

## Strukturierung von Entscheidungsprozessen bei mehrfacher Zielsetzung

H. Isermann

Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Bielefeld, D-4800 Bielefeld

Eingegangen am 26. März 1979/Angenommen am 12. Juli 1979

**Zusammenfassung.** In diesem Beitrag werden einige Alternativen zur Strukturierung von Entscheidungsprozessen auf der Grundlage konkreter Planungsmodelle mit mehrfacher Zielsetzung vorgestellt, die zu einer Lösung von Planungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung beitragen können.

**Summary.** This paper focusses on some alternative structures of a goal formation and decision process in order to select a compromise alternative for a multiple-criteria decision problem. It is illustrated, that resolving a multiple-criteria decision conflict on the basis of a decision model with several objective functions in the sense that the decision maker finds an acceptable compromise alternative within an acceptable span of time constitutes not only a theoretical but a practicable possibility.

### 1. Vorbemerkungen

Sofern ein Entscheidungsträger (ET) bei der Auswahl einer zu realisierenden Alternative aus mindestens zwei Alternativen mehrere Ziele anstrebt, stellt sich in der Regel das Problem, daß eine Alternative, der in bezug auf ein bestimmtes Ziel keine andere Alternative vorgezogen wird, hinsichtlich eines anderen Ziels nicht so hoch eingeschätzt wird wie andere Alternativen. Damit läßt sich die Frage, welche der betrachteten Alternativen realisiert werden soll, nicht mehr eindeutig beantworten. Dieser als *Zielkonflikt* charakterisierte Sachverhalt hat zur Folge, daß der mit der Auswahl einer zu realisierenden Alternative – sie soll hier als *Kompromißalternative* bezeichnet werden – verbundene Entscheidungsprozeß vom ET als sehr komplex empfunden wird.

Im Rahmen dieses Beitrags sollen jene Aspekte aus dem Problemkreis „Mehrfache Zielsetzung“ aufgegriffen werden, die fruchtbare Ansatzpunkte zur Überwindung

von Zielkonflikten auf der Basis konkreter Planungs- bzw. Entscheidungsmodelle eröffnen. Insbesondere werden einige alternative Konzepte zur Gestaltung von Entscheidungsprozessen auf der Grundlage linearer Planungsmodelle mit mehrfacher Zielsetzung analysiert, die zur Ermittlung einer Kompromißalternative bei konkreten Planungsproblemen herangezogen werden.

Im folgenden Abschnitt werden die konstitutiven Bestandteile eines Planungsmodells mit mehrfacher Zielsetzung vorgestellt und an einem Beispiel illustriert. Die Ermittlung einer Kompromißalternative auf der Basis einer explizit vorgegebenen Präferenzfunktion wird im dritten Abschnitt diskutiert, wobei der Zielgewichtung aufgrund der ihr in der Betriebswirtschaftslehre zugemessenen Bedeutung besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird. Sowohl empirische Untersuchungen zum Entscheidungsverhalten von ETn als auch eine Auswertung der mit einer expliziten Vorgabe einer Präferenzfunktion verbundenen Implikationen lassen erwarten, daß eine fundierte Kompromißfindung in Verbindung mit einem konkreten Planungsproblem bei mehrfacher Zielsetzung im Rahmen eines Entscheidungsprozesses gelingt. Da der in den Entscheidungsprozeß integrierte Prozeß der Zielbildung des ETs insbesondere von den verfügbaren Informationen über die dem Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung zugrundeliegenden Zielinterdependenzen beeinflusst wird, ist der Deduktion dieser Informationen aus dem Planungsmodell in Hinblick auf eine Strukturierung von Entscheidungsprozessen besondere Bedeutung beizumessen. Die Deduktion von Informationen über die Zielinterdependenzen aus einem linearen Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung wird im vierten Abschnitt an Hand eines Beispiels illustriert. Der fünfte Abschnitt enthält eine Darstellung und Analyse alternativer Strukturen von Entscheidungsprozessen zur Kompromißfindung bei linearen Planungsmodellen mit mehrfacher Zielsetzung. Diesen Strukturen liegen unter-

schiedliche Annahmen über den Informationsbedarf des ETs hinsichtlich der Zielinterdependenzen, über das Zielsystem des ETs sowie über die Fähigkeit des ETs, Informationen über sein Zielsystem zu artikulieren, zugrunde. In einer konkreten Planungssituation begründen sowohl entscheidungsträgerspezifische als auch problemspezifische Aspekte die Struktur eines Entscheidungsprozesses. Dies soll im sechsten Abschnitt an einem konkreten Sachproblem, der Kapazitätsplanung in einem wirtschaftswissenschaftlichen Fachbereich bei mehrfacher Zielsetzung, illustriert werden. Der abschließende siebte Abschnitt enthält eine kurze Zusammenfassung sowie einige Literaturhinweise, die einen Einstieg in die vielfältigen Problemstellungen auf dem Gebiet der „Mehrfachen Zielsetzung“ vermitteln.

Die Überwindung von Zielkonflikten auf der Basis konkreter Planungsmodelle mit mehrfacher Zielsetzung ist eine zentrale Gestaltungsaufgabe einer entscheidungsorientierten Betriebswirtschaftslehre. Dieser Beitrag soll zeigen, daß eine Kompromißfindung bei linearen Planungsmodellen mit mehrfacher Zielsetzung im Rahmen eines strukturierten Entscheidungsprozesses nicht nur theoretisch denkbar sondern grundsätzlich auch praktisch realisierbar ist. Er möchte darüber hinaus dazu anregen, Planungsprobleme bei mehrfacher Zielsetzung in Verbindung mit Planungsmodellen mit mehrfacher Zielsetzung zu analysieren und zu lösen.

## 2. Konstitutive Bestandteile eines Planungsmodells mit mehrfacher Zielsetzung

Konkreten Planungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung werden einerseits Planungsmodelle zugeordnet, bei denen das gesamte Zielsystem des ETs durch die definitive Angabe einer skalaren Präferenzfunktion repräsentiert wird. Andere Planungsmodelle beschränken sich darauf, zunächst die in Verbindung mit der konkreten Problemstellung relevanten Dimensionen des Werturteils des ETs und damit lediglich partielle Informationen über das Zielsystem des ETs zu erfassen. Konstitutive Bestandteile dieser Planungsmodelle mit mehrfacher Zielsetzung sind

1. eine mehrelementige Alternativenmenge  $X$  mit den Alternativen  $x \in X$
2.  $K > 1$  reellwertige auf  $X$  definierte Zielfunktionen  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ),
3.  $K > 1$  Höhenpräferenzrelationen  $R_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ).

Jede Alternative  $x \in X$  läßt sich durch eine Reihe von Eigenschaftsausprägungen charakterisieren, die sich auf einem bestimmten Skalenniveau (z. B. kardinal, ordinal oder nominal) messen lassen. In Verbindung mit der Entscheidungsfindung wird der ET den Ausprägungen bestimmter Eigenschaften der betrachteten Alternativen insoweit besondere Aufmerksamkeit widmen, als diese

Eigenschaftsausprägungen ihm Informationen über die Erreichung der mit der Entscheidung verfolgten Zielsetzung vermitteln. Bezeichnet man diese, im Hinblick auf die durch den ET verfolgte Zielsetzung relevanten Eigenschaften der betrachteten Alternativen als Zielarten bzw. Zieleigenschaften und ordnet für  $k = 1, \dots, K$  der  $k$ -ten Zielart eine Zielfunktion  $z_k(x)$  zu, die die Ausprägungen der Alternativen  $x \in X$  hinsichtlich der  $k$ -ten Zielart mindestens auf einem ordinalen Skalenniveau mißt, so läßt sich die Auswahl einer oder (zunächst) mehrerer Alternativen  $x \in X$  auf der Grundlage ihrer Ziel(funktions-)werte  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) vornehmen.

Die Ausrichtung eines Planungsmodells auf die vom ET intendierte Zielsetzung erforderte neben der Erfassung der Zielarten und der Messung der Zielartenausprägungen auch eine Bewertung der Zielwerte  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) im Hinblick auf ihr Potential zur Erreichung der vom ET intendierten Zielsetzung. Als Minimalanforderung an ein derartiges Bewertungssystem ist für alle Zielarten die Existenz einer Höhenpräferenzrelation  $R_k$  ([3], S. 26) in Verbindung mit  $z_k(x)$  zugrunde zu legen. Jede Höhenpräferenzrelation  $R_k$  ist eine vollständige und transitive binäre Relation auf der Menge aller Zielwerte

$$Z_k := \{z_k(x) | x \in X\}$$

oder einer Teilmenge von  $Z_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), die inhaltlich wie folgt spezifiziert ist:  $z_k^1 R_k z_k^2$  bedeutet, daß der ET den Zielwert  $z_k^1$  mindestens so hoch einschätzt wie  $z_k^2$ . Mit Hilfe dieser schwachen Präferenzrelation  $R_k$  läßt sich nun die starke Höhenpräferenzrelation  $P_k$  definieren: Sofern die Relation  $z_k^1 R_k z_k^2$ , jedoch nicht die Relation  $z_k^2 R_k z_k^1$  besteht, zieht der ET den Zielwert  $z_k^1$  dem Zielwert  $z_k^2$  vor. Dies wird durch die Schreibweise  $z_k^1 P_k z_k^2$  zum Ausdruck gebracht.

Ist beispielsweise die  $k$ -te Zielart die mit der Realisierung einer Alternative verbundene Rendite und wird vom ET über dem gesamten Wertebereich von  $z_k(x)$  eine höhere Rendite einer niedrigeren Rendite vorgezogen, dann besteht die Relation  $z_k^1 R_k z_k^2$  genau dann, wenn  $z_k^1 \geq z_k^2$  und  $z_k^1 P_k z_k^2$  genau dann, wenn  $z_k^1 > z_k^2$ . Werden als  $l$ -te Zielart etwa die bei der Realisierung einer Alternative in einem gegebenen Zeitraum anfallenden ausgabewirksamen Kosten erfaßt und werden vom ET über dem gesamten Wertebereich von  $z_l(x)$  geringere Kostenbeträge höheren vorgezogen, so besteht die Relation  $z_l^1 R_l z_l^2$  genau dann, wenn  $z_l^1 \leq z_l^2$ . Eine ausschließliche Betrachtung der  $l$ -ten Zielart würde zu der Auswahl jener Alternative  $x^* \in X$  führen, für die gilt  $z_l(x^*) \leq z_l(x)$  für alle  $x \in X$ .

Jede Höhenpräferenzrelation  $R_k$  impliziert somit eine Vorschrift über den vom ET angestrebten Zielwert der  $k$ -ten Zielart ( $k = 1, \dots, K$ ) ([3], S. 26). Neben dem Streben nach maximalen oder minimalen Zielwerten einer Zielart läßt sich auch ein Entscheidungsverhalten be-

obachten, das auf die Erreichung eines Anspruchsniveaus  $z_k^a$  ( $k \in \{1, \dots, K\}$ ) oder zumindest auf eine möglichst geringe Abweichung des Zielwertes  $z_k(x)$  vom Anspruchsniveau  $z_k^a$  ausgerichtet ist.

Werden etwa als  $i$ -te Zielart die bei der Realisierung einer Alternative in einem gegebenen Zeitraum erzielbaren Erlöse erfaßt und strebt der ET in dem betrachteten Zeitraum einen Erlös von  $z_i^a$  Geldeinheiten (GE) an, wobei er zwischen Erlösen, die größer oder gleich  $z_i^a$  sind, indifferent ist, jedoch von zwei verschiedenen Erlösen, die beide geringer als  $z_i^a$  sind, jenen mit der geringeren Unterschreitung des Erlösziels  $z_i^a$  vorzieht, so besteht die Relation  $z_i^1 R_i z_i^2$  genau dann, wenn  $\min \{z_i^1, z_i^a\} \geq \min \{z_i^2, z_i^a\}$ . Damit reflektiert die Höhenpräferenzrelation  $R_i$  eine anspruchsniveaubezogene Bewertung der Zielwerte  $z_i(x)$  durch den ET.

