

(Aus der Augenklinik des Staatsinstituts für medizinische Wissenschaften in Leningrad. — Vorstand: Prof. *I. Selenkowsky*.)

## Variationsstatistische Untersuchungen über Refraktion.

Von

Dr. phil. et med. **Eugen Tron**,

II. Assistent der Klinik.

Mit 10 Textabbildungen.

Im Laufe der letzten Jahrzehnte hat die Refraktionslehre bedeutsame Abänderungen erfahren. Bis vor kurzem wurde angenommen, daß die 3 Formen der sphärischen Refraktion, die Hypermetropie, Emmetropie und Myopie, in der Mehrzahl der Fälle durch Unterschiede in der Länge der Augennachse bedingt sind, wobei diese 3 Formen sich nicht nur in optischer, sondern auch in pathogenetischer Hinsicht voneinander unterscheiden. Die Achse des hypermetropischen Auges soll infolge einer Entwicklungshemmung eine zu geringe Länge erreichen. Die Achse des myopischen Auges soll dagegen infolge von Nahearbeit oder irgendwelchen pathologischen Einflüssen pathologisch verlängert sein. Dieser Auffassung ist *Steiger* im Jahre 1913 in einem groß angelegten kritischen Werke entgegengetreten. Nach *Steiger* sind Hypermetropie, Emmetropie und Myopie Folgen einer freien Kombination selbständig variierender optischer Konstanten des Auges. Der Refraktionszustand des Auges wird nach dieser Auffassung nicht durch die absolute Länge der Achse, sondern durch die jeweilige Kombination der Achsenlänge und der Brechkraft des Auges bedingt. Von diesem Standpunkte aus sind Hypermetropie, Emmetropie und Myopie nicht grundverschiedene Dinge, sondern bloß verschiedene Glieder einer normalen Variationsreihe. Als Grundlage dieser Auffassung dienten ausschließlich die ausgiebigen Messungen *Steigers* über die Hornhautrefraktion. Falls jedoch wirklich die Variation der einzelnen Elemente des optischen Apparates des Auges die Grundlage für die verschiedenen Refraktionszustände des Auges bilden, so ist es natürlich von großem Interesse, den Charakter der Variationskurven dieser Elemente zu ergründen. Ganz besonderes Interesse beansprucht hierbei die Veränderlichkeit der Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen. Bevor wir jedoch diese Fragen im einzelnen behandeln werden, ist es notwendig, auf die Beschaffung des untersuchten Materials und die Untersuchungsmethodik näher einzugehen.

*Material und Untersuchungsmethodik.*

Um den Charakter der Variationskurve der einzelnen dioptrischen Elemente des Auges festzustellen, ist es an erster Stelle notwendig, über ein genügendes Material von zuverlässigen Messungen zu verfügen, denn zu diesem Zwecke sind eine große Anzahl von Einzelbestimmungen notwendig, um irgendwelche Zufälligkeit in der Auswahl des Materials ausschließen zu können. Zur Zeit kann die Hornhautrefraktion mit Leichtigkeit genügend genau auch an einem großen Material gemessen werden. Ganz anders ist es dagegen in dieser Hinsicht mit den optischen Elementen der Linse bestellt. Wir verfügen in dieser Hinsicht über zwei Methoden: Messungen mit dem Helmholtz'schen Ophthalmometer und mit dem Ophthalmophakometer von *Tschernig*. Das letztere Verfahren ist einfacher sowohl hinsichtlich der Messungen selbst als auch bezüglich der nachher erforderlichen Berechnungen. Bei der Besprechung der Zuverlässigkeit der ophthalmophakometrischen Methode hebt *Gullstrand* in der 3. Auflage der physiologischen Optik von *Helmholtz* hervor, daß, trotzdem diese Methode gewisse prinzipielle Fehler aufweist, sie immerhin jedoch hinreichend genaue Resultate ergibt. Außerdem mußten bei der Wahl der Untersuchungsmethodik noch die folgenden Momente beobachtet werden.

Die Messungen der Linse sind so langwierig und schwierig, daß es einem einzelnen Untersucher wohl kaum möglich ist, das zur variationsstatistischen Bearbeitung notwendige große Material zusammenzubringen. In dieser Hinsicht muß Material verschiedener Forscher zusammen verarbeitet werden. Die Zahl der mit dem Helmholtz'schen Ophthalmometer gewonnenen Messungen ist an und für sich nicht sehr groß und außerdem hat jeder einzelne Untersucher nur eine verhältnismäßig geringe Zahl solcher Linsenmessungen veröffentlicht. Ganz anders ist es mit den Messungen mit dem Tschernig'schen Ophthalmophakometer bestellt. Es sind darauf bezüglich zwei große Arbeiten vorhanden, die insgesamt 161 Augen umfassen, und zwar: *Averbach*: „Zur Dioptik der verschiedenen Refraktionszustände des Auges“ (86 Augen) und *Zeeman*: „Linsenmessungen und Emmetropisation“ (75 Augen). Die verhältnismäßig geringe Schwierigkeit der Messung bei hinlänglich genauen Ergebnissen, sowie auch die Anwesenheit einer großen Anzahl von Linsenmessungen, die von nur 2 Untersuchern an einer großen Anzahl von Augen ausgeführt worden sind, veranlaßten mich, mich mit den ophthalmophakometrischen Messungen nach *Tschernig* zu befassen.

Bei Linsenmessungen ist der jeweilige Akkommodationszustand des Auges von ausschlaggebender Bedeutung, denn bekanntlich ändert sich im Verlaufe der Akkommodation sowohl die Dicke der Linse als auch der Radius der Vorderfläche bedeutend. Falls man die Untersuchungs-

methodik von *Averbach* und *Zeeman* in dieser Hinsicht betrachtet, so ist leicht ersichtlich, daß in diesen beiden Arbeiten die Wirkung der Akkommodation nicht in gleicher Weise beachtet wurde. Bei *Averbach* fixierten die Augen der verschiedensten Refraktion im Verlaufe der Messungen ein Fixationsobjekt, das am Bogen des Ophthalmophakometers in einem Abstand von 86 cm vom Auge befestigt war. Hierbei wurde, um die Messungen zu erleichtern, eine Dilatation der Pupille durch Homotropineinträufelung erzeugt, wobei, wie Kontrolluntersuchungen zeigten, im Verlaufe des zur Linsenmessung erforderlichen Zeitintervalls keinerlei Lähmung der Akkommodation festgestellt werden konnte. Bei solcher Untersuchungsmethodik war selbstverständlich der Akkommodationszustand der Augen mit verschiedener Refraktion, die alle ein im Abstand von 86 cm befindliches Objekt fixierten, ein ganz verschiedener. Es wurden daher manche Augen (Emmetropie und geringe Hypermetropie) bei nur geringer Akkommodationsanstrengung, andere (höhere Hypertropie) bei bedeutender Akkommodationsanstrengung und weitere (Myopie) bei völliger Akkommodationsruhe untersucht. Daher muß das Material von *Averbach* als nicht ganz gleichartig aufgefaßt werden, und darum war ich gezwungen, aus der Arbeit von *Averbach* alle Augen mit einer Hypertropie von mehr als 1,0 aus der weiteren Bearbeitung auszuschließen. Die Verwendung von Augen mit Emmetropie oder geringer Hypermetropie scheint mir wohl zulässig, da bei einem Abstand des Fixationsobjekts in 86 cm die Akkommodationsanstrengung nur gering ist und außerdem *Maklakoff* ebenfalls durch ophthalmophakometrische Messungen nachgewiesen hat, daß die Veränderungen der Linsenmasse im Verlaufe der Akkommodation parallel zur Akkommodationsanstrengung verlaufen. Es wurden daher von den 86 Augen der Averbachschen Arbeit nur 70 zur weiteren Verarbeitung verwandt.

Ganz anders ist es um die Messungen von *Zeeman* bestellt. An Stelle des üblichen Fixationsobjekts befestigt er am Bogen des Ophthalmophakometers eine neue Fixationsmarke folgender Konstruktion. Eine kleine Metallplatte mit dünnem kreuzförmigen Schlitz wurde von hinten her durch ein elektrisches Lämpchen beleuchtet. Vor der Fixationsmarke war eine Sammellinse von 10,0 D. befestigt, die frei nach vorne oder nach hinten verschoben werden konnte. Je nachdem in welcher Entfernung diese Linse sich vor der Metallplatte befand, erhielt das fixierende Auge ein paralleles, konvergentes oder divergentes Strahlenbündel. Es konnte daher, falls die Refraktion des Auges bekannt war, die Akkommodation ausgeschaltet werden. Daher ist das Material von *Zeeman* hinsichtlich der Akkommodation gleichartig gestaltet und alle 75 Augen konnten bei der weiteren Verarbeitung verwendet werden. Dieses Material von insgesamt 145 Augen ist jedoch an und für sich nicht besonders groß,

und außerdem sind die verschiedenen Refraktionen sehr ungleichmäßig vertreten. Daher habe ich Messungen an 55 Augen angestellt, vorwiegend hypermetropischer Refraktion. Die Akkommodation wurde durch Atropin ausgeschaltet, die Refraktion skiaskopisch bestimmt, die Hornhaut am Ophthalmometer von *Javal-Schiötz* gemessen (ebenso wie bei *Zeeman* und *Averbach*). Die Tiefe der Vorderkammer, sowie auch die Elemente der Linse wurde vermittels des Tschernigschen Ophthalmometers bestimmt.

Die Angaben von *Averbach* mußten noch weitgehend durchgerechnet werden, da in seinen Tabellen nur Tiefe der Vorderkammer, Dicke der Linse, Radien der brechenden Flächen und Refraktion des Auges angegeben sind. Aus diesen Daten habe ich die Brechkraft der Hornhaut, Linse und des Gesamtauges, sowie auch die Achsenlänge berechnet. Aus den Angaben von *Zeeman* habe ich nur die Achsenlänge einer geringen Umrechnung unterzogen. *Zeeman* berechnete die Achsenlänge bei seinen Messungen folgendermaßen: Bei Emmetropie entspricht die Achsenlänge dem Abstände des hinteren Brennpunkts des Auges von der Hornhaut; bei Hypermetropie oder Myopie wurde für jede 3,0 D. vom Abstand des hinteren Brennpunkts von der Hornhaut je 1,0 mm abgezogen oder zugefügt. Eine solche Berechnungsweise ergibt jedoch nur annähernd die Achsenlänge des Auges, wie es auch *Zeeman* selbst betont. Daher habe ich in jedem Einzelfall des Zeemanschen Materials die Achsenlänge genauer berechnet, wobei die Brechkraft des Auges, der Abstand des zweiten Hauptpunkts von der Cornea und die Refraktion beachtet wurden.

Das Gesamtmaterial der vorliegenden Arbeit umfaßt also 200 am Ophthalmophakometer gemessene Augen, und zwar 75 *Zeeman*, 70 *Averbach* und 55 *Tron*. Besonders günstig war auch, daß mir dank der Liebenswürdigkeit des Prof. *W. P. Odinzoff* derselbe Ophthalmophakometer zur Verfügung stand, mit dem seinerzeit *Averbach* gearbeitet hat. Die einzelnen Refraktionen sind am Material folgendermaßen vertreten: Hypermetropie 71, Emmetropie 53 und Myopie 76. Weitere Einzelheiten hinsichtlich der Refraktion sind aus Tab. 2 zu ersehen.

Eine statistische Verarbeitung von Messungen verschiedener Untersucher ist nur dann gerechtfertigt, falls die Angaben der einzelnen Autoren nicht zu stark differieren. In Tab. 1 sind die Mittelwerte der einzelnen Autoren für die verschiedenen dioptrischen Elemente des Auges zusammengestellt. Im ganzen besteht eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung, und ich glaube, daß die bestehenden Differenzen wohl kaum eine gemeinsame Bearbeitung des Materials behindern können. Es ist von Wichtigkeit, daß die Mittelwerte für die einzelnen dioptrischen Elemente des Auges des Gesamtmaterials auch gut mit dem schematischen Auge von *Gullstrand* übereinstimmen.

Tabelle 1. Mittelwerte der dioptrischen Elemente des Auges.

Verfasser	Dioptrisches Element				
	Radius			Tiefe der Vorder- kammer	Dicke der Linse
	Hornhaut- vorderfläche	Vorderfläche der Linse	Hinterfläche der Linse		
<i>Averbach</i> . . . . .	8,01	10,76	5,93	3,65	3,92
<i>Zeeman</i> . . . . .	7,92	10,96	5,83	3,72	3,65
<i>Tron</i> . . . . .	7,48	10,67	5,60	3,94	3,01
Gesamtmaterial . .	7,76	10,77	5,89	3,77	3,60
<i>Gullstrand</i> . . . . .	7,70	10,00	6,00	3,60	3,60

In der nachfolgenden Tabelle 2 sind Brechkraft der Hornhaut, der Linse, des Auges, Achsenlänge und Refraktion der gemessenen 200 Augen zusammengestellt. Die einzelnen dioptrischen Elemente des Auges sind nicht angeführt, da sie für die Mehrzahl der Fälle schon in den Arbeiten von *Averbach* und *Zeeman* veröffentlicht sind.

