

Entwurf von Schreibmaschinentastaturen mittels quadratischer Zuordnungsprobleme

Von *R.E. Burkard*, Köln¹) und *J. Offermann*, Rheinbreitbach²)

Eingegangen am 31. Juli 1976

Zusammenfassung: Zur Ermittlung möglichst günstiger Schreibmaschinentastaturen wird ein quadratisches Zuordnungsproblem aufgestellt und suboptimal gelöst. Die dazu notwendigen sprachstatistischen Daten (Häufigkeit von Buchstaben und Buchstabenpaaren in verschiedenen Sprachen) wurden durch Auszählung von Texten von über 100.000 Buchstaben gewonnen. Es werden sowohl verbesserte Tastaturen für deutsche, englische, französische und niederländische Texte wie auch für gemischt-sprachliche Texte angegeben. Mit den vorgeschlagenen Methoden wurden Verbesserungen der Schreibgeschwindigkeit in der Größenordnung von 7 % – 10 % gegenüber der derzeitigen Standardtastatur erzielt.

Summary: For improving the keyboard of a typewriter a quadratic assignment problem is set up and solved suboptimally. The necessary linguistic data were obtained by counting the different pairs of letters in texts of more than 100.000 letters. Improved keyboards are given for the English, French, German and Dutch as well as for mixed texts. The proposed methods yield improvements of 7 – 10 % compared with the international standard keyboard.

1. Problemstellung

Die Herkunft der Buchstabenanordnung auf dem Tastenfeld unserer Schreibmaschinen liegt im Dunkeln [*Klockenberg*, 1925], doch setzten bereits in der Mitte des 19. Jahrhunderts Versuche ein, so etwa durch *G. Ravizza*, mittels Häufigkeitszählungen von Buchstaben das Tastenfeld zu verbessern. Zum Schreiben eines Textes kommt es jedoch nicht primär auf die Häufigkeit einzelner Buchstaben an, sondern auf die Häufigkeit von Buchstabenkombinationen. *Pollatschek et al.* [1975] zeigten, daß die Häufigkeit einzelner Buchstabenpaare wesentlich für die Schreibgeschwindigkeit ist. Somit sind für die Entwicklung eines möglichst günstigen Tastenfeldes zwei Faktoren wichtig:

1. die Häufigkeit von Buchstabenpaaren im Text, der geschrieben werden soll,
2. die Zeit zwischen dem Anschlag zweier verschiedener Tasten.

¹) Prof. Dr. *Rainer E. Burkard*, Mathematisches Institut der Universität zu Köln, Weyertal 86–90, 5000 Köln 41.

²) Dipl.Math. *Josef Offermann*, Im Sand 78, 5342 Rheinbreitbach.

Mit Hilfe dieser beiden Größen läßt sich ein mathematisches Modell erstellen, in dem die Gesamtzeit minimiert wird, die zum Schreiben eines Textes notwendig ist. Mathematisch gesehen handelt es sich um ein spezielles quadratisches Zuordnungsproblem. Dieses Modell wurde bereits von *Pollatschek* et al. als Grundlage für die Entwicklung einer Schreibmaschinentastatur für das Hebräische verwendet, ohne daß diese Autoren jedoch zu seiner Lösung Verfahren für quadratische Zuordnungsprobleme verwendeten. Bis vor kurzem standen für quadratische Zuordnungsprobleme nur wenig effektive Lösungsverfahren zur Verfügung. In letzter Zeit wurden nun suboptimale Lösungsverfahren für quadratische Zuordnungsprobleme entwickelt, die in geringer Zeit auch für Probleme der hier auftretenden Größenordnung gute suboptimale Lösungen liefern. Damit steht nun von mathematischer Seite ein Hilfsmittel zur Verfügung, möglichst „gute“ Tastenfelder für Schreibmaschinen zu bestimmen.

Zur Erzielung guter Resultate sind verläßliche Eingangsdaten unerläßlich. Wir übernehmen hier die Zeitdaten von *Pollatschek* et al. [1975], doch wären differenziertere und umfangreiche arbeitsmotorische Untersuchungen dringend wünschenswert. Die Häufigkeit von Buchstabenpaaren bestimmten wir für das Deutsche, Englische und Französische an ausgewählten Zeitungstexten aufgrund der Auszählung von jeweils 100.000 Buchstabenkombinationen. Für das Niederländische entnahmen wir die Daten einer Arbeit von *van Berckel* et al. [1965].

Nachdem zunächst in Abschnitt 2 das mathematische Modell erläutert und kurz auf Algorithmen zu seiner Lösung eingegangen wird, werden in Abschnitt 3 einerseits die arbeitsmotorischen Überlegungen zusammengefaßt und zum anderen die sprachstatistischen Untersuchungen durchgeführt. In Abschnitt 4 werden einige verbesserte Tastaturen – sowohl für einzelne Sprachen wie auch für gemischtsprachliche Texte – angegeben und diskutiert. Es zeigt sich, daß mit den vorgeschlagenen Methoden Verbesserungen in der Größenordnung von 7 % – 10 % erreicht werden können.