Vermag der ET die bezüglich seines Zielsystems relevanten Zielfunktionen sowie die ihnen zugeordneten Höhenpräferenzrelationen anzugeben, dann läßt sich auf der Grundlage dieser partiellen Informationen über das Zielsystem des ETs die Menge aller Alternativen auf eine in der Regel erheblich kleinere Teilmenge effizienter Alternativen reduzieren. Dabei heißt eine Alternative  $x^0 \in X$  genau dann bezüglich  $X$ , den Zielfunktionen  $z_k(x)$  und den zugeordneten Höhenpräferenzrelationen  $R_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) *effizient*, wenn keine andere Alternative  $x' \in X$  existiert, so daß gilt:

$$z_k(x') R_k z_k(x^0) \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad \text{und}$$

$$z_k(x') P_k z_k(x^0) \quad \text{für mindestens ein } k \in \{1, \dots, K\}.$$

**Beispiel**

Zur Illustration der hier eingeführten Begriffe und insbesondere des Effizienzbegriffs sei ein Beispiel aus der strategischen Investitionsplanung gewählt (vgl. [1], S. 4–6).

Als Zielarten seien vom ET die Rentabilität der Investitionsalternativen, der durch die Realisierung der Investitionsalternativen erzielbare Marktanteil sowie das Marktpotential der den einzelnen Investitionsalternativen zugeordneten Produkte festgelegt worden (siehe Tabelle 1). Während den beiden ersten Zielarten ein kardinales Skalenniveau zugeordnet wird, werden die Ausprägungen der Alternativen hinsichtlich der dritten Zielart ordinal gemessen. Der ET strebt sowohl eine höchstmögliche Rendite als auch einen höchstmöglichen Marktanteil an, d. h. für  $k \in \{1, 2\}$  besteht die Relation  $z_k(x^r) R_k z_k(x^s)$  genau dann, wenn  $z_k(x^r) \geq z_k(x^s)$ . Hinsichtlich des Marktpotentials der Produkte habe der ET ein Anspruchsniveau  $z_3^a = 3$  (gut) festgelegt: Er ist zwischen einem „guten“ und „sehr guten“ Marktpotential der Produkte indifferent; sofern das Marktpotential der Produkte schlechter als mit „gut“ bewertet wird, schätzt er

**Tabelle 1:** Zielwerte der Alternativen (Ergebnistabelle)

Zielart	Rentabilität in %	Marktanteil d. Produkte in %	Marktpotential der Produkte
Alternative	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z_3(x)$
$x^1$	30	15	1 (ausreichend)
$x^2$	20	45	3 (gut)
$x^3$	10	10	4 (sehr gut)
$x^4$	15	30	3 (gut)
$x^5$	25	15	1 (ausreichend)
$x^6$	20	40	2 (befriedigend)

eine Bewertung mit „befriedigend“ höher ein als eine Bewertung mit „ausreichend“, d. h.  $R_3$  ist definiert durch:  $z_3(x^r) R_3 z_3(x^s) \Leftrightarrow \min \{z_3(x^r), z_3^a\} \geq \min \{z_3(x^s), z_3^a\}$ .

Von den 6 in Tabelle 1 angeführten Investitionsalternativen sind lediglich die Alternativen  $x^1$  und  $x^2$  bezüglich der zugrunde liegenden Alternativenmenge  $X = \{x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6\}$ , der Zielfunktionen  $z_1(x), z_2(x), z_3(x)$  und der Höhenpräferenzrelationen  $R_1, R_2, R_3$  effizient. Mit anderen Worten: Auf der Basis der vorliegenden Informationen erweisen sich die Alternativen  $x^3, x^4, x^5$  und  $x^6$  als nicht effizient und damit für die Entscheidungsfindung als nicht relevant. So wird beispielsweise die Alternative  $x^3$  durch  $x^2$  dominiert, denn es gilt  $z_k(x^2) R_k z_k(x^3)$  für  $k = 1, 2, 3$  und  $z_k(x^2) P_k z_k(x^3)$  für  $k = 1, 2$ :  $20 \geq 10, 45 \geq 10, \min \{3, 3\} \geq \min \{4, 3\}$  und  $20 > 10, 45 > 10$ . Dieselben Überlegungen treffen für  $x^4, x^5$  und  $x^6$  zu. Würde der ET jedoch statt der anspruchsniveaubezogenen Ergebnisbewertung bei der dritten Zielart einen möglichst hohen Zielwert anstreben, so änderte sich die Höhenpräferenzrelation  $R_3$  und  $x^3$  wäre die dritte effiziente Alternative.

Aus der Definition des Effizienzbegriffs geht hervor, daß die Effizienzeigenschaft einer Alternative eine relative Eigenschaft ist: Eine Veränderung der Alternativenmenge und/oder des Zielsystems bzw. der Informationen über das Zielsystem in der Weise, daß die Menge der vom ET verfolgten Zielarten, mindestens eine Zielfunktion oder mindestens eine Höhenpräferenzrelation modifiziert wird, kann dazu führen, daß eine effiziente Alternative ihre Effizienzeigenschaft verliert oder eine bisher nicht effiziente Alternative nunmehr zur Menge der effizienten Alternativen gehört. Die Bedeutung des Effizienzbegriffs ist insbesondere darin zu sehen, daß auf der Basis der jeweils zugrunde gelegten partiellen Informationen über das Zielsystem des ETs eine Reduktion der Komplexität des Planungsproblems gelingt: Für die Auswahl einer Kompromißalternative ist lediglich die Menge der effizienten Alternativen relevant.

Die folgenden Abschnitte beschäftigen sich mit der Ermittlung einer Kompromißalternative. Inwieweit eine fundierte Auswahl einer Kompromißalternative mit Hilfe

einer definitiv vorgegebenen Präferenzfunktion gelingt, soll im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

### 3. Zur Auswahl einer Kompromißalternative auf der Basis einer explizit vorgegebenen Präferenzfunktion

In der Betriebswirtschaftslehre, aber auch in der betrieblichen Praxis werden einem Planungsproblem mit konkurrierenden Zielsetzungen immer noch Planungsmodelle zugeordnet, die davon ausgehen, daß der ET vor Beginn der Entscheidungsfindung bereit und in der Lage ist, die Präferenzvorstellungen, die er mit den verschiedenen Zielarten und -werten verbindet, in Form einer reellwertigen skalaren Präferenzfunktion zu präzisieren (vgl. z. B. [11], [18] und [23]). Welche Implikationen sind damit jedoch verbunden?

#### 3.1. Zur Repräsentation eines Zielsystems durch eine definitiv vorgegebene Präferenzfunktion

Wird vom ET die definitive Vorgabe einer Präferenzfunktion zusammen mit einer Höhenpräferenzrelation erwartet, so wird nicht nur unterstellt, daß das Zielsystem des ETs vor Beginn der Entscheidungsfindung vollständig und stabil (unveränderlich) ausgebildet ist, sondern auch, daß das Zielsystem durch die Präferenzfunktion und die zugehörige Höhenpräferenzrelation repräsentiert wird — m. a. W., daß ein Isomorphismus zwischen der Präferenzfunktion zusammen mit der ihr zugeordneten Höhenpräferenzrelation und dem Zielsystem des ETs besteht. In diesem Zusammenhang stellen sich drei Fragen:

1. Ist das Zielsystem des ETs vor Beginn der Entscheidungsfindung bereits vollständig und endgültig ausgebildet?
2. Ist der ET in der Lage, vor Beginn der Entscheidungsfindung seine Präferenz konsistent und vollständig in der Weise zu artikulieren, daß diese durch eine Präferenzfunktion in Verbindung mit einer Höhenpräferenzrelation repräsentiert werden kann?
3. Ist es für die Entscheidungsfindung überhaupt notwendig, daß der ET eine vollständige Information über sein Zielsystem bereitstellt?

Zu der Frage, ob das Zielsystem des Entscheidungsträgers vor Beginn der Entscheidungsfindung bereits vollständig und endgültig ausgebildet ist, existiert eine Reihe empirischer Arbeiten (vgl. z. B. [15], [16], [17]), die im wesentlichen zu dem Ergebnis gelangen, daß die Zielbildung erst im Verlauf des Entscheidungsprozesses entwickelt wird, da zwischen Problemlösung und Zielbildung ein enger zeitlicher und inhaltlicher Zusammenhang besteht. Die Entwicklung des Zielsystems erfolgt nicht unabhängig vom Entscheidungsprozeß, sondern wird von Elementen oder Ereignissen des Entscheidungs-

prozesses beeinflusst. Die Zielbildung wird hierbei insbesondere von Informationen des ETs über die dem Planungsmodell zugrunde liegenden Zielinterdependenzen geprägt. Dabei sind Zielvariationen im Rahmen des Entscheidungsprozesses unvermeidbar (vgl. hierzu auch [7]).

Offensichtlich erübrigt sich eine Beantwortung der zweiten und dritten Frage, wenn die Frage 1 zu verneinen ist. Doch selbst wenn die erste Frage einmal bejaht und darüber hinaus davon ausgegangen werden könnte, daß der ET vor Beginn der Entscheidungsfindung in der Lage ist, seine Präferenz konsistent und vollständig zu artikulieren, dann ist es nicht mehr notwendig, dem ET diese vollständige Information über sein Zielsystem abzuverlangen, auf der Basis der artikulierten Präferenzen eine Präferenzfunktion zu konstruieren, die zusammen mit der ihr zugeordneten Höhenpräferenzrelation das Zielsystem des ETs repräsentiert, um dann mit Hilfe dieser Präferenzfunktion die Auswahl einer Alternative zu steuern.

In Verbindung mit der Generierung einer expliziten Präferenzfunktion werden somit dem ET vor Beginn der Entscheidungsfindung zu viele und damit redundante Informationen über sein Zielsystem abverlangt oder aber Informationen, die er nicht geben kann, so daß im letzteren Fall durch die Präferenzfunktion in Verbindung mit der ihr zugeordneten Höhenpräferenzrelation das Zielsystem des ETs in der Regel nicht repräsentiert wird.

#### 3.2. Kompromißfindung mit Hilfe einer konstanten Zielgewichtung

In der betriebswirtschaftlichen Literatur wird immer wieder der Eindruck vermittelt, daß in Verbindung mit einer Zielgewichtung eine Abbildung des Zielsystems gelingen kann (vgl. z. B. [18], S. 144, [1] und [2]). Hierbei werden den einzelnen (zu maximierenden) Zielfunktionen  $z_k(x)$  durch den ET konstante nichtnegative Zielgewichte  $v_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) zugeordnet, und damit dem Planungsmodell die zu maximierende Präferenzfunktion

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^K v_k z_k(x) \text{ zugrunde gelegt. Die hier definierte}$$

Präferenzfunktion  $\varphi(x)$  erweist sich nur dann als ökonomisch sinnvoll, wenn jedem Gewichtungskoeffizienten  $v_k$  die ökonomische Dimension „Präferenzeinheiten pro Zieleinheit der  $k$ -ten Zielfunktion“ zugeordnet wird. Abgesehen von der Aussage, daß die dabei zu verwendenden Zielgewichte die relative Bedeutung der einzelnen Zielarten bzw. Zielfunktionen zum Ausdruck bringen sollen, fehlen in diesem Zusammenhang meist Angaben darüber, in welcher Weise konkret die relative Bedeutung einer Zielart durch ein konstantes Zielgewicht zum Ausdruck gebracht werden soll.

Bevor hier einige Implikationen einer Zielgewichtung im einzelnen diskutiert werden, sei auf Erfahrungen verwiesen, die in Verbindung mit einem linearen Planungsmodell mit mehreren Zielfunktionen bei der Generierung von Alternativen auf der Basis der von ETn artikulierten Zielgewichte gemacht wurden ([28], S. 258): Die von den ETn artikulierten Zielgewichte führten zur Auswahl von Alternativen, die als völlig indiskutabel verworfen wurden, während andere Systeme von Zielgewichten, bei denen der als am wichtigsten erachteten Zielfunktion ein sehr kleiner Zielgewichtungskoeffizient oder gar das Zielgewicht Null zugeordnet wurde, zur Ermittlung von Alternativen führte, die den erstgenannten Alternativen vorgezogen wurden. Die hier zu beobachtende Diskrepanz zwischen den durch die artikulierten Zielgewichtung einerseits und den aufgrund eines paarweisen Vergleichs von Alternativen andererseits zum Ausdruck gebrachten Informationen über das Zielsystem dürfte unter anderem darauf zurückzuführen sein, daß ein ET in Verbindung mit der Bildung von Zielgewichten Vorstellungen über die Implikationen seiner Zielgewichtung entwickelt, die von den Implikationen seiner Zielgewichtung im konkreten Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung mehr oder weniger stark abweichen.

