden, Strömungsbilder dieser Versuche mitzuteilen, da sie qualitativ mit denen des folgenden Versuches für die kleinste Drehzahl (Abb. 1a) übereinstimmen. In Abschnitt 4 finden sich außerdem Bilder (vgl. Abb. 5), die für die gleiche Flüssigkeit mit anderen Mitteln das Strömungsfeld sichtbar machen.

Die anschließenden Versuche dienten der Aufklärung der Drehzahlabhängigkeit der Zonenaufteilung bei Stoffen, für die nach den früheren Untersuchungen (8) Abweichungen vom Verhalten gemäß einer Theorie zweiter Ordnung zu erwarten sind. Bei der Kegel-Platte-Strömung war damals gefunden worden, daß die Zone dominierender Viskoelastizität mit wachsender Drehzahl zwar kleiner wurde, ihre Gestalt sich dabei – außer in extremen Fällen – aber nicht merklich änderte. Ein analoges Verhalten bei der Kugelströmung würde bedeuten, daß der Kugelradius zwar kleiner werden dürfte, die Kugelgestalt der Grenzfläche aber erhalten bleiben müßte. Dies ließ sich – nicht ganz unerwartet – indessen nicht bestätigen.

Es wurde eine solche Mischung von hochmolekularem und niedermolekularem Siliconöl (11% M 1000000, 89% M 1000) eingestellt, daß ihr Verhalten bei hinreichend kleinen Drehzahlen mit dem des vorher untersuchten einheitlichen Siliconöls (M 20000) weitgehend übereinstimmte. Daß dies erreicht wurde, zeigt Abb. 1a, denn hieraus ist zu ersehen, daß bei $n = 200 \text{ min}^{-1}$ die Grenzfläche praktisch Kugelform besitzt und einen

¹⁾ Auch das hier untersuchte Siliconöl M 20000 ist nicht mit dem gleich bezeichneten Produkt der früheren Untersuchung identisch, sondern scheint eine erheblich geringere Elastizität zu besitzen.

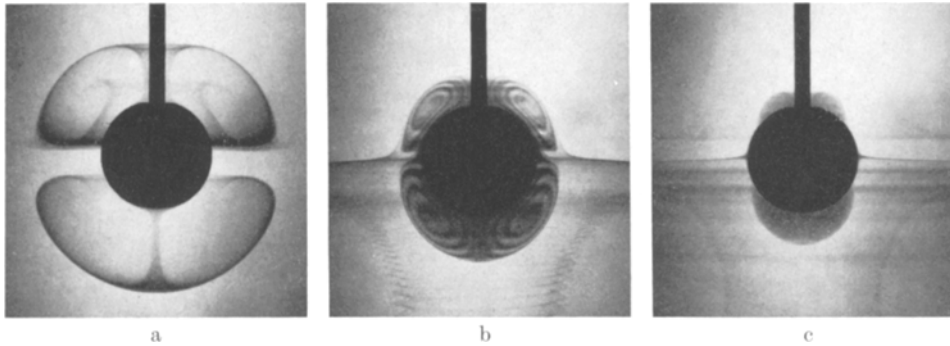


Abb. 1. Die Drehzahlabhängigkeit der Zonenaufteilung bei einer Mischung von hoch- und niedermolekularem Siliconöl. a) $n = 200 \text{ min}^{-1}$, b) $n = 400 \text{ min}^{-1}$, c) $n = 600 \text{ min}^{-1}$.

Radius $r_0 = 2,3 \text{ cm}$ hat. Erhöht man aber nun die Drehzahl, so verkleinert sich nicht nur dieser Radius, sondern die Kontur der Grenzfläche wird in zunehmendem Maße elliptisch (mit vertikaler großer Achse), vgl. Abb. 1b. Schließlich berührt die äußere Zone den Äquator der rotierenden Kugel und zerlegt die innere Zone in zwei getrennte Teile, welche bei weiterem Anwachsen der Drehzahl auf immer kleiner werdende Gebiete in der Nachbarschaft der Pole beschränkt werden (Abb. 1c), bis daß sie schließlich ganz verschwinden. Die einzelnen Stadien dieser Entwicklung sind in Abb. 2 nebeneinander dargestellt. Die hierin wiedergegebenen Konturen wurden photographischen Aufnahmen entnommen, die interpolierten Stücke in der Nähe des Äquators sind durch Strichelung kenntlich gemacht.