#### *Die Variationskurve der optischen Elemente des Auges.*

Es ist schon lange bekannt, daß man bei Messungen irgendwelcher Eigenschaften lebender Organismen eine Zahlenreihe bekommt, in der die einzelnen Größen um so seltener vorkommen, je mehr sie vom Mittelwert abweichen. In einer idealen Variationsreihe verteilen sich dabei die einzelnen Glieder der Reihe — die Varianten — entsprechend der Zahlenreihe des Binoms von Newton. Die graphische Darstellung einer solchen Variationsreihe ergibt die sog. normale, binominale Variationskurve; diese Kurve besteht aus einem aufsteigenden und absteigenden Schenkel und ihr Gipfel entspricht dem Mittelwert der Variationsreihe. Die normale Binominalkurve ist durch ihre vollkommene Symmetrie charakterisiert. Es ist schon lange bekannt, daß die einzelnen optischen Elemente des Auges sehr stark variieren, jedoch der Verlauf der Variationskurve ist nur für die Brechkraft der Hornhaut erforscht. *Steiger* konnte an einem Material von 5000 Hornhautmessungen nachweisen, daß die Variationskurve der Hornhautrefraktion sehr gut mit der Binominalkurve übereinstimmt. Weiterhin will ich am Material von 200 Augen zeigen, wie es in dieser Hinsicht um die anderen dioptrischen Elemente des Auges bestellt ist.

Eine jede Variationsreihe (Variationskurve) ist durch die folgenden 4 Konstanten charakterisiert: 1. Mittelwert, 2. Standartabweichung oder Streuung, 3. Schiefheitsziffer und 4. Exzeß. Ich möchte hier kurz auf den Inhalt dieser Begriffe eingehen. Der Begriff des Mittelwerts ist wohl ohne irgendwelche Erläuterungen verständlich. Die Standardabweichung oder Streuung dient als Charakteristik der Variabilität des betreffenden Merkmals. Die Mehrzahl der Glieder der Variationsreihe (Varianten) unterscheiden sich mehr oder weniger von dem Mittelwert

(Fortsetzung des Textes auf S. 10.)

Tabelle 2.

*Brechkraft der Hornhaut, der Linse, des Auges, Refraktion und Achsenlänge von 200 Augen.*

Nr.	Autor	Refraktion	Brechkraft			Achsenlänge
			Hornhaut	Linse	Auge	
1	T.	+ 7,0	43,76	25,52	64,48	20,51
2	„	+ 7,0	43,21	28,29	66,19	20,23
3	Z.	+ 6,5	45,20	24,41	68,96	19,83
4	„	+ 6,0	44,50	30,44	69,44	19,71
5	„	+ 6,0	40,90	32,89	63,57	21,66
6	„	+ 6,0	42,60	28,92	66,23	20,50
7	„	+ 5,5	41,90	26,10	68,69	21,09
8	„	+ 5,0	42,80	31,01	68,96	20,07
9	„	+ 5,0	42,70	25,21	63,29	21,46
10	„	+ 5,0	42,20	24,48	62,89	21,58
11	T.	+ 5,0	44,93	27,56	65,20	20,04
12	„	+ 5,0	44,93	29,80	69,00	19,99
13	„	+ 4,0	42,12	29,68	65,98	21,29
14	„	+ 4,0	42,66	27,90	65,22	21,35
15	Z.	+ 4,0	40,80	24,79	61,35	22,34
16	„	+ 4,0	44,30	27,62	66,23	21,02
17	„	+ 4,0	40,90	28,20	64,10	21,72
18	„	+ 4,0	42,00	28,68	65,32	21,40
19	„	+ 4,0	42,40	27,96	65,36	21,31
20	„	+ 3,5	41,40	28,99	64,93	21,87
21	„	+ 3,5	42,50	27,39	64,10	22,06
22	T.	+ 3,5	46,16	27,25	67,86	20,57
23	„	+ 3,0	46,81	26,21	67,12	20,76
24	Z.	+ 3,0	41,30	24,70	61,73	20,64
25	„	+ 2,5	42,40	25,95	66,02	21,30
26	„	+ 2,5	40,20	23,95	60,72	23,13
27	„	+ 2,5	41,60	26,67	63,49	22,32
28	„	+ 2,5	46,80	28,43	70,08	21,47
29	T.	+ 2,5	45,54	21,97	63,26	21,87
30	Z.	+ 2,0	45,30	28,55	68,03	21,08
31	„	+ 2,0	43,05	27,72	71,94	20,17
32	T.	+ 2,0	44,34	28,09	66,65	21,48
33	„	+ 2,0	43,05	25,24	63,39	22,37
34	„	+ 1,75	44,93	27,64	66,77	21,51
35	Z.	+ 1,5	42,40	25,04	62,81	22,62
36	„	+ 1,0	42,90	19,26	61,10	22,33
37	„	+ 1,0	43,20	23,28	62,11	22,87
38	T.	+ 1,0	45,85	28,02	68,09	20,35
39	„	+ 1,0	45,23	28,55	68,45	21,00
40	„	+ 1,0	46,16	32,54	71,92	19,76
41	„	+ 1,0	46,16	25,18	66,29	21,57
42	„	+ 1,0	45,54	27,84	67,91	21,23
43	„	+ 1,0	48,00	24,44	67,45	21,11
44	„	+ 1,0	47,33	25,86	67,86	21,13
45	„	+ 1,0	48,14	23,79	67,34	21,03

Tabelle 2 (Fortsetzung).

Nr.	Autor	Refrak- tion	Breckkraft			Achsenlänge
			Hornhaut	Linse	Auge	
46	A.	+ 0,75	40,98	26,67	62,23	23,50
47	„	+ 0,75	41,90	26,35	62,83	23,18
48	„	+ 0,75	40,48	26,82	62,16	23,45
49	„	+ 0,75	42,37	24,37	62,09	23,06
50	„	+ 0,75	41,90	22,89	60,32	23,73
51	„	+ 0,75	40,48	27,95	63,03	22,97
52	„	+ 0,75	42,97	22,17	60,92	23,31
53	„	+ 0,5	43,93	27,26	65,76	22,02
54	„	+ 0,5	42,91	27,12	64,85	22,42
55	„	+ 0,5	39,86	25,64	60,80	23,87
56	„	+ 0,5	42,97	27,50	65,00	22,50
57	„	+ 0,5	42,58	27,05	64,38	22,51
58	„	+ 0,5	41,69	26,66	64,22	22,43
59	„	+ 0,5	43,70	29,87	67,61	21,72
60	T.	+ 0,5	46,16	22,77	64,41	22,19
61	„	+ 0,5	47,50	28,94	70,21	20,75
62	„	+ 0,5	44,93	28,76	67,80	21,58
63	„	+ 0,5	44,93	32,74	71,36	20,65
64	„	+ 0,5	46,81	27,84	69,01	21,02
65	„	+ 0,5	45,85	28,40	68,29	20,97
66	„	+ 0,5	45,85	30,05	69,66	20,98
67	„	+ 0,5	46,81	26,81	67,80	21,32
68	„	+ 0,5	46,16	25,81	66,60	21,47
69	„	+ 0,5	48,49	26,47	69,55	20,74
70	„	+ 0,5	46,16	21,10	62,94	22,61
71	„	+ 0,5	48,14	22,02	66,57	21,74
72	„	Emmetr.	46,16	25,80	66,53	21,67
73	„	„	48,14	23,90	67,07	21,19
74	„	„	46,81	26,51	68,35	21,19
75	„	„	46,81	28,80	69,60	21,10
76	„	„	44,93	29,18	68,94	21,17
77	„	„	46,81	26,93	68,07	21,48
78	„	„	46,48	23,15	64,85	22,22
79	„	„	46,81	29,94	70,79	20,76
80	„	„	47,80	27,06	69,56	20,98
81	„	„	48,14	29,64	71,15	20,84
82	„	„	47,80	30,80	72,10	20,40
83	„	„	46,50	28,80	69,55	21,07
84	„	„	46,81	28,34	69,21	21,20
85	Z.	„	38,80	22,84	57,47	25,40
86	„	„	41,50	20,19	57,80	24,90
87	„	„	40,90	27,61	63,29	23,30
88	„	„	43,00	27,22	64,93	22,53
89	„	„	37,00	24,48	57,47	25,46
90	„	„	42,00	29,77	65,96	22,70
91	„	„	43,10	25,96	64,09	22,90
92	„	„	44,70	26,51	66,23	22,00
93	„	„	43,40	24,30	62,89	23,10

Tabelle 2 (Fortsetzung).

Nr.	Autor	Refraktion	Breckkraft			Achsenlänge
			Hornhaut	Linse	Auge	
94	Z.	Emmetr.	43,60	22,58	61,73	23,50
95	"	"	42,70	24,50	62,50	23,50
96	"	"	43,60	23,04	62,89	23,50
97	"	"	43,10	23,29	61,35	23,80
98	"	"	42,40	27,30	64,93	22,70
99	"	"	44,25	27,36	67,11	22,10
100	"	"	40,80	22,42	58,14	24,90
101	"	"	45,10	24,98	65,36	22,30
102	"	"	42,70	26,34	64,09	22,90
103	"	"	42,70	27,27	65,79	22,50
104	"	"	43,10	24,90	63,29	23,01
105	"	"	41,40	28,92	64,93	22,83
106	"	"	43,20	34,09	71,94	21,00
107	"	"	42,10	22,80	60,24	24,20
108	"	"	39,10	24,75	59,52	24,70
109	"	"	40,75	22,86	59,16	24,80
110	A.	"	39,86	23,12	58,60	24,77
111	"	"	42,58	22,21	60,35	23,70
112	"	"	43,58	27,82	66,20	22,06
113	"	"	42,00	24,80	62,23	23,27
114	"	"	41,18	25,86	62,07	23,57
115	"	"	43,98	31,15	68,74	21,61
116	"	"	44,62	25,46	66,18	22,82
117	"	"	41,38	27,22	62,95	22,94
118	"	"	44,80	25,99	65,94	22,08
119	"	"	42,11	28,67	65,13	22,67
120	"	"	42,38	28,87	65,43	22,58
121	"	"	44,33	28,63	67,88	21,99
122	"	"	40,88	30,78	65,64	22,64
123	"	"	42,21	25,71	63,15	23,05
124	"	"	41,79	26,31	63,26	23,26
125	"	— 0,5	42,11	23,13	60,90	23,90
126	T.	— 0,5	44,93	25,50	65,29	22,51
127	"	— 0,5	46,16	27,55	68,14	21,62
128	A.	— 0,75	43,58	28,33	66,35	22,82
129	"	— 0,75	44,33	23,28	63,60	22,80
130	"	— 1,0	39,48	22,74	58,05	25,31
131	"	— 1,0	40,38	26,21	61,69	24,10
132	Z.	— 1,0	42,00	23,80	60,98	24,79
133	"	— 1,0	42,80	27,00	64,10	23,77
134	T.	— 1,25	45,54	29,58	68,71	22,01
135	Z.	— 1,5	43,70	24,12	63,26	23,53
136	"	— 1,5	41,08	23,88	59,59	24,90
137	"	— 1,5	42,38	23,95	61,66	23,88
138	A.	— 1,5	40,80	25,17	60,98	24,75
139	Z.	— 2,0	42,40	24,30	61,92	24,30
140	"	— 2,0	44,25	26,10	64,93	23,13
141	"	— 2,0	41,80	19,65	57,80	25,74



Tabelle 2 (Fortsetzung).