2. Das Modell und Verfahren zu seiner Lösung

Numerieren wir die mit Buchstaben belegten Tasten einer Schreibmaschine mit $1, 2, \dots, 26$ durch. Es sei nun a_{ip} die Zeit – gemessen in einer geeigneten Einheit – die zum Anschlag der Taste p notwendig ist, wenn vordem die Taste i angeschlagen wurde. Wie in Abschnitt 3 näher ausgeführt werden wird, setzt sich a_{ip} zusammen aus der Zeit, den richtigen Finger zur Taste p zu bewegen und diese anzuschlagen. Numerische Werte für a_{ip} können aus arbeitsmotorischen Untersuchungen gewonnen werden. Wir verwenden in dieser Arbeit für a_{ip} die von *Pollatschek* et al. [1975] ermittelten Werte.

Den Tasten sollen nun Buchstaben zugeordnet werden. Gesucht ist also eine bijektive Abbildung φ der Buchstaben unseres Alphabets auf die Tasten, so daß ein Zielfunktionswert minimal wird. Als Zielfunktion wählen wir die mittlere Zeitdauer, die zum Schreiben eines Textes konstanter Länge notwendig ist. Dazu bestimmen wir Näherungswerte b_{jq} für die Wahrscheinlichkeiten, daß im Text auf den j -ten Buchstaben der q -te Buchstabe folgt. Die Werte b_{jq} wurden im vorliegenden Fall als relative Häufigkei-

ten aus einer Stichprobe von 100.000 Buchstabenpaaren ermittelt (vgl. Abschnitt 3.2). Damit erhalten wir als Optimierungsmodell

$$\min_{\varphi} \sum_{i=1}^{26} \sum_{p=1}^{26} a_{ip} b_{\varphi(i)\varphi(p)} \quad (2.1)$$

Dies ist ein quadratisches Zuordnungsproblem der Dimension $n = 26$. Quadratische Zuordnungsprobleme derartig großer Dimension können nicht mehr optimal gelöst werden, doch wurden in den vergangenen Jahren gute suboptimale Verfahren zu ihrer Lösung entwickelt (vgl. *Burkard* [1975], *Burkard* und *Stratmann* [1976]).

Im gegenständlichen Fall wurde zur Lösung des Problems (2.1) ein modifiziertes Branch and Bound-Verfahren angewandt und die daraus sich ergebenden Lösungen wurden durch Zweier- und Dreieraustauschverfahren weiter verbessert. Als Grundlage des Branch and Bound-Verfahrens wurde die Störungsmethode [*Burkard*, 1973] verwendet. Im einzelnen wurde folgenderweise vorgegangen:

- a) Durch die Störungsmethode wird mit einem Zeitlimit von 8 sec. eine erste Ausgangslösung bestimmt.
- b) In fester Ordnung werden nun jeweils 2 Tasten probeweise paarweise vertauscht. Ergibt sich dadurch eine Verbesserung des Zielfunktionswertes, so wird diese Vertauschung gleich durchgeführt.
- c) Anschließend werden jeweils 3 Tasten probeweise zyklisch vertauscht und Vertauschungen, die eine Verbesserung bringen, werden durchgeführt. Schritt b) und c) werden solange abwechselnd wiederholt, bis keine Verbesserung mehr erreicht wird.
- d) Zu der zuletzt in c) bestimmten Lösung wird die kleinste Stufe k_0 im Verzweigungsprozeß von a) bestimmt, bei der sich eine Änderung ergab.

Beginnend mit dieser Stufe wird erneut ein Branch and Bound Prozeß durchgeführt, wobei sichergestellt wird, daß bereits untersuchte Lösungen nicht mehr betrachtet werden. Nach einer festen Zeit wird zu Schritt b) zurückgekehrt. Das ganze Verfahren wurde nach 4 Minuten Rechenzeit (auf CDC CYBER 72/76 des Rechenzentrums Köln) abgebrochen. Ein Programm für dieses Verfahren wurde von *Stratmann* [1976] erstellt. Da bei anderen Testrechnungen sehr gute Resultate mit dieser kombinierten Methode erzielt wurden [*Burkard* und *Stratmann*, 1976], war zu erwarten, daß auch bei den vorliegenden Problemen ähnlich gute Ergebnisse erreicht werden (vgl. Abschnitt 4).

3.1 Arbeitsmotorische Untersuchungen

Bei der Zusammenstellung der arbeitsmotorischen Daten wurden ausschließlich die Ergebnisse verwendet, die *Pollatschek et al.* [1975] in ihrem Bericht veröffentlichten. Die von ihnen ermittelten Abschlagszeiten setzen sich aus zwei Anteilen zusammen:

Aus der

- a) Zeit zum Drücken der Taste (einschließlich jener Zeit, die notwendig ist, damit die Taste wieder in die Ausgangsstellung zurückkehrt),
- b) Zeit, um den betreffenden Finger auf die richtige Taste zu bewegen.

Die Zeit zum Drücken einer Taste war relativ einfach zu bestimmen. Bei elektromechanischen Schreibmaschinen wird nach leichtem Anschlag der Taste der weitere Bewegungsablauf von der Maschine übernommen und ergibt für alle Tasten die gleiche Zeit. Bei manuellen Schreibmaschinen hingegen ist noch zu berücksichtigen, mit welchem Finger angeschlagen wird. Weitere Untersuchungen in diese Richtung wären wünschenswert.