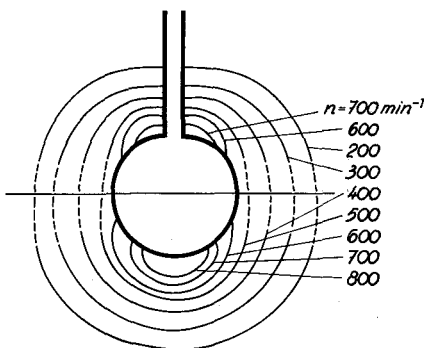


Abb. 2. Die Änderung der Grenzflächenkontur mit der Drehzahl ($n = 200\text{--}800 \text{ min}^{-1}$) bei einer Mischung von hoch- und niedermolekularem Siliconöl

Schon etwas früher; als die hier diskutierte Zonenaufteilung in *schwach* viskoelastischen Flüssigkeiten vorausgesagt und beobachtet worden war, hatten Giesekus und Feldkamp (2, 9, 10) in *stark* viskoelastischen Flüssigkeiten eine ganz andersartige Zonenaufteilung gefunden. Diese tritt erst oberhalb einer kritischen Drehzahl in Erscheinung, derart, daß sich dann um den Kugeläquator herum eine mehr oder

weniger ausgedehnte Zone in Form eines Doppeltores ausbildet, in der die Zentrifugalkräfte dominieren. Dieser Effekt war seinerzeit als Effekt höherer Ordnung gedeutet worden, dadurch hervorgerufen, daß bei wachsender Schergeschwindigkeit die viskoelastischen Normalspannungen weniger stark anwachsen als die Zentrifugalkräfte.

Es war nun das Ziel einer dritten Gruppe von Versuchen, festzustellen, ob die vorgenannte innere Zentrifugalzone auch noch bei so schwach viskoelastischen Flüssigkeiten zu erzeugen wäre, daß diese zugleich mit der oben demonstrierten Zonenaufteilung sichtbar gemacht werden könnte. Zu diesem Zweck wurde eine 1,3%ige Lösung von hochmolekularem Polyisobutyl in Dekalin ausgewählt, von der bekannt ist, daß ihre Eigenschaften eine ausgeprägte Schergeschwindigkeitsabhängigkeit aufweisen, in-

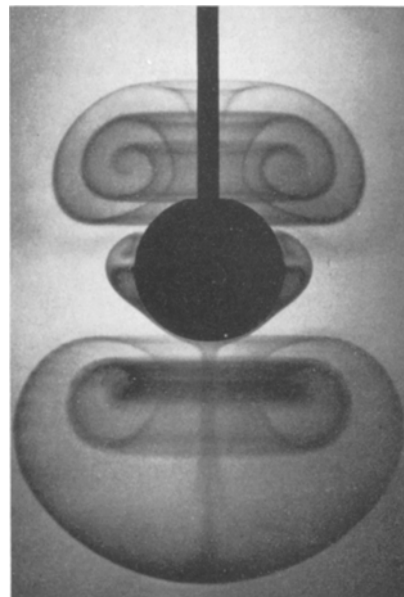


Abb. 3. Strömungsfeld mit einer inneren und einer äußeren Zentrifugalzone bei einer 1,3%igen Lösung von Polyisobutyl in Dekalin ($n = 150 \text{ min}^{-1}$)

dessen nicht von so extremer Art, wie dies bei den wäßrigen Polyacrylamid-Lösungen (an denen obiger Effekt zuerst beobachtet worden war) der Fall ist.

An dieser Lösung wurde gefunden, daß bei kleinen Drehzahlen eine Zonenaufteilung ähnlich wie in den Siliconölen vorliegt und daß sich bei $n \approx 150 \text{ min}^{-1}$ auch wirklich die erwartete innere Zentrifugalzone ausbildet. Bei weiterer Erhöhung der Drehzahl verbindet sich diese Zone dann mit der äußeren Zentrifugalzone, und schon bei $n = 200 \text{ min}^{-1}$ ist die Zone dominierender Viskoelastizität auf einen relativ kleinen Bereich unterhalb der Kugel abgedrängt. Abb. 3 zeigt das Nebeneinanderbestehen der drei Zonen bei $n = 150 \text{ min}^{-1}$. Wenn auch die äußere Zentrifugalzone und das Aneinanderstoßen der oberen und unteren Hälfte der Zone dominierender Viskoelastizität nicht durch Stromlinienmarkierung direkt sichtbar gemacht werden kann, so wird doch allein schon durch die Abgeschlossenheit des inneren Doppeltorus die Existenz von zwei getrennten Zentrifugalzonen bewiesen. Die Unsymmetrie zwischen der oberen und der unteren Hälfte dürfte auf thermische Effekte zurückzuführen sein.

4. Experimente zur Wärmeübertragung

Während der Durchführung der in Abschnitt 3 beschriebenen Versuche mit dem Siliconöl M 20000 fiel auf, daß bei höheren Drehzahlen die innere Zone auch ohne Anfärbung wahrgenommen werden konnte. Dies ist offensichtlich durch eine deutliche Differenz der Brechungsindizes in den beiden Zonen, anders ausgedrückt: durch einen starken Brechungsindexgradienten in der Nachbarschaft der Grenzfläche verursacht. Zur Verdeutlichung dieses Effekts kann man in einem Abstand hinter der Kugel z. B. ein quadratisches Raster anordnen und dieses durch den Kasten hindurch beobachten. Dann bedingt die Brechungsindexvariation eine Verzerrung des Rasterbildes. Beispiele für verschiedene Drehzahlen und Versuchsdauern sind in Abb. 4a–d gegeben. Auffällig ist hierin, daß die Verzerrungen nicht nur die Kugelkontur in etwa abbilden, sondern daß sie vor allem in der Nähe der Äquatorebene weit darüber hinausreichen.