Nr.	Autor	Refraktion	Brechkraft			Achsenlänge
			Hornhaut	Linse	Auge	
142	Z.	— 2,0	44,80	24,30	64,10	23,50
143	„	— 2,25	44,80	24,30	64,10	23,50
144	A.	— 2,5	41,90	25,81	62,41	24,39
145	„	— 2,5	40,38	25,19	60,75	24,95
146	„	— 2,5	40,38	24,43	59,80	24,86
147	„	— 2,5	42,80	26,54	63,86	23,83
148	Z.	— 3,0	43,70	24,68	63,69	23,91
149	„	— 3,0	45,40	21,22	62,11	23,97
150	„	— 3,0	43,00	23,12	61,73	24,65
151	„	— 3,25	43,20	25,50	63,26	24,36
152	A.	— 3,25	42,48	25,89	63,01	24,45
153	Z.	— 3,5	39,70	24,30	59,52	25,69
154	A.	— 3,75	42,91	28,28	66,16	23,90
155	„	— 3,75	43,47	26,49	64,75	23,82
156	„	— 4,0	43,92	26,48	65,10	23,78
157	„	— 4,0	41,38	27,16	63,32	24,55
158	„	— 4,0	43,58	24,89	63,82	24,06
159	Z.	— 4,0	44,40	25,12	64,51	24,08
160	„	— 4,0	42,60	22,82	60,98	25,45
161	„	— 4,0	43,50	24,47	63,29	24,43
162	„	— 4,0	40,00	23,04	58,82	26,37
163	„	— 4,5	42,21	20,81	58,82	26,07
164	A.	— 4,5	41,90	24,19	61,14	25,49
165	Z.	— 4,75	44,60	22,60	62,50	24,03
166	„	— 5,0	44,00	27,28	65,79	24,04
167	A.	— 5,0	40,98	23,33	59,77	26,23
168	„	— 5,5	41,90	27,58	64,01	25,07
169	„	— 5,5	41,38	28,58	64,01	24,67
170	„	— 6,0	45,28	25,64	65,71	24,42
171	„	— 6,0	42,26	24,95	62,32	25,63
172	T.	— 6,0	45,85	31,34	70,30	22,97
173	„	— 7,0	48,14	24,45	67,52	23,70
174	A.	— 7,0	41,79	23,03	60,17	27,03
175	T.	— 8,0	45,54	30,36	69,36	23,92
176	Z.	— 8,0	42,50	26,21	63,29	26 36
177	„	— 8,0	45,40	25,88	66,53	24,83
178	A.	— 8,0	46,03	29,29	69,45	23,64
179	T.	— 9,0	49,93	31,56	74,60	22,26
180	„	— 9,0	49,93	33,50	76,11	21,88
181	„	— 10,0	48,14	28,41	70,74	23,78
182	Z.	— 11,0	41,20	23,16	59,67	29,45
183	A.	— 12,0	45,41	27,70	67,61	25,88
184	„	— 13,0	42,53	25,46	63,47	28,23
185	„	— 14,0	46,73	30,08	70,92	25,29
186	„	— 15,0	42,58	28,01	65,11	28,72
187	„	— 16,0	41,69	25,08	61,77	31,02
188	„	— 17,0	41,58	27 35	63 46	30,93
189	„	— 17,0	42,58	28,98	65,73	29,58

Tabelle 2 (Fortsetzung).

Nr.	Autor	Refraktion	Brechkraft			Achsenlänge
			Hornhaut	Linse	Auge	
190	A.	— 17,0	44,10	28,26	66,83	28,77
191	„	— 17,0	42,37	25,28	63,60	30,57
192	„	— 17,0	42,48	28,18	65,23	29,76
193	„	— 18,0	45,41	27,81	67,68	28,77
194	„	— 18,0	43,81	25,81	63,44	31,10
195	„	— 19,0	41,38	22,49	59,55	34,77
196	„	— 19,0	43,58	28,73	66,56	30,14
197	„	— 20,0	43,90	25,31	63,15	32,65
198	„	— 21,0	43,69	24,16	63,24	33,38
199	„	— 21,0	44,68	25,48	62,59	31,84
200	„	— 25,5	40,93	22,60	59,11	41,65

der Variationsreihe. Die Streuung läßt sich folgendermaßen berechnen. Die Abweichung einer jeden Variante der Reihe wird ins Quadrat erhöht, die so erhaltenen Zahlen werden summiert. Die Streuung ist die Quadratwurzel dieser Summe. Die Streuung besitzt die Vorzeichen  $\pm$  und ist immer in denselben Maßeinheiten ausgedrückt wie das zu messende Merkmal, so z. B. bei der Hornhautrefraktion in Dioptrien. Daher kann die Streuung nicht zum Vergleich der Variation in 2 Reihen dienen, die sich in 2 verschiedenen Maßeinheiten ausdrücken, wie z. B. Achsenlänge und Brechkraft. Zu diesem Zwecke wird unter Berücksichtigung der Streuung der Variationskoeffizient berechnet, der sich in Prozenten ausdrückt.

Es wurde oben schon hervorgehoben, daß sich die normale Variationskurve durch ihre vollkommene Symmetrie auszeichnet. Diejenigen empirischen Variationskurven, die man aber gewöhnlich auf Grund von Messungen erhält, sind gewöhnlich mehr oder weniger asymmetrisch. Der Grad der Asymmetrie dieser Kurven, d. h. ihre Abweichung von der idealen Symmetrie der Binominalkurve wird durch die Schiefheitsziffer ausgedrückt. Der Exzeß kennzeichnet die Abweichung der Höhe der empirischen Kurve von der Höhe der normalen Variationskurve. Die empirische Kurve ist hochgipfelig, falls der Exzeß positiv, und niedriggipfelig, falls der Exzeß negativ ist. Die Schiefheitsziffer und der Exzeß wurden von mir nach den Angaben, die in den Werken von *Johannsen* und *Philipstschenko* gegeben sind, berechnet. Die bei der Bearbeitung der Variationsreihen der einzelnen dioptrischen Elemente erhaltenen Konstanten für das Material von 200 Augen sind in Tab. 3 zusammengestellt.

Für die Bewertung, inwiefern eine empirische Variationsreihe der normalen Binominalkurve entspricht, sind insbesondere die Schiefheitsziffer und der Exzeß von Bedeutung. Hierbei muß folgendes beachtet

Tabelle 3. *Konstanten der Variationsreihen der dioptrischen Elemente des Auges\**.

Dioptrische Elemente	Konstanten				
	Mittelwert	Streuung	Variationskoeffizient	Schiefheitsziffer	Exzeß
Tiefe der Vorderkammer . . . .	3,768 ± 0,03	± 0,423 ± 0,021	12,23 ± 0,56	—0,087	1,03
Dicke der Linse . . . .	3,546 ± 0,042	± 0,597 ± 0,03	16,83 ± 0,84	—0,62	1,01
Radius der Vorderfläche der Hornhaut . . . .	7,765 ± 0,028	± 0,392 ± 0,02	5,05 ± 0,25	0,072	0,03
Radius d. Vorderfläche der Linse . . . .	10,775 ± 0,099	± 1,396 ± 0,07	12,96 ± 0,65	0,209	0,07
Radius d. Hinterfläche der Linse . . . .	5,89 ± 0,054	± 0,710 ± 0,038	12,05 ± 0,61	0,47	0,14
Brechkraft der Hornhaut . . . .	43,55 ± 0,16	± 2,284 ± 0,114	5,24 ± 0,26	0,29	—0,6
Brechkraft der Linse . . . . .	25,99 ± 0,18	± 2,61 ± 0,13	10,04 ± 0,5	0,44	0,5
Brechkraft des Auges . . . . .	64,81 ± 0,26	± 3,487 ± 0,147	5,38 ± 0,27	0,29	0,11
Achsenlänge . . . . .	23,45 ± 0,20	± 2,882 ± 0,144	12,3 ± 0,61	3,25	9,03

werden. In der biologischen Variationsstatistik werden die Schiefheitsziffern geringer als 0,25 als klein und diejenigen, die höher als 0,5 sind, als groß bezeichnet. Für den Exzeß werden Zahlen geringer als 0,4 als unbedeutend bezeichnet.

Betrachtet man von diesem Standpunkt die Schiefheitsziffer und den Exzeß der einzelnen dioptrischen Elemente des Auges, so muß folgendes hervorgehoben werden. Für die Tiefe der Vorderkammer und die Radien der brechenden Flächen bleibt die Schiefheitsziffer immer kleiner als 0,5, und nur für die Dicke der Linse wird dieser Wert etwas überschritten. In der Mehrzahl der Fälle (Tiefe der Vorderkammer, Radius der Hornhaut, der Vorderfläche der Linse) ist die Schiefheitsziffer sogar geringer als 0,25, also unbedeutend. Dasselbe findet man auch bei den aus diesen dioptrischen Elementen berechneten Brechkraften der Hornhaut, Linse und des Auges; hier ist die Schiefheitsziffer bedeutend geringer als 0,5 und überschreitet 0,25 nur unbedeutend. Es sind also alle diese Variationskurven zwar nicht symmetrisch, jedoch ist ihre Asymmetrie entweder überhaupt nur unbedeutend, oder falls etwas größer, so steigt sie doch nie bis zu bedeutenden Werten an. Das gleiche gilt auch für den Exzeß, für die Radien der brechenden Flächen bleibt er geringer als 0,4, größere Werte erreicht er für die Tiefe der Vorderkammer und die

\* In den ersten drei Kolonnen der Tabelle sind für jede Größe nebeneinander zwei Zahlen angeführt. Die erste bezeichnet die betreffende Größe, z. B. den Mittelwert, die zweite ihren Fehler. Die Bedeutung des mittleren Fehlers siehe weiter unten.

Dicke der Linse, jedoch auch hier ist der Exzeß nicht groß. Für die Brechkräfte der Linse, der Hornhaut und des Auges ist der Exzeß entweder kleiner als 0,4 oder überschreitet diese Zahl nur unbedeutend. Im ganzen genommen ist auch der Exzeß dieser Variationskurven entweder unbedeutend (weniger als 0,4) oder immerhin jedoch nicht groß. Es ergeben also die Variationskurven all dieser dioptrischen Elemente des Auges eine genügend gute Übereinstimmung mit der normalen Variationskurve. Die Übereinstimmung muß als hinreichend gut noch aus dem Grunde betrachtet werden, da ja 200 Messungen kein sonderlich großes Material zur Ableitung von Variationskurven ist und wahrscheinlich bei einem größeren Beobachtungsmaterial die Übereinstimmung eine noch bessere wäre. Ganz anders ist es jedoch mit der Achsenlänge bestellt: hier ist die Schiefheitsziffer 3,25 und der Exzeß 9,03. Diese Zahlen sind gewaltig im Vergleich zu dem, was wir bei den anderen Elementen des optischen Apparates des Auges angetroffen haben. Wir haben es bei der Achsenlänge mit einer Variationskurve zu tun, die äußerst stark von der normalen Binominalkurve abweicht, und zwar ist sie stark asymmetrisch und sehr hochgipflig. Es nimmt also die Achsenlänge hinsichtlich des Charakters der Variationskurve eine Sonderstellung zwischen den übrigen Elementen des optischen Apparates des Auges ein.

Wie aus Tab. 2 zu ersehen ist, enthält unser Material eine bedeutende Anzahl von Augen mit bedeutender Myopie. Die höheren Myopiegrade nehmen in klinischer Hinsicht eine besondere Stellung, sowie infolge der Prognose als auch infolge der dabei zu beobachtenden Hintergrundveränderungen ein. Es ist daher von Interesse, zu ergründen, wie die Variationskurven der dioptrischen Elemente verlaufen, falls man alle Fälle mit bedeutender Myopie ausschließt. In dieser Hinsicht ist die Wahl der Grenze immer mehr oder weniger willkürlich, und ich habe alle Fälle mit Myopie von 6,0 D. an ausgeschaltet. Es bleiben dann 170 Augen übrig mit einem Refraktionsbereich von  $+7,0$  bis  $-6,0$  D. Hierbei behalten die Variationskurven aller dioptrischen Elemente mit Ausnahme der Achsenlänge ihren früheren Charakter bei, sie zeigen ebenso wie zuvor eine gute Übereinstimmung mit der Binominalkurve. Die Variationskurve der Achsenlänge ändert bei der Ausschaltung der Augen mit bedeutender Myopie ihren Charakter ganz außerordentlich. Statt der Schiefheitsziffer 3,25 und des Exzesses 9,03, die man bei der Bearbeitung des Gesamtmaterials erhält, erweist sich jetzt als Schiefheitsziffer 0,25 und als Exzeß 0,34. Die so erhaltene Kurve für die Achsenlänge stimmt jetzt ebenso wie für die anderen Elemente des optischen Apparates des Auges sehr gut mit der normalen Variationskurve überein.

Der Charakter der Variationskurven der dioptrischen Elemente des Auges kann nicht nur rechnerisch durch Bestimmung der Schiefheitsziffer und des Exzesses, sondern auch graphisch durch Konstruktion der

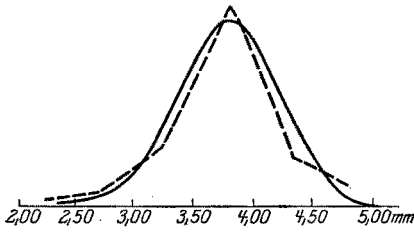


Abb. 1. Tiefe der Vorderkammer.

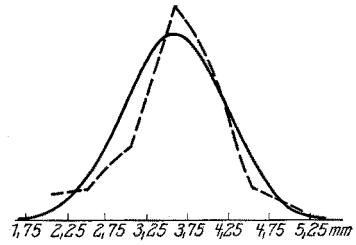


Abb. 2. Dicke der Linse.