Die Zeiten für die Bewegung der Finger können recht unterschiedlich ausfallen. Müssen zwei hintereinander folgende Buchstaben mit dem gleichen Finger angeschlagen werden, so muß die volle Bewegungszeit dieses Fingers Berücksichtigung finden (Beispiel „CE“ mit dem Mittelfinger auf der derzeitigen Tastatur). Bei Ungeübten muß diese Bewegungszeit auch einbezogen werden, wenn der Anschlag der folgenden Taste mit einem anderen Finger erfolgt. Bei Geübten jedoch wird diese Bewegungszeit in einigen Fällen verkürzt oder sogar vollständig entfallen. Soll beispielsweise mit dem rechten Zeigefinger nach dem „H“ ein „U“ angeschlagen werden, so verkürzt sich die Bewegungszeit auf die Zeit, die benötigt wird, den Finger sofort auf die Taste „U“ zu führen. Ansonsten ist der Finger von „H“ auf die Grundtaste „J“ zu bewegen und von dort aus erst auf „U“.

Die Bewegungszeit entfällt vollkommen, wenn der folgende Buchstabe mit der anderen Hand angeschlagen werden soll. Bei der Buchstabenkombination „PE“ kann der Mittelfinger der linken Hand bereits auf die Taste „E“ geführt werden, während der kleine Finger der rechten Hand „P“ anschlägt. Wird ein Buchstabenpaar mit der gleichen Hand, aber mit verschiedenen Fingern angeschlagen, wie dies bei „EX“ der Fall ist, so kann man zunächst davon ausgehen, daß auch hier die Bewegungszeit entfällt. Folgende zwei Gründe haben uns jedoch veranlaßt, hier die Bewegungszeit trotzdem zu berücksichtigen:

1. Durch die verminderte Beweglichkeit insbesondere von Ring- und Mittelfinger fällt es schwer, gerade bei einer Kombination wie „EX“, den Ringfinger auf „X“ zu bewegen, während der Mittelfinger „E“ anschlägt.
2. Um eine annähernd gleiche Verteilung der Anschläge auf beide Hände zu erreichen, d.h. um zu verhindern, daß ganze Wortgruppen oder Wörter mit der gleichen Hand geschrieben werden, müssen (wie derzeit zum Beispiel „Wasser“ oder „Gerd“ mit der linken Hand).

Mit diesem Problemkreis setzte sich bereits *Meier* [1967, S. 339] auseinander. Er stellte folgende Gesichtspunkte zusammen, die bei der Entwicklung eines Tastenfeldes berücksichtigt werden sollten:

1. Möglichst häufiger (am besten rhythmischer) Handwechsel.
2. Belegung der 8 Grundtasten mit sehr häufigen Buchstaben.
3. Ungefähr gleichstarke Inanspruchnahme der Hände (mit Bevorzugung der rechten).
4. Starke Belegung der Mittelreihe, dann der Oberreihe, danach der Unterreihe.
5. Entlastung des 4. und 5. Fingers durch Belegung der zugehörigen Tasten mit seltenen Buchstaben.
6. Einschränkung der einander unmittelbar folgenden Anschläge des 3./4. und 4./5. Fingers.
7. Vermeidung von weiteren Spanngriffen, sowohl auswärts wie einwärts.

8. Vermeidung von Sprunggriffen zwischen Ober- und Untertastenreihe und umgekehrt.
 9. Vermeidung des wandernden Fingers, der unmittelbar nacheinander zwei verschiedene Tasten anschlägt.

Von diesen Gesichtspunkten wurden 1., 2., 3., 7., 8. und 9. bei der Erstellung unserer Zeitmatrix in der Bewegungszeit berücksichtigt, Punkt 4 wurde zum Teil berücksichtigt. Auch die jetzt noch nicht berücksichtigten Punkte könnten ohne Schwierigkeiten in die Zeitmatrix eingearbeitet werden, wenn man ein Maß für die Belastbarkeit und Beweglichkeit der einzelnen Finger hätte.

Aufgrund der angegebenen Überlegungen und der Ergebnisse von *Pollatschek et al.* in Tabelle 1 entstand unsere Zeitmatrix für manuelle Schreibmaschinen, die in Tabelle 2 zu finden ist. Die für elektromechanische Schreibmaschinen relevanten Daten lassen sich unmittelbar aus Tabelle 1 entnehmen. Die Zeitmatrix bezieht sich auf jene 26 Tasten des derzeit üblichen Tastenfeldes, die auch heute mit Buchstaben belegt sind. Somit ergeben sich folgende Tasten, denen Buchstaben zugeordnet werden sollen:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	*
20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	*	*	*

Die nicht zu belegenden Tasten sind mit „*“ gekennzeichnet.

Bewegungsart	Elektromechanisch		Manuell	
	Gleiche Hand	Andere Hand	Gleiche Hand	Andere Hand
Gleiche Reihe, ohne Bewegung	3.7	3.7	5.3	5.3
Gleiche Reihe, Bewegung zur Seite	5.0	3.7	6.6	5.3
Eine Reihe höher	5.0	3.7	6.6	5.3
Eine Reihe tiefer	5.0	3.7	7.3	5.3
Zwei Reihen höher oder tiefer	5.7	3.7	8.5	5.3

Tab. 1: Anschlagszeiten [*Pollatschek et al.*, 1975]. Eine Stunde entspricht 100.000 Zeiteinheiten. Die angegebenen Zeiten entsprechen etwa den Anschlagszeiten einer durchschnittlichen Stenotypistin.