Dieser Effekt ist leicht qualitativ zu deuten, wenn man bedenkt, daß in dem ziemlich viskosen Öl durch die Scherung eine beträchtliche Reibungswärme erzeugt wird. Wegen des starken Abfalls des Schergradienten-

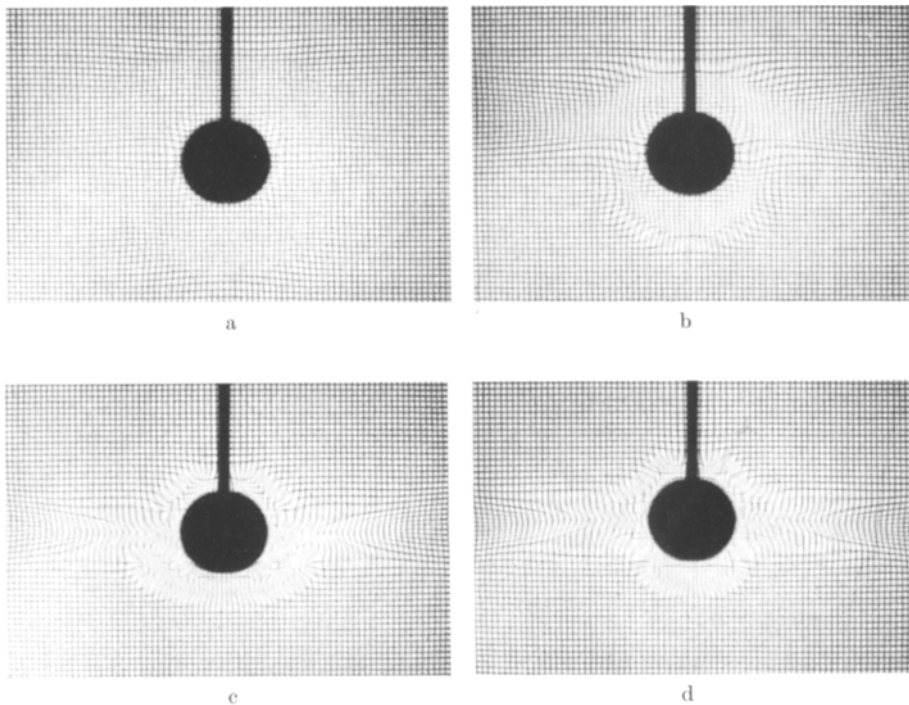


Abb. 4. Rasterverzerrung als Folge der Brechungsindexvariation bei Siliconöl M 20000. Raster 25 cm hinter der Kugel. a) $n = 550 \text{ min}^{-1}$, Versuchsdauer: 5 min, b) $n = 550 \text{ min}^{-1}$, Versuchsdauer: 30 min, c) $n = 980 \text{ min}^{-1}$, Versuchsdauer: 5 min, d) $n = 980 \text{ min}^{-1}$, Versuchsdauer: 30 min

ten mit wachsendem Abstand von der Kugeloberfläche geschieht dies fast ausschließlich in einem eng begrenzten, der Kugeloberfläche anliegenden Gebiet. Durch die Strömung wird diese Wärme nun in der inneren Zone schnell verteilt, dagegen kann sie durch Konvektion nicht aus dieser nach außen gelangen, sondern das kann nur durch die weit weniger wirksame Wärmeleitung geschehen. Infolgedessen muß sich in der Grenzfläche ein starkes Temperaturgefälle aufbauen: dies ist die Ursache des beobachteten Brechungsindexgradienten.

Nun sind aber die viskoelastischen Eigenschaften selbst von der Temperatur abhängig, und infolgedessen kann der Strömungsvorgang trotz konstanter Drehzahl nicht in Strenge stationär verlaufen, sondern die Grenzfläche zwischen innerer und äußerer Zone wird sich mit zunehmender Erwärmung im Sinne einer Verkleinerung der inneren Zone verlagern. Dies hat zur Folge, daß zusätzlich zur Aufheizung durch Wärmeleitung die Randgebiete der äußeren Zone doch auch

noch einen gewissen Anteil des erwärmten Materials aus der Innenzone erhalten, welches durch die Strömung bevorzugt in der Nähe der Äquatorebene nach außen transportiert wird. Hierdurch wird das Übergreifen der Rasterverzerrungen über den Bereich der inneren Zone bzw. deren Grenzfläche hinaus verständlich.

Die mit der Rastermethode gewonnenen Bilder lassen zwar diejenigen Gebiete erkennen, in denen beträchtliche Brechungsindexvariationen vorkommen, d. h. ein stärkeres Temperaturgefälle herrscht, doch liefern sie kein wirkliches Bild der Temperaturverteilung im Strömungsfeld. Deshalb wurden weitere Beobachtungen mittels eines Schlierenverfahrens durchgeführt, das bekanntlich ein direktes Bild der Verteilung des Brechungsindexgradienten liefert.