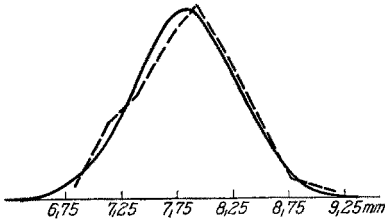


Abb. 3. Radius der Hornhaut.

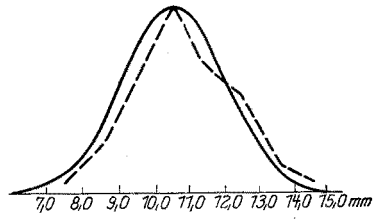


Abb. 4. Radius der Linsenvorderfläche.

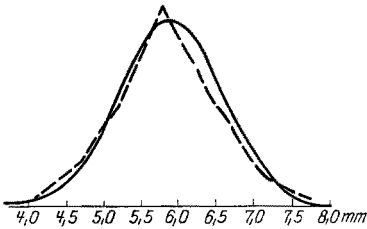


Abb. 5. Radius der Linsen hinterfläche.

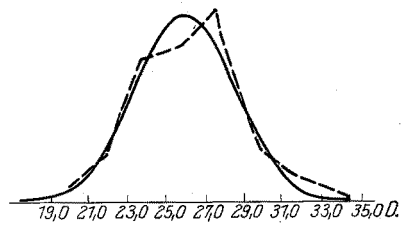


Abb. 6. Brechkraft der Linse.

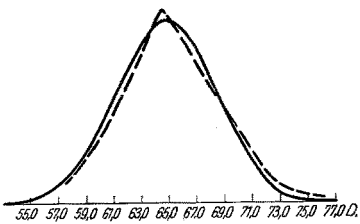


Abb. 7. Brechkraft des Auges.

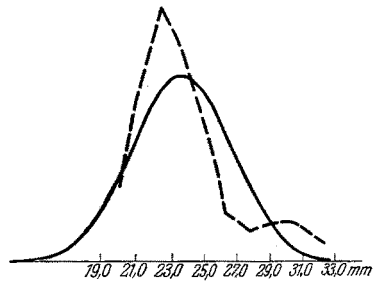


Abb. 8. Achsenlänge (Gesamtmaterial).

— Binominalkurve; - - - empirische Variationskurve.

entsprechenden empirischen Variationskurven und Vergleich derselben mit der Binominalkurve ermittelt werden. Ich möchte hier acht derselben für die wichtigsten Bestandteile des optischen Apparates (Abb. 1—8) anführen. Man sieht hier deutlich, daß die Variationskurve für die Brechkraft des Auges sowie auch die einzelnen optischen Elemente des Auges gut mit der Binominalkurve übereinstimmt, die

der Achsenlänge dagegen sehr stark von der normalen Variationskurve abweicht. Der Vergleich der Abb. 8 und 9 zeigt, wie auffallend die Asymmetrie und die Hochgipfeligkeit der Variationskurve schwindet, falls die Fälle von Myopie von 6,0 D. aus dem Material ausgeschlossen werden; es stimmt dann auch für die Achsenlänge die empirische Variationskurve gut mit der Binominalkurve überein. Man kann daher die Asymmetrie und die Hochgipfeligkeit der Variationskurve der Achsenlänge des Gesamtmaterials dadurch erklären, daß diese Kurve gewissermaßen durch Aufeinanderlagerung zweier Teilkurven entsteht: der normalen Variationskurve für die Refraktion von  $+7,0$  bis  $-6,0$  und die unregelmäßig verlaufende Kurve für Myopiefälle von  $-6,0$  D. an.

Es besteht eine gewisse Analogie zwischen diesen Ergebnissen und denjenigen, die vor kurzem *Scheerer* bei seiner Untersuchung der Refraktionskurve erhalten hat. Die von ihm an 12000 Augen bestimmte Refraktionskurve weicht bedeutend von der normalen Binominalkurve

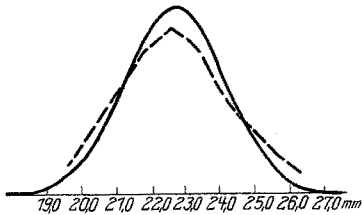


Abb. 9. Achsenlänge (alle Fälle mit Ausschluß der hohen Myopie). — Binominalkurve; -- empirische Variationskurve.

ab. Werden aber aus diesem Material alle Fälle mit angeborenen oder irgendwelchen anderen Hintergrundsveränderungen ausgeschlossen, so ergibt das übrigbleibende Refraktionsmaterial eine normale Variationskurve. Es hat also *Scheerer* gefunden, daß die stark von der normalen abweichende empirische Variationskurve der Refraktion aus einer Aufeinanderlagerung zweier Kurven resultiert: einer normalen Variationskurve für die Mehrzahl der Fälle und einer unregelmäßigen Kurve der pathologischen Fälle.

Der Umstand, daß die Achsenlänge der Augen von  $+7,0$  bis  $-6,0$ , die von 19,71 bis zu 26,23 mm variiert, eine gut mit der Binominalkurve übereinstimmende Variationskurve ergibt, ist sehr bedeutsam und berechtigt gewissermaßen zu einigen Schlußfolgerungen über die Genese der Hypermetropie, Emmetropie und Myopie. Bis vor kurzem standen diese 3 Arten der sphärischen Refraktion nicht nur in optischer Hinsicht, sondern auch bezüglich ihres Ursprungs sich schroff gegenüber. Die Achsenlänge spielte bei allen diesen Refraktionen die Hauptrolle, wobei die Achsenlänge des emmetropischen Auges als normal, die des hypermetropischen als zu kurz infolge einer Entwicklungshemmung und die Achsenlänge bei Myopie also zu groß infolge einer pathologischen Verlängerung betrachtet wurde. *Steiger* hat auf Grund seiner eingehenden kritischen Studien diese Auffassung der 3 Grundtypen der sphärischen Refraktion als geschlossene biologische Einheiten abgelehnt. Nach seiner Auffassung sind sowohl Hypermetropie als auch Emmetropie und Myopie Ergebnisse einer zufälligen Kombination der einzelnen frei variierenden

optischen Elemente des Auges, wobei die Hornhautrefraktion und die Achsenlänge von ausschlaggebender Bedeutung sind. Diese Anschauung suchte *Steiger* folgendermaßen zu begründen. Bei Emmetropie kann man die verschiedenste Brechkraft der Hornhaut antreffen, wobei die Hornhautrefraktion um 12,0 D. variiert. Um bei solchen Verhältnissen die Emmetropie aufrechtzuerhalten, ist es notwendig, falls man die Variation der Linsenrefraktion beiseite läßt, eine Variation der Achsenlänge der emmetropischen Augen um 4,0 mm anzunehmen. Nimmt man an, daß die Achsenlänge des erwachsenen emmetropischen Auges 23,5 mm beträgt, so ergibt sich ein Variationsgebiet für die Achsenlänge bei Emmetropie von 21,5 bis zu 25,5 mm. Falls jetzt diese verschiedenen Achsen sich mit verschiedenen Hornhautrefraktionen derselben Größe wie bei Emmetropie, jedoch in anderem gegenseitigen Verhältnis kombinieren, so resultieren daraus die verschiedenen Grade von Myopie und Hypermetropie. Es ist also die Vorstellung der Variation der Achsenlänge bei *Steiger* bloß eine Folge der von ihm festgestellten großen Variabilität der Hornhautrefraktion. Messungen der Achsenlänge und genaue Bestimmung ihrer Variationskurve finden wir bei *Steiger* nicht.

Unser Material umfaßt die Achsenlänge nicht nur bei Emmetropie, sondern auch bei anderen Refraktionen von + 7,0 bis zu - 25,0, wobei bei der Berechnung nicht nur die Hornhaut-, sondern auch die Linsenrefraktion mit berücksichtigt wurde. Es konnte hierbei festgestellt werden, daß im Refraktionsgebiet von + 7,0 bis zu - 6,0 D. die Achsenlänge eine gut mit der Binominalkurve übereinstimmende Refraktionskurve ergibt. Man darf daher die Achsenlänge bei Emmetropie nicht als Norm, bei Hypermetropie als zu kurz infolge von Entwicklungshemmung und bei Myopie als pathologisch verlängert auffassen. Vielmehr sind die verschiedenen Achsenlängen bloß als verschiedene Varianten einer normalen Variationsreihe aufzufassen, denn falls sie durch verschiedene äußere oder innere Faktoren bedingt wären (Entwicklungshemmung, Nahearbeit, pathologische Disposition usw.), so könnten sie nicht ins Gebiet einer binominalen Variationskurve fallen und gut mit ihr übereinstimmen.

Die Ergebnisse der variations-statistischen Berechnung beanspruchen noch in anderer Hinsicht unser Interesse. Vergleicht man die Streuung und den Variationskoeffizient der Radien der brechenden Flächen untereinander, so ist ersichtlich, daß die Radien der Linsenflächen bedeutend stärker variieren (Streuung  $\pm 1,396$  für die Vorder- und  $\pm 0,71$  für die Hinterfläche) als der Radius der Hornhaut (Streuung  $\pm 0,392$ ). Dieser Umstand läßt vermuten, daß vielleicht auch die gesamte Linsenrefraktion stärker variiert als man es sonst annimmt.

*Die Variation der Linsenrefraktion  
und ihre Bedeutung für die Brechkraft des Auges.*

Aus dem Umstand, daß die Radien der Linsenflächen stärker variieren als der Radius der Hornhaut, darf man doch nicht ohne weiteres Schlüsse über die Beziehungen zwischen der Variation der Hornhaut- und Linsenrefraktion ziehen. Es bewirkt nämlich der Zuwachs des Radius einer brechenden Fläche um eine bestimmte Größe nicht immer einen gleichartigen Zuwachs der Brechkraft. So hat z. B. die Hornhaut bei einem Radius von 6,0, 7,0 und 8,0 mm und einem Brechungsindex von 1,376 die folgende Refraktion 62,67, 53,71 und 47,00 D. Die Zunahme des Krümmungsradius um 1,0 mm ergibt also im Gebiete von 7,0—8,0 mm eine Abnahme der Brechkraft um 6,71 D., im Gebiete von 6,0—7,0 mm dagegen um 8,96 D. Es hängt also die Größe der Brechkraftsänderung nicht nur von der absoluten Größe des Zuwachses des Krümmungsradius ab, sondern auch davon, in welchem Gebiete dieser Zuwachs erfolgt. Die Radien der brechenden Flächen variieren aber in ganz verschiedenen Gebieten, und zwar ergibt unser Material folgendes: Radius der Hornhautvorderfläche 6,75—9,02 mm, Radius der Linsenhinterfläche 4,32—7,89 mm und Radius der Linsenvorderfläche 7,45—14,60 mm. Daher muß man sich direkt an die Streuung für die Brechkraft der Hornhaut und der Linse halten. Die betreffenden Zahlen sind  $\pm 2,284$  für die Hornhaut und  $\pm 2,61$  für die Linse (s. Tab. 3). Es ist also die Variabilität der Linsenrefraktion sehr bedeutend und sogar etwas größer als die der Hornhaut. Dasselbe ergibt auch der Vergleich der äußeren Glieder der betreffenden Variationsreihen. Die Hornhautrefraktion schwankt von 37,0—49,93 D., also um 12,93 D., die Linsenrefraktion von 19,26—34,09 D., also um 14,83 D. Auch nach den Angaben *Zeemans* schwankt die Brechkraft der Linse um ca. 14 D. Der Variabilität der Linsenrefraktion wird aber nur geringe Bedeutung zuerkannt. Und sogar *Steiger*, der der Variabilität der dioptrischen Elemente des Auges eine ausschlaggebende Bedeutung für die Refraktion zuerkennt, hält es für möglich, die Variabilität der Linsenrefraktion außer acht zu lassen. Eine solche geringe Einschätzung der Linsenvariabilität läßt sich wohl kaum rechtfertigen. Einen gewissen Einblick in die Bedeutung der Variabilität der Brechkraft sowie der Hornhaut als auch der Linse für die Variabilität der Brechkraft des Auges erhält man durch Zusammenstellung von Korrelationstabellen. Ist die Korrelation zwischen zwei Erscheinungen oder Größen sehr innig, so gruppieren sich die Zahlen in der Korrelationstabelle entlang der Diagonale der Tabelle. Im Gegenteil, falls überhaupt keine Korrelation zwischen den betreffenden Größen besteht, so sind die Zahlen vollkommen gleichmäßig über die Tabelle zerstreut.



Tabelle 4.