In der Literatur (vgl. z. B. [1], S. 5) wird die Zielgewichtung auch auf Zielfunktionen angewendet, die die entsprechenden Zieleigenschaftsausprägungen der Alternativen auf ordinalem Skalenniveau messen. Die Werte einer Zielfunktion mit ordinaler Skalenqualität reflektieren lediglich eine Rangordnung der Zieleigenschaftsausprägungen; die Zieleigenschaftsausprägungen werden also nicht in bestimmten Einheiten gemessen wie dies beispielsweise bei Zielfunktionen auf Intervallskalenniveau der Fall ist. Wenngleich die Rechenoperationen, die in Verbindung mit einer Zielgewichtung bei der Ermittlung der Präferenzfunktion  $\varphi(x)$  erforderlich sind, rein rechnerisch mit Zielwerten auf beliebigem Skalenniveau durchgeführt werden können, setzt eine ökonomisch sinnvolle Anwendung der Zielgewichtung voraus, daß jede Zielfunktion  $z_k(x)$  mindestens ein Intervallskalenniveau aufweist. Mit anderen Worten: Ebenso wie es in der Statistik nicht zulässig ist, aufgrund von Daten von Ordinalskalenniveau arithmetische Mittel und Standardabweichungen zu berechnen, ist es in der Entscheidungstheorie nicht zulässig, Zielfunktionen mit Ordinalskalenniveau in Verbindung mit einer Zielgewichtung zu einer Präferenzfunktion zu aggregieren.

Gelegentlich (vgl. z. B. [18], S. 144) wird der Eindruck vermittelt, daß durch eine Zielgewichtung eine optimale Alternative  $x$  generiert werden kann, bei der sich die Zielwerte  $z_k(x)$  proportional zu den Gewichtungskoeffizienten  $v_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) verhalten. Dies trifft im allgemeinen nicht zu. Vielmehr impliziert eine Zielgewichtung die Bereitschaft des ETs, ausgehend von einem beliebigen Niveau der Zielwerte  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) die

Reduzierung des Wertes jeder Zielfunktion  $z_k(x)$  durch die Erhöhung des Wertes einer anderen Zielfunktion  $z_l(x)$  zu kompensieren. Mit den Gewichtungskoeffizienten  $v_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) spezifiziert der ET jene  $K$  ( $K - 1$ ) konstanten Grenztaschensraten zwischen den  $K$  Zielfunktionen,  $v_k/v_l = -\nabla z_l(x)/\nabla z_k(x)$  für alle  $k, l \in \{1, \dots, K\}$  und  $k \neq l$ , denen gegenüber er sich indifferent verhält, und zwar unabhängig davon, auf welchem Niveau sie realisiert werden: Hat der ET beispielsweise die Zielgewichte  $v_1 = 3$  und  $v_2 = 2$  festgelegt, so impliziert diese Zielgewichtung, daß der ET beispielsweise die drei in der folgenden Ergebnistabelle erfaßten Alternativen  $x^1, x^2, x^3$  als identisch beurteilt.

	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$\varphi(x)$
$x^1$	2000	3000	12000
$x^2$	-1000	7500	12000
$x^3$	4000	0	12000
$x^4$	-999	7500	12003
$x^5$	4000	1	12002

Der ET ist ausgehend von der Alternative  $x^1$  also indifferent sowohl bezüglich einer beliebig hohen Verminderung des ersten Zielwertes, solange der zweite Zielwert im Verhältnis 3:2 erhöht wird, also auch bezüglich einer beliebigen Erhöhung des ersten Zielwertes, solange der zweite Zielwert im Verhältnis 3:2 vermindert wird. Durch die Angabe von Zielgewichten werden also lediglich Indifferenzaussagen über das Zielsystem zum Ausdruck gebracht. Damit erhält das auf der Basis einer linearen Zielgewichtung konzipierte Planungsmodell einen beachtlichen Freiheitsgrad: die Höhenpräferenzrelation der Präferenzfunktion  $\varphi(x)$  sowie die Zusammensetzung der Alternativmenge determinieren letztlich die Auswahl einer Kompromißalternative: In dem hier gewählten Beispiel lautet die Kompromißalternative  $x^4$  mit den Zielwerten (-999, 7500), wenn als Alternativmenge  $X = \{x^1, x^2, x^3, x^4, x^5\}$ , zugrundegelegt wird. Müßte auf die Alternative  $x^4$  aus irgendwelchen Gründen verzichtet werden, so entscheidet sich der ET – so unterstellt es die hier gewählte Zielgewichtung – für die Zielwerte (4000, 1) und damit für  $x^5$ .

Die hier illustrierte kompensatorische Wirkung einer Zielgewichtung führt bei einer endlichen Alternativmenge in der Regel dazu, daß einige effiziente Alternativen in Verbindung mit einer Zielgewichtung grundsätzlich nicht als Kompromißalternative ermittelt werden können. Um dies zu illustrieren, seien drei effiziente Alternativen  $x^1, x^2$  und  $x^3$  betrachtet mit  $z(x^1) := \begin{pmatrix} z_1(x^1) \\ z_2(x^1) \end{pmatrix}$   
 $= \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}, z(x^2) = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$  und  $z(x^3) = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$ . Sofern ein ET die Alternative  $x^2$  sowohl der Alternative  $x^1$  als auch der Alternative  $x^3$  vorzieht – was in einer konkreten Entschei-

zungssituation durchaus der Fall sein kann –, dann läßt sich sein Zielsystem nicht durch eine zu maximierende

Präferenzfunktion  $\varphi(x) = \sum_{k=1}^K v_k z_k(x)$  mit nichtnegativen Gewichtungskoeffizienten repräsentieren; denn wird  $x^2$  der Alternative  $x^1$  vorgezogen, so gilt (im Falle einer Zielgewichtung)

$$6v_1 + 7v_2 > 11v_1 + 3v_2 \Rightarrow -5v_1 + 4v_2 > 0.$$

Wird (wie oben vorausgesetzt)  $x^2$  auch der Alternative  $x^3$  vorgezogen, so gilt (im Falle einer Zielgewichtung)

$$6v_1 + 7v_2 > 2v_1 + 11v_2 \Rightarrow 4v_1 - 4v_2 > 0.$$

Aus  $-5v_1 + 4v_2 > 0$  und  $4v_1 - 4v_2 > 0$  folgt  $-v_1 > 0$  und damit ein Widerspruch zur Nichtnegativität der Gewichtungskoeffizienten.

Die Erörterungen dieses Abschnitts haben deutlich gemacht, daß eine Zielgewichtung nicht bedenkenlos zur Generierung einer Kompromißalternative herangezogen werden darf. Die nächsten Abschnitte werden daher einige Möglichkeiten aufzeigen, wie Kompromißalternativen in transparenter Weise systematisch ermittelt werden können.

#### 4. Deduktion von Informationen über die Zielinterdependenzen aus einem linearen Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung

In Verbindung mit einer Gestaltung von Entscheidungsprozessen ist der Informationssuche, der Informationsaufnahme, der Informationsverarbeitung sowie der Artikulation von Informationen über das Zielsystem des ETs besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Für die Unternehmensforschung stellt sich in diesem Zusammenhang die Aufgabe, dem ET Informationen über die „relevanten“ Alternativen sowie über die Zielinterdependenzen in einem konkreten Planungsmodell zur Verfügung zu stellen als auch die vom ET artikulierten Informationen über sein Zielsystem in das Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung zu integrieren.

Aufgrund der besonderen Bedeutung linearer Planungsmodelle soll im folgenden stets von einem linearen Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung ausgegangen werden, das in Form eines linearen Vektormaximumproblems formuliert werden kann:

$$\begin{aligned} \max z_1(x) &= c_1 x \\ &\vdots \\ \max z_K(x) &= c_K x \end{aligned}$$

u.d.N.

$$x \in X := \{x | Ax = b, x \geq 0\}$$

bzw.

„max“  $\{z(x) = Cx | x \in X\}$  mit

$$z(x) = \begin{pmatrix} z_1(x) \\ \vdots \\ z_K(x) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_K \end{pmatrix}.$$

Damit wird hier für jede Zielfunktion  $z_k = z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) die Äquivalenz  $z_k^1 R_k z_k^2 \Leftrightarrow z_k^1 \geq z_k^2$  unterstellt. Lineare Planungsmodelle mit mehrfacher Zielsetzung, denen andere Höhenpräferenzrelationen zugrunde liegen, werden beispielsweise in [20] diskutiert.

Die in den beiden Abschnitten 5 und 6 dargestellten Strukturen von Zielbildungs- und Entscheidungsprozessen greifen einige der hier vorgestellten Informationsmöglichkeiten auf. Die Notwendigkeit, Entscheidungsprozesse sowohl unter entscheidungsträgerspezifischen als auch planungsproblemspezifischen Aspekten zu strukturieren, lassen es sinnvoll erscheinen, in diesem Abschnitt das gesamte Spektrum von Informationsmöglichkeiten vorzustellen.

##### 4.1. Beispiel eines Produktionsplanungsmodells mit mehrfacher Zielsetzung

Um die Möglichkeiten einer Deduktion von Informationen über die Zielinterdependenzen aus einem linearen Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung zu illustrieren, sei hier von dem Beispiel der Planung eines Produktionsprogramms in Verbindung mit der Verfolgung dreier Ziele ausgegangen. Im Verlauf dieses Abschnitts wird auf dieses Beispiel immer wieder Bezug genommen.

Die Menge der zulässigen Produktionsprogramme sei die Lösungsmenge des Ungleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1,25 \\ 1 & 1,25 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 800 \\ 600 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \geq 0$$

Die im Zielsystem des ETs verankerten Zielarten haben die Dimension

- Umsatz im Planungszeitraum, gemessen in GE;
- Deckungsbeitrag im Planungszeitraum, gemessen in GE;
- genutzte Kapazität des 1. Aggregats im Planungszeitraum, gemessen in Stunden.

Bezüglich jeder Zielfunktion wird ein möglichst großer Zielwert angestrebt:

$$\begin{aligned} \max z_1(x) &= 800 x_1 + 700 x_2 + 1100 x_3 \\ \max z_2(x) &= 200 x_1 + 260 x_2 + 190 x_3 \\ \max z_3(x) &= x_1 + x_2 + 1,25 x_3 \end{aligned} \quad (1)$$

#### 4.2. Vollständige Information über die Zielinterdependenzen

In der Unternehmensforschung sind für ein lineares Planungsmodell mit mehreren Zielfunktionen und gegebenen Höhenpräferenzrelationen Lösungsmethoden entwickelt worden, die es grundsätzlich gestatten, alle effizienten Alternativen sowie die zugehörigen Zielfunktionswerte zu ermitteln (vgl. hierzu z. B. [12], [19], [21]). Allerdings ist die Bestimmung aller effizienten Alternativen in der Regel mit einem hohen numerischen Aufwand verbunden: Ein lineares Planungsmodell mit mehreren Zielfunktionen besitzt unter Umständen sehr viele effiziente Basislösungen; die Menge der effizienten Alternativen ist in der Regel keine konvexe Menge, sie läßt sich lediglich als Vereinigungsmenge konvexer Teilmengen effizienter Alternativen darstellen.

Die Verfahren zur Ermittlung aller effizienten Alternativen eines linearen Planungsmodells mit mehrfacher Zielsetzung umfassen drei Phasen: In einer ersten Phase wird geprüft, ob eine effiziente Alternative existiert, und gegebenenfalls eine erste effiziente Basislösung ermittelt. Ausgehend von der ersten effizienten Basislösung werden in der zweiten Phase alle effizienten Basislösungen bestimmt. Es sei  $M$  der Rang der Koeffizientenmatrix  $A$ . Zwei effiziente Basislösungen  $x^i$  und  $x^j$  werden als benachbart bezeichnet, wenn Sie  $M - 1$  Basisvariable gemeinsam haben und jedes  $x = \lambda x^i + (1 - \lambda)x^j$  mit  $0 \leq \lambda \leq 1$  eine effiziente Lösung darstellt. Alle effizienten Basislösungen und die zwischen ihnen bestehenden Nachbarschaftsbeziehungen lassen sich durch einen endlichen, zusammenhängenden Graphen darstellen. Dieser Sachverhalt begründet das Lösungsverfahren der Phase II. In der dritten Phase werden alle konvexen Teilmengen effizienter Alternativen identifiziert und ermittelt. Für dieses Beispiel erhält man die folgenden sechs effizienten Basislösungen nebst ihren Zielwerten  $z(x) = (z_1(x), z_2(x), z_3(x))^T$ :

$$x^1 = (250, 0, 600, 0, 150, 550, 0)^T;$$

$$z(x^1) = (860000, 164000, 1000)^T$$

$$x^2 = (250, 600, 0, 150, 0, 550, 0)^T;$$

$$z(x^2) = (620000, 206000, 850)^T$$

$$x^3 = (800, 0, 160, 0, 40, 0, 440)^T;$$

$$z(x^3) = (816000, 190400, 1000)^T$$

$$x^4 = (325, 300, 300, 0, 0, 475, 0)^T;$$

$$z(x^4) = (800000, 200000, 1000)^T$$

$$x^5 = (800, 88,9, 88,9, 0, 0, 0, 422,2)^T;$$

$$z(x^5) = (800000, 200000, 1000)^T$$

$$x^6 = (800, 160, 0, 40, 0, 0, 440)^T;$$

$$z(x^6) = (752000, 201600, 960)^T$$

Bei dem hier gewählten Beispiel ist die Menge  $X^*$  der effizienten Alternativen die Vereinigungsmenge zweier konvexer Teilmengen  $X^{*(1)}$  und  $X^{*(2)}$ .