Eine andere Anordnung der nicht mit Buchstaben belegten Tasten kann im mathematischen Modell und in der Zeitmatrix leicht berücksichtigt werden. Um eine solche Änderung objektiv begründen zu können, wäre es notwendig, Hinweise auf die Häufigkeit von Buchstaben- und Zeichenkombinationen in den Texten zu haben. Unserer Information zufolge wurden derartige Untersuchungen bisher lediglich für das Niederländische durchgeführt. [van Berckel et al., 1965].

53	66	66	66	66	53	53	53	53	53	73	53	53	53	66	53	53	53	85	73	73	73	73	53	53	
66	53	66	66	66	53	53	53	53	53	73	53	53	66	53	53	53	73	85	73	73	73	73	53	53	
66	66	53	66	66	53	53	53	53	53	73	53	66	53	53	53	73	73	85	73	73	73	73	53	53	
66	66	66	53	53	53	53	53	53	53	73	73	53	53	53	73	73	73	85	85	53	53	53	53	53	
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	73	73	53	53	53	53	53	53	53	53	53	85	85
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	73	73	53	53	53	53	53	53	53	53	53	85	85
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	73	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	73	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	73	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
66	66	66	66	66	53	53	53	53	53	53	66	53	53	53	53	73	73	73	73	73	73	53	53	53	
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
53	53	53	53	53	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
85	66	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
66	85	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
66	66	85	66	66	53	53	53	53	66	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	73	73
66	66	66	85	85	53	53	53	53	66	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	66	53
66	66	66	85	85	53	53	53	53	66	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	66	53
53	53	53	53	53	85	85	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	66
53	53	53	53	53	85	85	66	66	66	53	53	53	53	66	53	53	53	53	53	53	53	53	53	66	53

Tab. 2: Zeitmatrix für manuelle Schreibmaschinen. Das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte entspricht der Zeit zum Anschlag der j -ten Taste nach der i -ten Taste (Numerierung der Tasten wie im Tastenfeld A). Die Zahlen entsprechen dem 10-fachen der Zeiten in Tabelle 1.

3.2 Sprachstatistische Untersuchungen

Wie bereits Ende des letzten Abschnitts erwähnt wurde, haben wir uns ausschließlich mit der Anordnung von Buchstaben befaßt und somit auch nur Buchstabenpaare in den Häufigkeitsuntersuchungen betrachtet. In Tabelle 3 bis 5 werden die Häufigkeiten für Buchstabenpaare in den Sprachen Deutsch, Englisch und Französisch wiedergegeben. Diese Häufigkeiten wurden durch Auszählungen von 100.000 Buchstabenpaaren in Texten der folgenden Tageszeitungen gewonnen:

- Deutsch: Frankfurter Allgemeine, Die Welt
- Englisch: The Times, The Daily Telegraph
- Französisch: Le Monde, Le Figaro

Untersuchungen im Niederländischen führten bereits van Berckel et al. [1965] mit 187.778 Buchstabenpaaren durch, das Ergebnis ist in Tabelle 6 zu finden.

Alle Häufigkeitstabellen sind wie folgt zu interpretieren:

Der erste Buchstabe eines Paares ist in der Zeile zu suchen, der zweite in der Spalte. Im Schnittpunkt der Zeile und Spalte steht dann die Häufigkeit des betreffenden Buchstabenpaares. So ergibt sich etwa die Häufigkeit des Paares „BE“ in der deutschen Sprache bezogen auf 100.000 Buchstabenpaare zu 1300.

47	348	316	74	12	141	338	309	35	3	84	714	367	1153	7	71	0	687	+32	507	975	38	6	6	8	7	151
175	9	0	4	1300	12	41	18	183	6	3	102	2	7	84	0	0	150	84	54	148	2	13	0	0	1	11
19	0	6	9	12	0	1	3100	3	1	209	9	3	1	22	0	0	102	36	34	160	0	2	0	0	0	0
575	10	5	3	2729	10	10	6	1186	0	4	48	46	30	103	11	0	4501	1311	512	326	26	11	43	6	68	
265	165	249	45	162	391	398	2339	4	132	747	479	4754	32	51	3	163	30	257	45	2	1	0	5	10	16	
190	3	0	10	313	112	31	4	91	2	132	76	2	16	104	5	1	189	199	149	100	2	1	0	5	10	
197	6	0	4	1869	19	7	2	18	3	126	7	41	39	0	0	0	596	113	594	107	5	67	0	4	12	
626	11	3	5	1232	12	5	4	207	2	26	230	185	204	132	1	0	250	1038	1093	25	65	2	4	0	42	
17	50	1029	149	2067	53	471	157	3	0	151	370	292	2105	220	18	3	0	0	0	1	28	0	0	0	9	
171	0	0	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	113	32	218	116	1	4	0	0	1	
286	4	23	99	802	49	64	13	787	2	33	639	27	43	126	11	0	9	239	332	186	12	1	0	0	3	
473	80	2	3	2	567	9	5	581	0	5	23	244	4	101	80	0	1	44	85	101	0	6	0	0	28	
378	41	3	2	1	1045	69	534	9	171	59	57	394	184	33	5	0	21	496	701	194	24	36	1	0	19	
47	56	36	1458	1176	112	1045	69	534	9	171	59	57	394	184	33	0	590	157	114	26	17	48	3	7	182	
168	0	0	11	6	0	56	119	7	7	35	344	193	769	13	73	0	391	13	42	44	0	0	0	0	0	
188	0	0	5	111	43	0	25	107	0	2	75	2	1	146	56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
539	180	75	426	1251	119	211	129	548	12	212	190	122	229	367	41	0	89	483	601	314	20	77	2	13	4	
212	84	1132	18	941	46	77	51	684	10	72	47	50	9	32	278	0	62	359	1423	92	42	66	0	8	13	
381	36	5	6	2158	29	38	85	595	3	20	160	21	24	139	5	1	302	419	333	197	18	98	0	9	28	
35	64	213	35	144	386	94	26	10	1	38	62	270	1624	1	56	0	426	463	284	2	13	4	0	0	0	
222	1	0	1	523	0	0	0	97	0	0	0	0	0	525	1	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	
298	1	0	1	591	0	0	2	480	14	0	1	1	5	153	0	1	0	4	7	67	0	0	0	0	0	
5	0	1	1	6	0	0	0	15	0	1	0	0	0	0	14	0	3	13	1	3	0	0	0	0	1	
0	1	1	2	10	0	1	1	1	0	4	0	30	8	3	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
37	1	1	2	402	6	10	2	177	1	5	13	3	3	19	0	0	0	0	0	71	520	4	10	1	2	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	