Es wurde die Toeplersche Schlierenmethode mit paralleler Durchstrahlung des Objekts gewählt. Eine Wolfram-Bogenlampe diente als Lichtquelle; die beiden Schlierenobjektive hatten einen Durchmesser von 10 cm und eine Brennweite von 65 cm. Im Hinblick auf die Geometrie des Beobachtungsgegenstands war

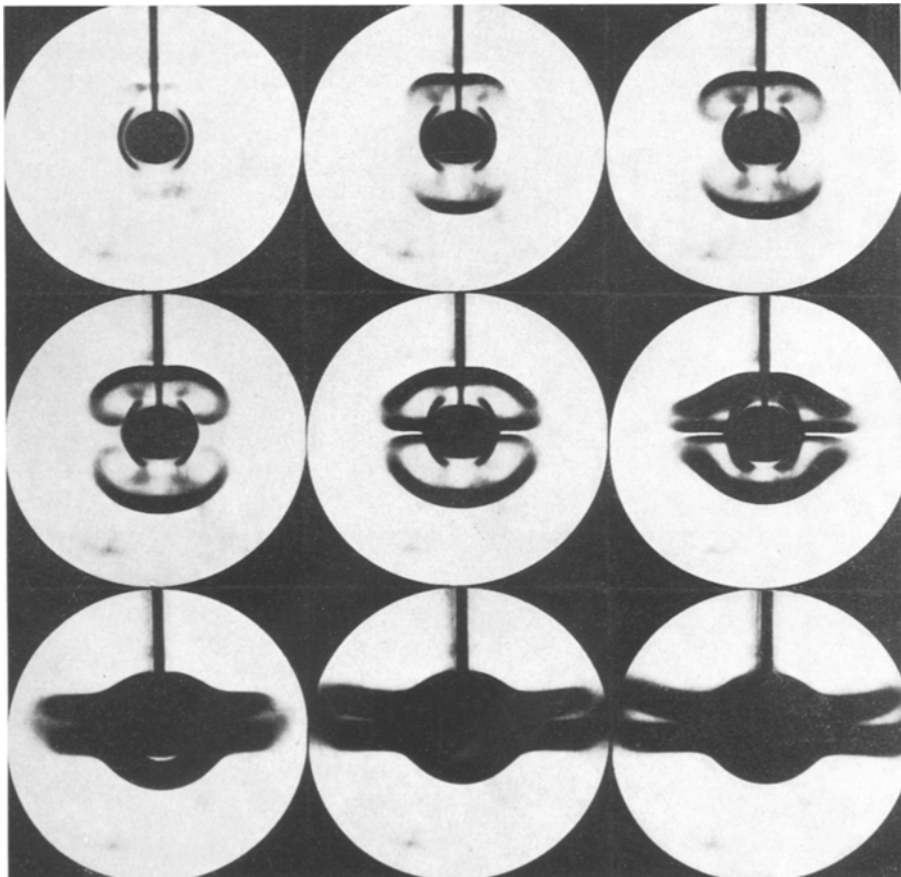


Abb. 5. Schlierenaufnahmen des Temperaturfeldes in Siliconöl M 20000 bei einer Drehzahl $n = 800 \text{ min}^{-1}$ und einer Versuchsdauer von 15, 30, 45, 60, 90 sec, 2, 3, 4 und 5 min

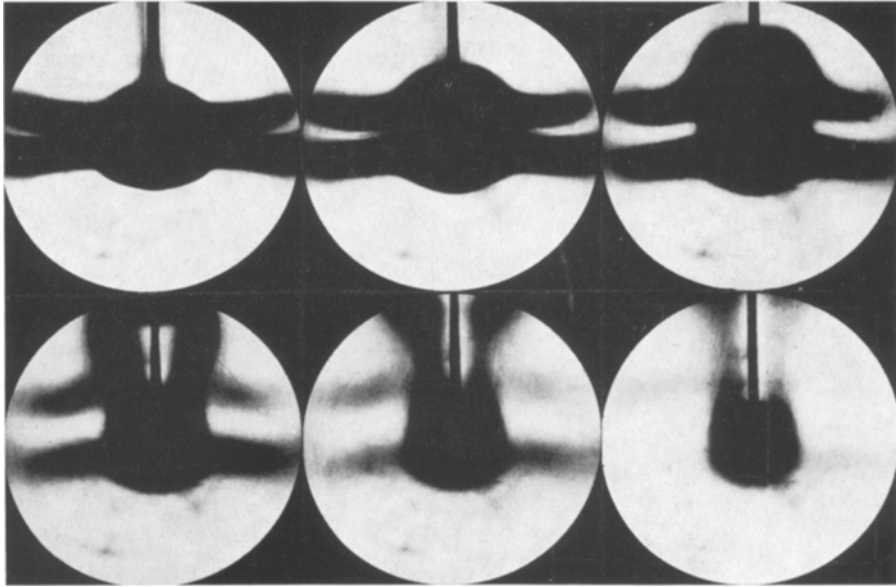


Abb. 6. Schlierenaufnahmen des Temperaturfeldes in Siliconöl M 20000 nach Anhalten der Kugel bei vorausgegangenener 10 min dauernder Rotation mit $n = 800 \text{ min}^{-1}$. Bild unmittelbar nach dem Anhalten, sowie 1, 3, 5, 7 und 10 min später

sowohl die Beleuchtungs- als auch die Schlierenblende als Kreislochblende mit einem Durchmesser von ca. 1,5 mm ausgebildet. Infolgedessen erscheinen die Gebiete mit stärkerem Temperaturgefälle bei der Abbildung als dunkle Stellen. Für die Photo- und Filmaufnahmen wurden Cameraobjektive von 50 bzw. 75 mm verwendet.