Die beiden konvexen Teilmengen effizienter Alternativen lauten:

$$X^{*(1)} = \{x | x = \sum_{i \in I^1} \alpha_i x^i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i \in I^1} \alpha_i = 1\}$$

$$\text{mit } I^1 = \{2, 4, 5, 6\}$$

$$X^{*(2)} = \{x | x = \sum_{i \in I^2} \alpha_i x^i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i \in I^2} \alpha_i = 1\}$$

$$\text{mit } I^2 = \{1, 3, 4, 5\}.$$

Durch die Angabe der Menge aller effizienten Alternativen läßt sich in Verbindung mit verschiedenen Aufbereitungstechniken eine vollständige Transparenz der Zielinterdependenzen herstellen. Der damit verbundene numerische Aufwand sowie die beschränkten kognitiven Kapazitäten des ETs lassen die Bereitstellung vollständiger Informationen über die Zielinterdependenzen im allgemeinen als wenig sinnvoll erscheinen, sieht man einmal von den beiden folgenden Situationen ab:

1. Verfolgt der ET lediglich zwei Ziele, so läßt sich bei einem linearen Planungsmodell die Menge der effizienten Alternativen sehr schnell ermitteln. Darüber hinaus dürfte der ET in der Lage sein, die – beispielsweise grafisch – vermittelten Informationen über die Zielinterdependenzen kognitiv zu erfassen und zu verarbeiten.
2. Ist im Rahmen eines Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses die Menge der effizienten Alternativen so weit eingeschränkt worden, daß sie für den ET „überschaubar“ geworden ist, so kann durch die Generierung aller effizienten Basislösungen oder aller effizienten Alternativen und ihrer Zielfunktionswerte ein Informationsstand des ETs erreicht werden, der es ihm möglicherweise erlaubt, eine definitive Auswahl einer Kompromißalternative vorzunehmen.

#### 4.3. Lokale Informationen über die Zielinterdependenzen

Durch die Bereitstellung *partieller Informationen* über die Zielinterdependenzen sollen dem ET sukzessive gezielte Informationen vermittelt werden, die ihn in seinem Zielbildungs- und Entscheidungsprozeß unterstützen. Damit stehen die zu vermittelnden partiellen Informationen in einem engen Zusammenhang mit dem Zielbildungs- und Entscheidungsverhalten des ETs. Gegenstand dieses Informationsangebots kann zum einen die Bereitstellung von Informationen über die Zielinterdependenzen in einer Umgebung einer gegebenen Alternative sein. Diese Informationen seien als *lokale Informationen* bezeichnet. Liegt den partiellen Informationen

über die Zielinterdependenzen die Menge  $X^*$  zugrunde – wobei im Gegensatz zur vollständigen Information auf eine explizite Ermittlung aller effizienten Alternativen und ihrer Zielwerte verzichtet wird –, so soll hier von *globalen Informationen* die Rede sein.

Ausgehend von einer gegebenen Alternative und ihren Zielwerten vermitteln die lokalen Informationen letztlich Antworten auf Fragen des ETs, von der Art:

- Ist die vorliegende Alternative effizient?
- Wie lauten die „benachbarten“ effizienten Alternativen und ihre Zielwerte?
- Wie lauten die effizienten Trade-offs? (Welche Möglichkeiten bestehen, den Wert einer oder mehrerer Zielfunktionen weiter zu erhöhen? Die Erhöhung bzw. Verringerung welcher Zielwerte ist damit verbunden?)
- Welche Auswirkungen hat die Einführung einer neuen Aktivität – beispielsweise die Einführung eines neuen Produktes – auf die Effizienz der vorliegenden Alternative, auf die Möglichkeiten, einige Zielwerte zu verbessern, usw.?
- Welche Auswirkungen hat die Berücksichtigung eines weiteren Ziels?

Eine theoretische Grundlage für die Bereitstellung dieser lokalen Informationen liefert z. B. die Dualitätstheorie für lineare Programme mit mehreren Zielfunktionen [22]. Um einige Möglichkeiten der Bereitstellung lokaler Informationen über die Zielinterdependenzen zu illustrieren, sei von der Basislösung  $x^6$  des Beispiels aus Abschnitt 4.1 ausgegangen, die dem folgenden Simplextableau bei mehrfacher Zielsetzung entnommen werden kann:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	
1					1		800
	1	0,8		0,8	-0,8		160
		0,45	1	-0,8	-0,2		40
		0,2		-0,8	-0,8	1	440
		-540		560	240		752000
		18		208	-8		201600
		-0,45		0,8	0,2		960

Die ersten vier Zeilen stellen die aktuelle Form der Restriktionen, die letzten drei Zeilen die transformierten Zielfunktionen dar. Keine der drei Zielfunktionen erreicht bei dem durch  $x^6$  repräsentierten Produktionsprogramm ihr individuelles Maximum. So erhöht sich beispielsweise der Wert der ersten Zielfunktion um 540 GE, wenn bei einer Produktion von 800 ME des ersten Produktes statt 160 ME des zweiten Produktes eine ME des dritten Produktes und lediglich 159,2 ME des zweiten Produktes hergestellt werden. Allerdings würde dieses Produktionsprogramm zu einer Verminderung des Wer-

tes der zweiten Zielfunktion um 18 GE und einer Erhöhung des dritten Zielwertes um 0,45 Std. führen.

$x^6$  ist eine effiziente Basislösung. Daraus folgt: Durch die Zuordnung nichtnegativer Werte zu den Variablen  $x_3, x_5$  und/oder  $x_6$  kann keiner der drei Zielwerte erhöht werden, ohne nicht mindestens einen Zielwert zu verringern. Mit dieser Aussage wird nichts anderes als die Dualzulässigkeit von  $x^6$  konstatiert. Die zugehörige duale Lösung kann dem obigen Simplextableau entnommen werden; sie lautet

$$U^6 = \begin{pmatrix} 0 & 560 & 240 & 0 \\ 0 & 208 & -8 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$$

Mit Hilfe eines linearen Programms (vgl. hierzu [21], S. 716) lassen sich alle zu  $x^6$  benachbarten effizienten Basislösungen identifizieren:  $x^2$  und  $x^5$  sind zu  $x^6$  benachbart. Diese beiden effizienten Alternativen eröffnen dem ET zwei Möglichkeiten, sich von den Zielwerten (752000, 201600, 960) in Richtung höher präferierter Zielwerte fortzubewegen. Zieht der ET beispielsweise die effiziente Alternative  $x^5$  mit den Zielwerten (800000, 200000, 1000) der Alternative  $x^6$  vor, so kommt darin zum Ausdruck, daß er bei den Zielwerten (752000, 201600, 960) durch eine Veränderung dieser Zielwerte in dem durch den effizienten Trade-off-Vektor  $-c_{:3}^{(6)} = (540, -18, 0,45)^T$  spezifizierten Tauschverhältnis und einer durch  $x_3^5 = 88,9$  spezifizierten maximalen Schrittlänge ein höheres Präferenzniveau erreicht. Das durch den effizienten Trade-off-Vektor  $-c_{:3}^{(6)}$  zum Ausdruck gebrachte Tauschverhältnis läßt sich auf jedem Niveau  $0 \leq \tau \leq 88,9$  realisieren, d. h. den durch die Festlegung von  $\tau$  ermittelten Zielwerten läßt sich stets eine effiziente Alternative zuordnen. Die gleichen Überlegungen gelten für den ebenfalls effizienten Trade-off-Vektor  $-c_{:6}^{(6)} = (-240, 8, -0,2)^T$ . Darüberhinaus läßt sich für dieses Beispiel zeigen, daß jeder Vektor, der sich als Konvexkombination von  $-c_{:3}^{(6)}$  und  $-c_{:6}^{(6)}$  darstellen läßt, ebenfalls ein effizienter Trade-off-Vektor ist.

Die Suche nach einer Kompromißalternative kann den ET u. U. dazu veranlassen, neue Alternativen in die Analyse miteinzubeziehen: im Rahmen des betrachteten Beispiels etwa durch die Aufnahme neuer Produkte in das Planungsmodell. Ausgehend von der Erfassung zweier weiterer Produkte, deren Produktionsniveau durch die Variablen  $x_8$  und  $x_9$  zum Ausdruck gebracht wird, möge das der Basislösung  $x^6$  zuzuordnende Simplextableau des neuen Planungsmodells die auf der folgenden Seite angegebene Form annehmen.

Es zeigt sich hier, daß sämtliche Zielwerte erhöht werden können, wenn  $x_8$  positive Werte annimmt. Mit anderen Worten: Das durch die Basislösung  $x^6$  repräsentierte Produktionsprogramm erweist sich nicht mehr als effizient.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	
1					1	0,4	0,6		800
	1	0,8		0,8	-0,8	0,8	0,8		160
		0,45	1	-0,8	-0,2	0,2	-0,1		40
		0,2		-0,8	0,8	1	0,5	0,3	440
		-540		560	240	-10	100		752000
		18		208	-8	-35	-30		201600
		-0,45		0,8	0,2	-0,2	0,1		960

4.4. Globale Informationen über Zielinterdependenzen

Den globalen Informationen über die Zielinterdependenzen liegt die Menge  $X^*$  zugrunde, ohne daß diese jedoch explizit ermittelt wird. Dem ET wird vielmehr über die Zielwerte ausgewählter effizienter Alternativen eine partielle Information über Art und Ausmaß der Zielinterdependenzen über  $X^*$  vermittelt. Dieser Sachverhalt soll wieder an dem in 4.1. eingeführten Beispiel exemplarisch dargestellt werden. Der ET interessiert sich oft für die Zielwerte einer jeden Zielfunktion, die von allen effizienten Alternativen mindestens bzw. höchstens erreicht werden. Unter der Annahme, daß jedes der linearen Programme

$$\max \{z_k(x) | x \in X\} \quad (k = 1, \dots, K) \tag{2}$$

mindestens eine optimale Lösung besitzt, läßt sich für die effizienten Optima  $\hat{x}^k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) eine Ergebnistabelle erstellen. Diese hat für das hier gewählte Beispiel folgendes Aussehen:

	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z_3(x)$
$\hat{x}^1 = x^1$	860000	164000	1000
$\hat{x}^2 = x^2$	620000	206000	850
$\hat{x}^{3,1} = x^3$	816000	190400	1000
$\hat{x}^{3,2} = x^4$	800000	200000	1000

Aus einer Ergebnistabelle, die sämtliche effizienten individuellen Optima der  $K$  linearen Programme (2) enthält, läßt sich der Wertebereich ermitteln, den jede Zielfunktion  $z_k(x)$  über den Bereich der effizienten Alternativen ausfüllt. Mit  $\bar{z}_k$  als untere und  $\bar{\bar{z}}_k$  als obere Grenze von  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) über alle effiziente Alternativen erhält man für dieses Beispiel

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} 620000 \\ 164000 \\ 850 \end{pmatrix} \leq z(x^*) \leq \begin{pmatrix} 860000 \\ 206000 \\ 1000 \end{pmatrix} = \bar{\bar{z}} \quad \text{für alle } x^* \in X^*.$$

Die durch  $\bar{z}$  zum Ausdruck gebrachten Mindestwerte werden von allen effizienten Alternativen mindestens erreicht. Von den in  $\bar{\bar{z}}$  angeführten Höchstwerten wird oft nur jeweils ein Zielwert  $\bar{\bar{z}}_k$  angenommen; in diesem Beispiel wird für die Alternative  $\hat{x}^1$  das Maximum sowohl von  $z_1(x)$  als auch von  $z_3(x)$  angenommen.