*Korrelationstabelle zwischen der Brechkraft der Hornhaut und des Auges.*

Brechkraft der Hornhaut	Brechkraft des Auges									
	57—58,9	59—60,9	61—62,9	63—64,9	65—66,9	67—68,9	69—70,9	71—72,9	73—74,9	75—76,9
37—38,9	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
39—40,9	4	10	4	4	1	—	—	—	—	—
41—42,9	3	11	15	23	15	2	—	—	—	—
43—44,9	—	—	9	18	16	6	2	3	—	—
45—46,9	—	—	2	3	6	15	11	1	—	—
47—48,9	—	—	—	—	1	5	4	2	—	—
49—50,9	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1

Tabelle 5. *Korrelationstabelle zwischen Brechkraft des Auges und der Linse.*

Brechkraft der Linse	Brechkraft des Auges									
	57—58,9	59—60,9	61—62,9	63—64,9	65—66,9	67—68,9	69—70,9	71—72,9	73—74,9	75—76,9
19—20,9	3	—	—	2	—	—	—	—	—	—
21—22,9	3	8	4	2	1	—	—	—	—	—
23—24,9	4	9	16	9	1	5	—	—	—	—
25—26,9	—	3	9	19	11	6	1	—	—	—
27—28,9	—	—	1	15	23	12	8	1	—	—
29—30,9	—	—	—	—	3	3	7	2	—	—
31—32,9	—	—	—	1	—	2	1	2	1	—
33—34,9	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1

In diesen 2 Korrelationstabellen nehmen die Zahlen gewissermaßen eine Mittelstellung zwischen diesen beiden Möglichkeiten ein: sie sind weder regellos zerstreut, noch gruppieren sie sich um die Diagonale der Tabelle. Es offenbart sich nur eine gewisse Tendenz der Zahlen, sich um die Diagonale zu gruppieren; was daraus zu ersehen ist, daß der links-untere und der rechts-obere Winkel der Tabelle frei von Zahlen ist. Daraus kann man schließen, daß die Korrelation zwischen der Brechkraft des Auges einerseits und der Linsen- und Hornhautrefraktion andererseits, wenn auch keine vollkommene, so immerhin doch eine bedeutende ist.

Die betreffenden Beziehungen treten jedoch noch deutlicher bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten hervor. Der Korrelationskoeffizient schwankt von 1,0 (maximale Korrelation) bis zu 0 (Abwesenheit jeglicher Korrelation), wobei 0,5 auf eine mittlere Korrelation zwischen zwei Größen hinweist. Der Korrelationskoeffizient wurde auf Grund der Bravais'schen Formel nach den Angaben von *Johannsen* und *Philipschenko* berechnet. Für die Korrelation zwischen Brechkraft des Auges und der Hornhaut beträgt der Koeffizient  $\pm 0,774$  und zwischen Brechkraft des Auges und der Linse 0,49. Es besteht also im ersten Falle eine sehr bedeutende Korrelation, im zweiten ist sie

jedoch auch mittelstark. Man darf daher die Bedeutung der Variabilität der Linsenrefraktion nicht unterschätzen.

Auch auf anderem Wege kann man denselben Nachweis erbringen. Aus Tab. 6 ist deutlich zu ersehen, daß in manchen Fällen 2 Augen trotz gleicher Hornhautrefraktion infolge verschiedener Linsenrefraktion eine ganz verschiedene Brechkraft des Auges aufweisen.

Tabelle 6.

*Brechkraft des Auges, der Linse und der Hornhaut.*

Nr. des Falls nach der Tabelle 2	Brechkraft		
	Hornhaut	Linse	Auge
11	44,93	27,56	65,20
12		29,80	69,20
47	41,90	26,35	62,83
50		22,89	60,32
40	46,16	32,54	71,22
41		25,18	66,29
52	42,97	22,17	60,92
56		27,50	65,00
68	46,16	25,81	66,60
70		21,10	62,94
74	46,81	26,51	68,35
79		29,94	70,79

Bei genauer Durchsicht der Tab. 6 kann die Anzahl solcher Fälle noch vermehrt werden.

Die Variabilität der Linsenrefraktion ist von großer Bedeutung nicht nur für die Variabilität der Brechkraft des Auges, sondern auch für die Achsenlänge. Nach *Steiger* soll in dieser Hinsicht nur die Variation der Brechkraft der Hornhaut von Bedeutung sein, die Linse sei als variierender Faktor vollkommen belanglos. Bekanntlich kann man die Achsenlänge berechnen, falls die Refraktion und die Brechkraft des Auges bekannt ist. Falls man die Variabilität der Linse vernachlässigt, so erhält man die Brechkraft des Auges, indem man die Hornhautrefraktion am Ophthalmometer von *Javel-Schötz* bestimmt und an Stelle der Linse die betreffende Zahl (19,11) des Gullstrandschen schematischen Auges verwertet. Jedoch beeinflußt eine solche Schematisierung der Brechkraft des Auges die Resultate der Berechnung der Achsenlänge ganz bedeutend. Bei solcher Berechnungsweise bekommen 2 Augen mit gleicher Refraktion und gleicher Brechkraft der Hornhaut

auch egale Achsenlängen. Falls man jedoch statt der schematischen Linsenrefraktion die tatsächlich vorhandene beachtet, so können infolge der großen Variabilität der Linsenbrechkraft Augen mit gleicher Brechkraft der Hornhaut und gleicher Refraktion ganz verschiedene Achsenlängen haben. Einige derartige Fälle aus unserem Material sind zur Illustration in Tab. 7 zusammengestellt. Aus dem Vergleiche der beiden letzten Kolonnen dieser Tabelle ist zu ersehen, wie groß in manchen Fällen der Unterschied zwischen tatsächlicher und halbschematischer (bei Berechnung mit schematischem Wert für die Linsenrefraktion) Achsenlänge sein kann. Diese Differenz erreicht in manchen Fällen

Tabelle 7.

*Die Achsenlänge bei Beachtung der tatsächlichen Linsenrefraktion und bei Berechnung mit schematischer Linse.*

Nr. des Falls nach Tabelle 2	Refraktion	Brechkraft		Achsenlänge	
		Hornhaut	Linse	tatsächliche	bei Berechnung mit schematischer Linse
8	+ 5,0	42,80	31,01	20,07	22,67
9		42,70	25,21	21,46	22,70
15	+ 4,0	40,80	24,79	22,34	23,65
17		40,90	28,20	21,72	23,62
40	+ 1,0	46,16	32,54	19,76	22,98
41			25,18	21,57	
62	+ 0,5	44,93	28,76	21,58	23,55
63			32,74	20,65	
68	+ 0,5	46,16	25,81	21,47	23,15
70			21,10	22,61	
95	E	42,70	24,50	23,50	24,51
103			27,67	22,50	

bis zu 2 mm; es kann also bei gleicher Refraktion und Hornhautbrechkraft zweier Augen ihre Achsenlänge bis zu 2 mm voneinander differieren. Außerdem muß hervorgehoben werden, daß die tatsächliche Achsenlänge größtenteils bedeutend geringer ist als die halbschematische. Es ergibt also die Berechnung mit der schematischen Linse eine falsche Vorstellung von der absoluten Größe der Achsenlänge und verwischt außerdem oft diejenigen Differenzen in der Länge der Augenachse, die zwischen 2 Augen bestehen.

Wie wichtig es ist, die tatsächliche Linsenrefraktion zu beachten und nicht mit dem schematischen Wert zu operieren, zeigt die folgende

Betrachtung. Bei unserem Material von 170 Augen mit einem Refraktionsgebiet von  $+7,0$  bis zu  $-6,0$  D. schwankt die Achsenlänge bei Beachtung der tatsächlichen Linsenrefraktion des Einzelfalls von  $19,71$  bis zu  $26,23$  mm und beträgt im Durchschnitt  $22,66$  mm; bei Berechnung mit der schematischen Linse variiert die Achsenlänge am selben Material von  $21,51$ — $27,49$  mm und beträgt im Durchschnitt  $24,23$ . Es ist also bei der schematischen Berechnung sowohl der Mittelwert als auch das Variationsgebiet der Achsenlänge ein anderes. Auf die große Bedeutung der Variabilität der dioptrischen Elemente der Linse für die Refraktion hat unlängst auch *Czellitzer* hingewiesen.

Es entsteht nun die Frage über die näheren Beziehungen der Achsenlänge zu den einzelnen Refraktionen. Diese Frage kann jedoch nur im Zusammenhang mit dem gegenseitigen Verhältnis zwischen Refraktion und einzelnen dioptrischen Elementen des Auges betrachtet werden.

#### *Refraktion und dioptrische Elemente des Auges.*

Die Frage über die Beziehungen zwischen Refraktion und den einzelnen dioptrischen Elementen des Auges ist schon öfters in ausführlichen Untersuchungen behandelt worden und darauf bezüglich ist in der Literatur ein großes Material vorhanden. In allen diesen Arbeiten wurde mit Hilfe der üblichen ophthalmometrischen Methoden ein oder mehrere Elemente des optischen Apparates des Auges bei verschiedenen Refraktionen gemessen, der arithmetische Mittelwert aus den Messungen für Hypermetropie, Emmetropie und Myopie gesondert berechnet und miteinander verglichen. Auf Grund der evtl. bestehenden Differenzen der Mittelwerte für die einzelnen Refraktionen wurden dann die gegenseitigen Beziehungen zwischen Refraktion und dioptrischen Elementen des Auges festgestellt. Es muß jedoch hervorgehoben werden, daß solche Schlußfolgerungen, die nur auf Mittelwerten basieren, auch, falls dabei der Fehlerbereich der Untersuchungsmethode mitbeachtet wird, nicht ganz fehlerfrei sind. Wie schon vorher hervorgehoben wurde, zeigt eine jede Eigenschaft der Lebewesen Variationserscheinungen, die in einer für die betreffende Eigenschaft charakteristische Variationskurve zum Ausdruck kommen. In jeder solchen Variationskurve sind ein Mittelwert sowie auch zahlreiche von ihm abweichende Varianten vorhanden. Bei allen unseren Messungen verfügen wir immer über ein mehr oder minder beschränktes Material, und daher unterscheidet sich immer der unmittelbar aus den Messungen gefundene empirische Mittelwert mehr oder weniger stark vom wahren Mittelwert der gegebenen Variationsreihe. Diese Differenz zwischen dem empirischen und wahren Mittelwert der Variationsreihe wird als mittlerer Fehler des betreffenden Mittelwerts bezeichnet. Dieser mittlere Fehler kennzeichnet eben die Ungenauigkeit der betreffenden Berechnung (nicht Messung!) und

kann bei keiner statistischen Bearbeitung vollkommen vermieden werden. Die Größe des mittleren Fehlers wird einerseits durch die Anzahl der vorgenommenen Messungen, andererseits durch die Variabilität des Materials bedingt. Die Bedeutung der Zahl der untersuchten Individuen ist ohne weiteres verständlich. Hinsichtlich der Bedeutung der Variabilität muß hervorgehoben werden, daß der empirische Mittelwert sich um so mehr dem wahren Mittelwert nähert, je geringer die Variationsbreite des Materials ist. Wenn wir z. B. an je 50 Menschen aus 2 verschiedenen Gruppen den Wuchs messen und den Mittelwert für jede Gruppe bestimmen, wobei bei der ersten der Wuchs von 120 bis 160 cm, bei der anderen von 140—160 cm variiert, so ist es klar, daß der empirische Mittelwert der 2. Gruppe näher seinem Mittelwert steht als der ersten. Wie schon vorher hervorgehoben wurde, wird die Variabilität des Materials durch die Streuung ( $\sigma$ ) der Variationskurve gekennzeichnet. Bezeichnet man die Anzahl der untersuchten Individuen bzw. die Zahl der Varianten durch  $n$ , so kann der mittlere Fehler ( $m$ ) des Mittelwerts nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Der mittlere Fehler ist ein unumgängliches Übel jeder statistischen Berechnung. Seine Größe muß daher immer bestimmt werden. Daher habe ich in Tab. 3 neben jedem Mittelwert auch seinen mittleren Fehler angegeben. Worin besteht nun die praktische Bedeutung des mittleren Fehlers? In der Variationsstatistik wird der Nachweis erbracht, daß der wahre Mittelwert sich vom empirisch gefundenen nicht mehr als um die Größe des dreifachen mittleren Fehlers unterscheiden kann. Wenn daher der Mittelwert des Radius der Hornhautvorderfläche an unserem Material  $7,765 \pm 0,028$  beträgt, so bedeutet das, daß der wahre Mittelwert irgendwo im Gebiete  $7,765 \pm 0,084^*$ , also zwischen 7,681 und 7,849 mm liegt. Und wenn z. B. der Mittelwert für die Brechkraft des Auges  $64,81 \pm 0,26$  beträgt, so befindet sich der wahre Mittelwert im Bereiche  $64,81 \pm 0,78$ , also zwischen 64,03 und 65,59 D.