Tab. 3: Häufigkeiten der Buchstabenpaare im Deutschen, bezogen auf 100.000 Buchstabenpaare. Der erste Buchstabe eines Paares steht in der Zeile, der zweite in der Spalte.

4	284	348	391	18	92	240	18	453	9	138	1035	314	1747	10	191	0	1058	897	1362	143	241	80	11	299	10
161	20	11	4	599	0	0	0	57	19	137	226	2	0	248	0	0	161	41	9	237	9	0	0	1	194
426	4	79	4	643	3	0	595	241	5	17	182	2	10	195	1	0	156	12	375	106	0	0	1	45	0
222	2	7	61	758	4	23	2	390	1	28	586	37	1388	62	180	34	2123	1306	367	36	253	140	194	147	38
717	32	542	1148	410	194	118	26	390	3	1	423	1	0	530	1	0	274	27	10	75	0	0	0	3	0
184	0	0	8	283	195	44	230	140	0	1	63	2	69	175	1	0	194	27	10	75	0	4	0	11	0
182	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	12	24	502	1	0	81	17	134	59	1	2	0	24	0
1080	2	2	11	3026	2	8	7	0	1	48	532	246	2407	728	88	7	299	1208	1109	13	256	1	22	5	40
31	0	1	3	247	2	2	1	118	0	0	1	0	0	59	0	0	0	0	53	0	0	0	0	1	0
57	4	15	325	876	46	26	2	2	1	24	1	24	3	1	0	3	42	1	5	0	1	0	4	0	0
30	1	0	0	0	0	0	0	0	0	16	657	21	6	321	18	0	13	143	108	109	30	15	1	470	2
591	102	34	4	779	0	2	0	371	0	3	11	115	15	344	249	0	125	98	0	108	1	0	0	104	0
30	1	0	395	1184	646	71	983	21	353	7	42	70	62	90	473	5	10	6	467	1055	84	46	10	6	102
132	83	106	133	295	1058	57	24	128	6	67	345	566	1818	196	220	1	1253	243	411	931	238	304	11	175	4
330	4	0	0	537	3	0	31	126	0	0	259	13	0	361	150	0	512	50	74	98	0	0	7	0	0
0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	107	0	1	0	1	0
679	19	62	242	1845	29	93	22	796	1	90	103	231	183	741	46	0	129	450	383	105	64	23	0	259	0
262	17	115	6	838	13	1	366	527	0	32	172	66	21	374	198	4	23	408	1134	278	2	27	0	33	0
507	11	58	2	1233	11	2	3556	1074	1	0	114	47	17	1186	6	3	488	321	192	186	1	83	0	192	9
109	90	149	53	144	15	133	1	83	4	2	352	106	455	14	141	0	502	359	469	3	2	2	6	11	5
196	0	0	0	842	0	0	0	2	286	0	0	0	0	63	0	0	0	3	1	0	1	0	0	13	0
436	7	2	7	343	1	0	370	452	0	1	28	7	75	259	0	2	26	36	3	0	1	1	1	7	0
20	0	20	0	0	0	0	0	3	31	0	0	1	0	2	67	0	0	49	3	0	1	1	0	1	0
17	1	4	27	15	159	2	0	7	48	0	2	10	47	17	62	11	0	4	73	11	1	0	5	0	0
11	1	0	0	39	0	0	1	9	0	0	2	0	1	5	0	0	1	1	1	0	5	0	0	0	2
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Tab. 4: Häufigkeiten der Buchstabenpaare im Englischen, bezogen auf 100.000 Buchstabenpaare. Der erste Buchstabe eines Paares steht in der Zeile, der zweite in der Spalte.