Die Zielvektoren  $z(\hat{x}^k)$  der effizienten individuellen Optima der  $K$  linearen Programme (2) stellen Extrempunkte der im allgemeinen nichtkonvexen Bildmenge der effizienten Alternativen

$$Z^* = \{z = z(x^*) | x^* \in X^*\}$$

dar, die dem ET partielle Informationen über die „Begrenzung“ der Menge  $Z^*$  vermitteln. Durch die Angabe weiterer effizienter Alternativen und ihrer Zielwerte lassen sich diese Informationen bis zur Bestimmung von  $X^*$  und  $Z^*$  beliebig vervollständigen.

So sieht beispielsweise die von Steuer [26] konzipierte Struktur eines Entscheidungsprozesses neben der Ermittlung von  $K$  effizienten individuellen Optima die Bestimmung weiterer  $K + 1$  effizienter Alternativen und ihrer Zielwerte vor, die etwa „gleichmäßig“ über  $X^*$  verstreut sind. Hierzu werden die folgenden  $2K + 1$  linearen Programme gelöst (vgl. [26], S. 232ff.):

$$\max \{\lambda^l Cx | x \in X\} \quad (l = 1, \dots, 2K + 1) \tag{3}$$

mit

$$\lambda^l = \begin{cases} (\epsilon, \dots, \epsilon) + (1 - K\epsilon)e^l & \text{für } l = 1, \dots, K \\ (r, \dots, r) + (K^{-2} - r)e^{l-K} & \text{für } l = K + 1, \dots, 2K \\ (K^{-1}, \dots, K^{-l}) & \text{für } l = 2K + 1. \end{cases}$$

In (3) ist  $\epsilon$  eine sehr kleine positive Zahl, derart, daß  $K\epsilon < 1$  ist,  $r = (K + 1) \cdot K^{-2}$  und  $e^p$  ist der  $K$ -dimensionale Zeileneinheitsvektor mit dem Einselement als  $p$ -te Komponente.

In Verbindung mit den dem ET zur Verfügung gestellten Informationen über die Zielinterdependenzen determinieren die Art der vom ET artikulierten Informationen über sein Zielsystem sowie die getroffenen Annahmen hinsichtlich der Repräsentation des Zielsystems durch eine Klasse von Präferenzfunktionen die Möglichkeiten einer Strukturierung von Entscheidungsprozessen. Einige Strukturierungsalternativen sollen in den beiden folgenden Abschnitten vorgestellt werden.

5. Darstellung einiger Strukturierungsalternativen eines Entscheidungsprozesses

Um den ET bei der Bewältigung von Entscheidungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung zu unterstützen, wurde in den letzten Jahren eine Reihe sogenannter

*interaktiver Verfahren* konzipiert. Diese Verfahren sehen vor, daß der ET partielle Informationen über sein Zielsystem artikuliert, auf deren Basis durch einen Computer Lösungsvorschläge generiert werden, die den ET wiederum veranlassen, weitere gezielte partielle Informationen über sein Zielsystem zu artikulieren, sofern nicht ein zwischenzeitlich generierter Lösungsvorschlag als Kompromißalternative akzeptiert wird.

In diesem Abschnitt werden die Strukturen einiger interaktiver Verfahren vorgestellt, die zur Lösung konkreter Planungsprobleme bei mehrfacher Zielsetzung herangezogen wurden. Die einzelnen Strukturierungsalternativen unterscheiden sich nicht nur hinsichtlich der dem ET zur Verfügung gestellten partiellen Informationen über die Zielinterdependenzen und der vom ET bereitzustellenden partiellen Informationen über sein Zielsystem, sondern auch bezüglich ihrer *impliziten* Annahmen über das Zielsystem des ETs. So setzt das interaktive Verfahren von Geoffrion [14] voraus, daß das Zielsystem des ETs durch eine zu maximierende konkave Präferenzfunktion repräsentiert werden kann, die der ET jedoch nicht explizit anzugeben vermag. Zions-Wallenius [33] unterstellen, daß sich das Zielsystem des ETs durch eine – dem ET nicht bekannte – zu maximierende *lineare* Präferenzfunktion repräsentieren läßt. Demgegenüber verzichten die interaktiven Verfahren von Benayoun et al. [4], Fandel [10] und Steuer [26] auf diese recht strengen Annahmen und fordern vom ET im wesentlichen Transitivität in seinem Entscheidungsverhalten während des gesamten Entscheidungsprozesses.

### 5.1. Das interaktive Verfahren von Geoffrion

Diesem Verfahren [14] liegt die Annahme zugrunde, daß das Zielsystem des ETs durch eine zu maximierende konkave und differenzierbare Präferenzfunktion  $P = P(\mathbf{z}(\mathbf{x}))$  repräsentiert werden kann, der ET jedoch nicht in der Lage ist,  $P$  explizit anzugeben. Vom ET wird erwartet, daß er, ausgehend von einem gegebenen Zielvektor  $\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)})$ , aus seiner Sicht günstige Tauschraten zwischen zwei Zielfunktionswerten definitiv anzugeben vermag und daß er auch in der Lage ist, aus einem Intervall von Zielvektoren den Zielvektor mit dem höchsten Präferenzniveau zu identifizieren. Es wird hier wie bei den übrigen dargestellten interaktiven Verfahren davon ausgegangen, daß  $X$  beschränkt ist. Das Verfahren von Geoffrion generiert dann, beginnend mit einer Alternative  $\mathbf{x}^{(0)} \in X$ , eine Folge nicht notwendig effizienter Alternativen mit streng monoton wachsendem Präferenzniveau.

Um das Kompromißprogramm

$$\max \{P(\mathbf{z}(\mathbf{x})) | \mathbf{x} \in X\} \quad (4)$$

bei gegebenem  $P$  zu lösen, wäre grundsätzlich in der  $i$ -

ten Iterationsstufe ausgehend von  $\mathbf{x}^{(i)} \in X$  zunächst eine Richtung  $\mathbf{d}^{(i)}$  zu ermitteln, die auf der Basis einer linearen Approximation von  $P$  die größte Wertzuwachsrate von  $P$  eröffnet. Hierzu ist das „Richtungssubproblem“

$$\max \{\nabla_{\mathbf{x}} P(\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)}))^T \mathbf{y} | \mathbf{y} \in X\} \quad (5)$$

zu lösen. Es sei  $\mathbf{y}^{(i)}$  die optimale Lösung von (5), dann lautet die gesuchte Richtung  $\mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{y}^{(i)} - \mathbf{x}^{(i)}$ .

Da jedoch die Präferenzfunktion  $P$  nicht bekannt ist, gelingt eine (näherungsweise) Festlegung der Gradienten  $\nabla_{\mathbf{x}} P(\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)}))$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) nur auf der Basis entsprechender Artikulationen von seiten des ETs. Wegen

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} P(\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)}))^T &= \sum_{k=1}^K \left( \frac{\partial P}{\partial z_k} \right)_{\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)})} \nabla_{\mathbf{x}} z_k(\mathbf{x}^{(i)})^T = \\ &= \sum_{k=1}^K \left( \frac{\partial P}{\partial z_k} \right)_{\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)})} \mathbf{c}_k \end{aligned}$$

läßt sich unter der Annahme  $\frac{\partial P}{\partial z_k} > 0$  für  $k = 1, \dots, K$ , also positiver partieller Grenznutzen der Zielwerte, das Problem (5) auch wie folgt formulieren:

$$\max \{\boldsymbol{\lambda}^{(i)} \mathbf{C} \mathbf{y} | \mathbf{y} \in X\} \quad (6)$$

mit  $\boldsymbol{\lambda}^{(i)} = (\lambda_1^{(i)}, \dots, \lambda_K^{(i)}) > \mathbf{0}$

$$\text{und } \lambda_k^{(i)} := \left( \left( \frac{\partial P}{\partial z_k} \right) \left( \frac{\partial z_l}{\partial P} \right)_{\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)})} \right)$$

für  $k = 1, \dots, K$ , wobei  $z_l$  eine fest vorgegebene Referenzielfunktion ist. Damit beschreibt  $\lambda_k^{(i)}$  den trade-off bzw. die Grenztauschrate zwischen dem  $k$ -ten Zielfunktionswert und dem Zielfunktionswert der Referenzielfunktion, deren Index hier mit  $l$  bezeichnet wird, an der Stelle  $\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)})$ . Für jedes  $\lambda_k^{(i)}$  wird durch direkte Befragung des Entscheidungsträgers ein Näherungswert bestimmt.

Da  $\mathbf{y}^{(i)}$  als optimale Lösung von (6) sowie  $\mathbf{x}^{(i)}$  Elemente von  $X$  sind, gilt offensichtlich

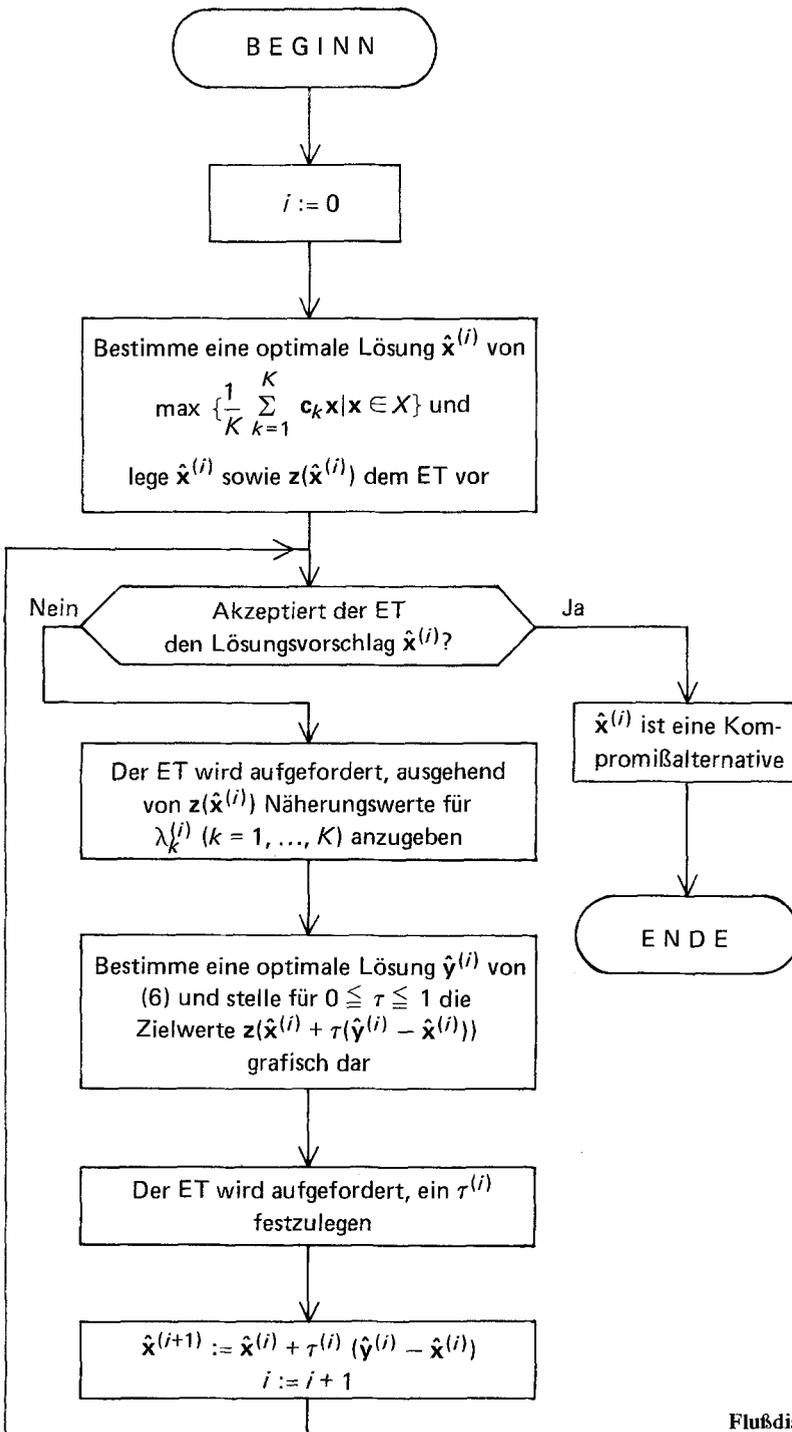
$$\mathbf{x}^{(i)} + \tau(\mathbf{y}^{(i)} - \mathbf{x}^{(i)}) = \mathbf{x}^{(i)} + \tau \mathbf{d}^{(i)} \in X \text{ für } 0 \leq \tau \leq 1.$$

$P$  ist nicht notwendig linear, so daß – bei gegebenem  $P$  – in jedem Iterationsschritt ein weiteres Programm, das „Schrittlängensubproblem“

$$\max \{P(\mathbf{z}(\mathbf{x}^{(i)} + \tau \mathbf{d}^{(i)})) | 0 \leq \tau \leq 1\} \quad (7)$$

zu lösen wäre. Ist  $\tau^{(i)}$  eine optimale Lösung von (7), dann lautet der am Ende der  $i$ -ten Iterationsstufe generierte Lösungsvorschlag:  $\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \tau^{(i)} \mathbf{d}^{(i)}$ .