Infolge der Existenz des mittleren Fehlers stimmt der durch Messungen bestimmte empirische Mittelwert nie vollkommen mit dem wahren Mittelwert der Variationsreihe überein. Wenn man daher eine Differenz zweier empirischer Mittelwerte findet, so muß man sich noch überzeugen, inwiefern diese vertrauenswert sind. Zu diesem Zwecke muß außer dem Mittelwert selbst auch noch sein mittlerer Fehler berücksichtigt werden. Die Variationsstatistik gibt die folgende Formel zur Berechnung der Zuverlässigkeit einer Differenz zwischen zwei Mittelwerten. Sind  $M_1$

\* 0,084 ist durch Multiplikation des mittleren Fehlers  $\pm 0,028$  auf 3 erhalten worden.

und  $M_2$  2 Mittelwerte,  $m_1$  und  $m_2$  die mittleren Fehler dieser Mittelwerte, so hat die Differenz dieser Mittelwerte  $M_1 - M_2$  ihren Fehler (mittlerer Fehler der Differenz zweier Größen), der nach der Formel

$$\pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$$

bestimmt werden kann. Die Differenz zwischen den empirischen Mittelwerten kann nur dann als vollkommen zuverlässig betrachtet werden, wenn sie mindestens um das Dreifache ihren mittleren Fehler übersteigt, also falls  $M_1 - M_2$  größer ist als  $\pm 3 \cdot \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ . Betrachtet man von diesem Standpunkte aus die bisher veröffentlichten Angaben über die Beziehungen zwischen Refraktion und dioptrischen Elementen des Auges, so ist ersichtlich, daß nur scheinbare mit faktisch bestehenden Differenzen gemischt sind. Es ist nicht Aufgabe dieser Arbeit, die Zuverlässigkeit der Angaben über die Unterschiede der einzelnen dioptrischen Elemente des Auges bei verschiedenen Refraktionen variationsstatistisch zu prüfen. Ich möchte hier nur durch einige Beispiele die Behauptung über die teilweise Unzuverlässigkeit der zur Zeit vorhandenen Angaben zu stützen versuchen.

Hinsichtlich der Tiefe der Vorderkammer wird allgemein angenommen, daß bei Myopie die Vorderkammer tiefer ist als bei Emmetropie und bei der letzteren tiefer als bei Hypermetropie. So gibt *Zeeman* die folgenden Zahlen:

$$H = 3,55 \text{ mm}; E = 3,60 \text{ mm}, M = 3,97 \text{ mm}.$$

Berechnet man aus den Zeemanschen Tabellen den mittleren Fehler dieser Werte, so resultiert:

$$H = 3,55 \pm 0,044; E = 3,60 \pm 0,057; M = 3,97 \pm 0,036.$$

Die Differenz der Mittelwerte und ihrer Fehler sind:

$$\text{Differenz zwischen } E \text{ und } H = -0,05 \pm 0,07,$$

$$\text{Differenz zwischen } E \text{ und } M = 0,37 \pm 0,067.$$

Es ist also die Differenz der Mittelwerte für Emmetropie und Hypermetropie geringer als ihr mittlerer Fehler, die Differenz für Emmetropie und Myopie dagegen um mehr als 5mal größer als ihr mittlerer Fehler. Das berechtigt zu den folgenden Schlußfolgerungen. Die von *Zeeman* angegebenen Mittelwerte beweisen wirklich, daß die Vorderkammer bei Myopen tiefer ist als bei Emmetropen. Dagegen ist die in dieser Hinsicht zwischen Hypermetropie und Emmetropie bestehende Differenz nicht genügend zuverlässig, um auf einen wahren Unterschied schließen zu können.

Als weiteres Beispiel können die Angaben von *Averbach* über den Radius der Linsen hinterfläche bei verschiedenen Refraktionen dienen. *Averbach* hebt hervor, daß bei Myopie der Radius der Hinterfläche der Linse größer ist als bei Emmetropie und bringt hierfür die folgenden

Zahlen: Myopie = 6,15 mm und Emmetropie = 6,02 mm. Berechnet man für jeden dieser Mittelwerte ihren mittleren Fehler, so resultiert für Myopie  $6,15 \pm 0,185$  und für Emmetropie  $6,02 \pm 0,102$ . Die Differenz beträgt in diesem Fall  $6,15 - 6,02 = 0,13$ ; der mittlere Fehler dieser Differenz ist  $\pm 0,208$ . Es ist also hier die Differenz der Mittelwerte nicht nur nicht um 3mal größer als ihr mittlerer Fehler, sondern sogar kleiner als derselbe. Daher muß der Schluß gezogen werden, daß die beobachtete Differenz zwischen den Radien der Hinterfläche der Linse bei Emmetropie und Myopie nicht genügend zuverlässig ist und nicht als faktisch bestehender Unterschied aufgefaßt werden kann.

Vielfach wird angenommen, daß bei Emmetropie die Hornhautrefraktion größer ist als bei Hypermetropie und bei Myopen größer als bei Emmetropen. *Steiger* gibt darauf die folgenden Angaben als Mittelwerte von Messungen an je 300 Augen der verschiedenen Refraktionen.

$$H = 43,56 \text{ D.}; E = 43,63 \text{ D.}; M = 44,46 \text{ D.}$$

Auf Grund dieser Mittelwerte kommt auch *Steiger* zum Schluß, daß hinsichtlich der Hornhautrefraktion tatsächlich Unterschiede im vorher erwähnten Sinne zwischen den einzelnen Refraktionen bestehen, wobei er jedoch hervorhebt, daß die Differenzen nur sehr gering sind. Der tatsächliche Sachverhalt offenbart sich auch hier, falls man den mittleren Fehler dieser Mittelwerte beachtet. Dann erhält man:

$$H = 43,56 \pm 0,095; E = 43,63 \pm 0,078; M = 44,46 \pm 0,125$$

und für die Differenz der Mittelwerte

$$E - H = 0,07 \pm 0,123; E - M = 0,83 \pm 0,147.$$

Es ist also auch in diesem Fall die Differenz der Mittelwerte geringer als der mittlere Fehler dieser Differenz. Daher kann der Unterschied in der Hornhautrefraktion bei verschiedenen Refraktionen, der in der Steigerschen Untersuchungsreihe festgestellt worden ist, nicht als Ausdruck faktisch bestehender Differenzen betrachtet werden.

Diese Beispiele zeigen, meiner Ansicht nach äußerst anschaulich, wie trügerisch die Schlüsse über Beziehung zwischen Refraktion und dioptrischen Elementen des Auges sein können, falls man nur den betreffenden Mittelwert ohne seinen mittleren Fehler beachtet. Daher habe ich in Tab. 8 die an unserem Material erhaltenen Ergebnisse über die Beziehung zwischen Refraktion und dioptrischen Elementen des Auges zusammengestellt, wobei sowohl die Mittelwerte als auch ihr mittlerer Fehler berücksichtigt worden ist. Bei der Durchsicht dieser Tabelle kann folgendes hervorgehoben werden. Es besteht immer eine Differenz zwischen den Mittelwerten der einzelnen dioptrischen Elemente bei verschiedenen Refraktionen, jedoch in der Mehrzahl der Fälle ist die Differenz der betreffenden Mittelwerte zwischen Emmetropie einerseits und Hypermetropie bzw. Myopie andererseits entweder geringer

Tabelle 8. Refraktion und die einzelnen dioptrischen Elemente des Auges.

Refraktion	Dioptrisches Element										Achsenlänge	
	Tiefe der Vorderkammer	Dicke der Linse	Radius			Brechkraft			Hornhaut	Linse		Auge
			Hornhaut-vorderfläche	Linsen-vorderfläche	Linsen-hinterfläche	Hornhaut	Linse	Auge				
Mittelwert und sein mittlerer Fehler	3,695 ± 0,05	3,456 ± 0,075	7,709 ± 0,0406	10,50 ± 0,15	5,75 ± 0,09	43,88 ± 0,272	27,49 ± 0,34	65,85 ± 0,33	21,59 ± 0,12			
Differenz der Mittelwerte zwischen E u. H und ihr Fehler	0,043 ± 0,071	0,131 ± 0,113	0,072 ± 0,076	0,21 ± 0,23	0,16 ± 0,13	- 0,42 ± 0,43	- 0,22 ± 0,51	- 1,04 ± 0,61	1,15 ± 0,21			
Emmetropie (Mittelwert und sein mittlerer Fehler)	3,738 ± 0,051	3,585 ± 0,084	7,781 ± 0,061	10,71 ± 0,18	5,91 ± 0,09	43,46 ± 0,34	27,27 ± 0,38	64,78 ± 0,52	22,74 ± 0,17			
Mittelwert und sein mittlerer Fehler	3,855 ± 0,042	3,609 ± 0,063	7,776 ± 0,043	11,09 ± 0,17	6,02 ± 0,078	43,26 ± 0,24	26,33 ± 0,28	63,89 ± 0,41	25,80 ± 0,39			
Differenz der Mittelwerte zwischen E u. M u. ihr mittlerer Fehler	- 0,117 ± 0,065	- 0,024 ± 0,105	0,005 ± 0,074	- 0,38 ± 0,25	0,11 ± 0,12	0,2 ± 0,41	0,91 ± 0,47	0,89 ± 0,66	- 3,06 ± 0,42			

Tabelle 9. Die Variabilität der dioptrischen Elemente des Auges bei verschiedenen Refraktionen.

	Hypermetropie			Emmetropie			Myopie		
	Variationsgebiet	Streuung	Variationsgebiet	Streuung	Variationsgebiet	Streuung	Variationsgebiet	Streuung	
Tiefe der Vorderkammer . . . . .	2,00—4,88 mm	± 0,421 ± 0,026	2,79—4,56 mm	± 0,374 ± 0,036	2,88—4,89 mm	± 0,368 ± 0,029			
Dicke der Linse . . . . .	2,00—5,08 "	± 0,633 ± 0,053	2,08—5,06 "	± 0,61 ± 0,059	2,00—5,08 "	± 0,552 ± 0,045			
Radius der Hornhaut . . . . .	6,95—8,43 "	± 0,384 ± 0,052	7,00—9,02 "	± 0,448 ± 0,043	6,75—8,51 "	± 0,375 ± 0,03			
Radius der Linsenvorderfläche . . . . .	7,50—13,17 "	± 1,222 ± 0,103	7,58—13,98 "	± 1,33 ± 0,129	7,45—14,60 "	± 1,547 ± 0,125			
Radius der Linsen hinterfläche . . . . .	4,32—7,89 "	± 0,741 ± 0,062	4,69—7,17 "	± 0,633 ± 0,061	4,59—7,62 "	± 0,681 ± 0,055			
Brechkraft der Hornhaut . . . . .	39,86—48,49 D	± 2,285 ± 0,192	37,0—48,14 D	± 2,445 ± 0,238	39,48—49,93 D	± 2,105 ± 0,171			
Brechkraft der Linse . . . . .	19,26—32,89 "	± 2,899 ± 0,243	20,19—34,09 "	± 2,779 ± 0,27	19,65—33,50 "	± 2,729 ± 0,197			
Brechkraft des Auges . . . . .	60,32—71,94 "	± 2,815 ± 0,236	57,47—72,10 "	± 3,763 ± 0,365	57,80—76,11 "	± 3,583 ± 0,291			
Achsenlänge . . . . .	19,71—23,87 mm	± 0,981 ± 0,084	20,46—25,46 "	± 1,243 ± 0,121	21,62—34,77 mm	± 3,376 ± 0,274			



oder nur unbedeutend größer als der mittlere Fehler dieser Differenz. So sind z. B. bei Emmetropie der Radius der Vorderfläche der Linse 10,71 mm, bei Hypermetropie 10,50 mm. Die Differenz dieser Mittelwerte ist 0,21 mm, der mittlere Fehler dieser Differenz  $\pm 0,23$ . Es besteht also in bezug auf alle Elemente des optischen Apparates des Auges mit Ausnahme der Achsenlänge kein zuverlässiger Unterschied zwischen Emmetropie einerseits und Hypermetropie und Myopie andererseits. Ganz anders ist es dagegen hinsichtlich der Beziehungen zwischen Refraktion und Achsenlänge bestellt. Wir finden hier die folgenden Mittelwerte: Emmetropie 22,74 mm, Hypermetropie 21,59 mm und Myopie 25,80 mm. Die Differenz der Mittelwerte übertrifft hier um das Mehrfache seinen mittleren Fehler, und zwar für die Differenz zwischen Emmetropie und Hypermetropie um 5,5mal und für Emmetropie und Myopie 7,1mal. Zum Unterschied von den anderen optischen Elementen des Auges läßt sich für die Achsenlänge wirklich ein tatsächlicher, vollkommen zuverlässiger Unterschied zwischen den einzelnen Refraktionen feststellen.