10	176	340	135	19	99	246	19	1267	19	9	596	250	1545	11	203	42	878	405	925	718	301	2	6	70	11	A	
153	3	1	2	149	0	0	0	115	8	0	269	0	1	178	1	0	189	25	5	10	159	0	0	0	0	B	
339	0	129	2	939	0	3	496	402	0	13	112	0	3	1028	0	11	132	54	317	184	0	0	0	1	0	C	
402	0	3	15	2976	0	3	324	0	0	0	647	836	2494	238	246	55	0	169	3732	1385	788	243	2	147	8	D	
188	33	585	169	349	174	196	17	130	21	0	23	14	119	277	0	1	183	223	30	751	0	0	0	0	0	E	
239	3	0	1	184	165	1	0	132	0	0	23	14	119	83	0	0	234	3	30	25	1	0	0	13	0	F	
168	0	1	0	149	0	12	3	132	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	G	
241	0	1	0	0	117	0	0	104	0	0	685	220	1168	948	74	318	569	1205	1063	113	179	0	61	2	6	H	
252	104	354	197	1104	142	144	0	11	2	5	0	0	106	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	I
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	4	0	5	3	1	1	1	2	0	0	0	0	0	J
126	0	0	0	93	1	0	0	30	0	1	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	K
1550	145	5	9	2460	3	32	5	675	0	4	528	22	0	279	14	28	3	95	65	301	5	0	14	0	14	L	
357	4	523	491	1205	49	184	2	493	6	5	5	13	295	347	60	16	1101	2070	195	80	0	0	0	0	0	M	
807	0	0	0	505	3	0	38	118	0	0	356	4	0	651	128	1	759	47	102	145	0	0	5	60	0	N	
1008	15	155	184	2531	17	106	5	762	0	4	28	199	174	719	35	22	141	464	465	100	68	1	11	0	0	O	
404	4	102	7	1127	18	3	14	590	4	16	19	51	14	527	157	25	13	566	839	359	1	0	2	17	0	P	
732	8	113	8	1819	2	1	53	1374	0	1	10	9	7	364	5	3	811	303	225	232	0	1	0	15	0	Q	
1225	102	138	98	985	22	52	10	529	38	1	247	59	752	19	117	7	1211	569	481	1	257	3	277	3	0	R	
247	0	0	0	1	659	0	0	320	0	0	2	0	0	204	0	0	0	0	0	0	19	2	0	0	0	S	
13	0	0	0	0	3	0	0	0	2	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	T	
15	0	21	0	29	0	0	0	29	0	0	2	1	0	0	2	39	2	0	3	35	1	3	0	0	0	U	
26	0	2	1	57	0	1	0	1	0	1	10	7	3	7	2	0	0	3	80	3	2	0	0	0	0	V	
10	0	1	0	23	0	0	0	5	0	0	0	0	0	2	13	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	W	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z		

Tab. 5: Häufigkeiten der Buchstabenpaare im Französischen, bezogen auf 100.000 Buchstabenpaare. Der erste Buchstabe eines Paares steht in der Zeile, der zweite in der Spalte.

3164	57	495	516	5	294	610	15	94	6	507	1531	576	4885	1	247	0	1977	500	1796	163	120	10	3	16	11	A	
200	128	0	1	1519	0	0	0	140	2	1	256	0	2	313	0	0	309	5	10	160	3	0	0	2	0	B	
83	3	9	3	166	1	0	2151	148	0	35	23	2	470	3	1	36	5	200	61	1	0	0	0	32	0	C	
1510	28	1	158	7322	4	19	54	1868	16	15	8	12	2	556	21	11	353	405	170	321	24	30	0	1	37	D	
1115	331	415	1114	3393	515	926	222	1061	19	777	2717	688	10606	46	284	11	6584	1264	2991	497	660	266	56	21	518	E	
57	11	12	91	245	103	53	12	110	4	21	39	4	0	135	5	0	119	92	362	20	4	16	0	10	1	F	
336	17	5	216	3896	0	96	61	331	2	4	78	21	20	134	3	0	438	234	127	57	19	5	0	15	0	G	
834	3	0	1	3008	4	0	0	286	1	0	15	8	18	623	0	0	129	1	789	22	3	0	0	0	3	H	
188	21	462	735	2755	46	896	1	3	0	355	375	118	3732	142	75	10	99	1522	1377	18	88	0	2	0	0	I	
379	35	0	3	1389	7	5	79	228	21	232	191	24	15	502	2	0	227	132	309	139	10	85	0	0	0	J	
1170	23	5	512	1816	106	177	22	1097	34	169	563	69	14	448	43	0	11	352	146	196	28	12	0	15	4	K	
899	55	1	109	1754	11	17	6	546	0	3	23	224	64	481	93	0	31	140	69	145	16	4	0	2	13	M	
768	116	146	2401	1012	47	1849	107	1212	14	318	187	64	342	533	20	8	31	1009	918	184	131	75	2	9	150	N	
62	242	239	1301	291	528	8	49	15	270	566	956	1867	1969	955	0	0	2113	237	615	651	454	74	0	4	3	O	
351	13	4	1	582	0	55	33	84	11	3	200	13	19	334	117	0	541	56	80	157	50	6	0	4	17	P	
1140	190	39	1434	2129	13	301	165	1035	0	0	476	427	234	159	1095	86	1	127	869	584	390	187	175	5	23	167	Q
154	70	1005	70	943	20	26	51	301	93	90	336	89	31	232	339	2	24	400	2639	62	61	197	0	24	30	R	
770	48	12	60	3844	6	139	160	1256	52	22	46	34	5	811	12	0	622	585	237	280	88	13	0	11	25	S	
29	83	64	224	81	12	69	8	977	1	136	228	80	489	0	14	0	484	398	218	164	11	350	11	1	0	T	
2203	1	1	1	2117	0	1	0	222	10	0	96	5	0	1212	3	0	299	13	0	23	4	0	0	0	0	U	
973	8	3	30	1356	4	1	5	296	40	3	3	0	6	506	8	0	7	15	0	5	11	8	0	0	0	V	
12	0	7	0	5	0	1	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	W
390	0	2	9	0	9	0	1	0	1	1	17	21	16	5	39	0	0	17	34	4	0	0	0	0	0	0	X
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z		