Da jedoch die Präferenzfunktion  $P$  vom Entscheidungsträger *nicht* explizit angegeben werden kann, sieht das



Flußdiagramm 1. Das interaktive Verfahren von Geoffrion

Verfahren von Geoffrion vor, daß in jeder Stufe  $i$  des Entscheidungsprozesses dem ET die Zielwerte  $z(x^{(i)} + \tau d^{(i)})$  in Abhängigkeit von  $\tau \in [0, 1]$  in Form einer grafischen Darstellung vorgelegt werden und der ET auf der Basis dieser Informationen  $\tau^{(i)}$  und damit die „optimale“ Schrittlänge festlegt.

Die Struktur dieses interaktiven Verfahrens wird durch das Flußdiagramm 1 veranschaulicht. Hierbei wird durch den Einsatz eines linearen Kompromißprogramms

zu Beginn der ersten Stufe die Effizienz der Ausgangsalternative  $x^{(0)}$  gesichert.

### 5.2. Das interaktive Verfahren von Zionts-Wallenius

Ebenso wie das Verfahren von Geoffrion geht das von Zionts-Wallenius [38] konzipierte Verfahren davon aus, daß das Zielsystem durch eine zu maximierende Präfe-

renzfunktion  $P$  repräsentiert werden kann, wobei hier jedoch  $P$  als eine lineare Funktion,  $P = \hat{\lambda}Cx$ , vorausgesetzt wird, die der ET nicht explizit anzugeben vermag. Wäre der „wahre“ Gewichtungsfaktor  $\hat{\lambda}$  bekannt, so ließe sich mit Hilfe der linearen Programmierung eine Kompromißalternative ermitteln. Das hier dargestellte Verfahren sieht die wiederholte Generierung effizienter Basislösungen als Lösungsvorschläge vor, wobei der ET gefragt wird, ob dieser Lösungsvorschlag – in der Terminologie der linearen Programmierung – bezüglich der nicht bekannten Präferenzfunktion  $P = \hat{\lambda}Cx$  dem Simplexkriterium genügt. Ist dies der Fall, so liegt eine Kompromißalternative vor.

Die effiziente Ausgangsalternative  $x^{(o)}$  ist eine optimale Basislösung des Kompromißprogramms

$$\max \left\{ \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K c_k x \mid x \in X \right\}.$$

Im Gegensatz zu dem Ansatz von Geoffrion wird bei diesem Verfahren vom ET nicht erwartet, daß er hinsichtlich der Zielwerte Tauschraten artikuliert. Stattdessen werden dem ET in jeder Stufe  $i$  des Entscheidungsprozesses bestimmte Tauschraten zwischen den Zielwerten aller  $K$  Zielfunktionen in Form effizienter Trade-off-Vektoren, die aus dem zur effizienten Basislösung  $x^{(i)}$  gehörenden Simplextableau mit mehrfacher Zielsetzung ausgewählt werden, zur Beurteilung vorgelegt. Akzeptiert der ET die Realisierung eines effizienten Trade-off-Vektors  $-c_{:n}^{(i)}$ , so folgt daraus in Verbindung mit der vorausgesetzten Linearität von  $P$  die Ungleichung

$$\lambda c_{:n}^{(i)} \leq -\epsilon, \quad (8)$$

andernfalls

$$\lambda c_{:n}^{(i)} \geq \epsilon \quad (9)$$

mit beliebig kleinem  $\epsilon > 0$ . Sofern der ET hinsichtlich der Realisierung eines effizienten Trade-off-Vektors indifferent oder zu einer definitiven Beurteilung nicht in der Lage ist, wird auf eine Erfassung dieses Trade-off-Vektors verzichtet ([38], S. 658).

Da dem ET in jeder Stufe  $i$  des Entscheidungsprozesses neue effiziente Trade-off-Vektoren zur Beurteilung vorgelegt werden, scheiden aufgrund der Ungleichungen (8) und (9) viele positive Gewichtungsvektoren  $\lambda$  als Kandidaten für  $\hat{\lambda}$  aus: Ist zu Beginn des Verfahrens noch jedes  $\lambda \in T^{(o)} := \{\lambda \mid \lambda_k \geq \epsilon > 0 \ (k = 1, \dots, K)\}$  Kandidat für  $\hat{\lambda}$ , so wird mit jeder Antwort des ETs, die zur Bildung einer der Ungleichungen (8) und (9) führt, diese Menge sukzessive eingeschränkt, bis – nach endlich vielen ( $m$ ) Schritten – die Menge  $T^{(m)}$  der als Kandidaten für  $\hat{\lambda}$  in Frage kommenden Gewichtungsvektoren so weit eingeschränkt ist, daß allen  $\lambda^{(m)} \in T^{(m)}$  in Verbindung mit dem Programm

$$\max \{ \lambda^{(m)} Cx \mid x \in X \}$$

genau eine effiziente Basislösung  $\hat{x}^{(m)}$  zugeordnet werden kann, die dann auch die Kompromißalternative darstellt.

Da das Verfahren unterstellt, daß Intransitivitäten bei den Beurteilungen sowie eine Veränderung des Zielsystems im Verlaufe des Entscheidungsprozesses nicht auftreten, läßt sich die Zahl der dem ET zur Beurteilung vorzulegenden effizienten Trade-off-Vektoren aufgrund der folgenden Überlegung relativ klein halten: Gegeben sei der  $i$ -te Lösungsvorschlag, die effiziente Basislösung  $x^{(i)}$ , sowie das zugehörige Simplextableau bei mehrfacher Zielsetzung. Um zu prüfen, ob  $-c_{:n}^{(i)}$  ein effizienter Trade-off-Vektor ist, kann beispielsweise das lineare Programm

$$\min \{ \lambda c_{:p}^{(i)} \mid \lambda c_{:p}^{(i)} \geq 0, \forall p \neq n, \lambda \geq \epsilon \} \quad (10)$$

gelöst werden, wobei der Index  $p$  sämtliche Indizes der Nichtbasisvariablen von  $x^{(i)}$  durchläuft. Ist der optimale Zielfunktionswert von (10) nicht-positiv, so ist  $-c_{:n}^{(i)}$  ein effizienter Trade-off-Vektor ([38], S. 659).

Um nun zu prüfen, ob in der  $i$ -ten Stufe des Entscheidungsprozesses ein Trade-off-Vektor  $-c_{:n}^{(i)}$  auf der Grundlage der bisher im Rahmen des Entscheidungsprozesses gewonnenen Informationen über das Zielsystem des ET überhaupt zu einer weiteren Einschränkung der Menge  $T^{(i)}$  beitragen kann, werden alle in den vorangegangenen Stufen des Entscheidungsprozesses gebildeten Ungleichungen der Form (8) und (9) in (10) als weitere Nebenbedingungen erfaßt.

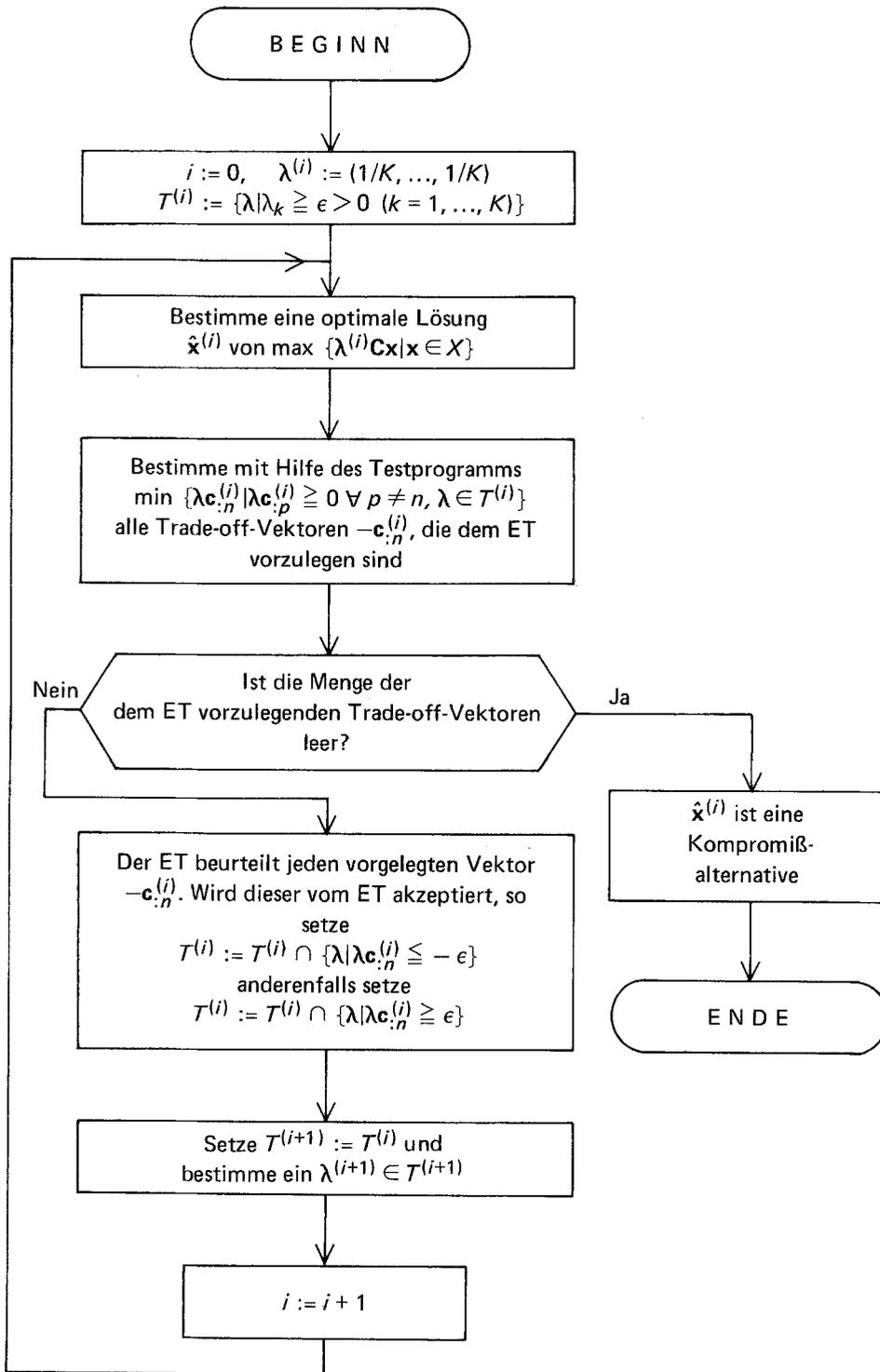
Damit erhält das Testprogramm (10) die endgültige Form

$$\min \{ \lambda c_{:p}^{(i)} \mid \lambda c_{:p}^{(i)} \geq 0, \forall p \neq n, \lambda \in T^{(i)} \}. \quad (11)$$

Die Struktur dieses interaktiven Verfahrens geht aus dem Flußdiagramm 2 hervor.

### 5.3. Das STEM-Verfahren

Im Gegensatz zu den Verfahren von Geoffrion und Zions-Wallenius verzichtet das von Benayoun et al. [4] konzipierte STEM-Verfahren auf die Annahme, daß sich das Zielsystem des ET durch eine Präferenzfunktion repräsentieren lasse. Es wird lediglich vorausgesetzt, daß der ET im Rahmen des Entscheidungsprozesses für jede der betrachteten  $K$  Zielfunktionen sukzessive eine Untergrenze definitiv anzugeben vermag. Auf der Basis dieser partiellen Informationen des ETs über sein Zielsystem erfolgt eine schrittweise Reduzierung der Menge der effizienten Alternativen, bis der ET eine effiziente Alternative als definitive Lösung seines Entscheidungsproblems



Flußdiagramm 2.  
Das interaktive Verfahren  
von Zionts-Wallenius

akzeptiert oder zu dem Ergebnis gelangt, daß das Planungsmodell keine akzeptierbare Alternative besitzt. In [8] wird ein FORTRAN-Programm zum STEM-Verfahren dargestellt.