Die mit einer solchen Anordnung zu beobachtende Entwicklung des Temperaturfeldes ist für eine Umdrehungsgeschwindigkeit $n = 800 \text{ min}^{-1}$ in Abb. 5 wiedergegeben. Gleich nach dem Einschalten der Rotation erscheinen unmittelbar rechts und links von der Kugel zwei dunkle mündchenförmige Bereiche, die dem Gebiet maximaler Dissipation zuzuordnen sind. Die hier aufgeheizte Flüssigkeit strömt symmetrisch nach oben und unten in Richtung der Polachse ab, biegt bei Erreichen der Zonengrenzfläche seitlich aus und folgt deren Kontur bis in die Nähe der Äquatorebene, wo dann die Strömung wieder einwärts verläuft. Nach etwa 1 min Versuchsdauer ist dieser Weg geschlossen. Danach beginnt gleich die Deformation der Grenzfläche. Oben und unten schiebt sie sich näher an die Kugel heran, und der dabei an die Außenströmung abgegebene Anteil der erwärmten Flüssigkeit wird in einer gewissen Umgebung der Äquatorebene langsam nach außen transportiert. Nach ca. 5 min scheint sich ein nahezu stationärer Zustand eingestellt zu haben.

Einen ersten Test dafür, daß die beobachtete Brechungsindexvariation wirklich als

Folge einer Temperaturvariation zu deuten ist, gewinnt man, wenn man die Entwicklung des Schlierenbildes nach Abschalten der Rotation verfolgt. Dies wird in Abb. 6 demonstriert: Der in Abb. 5 dargestellte Versuch ist nach 10 min Dauer abgebrochen worden, und man erkennt nun, wie infolge des Auftriebs die wärmere Flüssigkeit in der Umgebung der Kugel langsam aufsteigt und aus dem Bildfeld verschwindet. Nach 10 min ist nur noch in unmittelbarer Nähe der Kugel ein Gebiet erhöhter Temperatur auszumachen, und nach 15 min ist auch die letzte Andeutung von Schlieren verschwunden (hierzu keine Abbildung).

Man kann aber auch einen direkten Beweis führen, indem man das Temperaturfeld ausmißt. Zwar war dies mit den zur Verfügung stehenden Mitteln nicht während der Rotation selbst zu bewerkstelligen, sondern erst nach dem Abschalten. Eine vollständige Meßreihe konnte aber dann schon nach etwa 1 min beendet sein, und der voranstehend beschriebene Versuch hat ja gezeigt, daß die Änderungen im Feld während dieser Zeit unerheblich sind.

Für diese Messungen wurde ein Thermoelement sehr schlanker Bauart²⁾ in einer Injektionsnadel gelagert, so daß nur die Lötstelle herausragte, und mittels einer Schraubenführung mit Meßskala von der Flüssigkeits-

²⁾ „Thermocoax - Miniatur - Mantel - Thermoelement“ (Nickelchrom-Nickel, Durchmesser 0,5 mm) der Firma Philips Industrie-Elektronik GmbH, Hamburg.

oberfläche her unter einem Winkel von etwa 20° zur Polachse senkrecht auf die Kugel zugeführt, bis sie deren Oberfläche berührte. Die Thermospannung wurde dabei an einem Digital-Voltmeter abgelesen.

Das Ergebnis von drei solchen Meßreihen ist in Abb. 7 wiedergegeben. Zwei wurden nach einer Versuchsdauer von 90 sec aufgenommen, d. h. wenn das Feld gerade ausgebildet war, aber die Deformation noch nicht merklich eingesetzt hatte (vgl. Abb. 5).

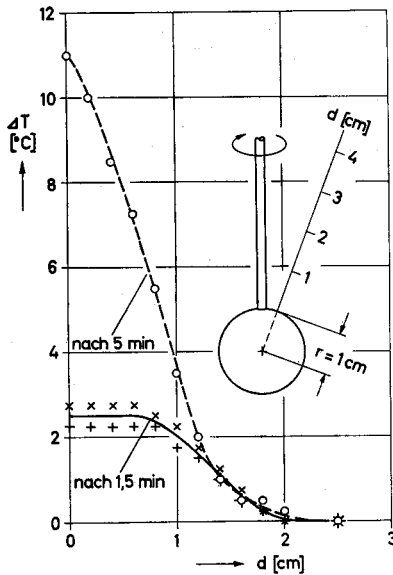


Abb. 7. Temperaturerhöhung in Siliconöl M 20000 als Funktion des Abstandes von der Kugel in Abhängigkeit von der Versuchsdauer ($n = 800 \text{ min}^{-1}$)

Sie ergaben eine maximale Temperaturerhöhung von etwa $2,5^\circ\text{C}$ und zeigten in der unmittelbaren Nähe der Kugeloberfläche einen konstanten Verlauf. Die dritte, nach 5 min Rotationsdauer (d. h. nach Einstellung eines quasistationären Feldes) durchgeführte Meßreihe, zeigte dagegen eine Maximalerhöhung von 11°C sowie einen unmittelbar an der Kugeloberfläche beginnenden Temperaturabfall an. Das im Bild jeweils dunkel gefärbte Gebiet konnte direkt mit dem Gebiet starken Temperaturgefälles identifiziert werden: Bei den beiden ersten Meßreihen erstreckte es sich über einen Abstandsbereich von etwa 1–2 cm, bei der dritten dagegen von null bis ca. 2 cm.