Um besser die Bedeutung der Achsenlänge für die einzelnen Refraktionen klarzulegen, ist es notwendig, auf die Variation der dioptrischen

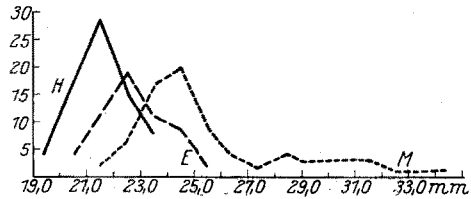


Abb. 10. Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen.

Elemente bei den verschiedenen Refraktionen näher einzugehen (Tab. 9). Aus dieser Tabelle ist folgendes zu ersehen: Die einzelnen Elemente variieren derartig, daß die Variationsgebiete für die verschiedenen Refraktionen sich teilweise überdecken. So variiert z. B. der Hornhautradius bei Hypermetropie von 6,95—8,43 mm, bei Emmetropie von 7,00—9,02 mm und bei Myopie von 6,75—8,51 mm. Ganz besonders muß hervorgehoben werden, daß auch die Achsenlänge derselben Regel folgt. Wir finden hier für Hypermetropie ein Variationsgebiet von 19,71—23,87 mm, für Emmetropie von 20,46—25,46 mm und für Myopie von 21,62—34,77 mm (s. Abb. 10). Es kann also das Auge bei verschiedenen Refraktionen die gleiche Achsenlänge haben. Ein solches Überdecken der Variationsgebiete für die einzelnen Refraktionen konnte auch *Zeeman* an seinem Material beobachten.

Tab. 9 zeigt zwar sehr deutlich das teilweise Übereinanderlegen der Variationsgebiete für die Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen, gibt aber keine weiteren Hinweise über den Charakter dieser Erscheinung. Es ist jedoch von großem Interesse zu wissen, ob bei dieser teilweisen Überdeckung nur geringe Grade der Hypermetropie und Myopie teilnehmen oder ob auch höhere Grade der Ametropien hierbei anzutreffen sind. Auf diese Frage gibt Tab. 10 eine Antwort.

Tabelle 10\*. *Achsenlänge und Refraktion.*

Achsenlänge	Refraktion					
19,0—19,9	+ 6,5	+ 6,0	+ 5,0	+ 1,0		
20,0—20,9	+ 7,0	+ 6,0	+ 5,0 <sub>(2)</sub>	+ 3,5	+ 3,0 <sub>(2)</sub>	+ 2,0
	+ 1,0	+ 0,5 <sub>(5)</sub>	E <sub>(3)</sub>			
21,0—21,9	+ 6,0	+ 5,5	+ 5,0 <sub>(2)</sub>	+ 4,0 <sub>(6)</sub>	+ 3,5	+ 2,5 <sub>(3)</sub>
	+ 2,0	+ 1,75	+ 1,0 <sub>(6)</sub>	+ 0,5 <sub>(6)</sub> E <sub>(11)</sub>	— 0,5	— 9,0
22,0—22,9	+ 4,0	+ 3,5	+ 2,5	+ 2,0	+ 1,5	+ 1,0 <sub>(2)</sub>
	+ 0,75	+ 0,5 <sub>(7)</sub>	E <sub>(18)</sub>	— 0,5	— 0,75 <sub>(2)</sub>	— 1,25
	— 6,0	— 9,0				
23,0—23,9	+ 2,5	+ 0,75 <sub>(6)</sub>	+ 0,5	E <sub>(12)</sub>	— 0,5	— 1,0
	— 1,5 <sub>(3)</sub>	— 2,0	— 2,25	— 3,0 <sub>(2)</sub>	— 3,75 <sub>(2)</sub>	— 4,0
	— 7,0	— 8,0 <sub>(2)</sub>	— 10,0			
24,0—24,9	E <sub>(6)</sub>	— 1,0	— 1,5	— 2,0 <sub>(2)</sub>	— 2,5 <sub>(3)</sub>	— 3,0
	— 3,25	— 4,0 <sub>(4)</sub>	— 4,75	— 5,0	— 5,5	— 6,0
	— 8,0					
25,0—25,9	E <sub>(2)</sub>	— 1,0	— 2,0	— 3,5	— 4,0	— 4,5
	— 5,5	— 6,0	— 12,0	— 14,0		
26,0—26,9	— 4,0	— 4,5	— 5,0	— 8,0		
27,0—27,9	— 7,0					
28,0—28,9	— 13,0	— 15,0	— 17,0	— 18,0		
29,0—29,9	— 11,0	— 17,0 <sub>(2)</sub>				
30,0—30,9	— 17,0 <sub>(2)</sub>	— 19,0				
31,0—31,9	— 16,0	— 18,0	— 21,0			
32,0—32,9	— 20,0					
33,0—33,9	— 21,0					
34,0—34,9	— 19,0					

Die Tabelle zeigt sehr instruktiv, daß die Überdeckung der Variationsgebiete der Achsenlängen bei verschiedenen Refraktionen eine ziemlich ausgiebige ist, wobei an dieser Erscheinung auch hohe Ametropiegrade Anteil nehmen. Es kommt z. B. bei einer Achsenlänge von 22,0—22,9, sowie + 4,0 als auch — 6,0 vor; bei einer Achsenlänge von 21,0—21,9 mm + 6,0 und — 9,0. Es gibt sogar myopische Augen, die eine kürzere Achse haben als hypermetropische.

Zu denselben Ergebnissen kamen seinerseits auch *Schnabel* und *Herrnheiser* auf Grund von Messungen der Achsenlängen enucleierter emmetropischer und myopischer Augen. 12 myopische Augen ergaben die folgenden Achsenlängen.

—2,0 D. = 23,0 mm	—5,0 D. = 25,0 mm
—2,0 „ = 24,0 „	—5,0 „ = 26,0 „
—2,0 „ = 25,0 „	—6,0 „ = 24,0 „
—2,0 „ = 25,5 „	—6,0 „ = 25,0 „
—4,0 „ = 24,5 „	—6,0 „ = 25,0 „
—5,0 „ = 25,0 „	—8,0 „ = 26,0 „

\* Die kleinen Zahlen in Klammern neben den großen geben an, wieviel solcher Fälle der betreffenden Refraktion und Achsenlänge am untersuchten Material vorhanden sind.

Die Ergebnisse der Messungen an 23 emmetropischen Augen waren:

3 Fälle . . . . 22,0 mm	1 Fall . . . . 23,5 mm
1 Fall . . . . 22,5 „	6 Fälle . . . . 24,0 „
1 Fall . . . . 22,75 „	1 Fall . . . . 24,5 „
2 Fälle . . . . 23,0 „	8 Fälle . . . . 25,0 „

Auch hier überdecken sich teilweise die Variationsgebiete der Achsenlängen bei Emmetropie und Myopie, denn die Achsenlänge der emmetropischen Augen schwankt von 22,0 bis zu 25,0, die der myopischen Augen von 23,0—26,0 mm. Auch hier nehmen an der Überdeckung der Variationsgebiete höhere Myopiegrade teil (— 5,0 — 6,0).

Tab. 10 zeigt jedenfalls, daß der absoluten Länge der Augenachse nicht diejenige ausschlaggebende Bedeutung für die Refraktion zukommt, die man ihr oft zuzuschreiben geneigt ist. Gewisse Wegweiser in dieser Richtung ergibt auch die Variabilität der Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen. Aus Tab. 9 kann man die folgenden Größen der Streuung der Variationskurven für die Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen entnehmen.

$$H = \pm 0,981; E = \pm 1,243; M = \pm 3,376.$$

Falls man die Myopie in 2 Gruppen einteilt: bis zu — 6,0 D. und von — 6,0 D. an, so ergibt sich:

$$H \pm 0,981; E = \pm 1,243; M_{(\text{bis } -6,0 \text{ D.})} = \pm 1,098;$$

$$M_{(\text{von } -6,0 \text{ D.})} = \pm 4,386.$$

Es variiert also die Achsenlänge bei Emmetropie ebenso stark wie bei Hypermetropie und mittlerer Myopie. Und wenn die Emmetropen trotz der großen Variabilität der Achsenlänge immerhin ihre emmetropische Refraktion beibehalten, so ist es selbstverständlich, daß man auch die verschiedenen Grade der Myopie und Hypermetropie nicht ausschließlich durch die verschiedene Achsenlänge erklären kann. Dasselbe ergibt sich, falls man anstatt der Streuung das Variationsgebiet der Achsenlänge näher betrachtet. Hier sind die folgenden Beziehungen vorhanden:

$$H \ 19,71\text{—}23,87; \ E \ 20,46\text{—}25,46; \ M_{(\text{bis } -6,0 \text{ D.})} \ 21,62\text{—}26,37;$$

$$(4,16 \text{ mm}) \quad (5,00 \text{ mm}) \quad (4,75 \text{ mm})$$

$$M_{(\text{von } -6,0 \text{ D.})} \ 21,88\text{—}34,77.$$

$$(12,89 \text{ mm})$$

Wir sehen, daß die Variabilität der Achsenlänge im Bereiche von 5,00 mm bei Emmetropie ohne jeden Einfluß auf die Refraktion des Auges bleibt; daher ist es auch nicht statthaft, bei der Hypermetropie und Myopie einer Variabilität der Achsenlänge von 4,16 bzw. 4,75 mm eine ausschlaggebende Bedeutung zuzuschreiben.

Einen besseren Einblick in die hier herrschenden Verhältnisse erhält man, falls man Korrelationstabellen zwischen Refraktion einerseits und Achsenlänge und Brechkraft des Auges andererseits zusammenstellt und die betreffenden Korrelationskoeffizienten berechnet. Aus dem Vergleich der Tab. 11 und 12 ist deutlich zu ersehen, daß die Zahlen auf der ersten dieser Tabellen regellos zerstreut sind, während sie auf der 2. Tabelle eine deutliche Tendenz, sich um die Diagonale

Tabelle 11. *Korrelationstabelle zwischen Refraktion und Brechkraft des Auges.*

Brechkraft des Auges	Refraktion											
	+7,0	+4,0	+1,0	-2,0	-5,0	-8,0	-11,0	-14,0	-17,0	-20,0	-23,0	-26,0
57,0—58,9	—	—	6	3	—	—	—	—	1	—	—	—
59,0—60,9	—	1	10	5	2	—	1	—	—	—	—	1
61,0—62,9	1	3	17	6	1	—	—	1	—	1	—	—
63,0—64,9	3	6	19	11	2	1	1	—	3	2	—	—
65,0—66,9	3	8	18	2	2	1	—	1	4	—	—	—
67,0—68,9	3	3	19	—	1	—	1	—	—	—	—	—
69,0—70,9	2	1	9	—	1	3	—	1	—	—	—	—
71,0—72,9	—	1	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
73,0—74,9	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—
75,0—76,9	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—

Tabelle 12. *Korrelationstabelle zwischen Refraktion und Achsenlänge.*

Achsenlänge	Refraktion											
	+7,0	+4,0	+1,0	-2,0	-5,0	-8,0	-11,0	-14,0	-17,0	-20,0	-23,0	-26,0
19,0—20,9	8	4	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21,0—22,9	4	18	56	—	1	2	—	—	—	—	—	—
23,0—24,9	—	1	33	21	4	4	—	—	—	—	—	—
25,0—26,9	—	—	3	6	3	1	1	1	—	—	—	—
27,0—28,9	—	—	—	—	1	—	1	1	2	—	—	—
29,0—30,9	—	—	—	—	—	—	1	—	5	—	—	—
31,0—32,9	—	—	—	—	—	—	—	1	1	2	—	—
33,0—34,9	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—

zu gruppieren, aufweisen. Es besteht also zwischen Refraktion und Brechkraft des Auges eine äußerst geringe Korrelation, während die Korrelation zwischen Refraktion und Achsenlänge schon ganz bedeutend ist. Das wird auch durch die Berechnung der entsprechenden Korrelationskoeffizienten bestätigt; er ist für Refraktion — Brechkraft des Auges 0,068 und für Refraktion — Achsenlänge 0,647. Falls man beachtet, daß ein Koeffizient 0,5 auf eine mittlere Korrelation hinweist, so ergibt sich, daß zwischen Refraktion und Achsenlänge zwar eine bedeutende Korrelation besteht, die aber immerhin noch lange nicht vollkommen ist, da ja der Korrelationskoeffizient zwar größer als 0,5, jedoch

bedeutend geringer als 1,0 ist. Das wird auch durch Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen Refraktion und Achsenlänge für die einzelnen Refraktionen bestätigt (Tab. 13). Auch hier finden wir bei Myopie und Hypermetropie nur eine äußerst geringe Korrelation zwischen Refraktion und Brechkraft des Auges und eine mehr als mittelstarke Korrelation zwischen Refraktion und Achsenlänge.