Wie bei allen übrigen hier vorgestellten interaktiven Verfahren wird vorausgesetzt, daß für alle skalaren Ziel-

funktionen  $z_k(x) = c_k x$  von (2) individuelle optimale Lösungen  $\hat{x}^k \in X$  ( $k = 1, \dots, K$ ) existieren,

$$\hat{z}_k = z_k(\hat{x}^k) = c_k \hat{x}^k = \max \{c_k x | x \in X\} \quad (k = 1, \dots, K).$$

Um zu gewährleisten, daß im Falle einer Mehrfachlösung

eine effiziente individuelle optimale Lösung  $\hat{x}^k$  ermittelt wird, empfiehlt sich die Lösung des linearen Programms

$$\max \{\lambda^k Cx \mid x \in X\} \quad (k = 1, \dots, K) \quad (12)$$

mit  $\lambda^k = (\epsilon, \dots, \epsilon) + (1 - K\epsilon)e^k$ , wobei  $\epsilon$  eine sehr kleine positive Zahl und  $e^k$  der  $K$ -dimensionale Zeileneinheitsvektor ist, dessen  $k$ -te Komponente gleich Eins ist. Für die  $K$  individuellen Optimallösungen  $\hat{x}^k$  werden die Werte aller Zielfunktionen ermittelt und dann zu der folgenden Ergebnistabelle zusammengestellt:

	$z_1(x)$	$z_2(x)$	...	$z_K(x)$
$\hat{x}^1$	$c_1 \hat{x}^1$	$c_2 \hat{x}^1$	...	$c_K \hat{x}^1$
$\hat{x}^2$	$c_1 \hat{x}^2$	$c_2 \hat{x}^2$	...	$c_K \hat{x}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\hat{x}^K$	$c_1 \hat{x}^K$	$c_2 \hat{x}^K$	...	$c_K \hat{x}^K$

Die Hauptdiagonalelemente dieser Ergebnismatrix bilden einen idealen Zielwertvektor  $\bar{z} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_K)$ . Allerdings existiert keine Alternative, die diesem idealen Zielwertvektor zugeordnet werden kann, sieht man von dem in diesem Zusammenhang uninteressanten Fall einer perfekten Lösung von (1) (vgl. [13], S. 2) einmal ab, für die sämtliche Zielfunktionen  $z_k(x)$  ihr Maximum annehmen.

Der ET ist bestrebt – so unterstellt es das STEM-Verfahren – eine effiziente Alternative zu ermitteln, deren Zielfunktionswerte dem idealen Zielwertvektor  $\bar{z}$  „möglichst nahe“ kommen. Um dies zu erreichen, wird die gewichtete maximale Abweichung der Werte jeder Zielfunktion  $z_k(x)$  von den entsprechenden Werten  $\bar{z}_k$  minimiert. Diese Problemstellung – mathematisch gesehen handelt es sich um eine Tschebyscheff-Approximation – kann leicht nach Einführung einer neuen Variablen  $g \in \mathbb{R}$  mit Hilfe eines linearen Programms der Form

$$\min \{g \mid x \in X^{(i)}, (\bar{z}_k - c_k x) v_k \leq g \quad \forall k \in D^{(i)}\} \quad (13)$$

gelöst werden. Hierbei ist  $X^{(i)}$  die in der  $i$ -ten Stufe relevante Alternativenmenge mit  $X^{(0)} := X$  und  $D^{(i)}$  Indexmenge jener Zielfunktionen, für die der ET bis zur  $(i-1)$ -ten Stufe keine Untergrenze festgesetzt hat. Für die Festlegung der Gewichtungskoeffizienten  $v_k$  wird von den Autoren ein bestimmtes Berechnungsverfahren vorgeschlagen (vgl. [4], S. 370), auf das hier nicht eingegangen werden soll.

In jeder Stufe des Entscheidungsprozesses wird dem ET die optimale Lösung  $\hat{x}^{(i)}$  des linearen Programms (13) als Lösungsvorschlag vorgelegt. Werden die Werte  $z_k(\hat{x}^{(i)})$  aller Zielfunktionen dieses Lösungsvorschlags akzeptiert, so ist der Entscheidungsprozeß mit der Akzeptierung des Lösungsvorschlags  $\hat{x}^{(i)}$  abgeschlossen.

Kann der ET kein  $z_k(\hat{x}^{(i)})$  ( $k \in D^{(i)}$ ) des Lösungsvorschlags  $\hat{x}^{(i)}$  akzeptieren, so wird der Entscheidungsprozeß ebenfalls abgeschlossen, da dieser Fall in der Weise interpretiert wird, daß dann das Planungsmodell keine akzeptierbare Alternative besitzt. Ist hingegen mindestens ein Zielfunktionswert des Lösungsvorschlags  $\hat{x}^{(i)}$  akzeptierbar, andere dagegen nicht, so wird der ET aufgefordert, den Index  $k'$  einer Zielfunktion anzugeben, bei der er ausgehend vom derzeitigen Zielfunktionswert eine Verringerung des Zielfunktionswertes bis zu einer von ihm vorzugebenden Untergrenze in Kauf nimmt, in der Hoffnung, dadurch eine Erhöhung bisher nicht akzeptierbarer Werte anderer Zielfunktionen zu erreichen. Auf diese Weise wird  $X^{(i)}$  weiter eingeschränkt. Die Struktur des STEM-Verfahrens kann im einzelnen dem Flußdiagramm 3 entnommen werden. Eine modifizierte Version des STEM-Verfahrens wird im Abschnitt 6 in Verbindung mit einem Anwendungsbeispiel vorgestellt.

#### 5.4. Das interaktive Verfahren von Fandel

Das von Fandel ([10], S. 56–85) entwickelte interaktive Verfahren ist ebenfalls auf eine sukzessive Reduzierung der Alternativenmenge ausgerichtet. Im Gegensatz zum STEM-Verfahren werden jedoch die vom ET im Rahmen des Entscheidungsprozesses angegebenen Untergrenzen der Zielfunktionswerte  $z_k(x)$  nicht unmittelbar zur Reduzierung der für die Generierung einer Kompromißalternative relevanten Alternativenmenge herangezogen.

Zunächst wird der ET in jeder Stufe  $i$  des Entscheidungsprozesses aufgefordert, hinsichtlich der Zielfunktionswerte  $z_k(x)$  Untergrenzen  $\bar{z}_k^{(i)}$  für  $k = 1, \dots, K$  anzugeben, wobei der Vektor  $\bar{z}^{(i)} = (\bar{z}_1^{(i)}, \dots, \bar{z}_K^{(i)})$  den folgenden Bedingungen genügen muß:

$$\bar{z}^{(i)} \geq \bar{z}^{(i-1)} \quad \text{und} \quad \bar{z}^{(i)} \neq \bar{z}^{(i-1)}$$

$$\bar{z}^{(i)} \leq z(\hat{x}^{(i-1)}) \quad (14)$$

$$\bar{z}_l^{(i)} = z_l(\hat{x}^{(i-1)}) \quad \text{für mindestens ein } l \in \{1, \dots, K\}.$$

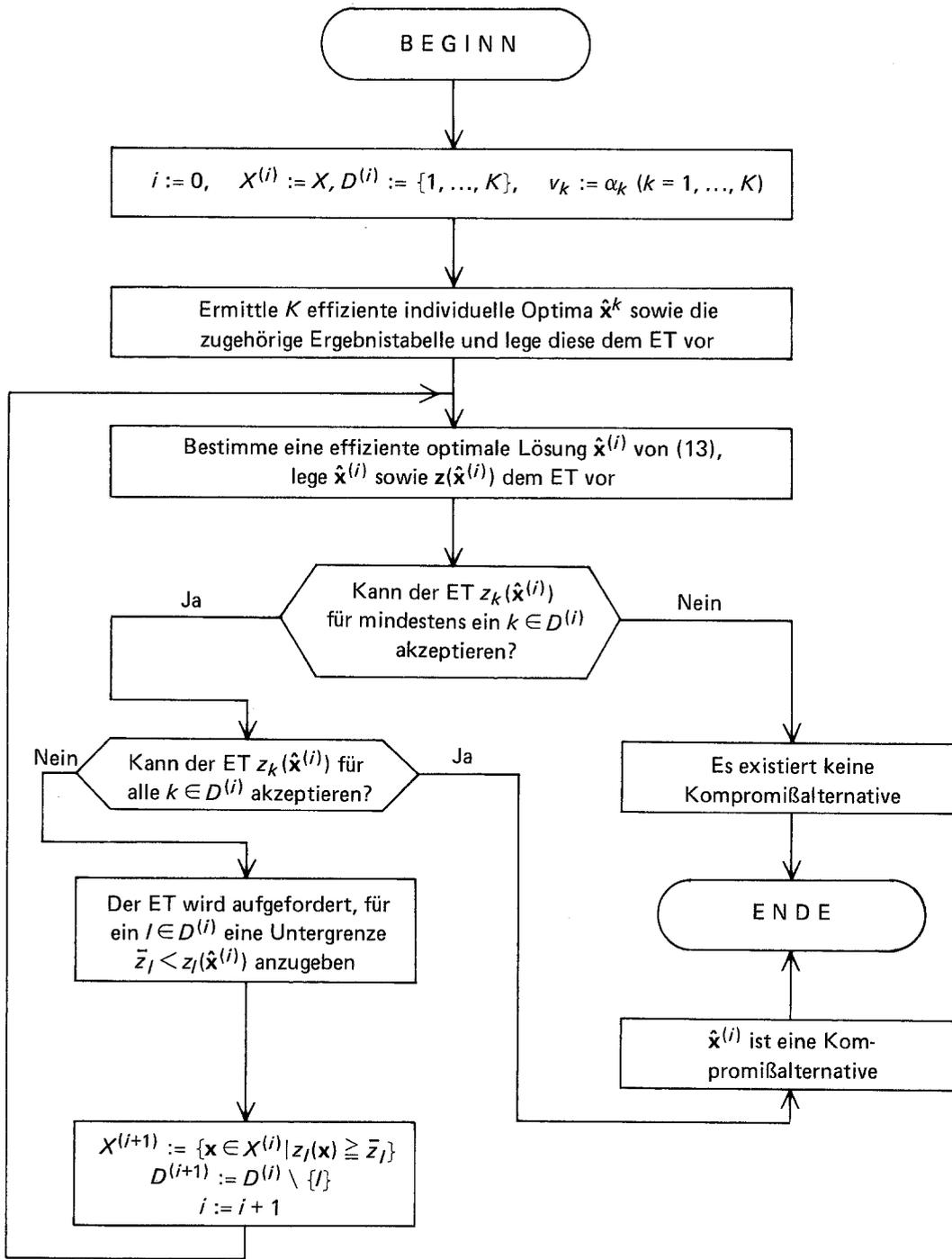
$\hat{x}^{(i-1)}$  ist der in der  $(i-1)$ -ten Stufe generierte Lösungsvorschlag. Die durch den ET in der  $i$ -ten Stufe eingeschränkte Alternativenmenge  $X_E^{(i)}$  ist mithin durch

$$X_E^{(i)} = \{x \in X \mid Cx \geq \bar{z}^{(i)}\} \quad (15)$$

beschrieben. Unter Verwendung dieser vom ET vorgegebenen Untergrenzen werden  $K$  lineare Programme der Form

$$\max \{\lambda^k Cx \mid x \in X_E^{(i)}\} \quad (k = 1, \dots, K) \quad (16)$$

gelöst, wobei die  $K$  Vektoren  $\lambda^k$  wie im Programm (12) definiert sind. Für die  $K$  optimalen Lösungen von (16),