Zur Veranschaulichung dessen, daß die Wärmeübertragung in Flüssigkeiten ohne Zonenaufteilung völlig anders verläuft, wurden noch einige Versuche mit dem Siliconöl M 10000 (Viskosität: ca. 100 Poise) durchgeführt, für das im gesamten Feld der Einfluß der Zentrifugalkräfte dominiert. Wie Abb. 8 zeigt, strömt die durch Reibung aufgeheizte Flüssigkeit von der Kugeloberfläche her ganz gleichmäßig in der Äquatorebene ab. Auch das Bild nach dem Abschalten ist ein anderes als beim Siliconöl M 20000. Da hier nirgendwo ein größeres Volumen erwärmter Flüssigkeit konzentriert vorliegt, sondern diese annähernd gleichmäßig über die gesamte Äquatorebene ausgebreitet ist, kann der Auftrieb keine nennenswerten Bewegungen hervorrufen, und die Temperaturdifferenzen gleichen sich infolgedessen praktisch nur durch Wärmeleitung aus, die Flanken rücken beim Flacherwerden zugleich etwas auseinander (vgl. Abb. 9).

Es war oben berichtet worden, daß in Siliconöl M 20000 bei einer Drehzahl $n = 800 \text{ min}^{-1}$ sich nach etwa 5 min ein nahezu

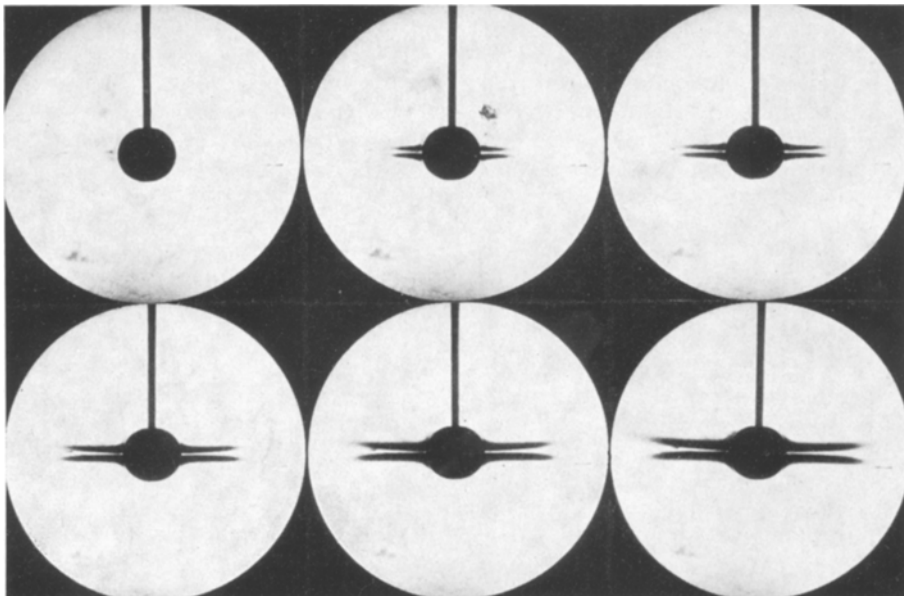


Abb. 8. Schlierenaufnahmen des Temperaturfeldes in Siliconöl M 10000 bei einer Drehzahl $n = 550 \text{ min}^{-1}$ und einer Versuchsdauer von 5, 10, 15, 30, 60 und 120 sec

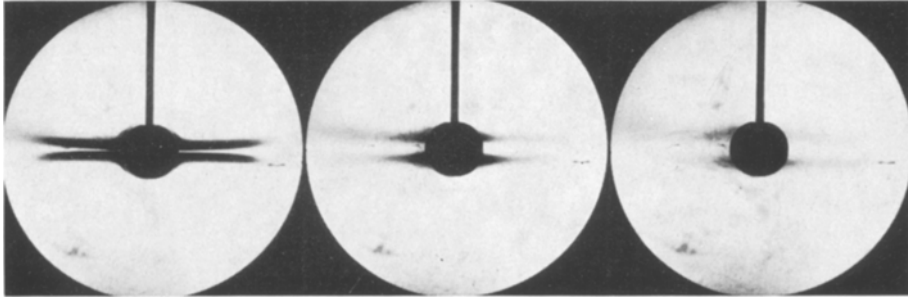


Abb. 9. Schlierenaufnahmen des Temperaturfeldes in Siliconöl M 10000 nach Anhalten der Kugel bei vorausgegangenener 5 min dauernder Rotation mit $n = 550 \text{ min}^{-1}$. Bild unmittelbar nach dem Anhalten, sowie 30 und 60 sec später