Tab. 6: Häufigkeiten der Buchstabenpaare im Niederländischen, bezogen auf 100.000 Buchstabenpaare. Der erste Buchstabe eines Paares steht in der Zeile, der zweite in der Spalte.

Ferner wurden in den von uns untersuchten Texten folgende prozentuale Häufigkeiten für einzelne Buchstaben ermittelt:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
D	5.8	2.1	2.8	4.9	16.6	1.7	3.2	4.4	8.1	0.3	1.5	3.8	2.7
GB	8.0	1.6	3.2	3.7	12.4	2.3	1.9	5.1	7.3	0.2	0.6	4.2	2.7
F	8.1	0.8	3.5	4.2	17.3	1.2	1.1	0.7	7.5	0.3	0.1	5.6	2.8
NL	7.6	1.5	1.5	6.2	19.1	0.9	3.4	2.8	5.6	0.3	2.3	3.7	2.3
D/F/GB	7.3	1.5	3.2	4.3	15.4	1.7	2.1	3.4	7.6	0.2	0.7	4.5	2.7

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
D	10.2	2.8	1.1	0.0	7.7	6.4	6.4	3.8	1.0	1.4	0.0	0.1	1.2
GB	7.1	7.6	2.2	0.1	6.5	6.5	9.3	2.6	1.1	1.8	0.2	1.7	0.1
F	7.5	5.4	3.0	1.0	6.9	8.4	7.1	5.6	1.2	0.0	0.4	0.2	0.1
NL	10.4	5.8	1.5	0.0	6.5	4.2	6.7	1.9	2.7	1.6	0.0	0.1	1.4
D/F/GB	8.3	5.3	2.1	0.4	7.0	7.1	7.6	4.0	1.1	1.1	0.2	0.7	0.5

Tab. 7: Prozentuale Häufigkeiten einzelner Buchstaben in den Sprachen Deutsch (D), Englisch (GB), Französisch (F) und Niederländisch (NL) sowie in den ersten 3 Sprachen zusammengekommen.

4. Einige verbesserte Tastaturen

Da in den einzelnen Sprachen die Häufigkeitsverteilung der Buchstabenpaare recht verschieden ausfällt, haben wir zunächst für die einzelnen Sprachen getrennte Tastenfelder entworfen. So liefert etwa das Tastenfeld

z	k	o	g	h	l	m	f	b	r	
a	i	e	u	d	n	c	s	t	*	(D)
y	j	q	x	p	w	v	*	*	*	

für die deutsche Sprache eine günstige Anordnung. Während für das herkömmliche Tastenfeld die Zielfunktionswerte 591 048,5 für manuelle bzw. 422 272,2 für elektromechanische Schreibmaschinen betragen, liefert dieses Tastenfeld einen Wert von 542 928,9 für manuelle bzw. 381 985,8 für elektromechanische Schreibmaschinen. Die

Zielfunktionswerte besagen, daß zum Schreiben eines Textes von 100.000 Buchstabenpaaren mit dieser Tastatur bei den angegebenen Anschlagszeiten 5,429289 bzw. 3,919858 Stunden nötig wären. Mit dieser Tastatur könnte somit die Zeit für das Schreiben eines deutschen Textes um etwa 10 % verringert werden. Diese Tastatur belastet die linke Hand mit etwa 53,8 % und die rechte Hand mit 46,2 % aller Anschläge. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß vier Tasten auf der rechten Seite freibleiben, die für Sonderzeichen verwendet werden. Daher wird sich insgesamt die Belastung der Hände ausgleichen. Da die geringere Beweglichkeit einzelner Finger aufgrund fehlender arbeitsmotorischer Daten in der Zeitmatrix nicht berücksichtigt wurde, kommt es zur ungünstigen Platzierung z.B. von „R“. Eine gründlichere arbeitsmotorische Studie wäre daher sehr zu begrüßen.

Bei der herkömmlichen Tastatur wird aufgrund unserer Daten die linke Hand zu 60,1 % und die rechte zu 39,9 % belastet. Dies entspricht etwa den Ergebnissen, die Meier [1967, S. 342] für die Universaltastatur aufgrund der älteren Zählungen von Kaeding [1897] berichtet.