Tabelle 13.

*Korrelationskoeffizient zwischen Refraktion, Brechkraft des Auges und Achsenlänge für die einzelnen Refraktionen.*

Welche Refraktion	Refraktion: Brechkraft des Auges	Refraktion: Achsenlänge
Hypermetropie . . . . .	$0,057 \pm 0,118$	$0,527 \pm 0,086$
Emmetropie . . . . .	0	0
Myopie . . . . .	$0,186 \pm 0,111$	$0,571 \pm 0,077$

Es hat also augenscheinlich die Achsenlänge an und für sich noch lange nicht diejenige ausschlaggebende Bedeutung, die man ihr oft für die Refraktion des Auges zuschreibt. Der Grund dafür liegt in der äußerst geringen Korrelation, die einem vollkommenen Fehlen jeglicher Korrelation sehr nahe kommt, zwischen Refraktion und Brechkraft des Auges. Es kann daher bei einer beliebigen Refraktion die verschiedenste Brechkraft des Auges vorkommen. Dagegen ist die Korrelation zwischen Achsenlänge und Refraktion größer als mittelstark und außerdem positiv, was darauf hinweist, daß bei steigender Refraktion oft längere Augachsen vorkommen. Faßt man diese beiden Momente zusammen, so wird es sehr wahrscheinlich, daß zwischen Achsenlänge und Brechkraft des Auges keine bedeutende Korrelation besteht. Und wirklich ergibt die Berechnung einen Korrelationskoeffizienten zwischen Achsenlänge und Brechkraft des Auges am Gesamtmaterial — 0,5. Es besteht also zwischen diesen beiden Größen eine mittlere, negative Korrelation. Daraus folgt, daß die längeren Achsenlängen eine gewisse Tendenz zeigen, sich mit geringerer Brechkraft des Auges zu kombinieren. Dasselbe wird auch durch die entsprechende Korrelationstabelle veranschaulicht (Tab. 14). Es ist also die äußerst geringe Korrelation zwischen Refraktion und Brechkraft des Auges einerseits und die sich daraus ergebende nur mittlere und außerdem noch negative Korrelation zwischen Achsenlänge und Brechkraft des Auges andererseits, die gewissermaßen dem Einfluß der Achsenlänge auf die Refraktion entgegenarbeiten. Besonders wichtig ist in dieser Hinsicht der negative Charakter zwischen Achsenlänge und Brechkraft des Auges. Der Zuwachs der Achsenlänge bewirkt bei sonst gleichen Bedingungen einen Zuwachs der Refraktion, d. h. eine Verschiebung zur Seite der Myopie. Eine Abnahme der Brechkraft des Auges bewirkt bei sonst gleichen Bedin-



gungen eine Verminderung der Refraktion, d. h. eine Verschiebung zur Seite der Hypermetropie. Infolge des negativen Charakters der Korrelation kombinieren sich häufig größere Achsenlängen mit geringerer Brechkraft des Auges, und dadurch wird teilweise der Einfluß der Achsenlänge auf die Refraktion nivelliert. Man darf daher schließen, daß die sphärische Refraktion des Auges größtenteils weder durch die Achsenlänge an und für sich, noch durch die Brechkraft des Auges als solche bedingt wird, sondern kombinatorischen Ursprungs ist. Es bestätigt also die variationsstatistische Bearbeitung der Messung der Elemente des optischen Apparates des Auges inkl. Achsenlänge von 200 Fällen diejenigen Schlußfolgerungen, zu denen seinerzeit *Steiger* auf Grund der Untersuchungen der Hornhautrefraktion gekommen war.

Auch die Berechnung der Regression bestätigt diese Auffassung. Falls zwischen 2 Größen eine bestimmte Korrelation besteht, so bewirkt die Veränderung einer dieser Größen auch eine entsprechende Veränderung der anderen. Unter Regression versteht man den Grad der Veränderung einer der korrelativ aneinandergebundenen Größe, falls die andere sich um eine Einheit verändert. Im gegebenen Falle ist die Regression zwischen Refraktion und Achsenlänge von Interesse, also die Frage, um wieviel Dioptrien die Refraktion zunimmt, falls sich die Länge der Augenachse um 1 mm ändert (Tab. 15).

Tabelle 15. *Regression zwischen Refraktion und Achsenlänge.*

Welche Refraktion	Größe der Regression in Dioptrien
Gesamtmaterial . . .	1,319
Hypermetropie . . .	1,194
Emmetropie . . . .	0
Myopie . . . . .	1,464

Bekanntlich entspricht bei reiner Achsenametropie einem Zuwachs der Achsenlänge um 1 mm eine Refraktionsänderung von 3,0 D. Aus Tab. 15 ist dagegen zu ersehen, daß sowohl am Gesamtmaterial als auch bei den einzelnen Refraktionen die Refraktion des Auges bei Änderung der Achsenlänge um 1 mm nicht um 3,0, sondern nur um etwas mehr als 1,0 D. sich durchschnittlich ändert. Auch daraus kann man schließen, daß man die Ametropie nicht als ausschließlich durch die Achsenlänge bedingt betrachten darf.

#### *Schlußfolgerungen.*

1. Die Erforschung der Variabilität der dioptrischen Elemente des Auges mittels Messungen von 200 Augen mit einer Refraktion von + 7,0 bis — 25,0 D. am Tschernigischen Ophthalmophakometer ergab, daß alle diese Elemente (Tiefe der Vorderkammer, Tiefe der Linse, Radien der brechenden Flächen, Brechkraft der Hornhaut, der Linse und des Auges) eine Variationskurve bilden, die eine hinreichend gute Übereinstimmung mit der normalen Binominalkurve zeigen. Stark ab-

weichend ist nur die Variationskurve für die Achsenlänge, die sich durch ihre starke Asymmetrie und bedeutende Hochgipfeligkeit auszeichnet. Alle diese Eigentümlichkeiten dieser Kurve schwinden, falls man aus dem Gesamtmaterial alle Fälle mit Myopie von  $-6,0$  und höher ausschließt. Dann bleiben 170 Augen mit einer Refraktion von  $+7,0$  bis  $-6,0$  übrig, und an diesem Material ergibt auch die Achsenlänge eine mit der Binominalkurve gut übereinstimmende Variationskurve. Es beruht daher die starke Asymmetrie und große Hochgipfeligkeit der Variationskurve der Achsenlänge des Gesamtmaterials darauf, daß diese Kurve gewissermaßen aus 2 Kurven gebildet wird: einer normalen Variationskurve für Achsenlängen der Augen von  $+7,0$  bis  $-6,0$  D. und einer zweiten für Achsenlängen der höheren Myopiefälle, die irregulär verläuft und sich mit der ersten summiert. Der Umstand, daß im Gebiete von  $+7,0$  bis  $-6,0$  die Achsenlängen eine normale Variationskurve ergeben, weist darauf hin, daß die verschiedenen Achsenlängen dieser Augen bloß Glieder einer normalen Variationsreihe sind. Daher darf man nicht bei Hypermetropie eine Entwicklungshemmung als Ursache der geringen Achsenlänge und bei Myopie Nahearbeit und pathologische Einflüsse als Ursache der Achsenverlängerung annehmen.

2. Die Brechkraft der Linse variiert äußerst stark, wobei die Variabilität der Linsenrefraktion durchaus nicht geringer ist als die der Hornhautrefraktion. Daher ist eine jede Bestimmung der Achsenlänge am lebenden Auge, die nur die Hornhautrefraktion des betreffenden Auges beachtet und für die Linsenrefraktion eine schematische Zahl verwendet, fehlerhaft. Eine solche Berechnung der Achsenlänge vermittelt der schematischen Linse vernachlässigt vollkommen die normale Variabilität der Linsenrefraktion. Daraus resultiert nicht nur ein falscher absoluter Wert für die Achsenlänge des betreffenden Auges, sondern man kann für 2 Augen eine gleiche Achsenlänge finden, wo faktisch, bei Berücksichtigung der tatsächlichen Linsenrefraktion, sich ein bedeutender Unterschied der Achsenlänge ergeben kann.

3. Bei der Beurteilung der gegenseitigen Beziehungen zwischen Refraktion und den einzelnen dioptrischen Elementen wurde bisher nur der Fehler der betreffenden ophthalmometrischen Methodik beachtet, und die endgültigen Schlußfolgerungen basierten auf einem Vergleiche der Mittelwerte. Die Variationsstatistik jedoch lehrt, daß der empirisch gefundene Mittelwert einer Variationsreihe sich infolge der Existenz des mittleren Fehlers mehr oder weniger vom wahren Mittelwert der betreffenden Variationsreihe unterscheidet. Infolge der Existenz des mittleren Fehlers ist es daher notwendig, außer dem Mittelwert für eine jede Größe auch deren mittleren Fehler anzugeben. Ohne diese Vorsichtsmaßregel kann man leicht zu irrigen Schlüssen verleitet werden.



4. Die variationsstatistische Bearbeitung der Messungen von 200 Augen mit Berücksichtigung des mittleren Fehlers für jeden Mittelwert ergab, daß für alle Elemente des optischen Apparates des Auges, mit Ausnahme der Achsenlänge, sich zwischen Emmetropie einerseits und Hypermetropie und Myopie andererseits keine zuverlässigen Unterschiede nachweisen lassen. Nur für die Achsenlänge bestehen zuverlässige Unterschiede zwischen den einzelnen Refraktionen, wobei jedoch die Variationsgebiete der Achsenlänge bei verschiedenen Refraktionen sich teilweise überdecken. So variiert die Achsenlänge bei Hypermetropie von 19,71—23,87 mm, bei Emmetropie von 20,46—25,46 mm und bei Myopie von 21,62—34,77 mm. Daraus kann man schließen, daß die Achsenlänge bei Augen mit verschiedener Refraktion gleich sein kann.

5. Die Berechnung des Korrelationskoeffizienten zwischen Refraktion und Achsenlänge sowohl für das Gesamtmaterial als auch für die einzelnen Refraktionen ergibt Zahlen, die nahe 0,5 liegen und dieselbe nicht besonders stark übersteigen; daraus folgt, daß zwischen Refraktion und Achsenlänge eine positive Korrelation besteht, die ungefähr mittelstark ist und jedenfalls keine sehr bedeutenden Werte erreicht. Das Bestehen einer mittleren Korrelation zwischen Refraktion und Achsenlänge beweist, daß die absolute Länge der Achse an und für sich keine ausschlaggebende Bedeutung für die Refraktion hat. Die Analyse der korrelativen Beziehungen zwischen Refraktion und Achsenlänge einerseits und der Brechkraft des Auges andererseits, sowie auch das Bestehen einer nur mittleren und außerdem noch negativen Korrelation zwischen Achsenlänge und Brechkraft des Auges ergeben, daß die Ametropie in der Mehrzahl der Fälle weder als Achsen- noch als Refraktionsametropie aufgefaßt werden darf, sondern kombinatorischen Ursprungs ist. Der Refraktionszustand hängt weder von der absoluten Größe der Achsenlänge noch der Brechkraft des Auges ab, sondern von der Kombination dieser beiden Faktoren.

#### Literaturverzeichnis.

- <sup>1</sup> *Averbach*, Zur Dioptrik der Augen verschiedener Refraktion. Inaug.-Diss. Moskau 1900. (Russisch.) — <sup>2</sup> *Czellitzer*, Totalrefraktion und Hornhautrefraktion mit besonderer Berücksichtigung des physiologischen Linsenastigmatismus. Klin. Mbl. Augenheilk. **79** (1927). — <sup>3</sup> *Johannsen*, Elemente der exakten Erbliehkeitslehre. Jena 1926. — <sup>4</sup> *Maklakow*, Die Veränderung der dioptrischen Elemente der Linse bei verschiedener Akkommodationsanstrengung. Inaug.-Diss. Moskau. (Russisch.) — <sup>5</sup> *Steiger*, Die Entstehung der sphärischen Refraktion des menschlichen Auges. Berlin 1913. — <sup>6</sup> *Scheerer*, Zur entwicklungsgeschichtlichen Auffassung der Brechungszustände des Auges. Dtsch. opt. Ges. 1928; Ref. Zbl. Ophth. **20**, 163 (1928). — <sup>7</sup> *Schnabel* und *Herrnheiser*, Über Staphyloma posticum, Conus und Myopie. Z. Heilk. **16** (1895). — <sup>8</sup> *Philipstschenko*, Die Variabilität. Leningrad 1927. (Russisch.) — <sup>9</sup> *Zeeman*, Linsenmessungen und Emmetropisation. Arch. f. Ophth. **78** (1911).