stationärer Zustand eingestellt hat. Dieser bleibt aber nicht beliebig lange bestehen, sondern nach etwa 8 min – in einigen Fällen auch erst später – werden (wohl infolge der im ganzen ansteigenden Temperatur) Stoff- und Wärmeübertragung instabil. Das im Schlierenbild dunkel markierte Gebiet mit der höher temperierten Flüssigkeit beginnt zu pulsieren: Es dehnt sich mit einer Frequenz von etwa 1 min^{-1} nach unten und oben aus, um sich anschließend seitlich abzuflachen, wobei durch eine Art Pumpvorgang erwärmte Flüssigkeit in die äquatornahen Bereiche der Außenströmung abgegeben wird. Die verschiedenen Stadien eines solchen Vorgangs sind in Abb. 10 dargestellt, doch auch schon die Abb. 4c und d waren beim Vorliegen derartiger Pulsationen aufgenommen worden.

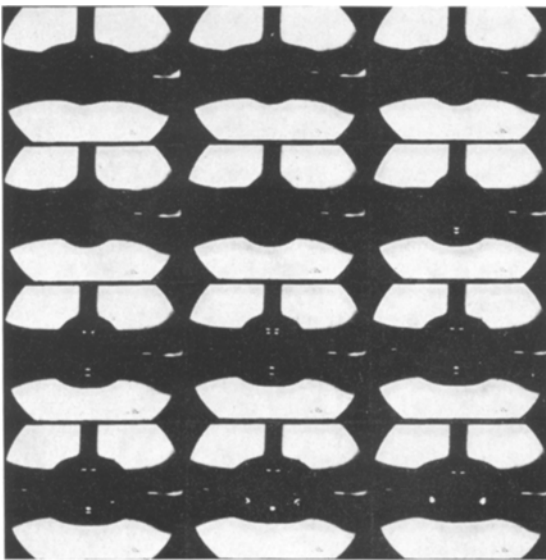


Abb. 10. Schlierenaufnahmen des Temperaturfeldes in Siliconöl M 20000 bei einer Drehzahl $n = 800 \text{ min}^{-1}$ über den Zeitraum einer Pulsation. Bildfolge: 5 sec

Aber auch die periodische Instabilität bleibt nur eine gewisse Zeit lang erhalten und geht dann ziemlich schlagartig in eine unregelmäßige Form über, die ihrem Erscheinungsbild nach als Turbulenz zu bezeichnen ist, vgl. Abb. 11. Dabei bildet sich wieder eine kugelförmige Zone aus, innerhalb derer die Wärme in genähert konzentrischen Kugelfronten stoßweise nach außen abfließt; nur eine kleine Zone unterhalb der rotierenden Kugel scheint hiervon ausgespart zu bleiben. Die Zeit, nach der diese Turbulenz einsetzt, schwankte von Versuch zu Versuch in erheblichen Grenzen – nämlich von weniger als einer Viertelstunde bis zu mehr als einer Stunde – und scheint bei festgehaltener Drehzahl im wesentlichen durch eine kritische Temperatur bestimmt zu sein. Bei Erniedrigung der Umdrehungsgeschwindigkeit kommt man zu stationären Verhältnissen zurück, bei erneuter Erhöhung schlägt die Bewegung wiederum zu Turbulenz um, wobei u. U. das Gebiet der periodischen Instabilitäten übersprungen werden kann. Bei leichter Variation der Versuchsbedingungen sind allerdings auch Strömungsformen zu

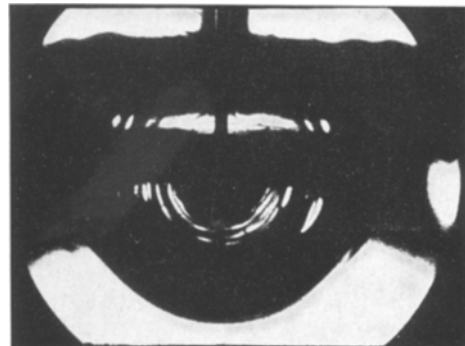


Abb. 11. Schlierenaufnahme des Temperaturfeldes in Siliconöl M 20000 bei einer Drehzahl $n = 800 \text{ min}^{-1}$, Thermo-elastische Turbulenz

beobachten, bei welcher der Turbulenz noch eine Pulsation überlagert ist.

Die hier nur kurz beschriebenen Instabilitätsphänomene benötigen zur Aufklärung des zugrundeliegenden Mechanismus im einzelnen sicher noch eine gründliche experimentelle und auch theoretische Untersuchung. Aber bereits jetzt dürfte klar sein, daß die Trägheit hierbei höchstens eine ganz untergeordnete Rolle spielen kann und es sich primär um einen thermisch-elastischen Effekt handeln muß.

Da die in diesem Abschnitt behandelten Erscheinungen nur in recht unvollständiger Weise durch photographische Aufnahmen veranschaulicht werden können, wurden die schlierenoptischen Versuche an Siliconöl M 20000 auch in einem Film festgehalten³⁾. Dabei wurde ein Teil der Szenen mit Zeitraffung (2 Bilder/sec) aufgenommen. Die beiden letzten Abbildungen entstammen diesem Film.