Analoge Rechnungen lieferten für die Sprachen Englisch, Französisch und Niederländisch die folgenden Resultate:

Englische Tastatur

c	l	n	f	p	k	y	u	o	k
s	t	r	d	m	g	a	i	e	*
v	j	x	b	w	z	g	*	*	*

(GB)

Zielfunktionswert elektromechanisch: 382 343,7 (419 712,2)

Zielfunktionswert manuell: 543 005,3 (586 397,9)

In Klammern wurden die Zielfunktionswerte der derzeitigen englischen Tastatur angegeben.

Französische Tastatur:

p	d	g	l	m	o	g	y	z	h
c	t	s	r	n	a	e	i	u	*
b	f	v	x	j	k	w	*	*	*

(F)

Zielfunktionswert elektromechanisch: 378 344,0 (419 581,9)

Zielfunktionswert manuell: 538 791,2 (587 608,1)

In Klammern wurden die Zielfunktionswerte der derzeitigen französischen Tastatur angegeben.

Niederländische Tastatur:

k	b	w	m	l	y	x	g	a	u	
d	g	t	r	n	o	i	s	e	*	(NL)
p	f	v	z	c	q	j	*	*	*	

Zielfunktionswert elektromechanisch: 378 100,2 (421 345,4)

Zielfunktionswert manuell: 538 868,3 (587 926,4)

Die Zielfunktionswerte der derzeitigen niederländischen Tastatur sind wieder in Klammern angegeben. Alle Werte beziehen sich auf 100.000 Buchstabenpaare.

In England, Frankreich und den Niederlanden stimmen die Grundtastaturen überein, während auf der deutschen Tastatur die Buchstaben Y und Z vertauscht sind.

Infolge der heutigen internationalen Verflechtung sind nationale Tastaturen kaum mehr vertretbar. Um zu einer Tastatur zu gelangen, die für deutsche, englische und französische Texte in gleicher Weise geeignet ist, addierten wir die Häufigkeiten der Buchstabenpaare für diese drei Sprachen und gewannen so eine Häufigkeitsverteilung zur Bestimmung einer internationalen Tastatur.

Ähnlich ging *Meier* [1967, S. 343] vor, indem er aufgrund der Häufigkeit von Buchstabenpaaren in den Sprachen Deutsch, Englisch und Spanisch eine neue Tastatur (Dreisprachentastatur von *Meier*) entwickelte.

Unsere Daten führten auf folgende neue Tastatur: (D/F/GB)

l	m	c	g	b	q	y	a	h	o	
r	t	s	d	p	k	i	e	u	*	
n	v	f	w	x	z	j	*	*	*	

Zielfunktionswert elektromechanisch: 382 094,3 (419 999,5/419 762,4)

Zielfunktionswert manuell: 543 059,1 (588 796,7/588 381,1)

In Klammern wurden die Zielfunktionswerte zunächst der deutschen, dann der englischen (französischen, niederländischen) Tastatur angegeben. Alle Werte beziehen sich wiederum auf 100.000 Buchstabenpaare.

Wählt man diese letzte Tastatur (D/F/GB) als Grundlage, so erfordert das Schreiben eines rein deutschen (englischen, französischen) Textes folgenden Aufwand:

Sprache	Manuell	Elektromechanisch
D	545 241,8	383 781,5
GB	544 514,9	383 572,3
F	539 420,6	378 799,5
NL	546 303,7	382 515,1

Tab. 8: Vergleich der Zielfunktionswerte für die Sprachen Deutsch, Englisch, Französisch, Niederländisch auf der Tastatur (D/F/GB).

Diese aus Kompromissen entstandene Tastatur (D/F/GB) ergibt somit für Texte in einer der vier behandelten Sprachen nur unwesentlich schlechtere Zeiten als die jeweilige Nationaltastatur, weist aber gegenüber der derzeitigen Tastatur in den einzelnen Sprachen eine Verbesserung von 8 – 10 % auf.

Literatur

- Burkard, R.E.*: Die Störungsmethode zur Lösung quadratischer Zuordnungsprobleme. *Op. Res. Verf.* 16, 1973, 84–108.
- : Heuristische Verfahren zur Lösung quadratischer Zuordnungsprobleme. *ZOR* 19, 1975, 183–193.
- Burkard, R.E.*, und *K.-H. Stratmann*: Numerical Investigations on Quadratic Assignment Problems. Report 76–3, Mathematisches Institut, Universität, Köln 1976. (to appear in *Nav. Res. Log. Quart.* 1978).
- Kaeding, F.W.*: Häufigkeitwörterbuch der deutschen Sprache. 1897.
- Klockenberg, E.A.*: Die Rationalisierung der Schreibmaschine und ihre Bedienung. Dissertation, Berlin 1925.
- Meier, H.*: Deutsche Sprachstatistik. Hildesheim 1967.
- Pollatschek, M.A.*, *M. Gershoni* und *Y.T. Tadday*: Improving the Hebrew Typewriter. Report Technion Haifa 1975.
- Stratmann, K.-H.*: Numerische Untersuchungen über Quadratische Zuordnungsprobleme. Diplomarbeit Mathematisches Institut, Universität, Köln 1976.
- van Berckel, J.A.Th.*, *H. Brandt Corstius*, *R.J. Mokken* und *A. van Wijngaarden*: Formal Properties of Newspaper Dutch. *Mathematical Centre Tracts*, Vol. 12, Amsterdam 1965.