5. Folgerungen

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung zeigen, daß beim Umströmen von rotierenden Körpern schon in schwach viskoelastischen Flüssigkeiten (die vielfach noch für Newtonisch gehalten werden) ausgeprägte Abweichungen vom Verhalten Newtonscher Flüssigkeiten auftreten können, die völlig andere Stoff- und Wärmeübertragungsbedingungen zur Folge haben. Diese Effekte dürften nicht nur ein theoretisches Interesse beanspruchen, sondern sie sollten u. U. auch bei technischen Prozessen (z. B. Rührvorgängen) eine erwünschte oder unerwünschte Rolle zu spielen imstande sein.

Für den Aufbau der Schlierenanordnung und die Herstellung des Films sei Herrn Ing. F. Kolb und Mitarb., für die Durchführung der Versuche Herrn H. Pickelin herzlich gedankt.

Zusammenfassung

Die für schwach viskoelastische Flüssigkeiten beim Umströmen einer rotierenden Kugel von der Theorie vorausgesagte Aufteilung des Sekundärströmungsfeldes in zwei getrennte Zonen wird im einzelnen untersucht. Für Siliconöle eines mittleren Molekulargewichts findet man eine in weiten Grenzen von der Umdrehungsgeschwindigkeit unabhängige kugelförmige Grenzfläche, wohingegen bei Mischungen aus hoch- und niedermolekularen Siliconölen eine starke Drehzahlabhängigkeit beobachtet wird. Mit Polyisobutylenlösungen ist

³⁾ Dieser Film mit dem Titel „Wärmeübertragung beim Strömen einer schwach viskoelastischen Flüssigkeit um eine rotierende Kugel“ wurde während des Vortrags in Bad Münster am Stein am 29. 5. 1969 erstmalig vorgeführt.

in einem gewissen Drehzahlbereich sogar eine Aufteilung in drei verschiedene Zonen zu realisieren.

Diese Strömungserscheinungen sind bei Flüssigkeiten genügend hoher Viskosität mit ausgeprägten Besonderheiten der Wärmeübertragung verknüpft. Mit einer schlierenoptischen Methode wird sichtbar gemacht, daß sich in der Grenzfläche zwischen den beiden Zonen ein starkes Temperaturgefälle aufbaut. Infolge der Temperaturabhängigkeit der viskoelastischen Eigenschaften erleidet die Zonenaufteilung eine allmähliche Deformation. Bei hinreichend hoher Drehzahl treten später sogar periodische Instabilitäten und schließlich thermoelastische Turbulenz auf.

Summary

The subject of this experimental investigation is the fact, as predicted by the theory, that for slightly viscoelastic fluids flowing around a rotating sphere the secondary flow field separates into two zones. For polysiloxanes of medium molecular weight, a sphere-like separating area is found which does not change in a wide range with rotational velocity. In contrast to this a pronounced dependence of speed is observed with mixtures of polysiloxanes of high and low molecular weights. With polyisobutylene solutions, separation into even three different zones can be realized within a certain range of speeds.

For fluids having sufficiently high viscosities, these flow phenomena are accompanied by pronounced peculiarities in heat transfer. With aid of a schlieren technique it is rendered visible that a strong temperature gradient exists in the neighbourhood of the separating area. As a consequence of the temperature dependence of viscoelastic properties, the partition into two zones slowly undergoes a deformation. At sufficiently high speeds of rotation, subsequently even periodic instabilities and finally thermo-elastic turbulence are observed.

Literatur

- 1) Thomas, R. H. and K. Walters, Quart. J. Mech. Appl. Math. **17**, 39 (1964).
- 2) Giesekus, H., Proc. 4. Intern. Congr. Rheology Providence 1963, **1**, 249 (1965).
- 3) Bhatnagar, R. K., Proc. Indian Acad. Sci. **A 60**, 99 (1964).
- 4) Walters, K. and J. G. Savins, Trans. Soc. Rheology **9**, 407 (1965).
- 5) Bhatnagar, P. L. and S. L. Rathna, Quart. J. Mech. Appl. Math. **16**, 329 (1963).
- 6) Rao, D. K. M., Proc. Indian Acad. Sci. **A 56**, 198 (1962).
- 7) Falke, K. O., Sekundärströmungen um rotierende Körper in verschiedenen Polymersystemen, insbesondere bei kleinen Rotationsgeschwindigkeiten, Diplomarbeit TH Braunschweig (1966).
- 8) Giesekus, H., Rheol. Acta **6**, 339 (1967).
- 9) Feldkamp, K., Untersuchung der Sekundärströmung nicht-Newtonscher Flüssigkeiten um rotierende Körper, Diplomarbeit TH Braunschweig (1963).
- 10) Giesekus, H., Rheol. Acta **4**, 85 (1965).

Anschrift des Verfassers:

Dr. H. Giesekus, Farbenfabriken Bayer AG,
5090 Leverkusen-Bayerwerk, Ing.-Abt. AP 6