Flußdiagramm 3. Das STEM-Verfahren

$\hat{x}^{k(i)}$ , werden die Werte  $z(\hat{x}^{k(i)})$  und aus diesen der Hilfspunkt

$$z^{M(i)} = K^{-1} \sum_{k=1}^K z(\hat{x}^{k(i)}) \quad (17)$$

ermittelt. Die in der  $i$ -ten Stufe durch das Verfahren von Fandel eingeschränkte Alternativenmenge lautet:

$$X_F^{(i)} = \{x \in X | Cx \geq z^{M(i)}\}. \quad (18)$$

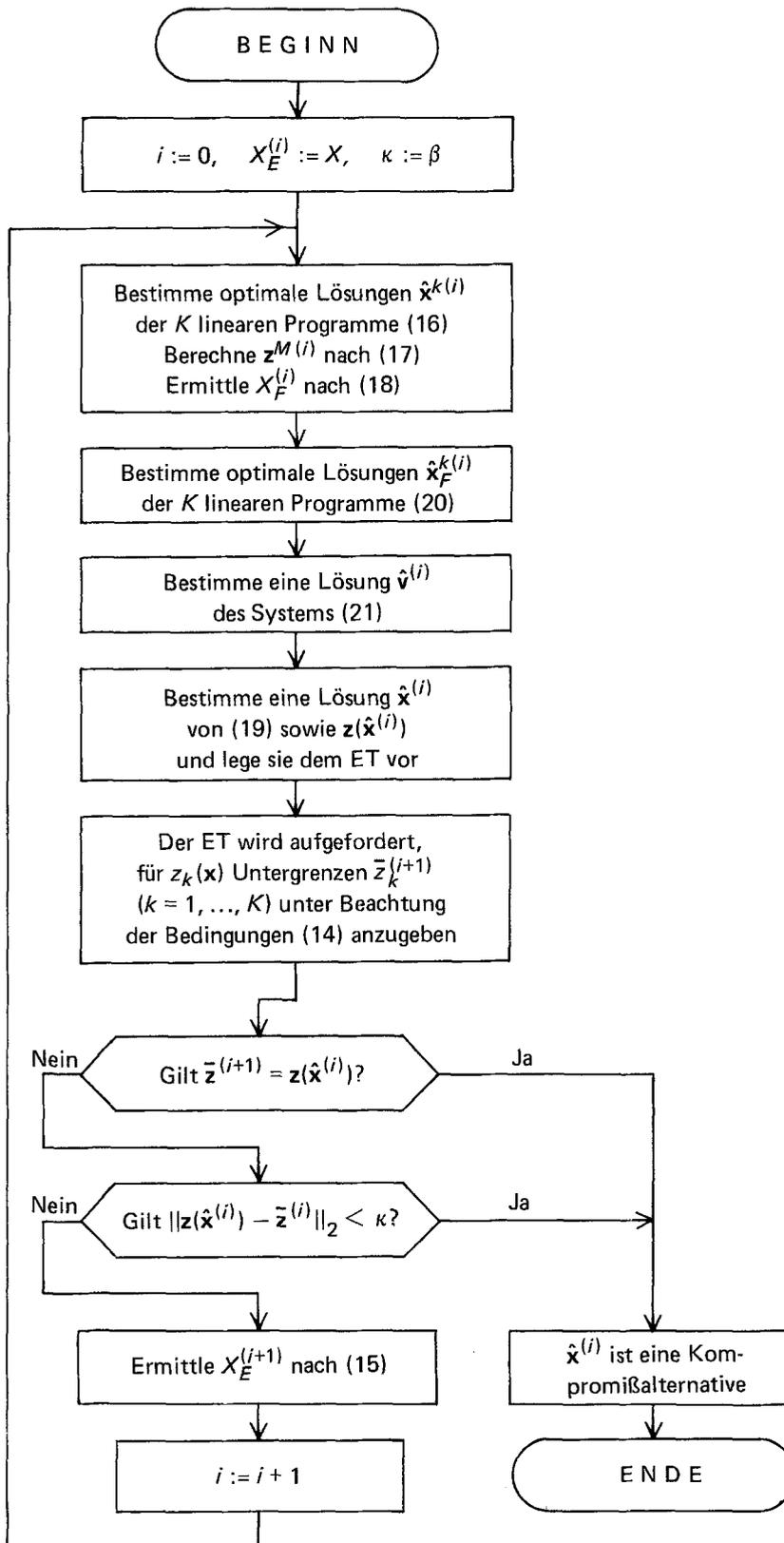
Zur Generierung eines effizienten Lösungsvorschlages  $\hat{x}^{(i)}$

wird das Kompromißprogramm

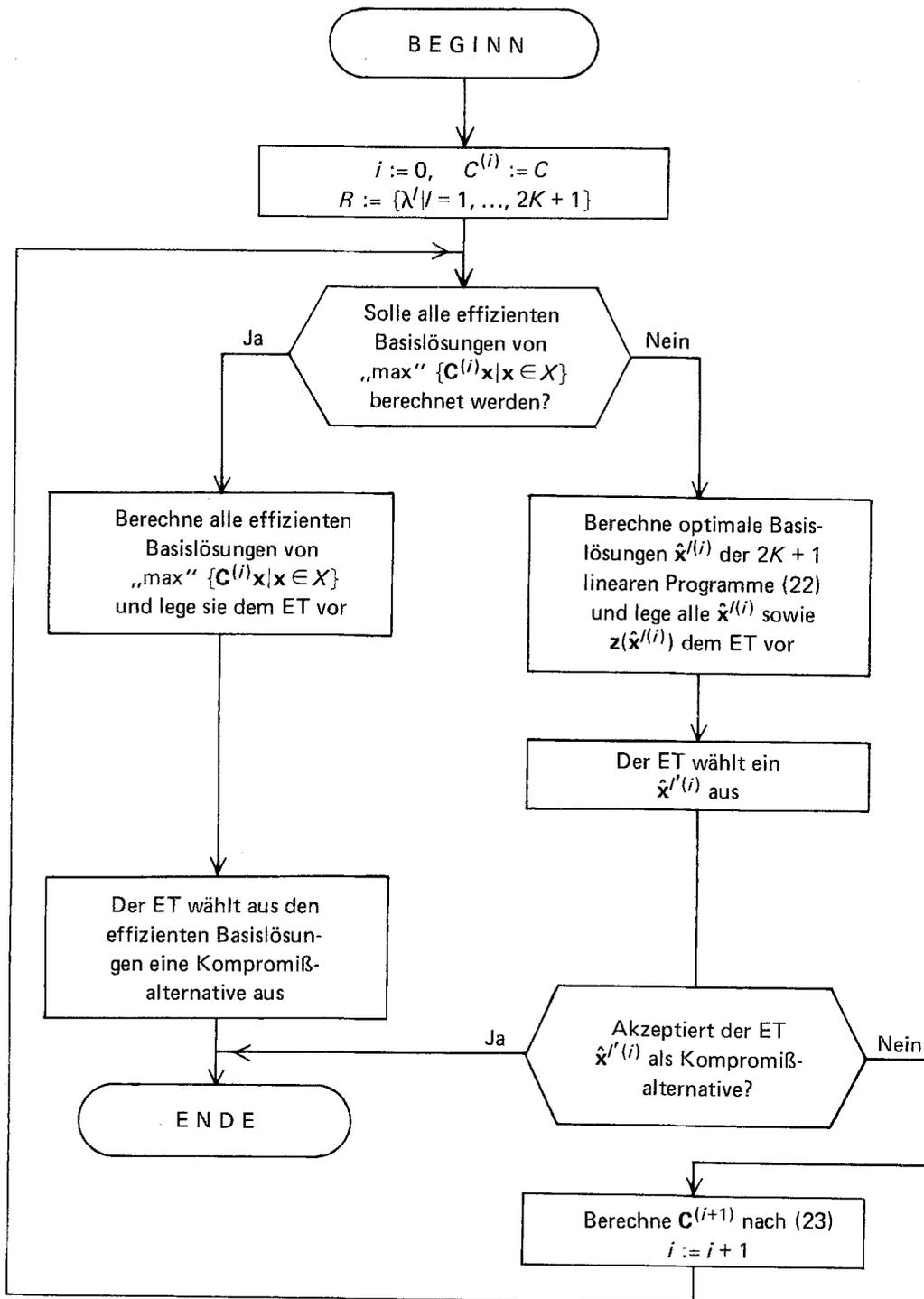
$$\max \{\hat{v}^{(i)T} Cx | x \in X_F^{(i)}\} \quad (19)$$

herangezogen. Der Gewichtungsvektor  $\hat{v}^{(i)} > 0$  wird dabei auf folgende Weise ermittelt: Zunächst werden die bezüglich der eingeschränkten Alternativenmenge  $X_F^{(i)}$  individuellen optimalen Lösungen  $\hat{x}_F^{k(i)}$  mit Hilfe der linearen Programme

$$\max \{\lambda^k Cx | x \in X_F^{(i)}\} \quad (k = 1, \dots, K) \quad (20)$$



Flußdiagramm 4.  
Das interaktive Verfahren von Fandel



Flußdiagramm 5.  
Das interaktive Verfahren  
von Steuer

ermittelt, wobei die  $K$  Vektoren  $\lambda^k$  wie im Programm (12) definiert sind. Um die durch die  $K$  Vektoren  $z(\hat{x}_F^k(i))$  im  $\mathbb{R}^K$  aufgespannte Hyperebene zu bestimmen, ist das System

$$\begin{aligned}
 v^{(i)T} z(\hat{x}_F^k(i)) &= \alpha^{(i)} \quad (k = 1, \dots, K), \\
 \sum_{k=1}^K v_k^{(i)} &= 1, \quad v^{(i)} > \mathbf{0}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

nach  $v^{(i)}$  und  $\alpha^{(i)}$  zu lösen.

Das Verfahren bricht nach endlich vielen ( $m$ ) Schritten ab. Es enthält zwei Abbruchkriterien: Wenn der ET sämtliche Zielwerte des Lösungsvorschlags  $\hat{x}^{(m)}$ ,  $z_k(\hat{x}^{(m)})$ , als Untergrenzen  $\bar{z}_k^{(m+1)}$  für  $z_k(x)$  ( $k = 1, \dots, K$ ) vorgibt oder der euklidische Abstand zwischen  $z(\hat{x}^{(m)})$  und  $\bar{z}^{(m)}$  kleiner als eine vorgegebene Größe  $\kappa > 0$  ist, wird  $\hat{x}^{(m)}$  als Kompromißalternative festgelegt.

Die Struktur des interaktiven Verfahrens von Fandel vermittelt das Flußdiagramm 4.

### 5.5. Das interaktive Verfahren von Steuer

Steuer [26] hat ein interaktives Verfahren konzipiert, bei dem die Menge der effizienten Basislösungen schrittweise reduziert wird, bis der ET eine effiziente Basislösung als definitive Lösung seines Entscheidungsproblems akzeptiert. Die sukzessive Einschränkung der Menge der effizienten Basislösungen erfolgt über eine Änderung der Zielfunktionskoeffizientenmatrix  $C$ . Aus diesem Grunde wird der Matrix  $C$  ein Stufenindex  $i$  zugeordnet.

Die dem ET angebotenen Informationen über das lineare Planungsmodell bei mehrfacher Zielsetzung umfassen die Angabe *aller* effizienten Basislösungen zu Beginn des Entscheidungsprozesses sowie in jeder Stufe des Entscheidungsprozesses die Angabe von höchstens  $2K + 1$  verschiedenen oder allen effizienten Basislösungen der im Rahmen des Entscheidungsprozesses bis zu dieser Stufe eingeschränkten Teilmenge der Menge aller effizienten Basislösungen, wobei die  $2K + 1$  effizienten Basislösungen über diese Teilmenge „verstreut“ sind.

Im  $i$ -ten Schritt erfolgt die Generierung der  $2K + 1$  effizienten Basislösungen über die Lösung von  $2K + 1$  linearen Programmen der Form

$$\max \{\lambda^l C^{(i)} \mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X\} \quad (l = 1, \dots, 2K + 1) \quad (22)$$

Die  $2K + 1$  Vektoren  $\lambda^l$  sind wie bei dem in Abschnitt 4 dargestellten Programm (3) festgelegt. Im Gegensatz zu (3) variiert in (22) die Zielfunktionskoeffizientenmatrix  $C$  mit der Schrittzahl  $i$ .

Die sukzessive Reduzierung der Teilmengen effizienter Basislösungen wird vom ET durch die Auswahl einer bezüglich der ihm vorgelegten effizienten Basislösungen „besten“ Basislösung gesteuert: Es sei  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  die effiziente Basislösung, die der ET in der  $i$ -ten Stufe des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses aus den Lösungsvorschlägen  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  ( $l = 1, \dots, 2K + 1$ ) als „beste“ Basislösung ausgewählt habe. Akzeptiert der ET  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  als Kompromißalternative, so ist der Entscheidungsprozeß abgeschlossen. Andernfalls werden in einer durch das Verfahren vorgegebenen Umgebung von  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  in einer  $(i + 1)$ -ten Stufe mit Hilfe der linearen Programme (22) wiederum  $2K + 1$  Lösungsvorschläge ermittelt. Die durch das Verfahren determinierte Umgebung von  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  wird *nicht* durch eine Reduzierung der Alternativenmenge, sondern durch eine Reduzierung eines durch die Zeilenvektoren von  $C^{(i)}$  aufgespannten beschränkten Gradientenkegels auf den  $K$ -ten Teil seines Volumens ([26], S. 234ff.) festgelegt: Je spitzer der durch  $C^{(i)}$  determinierte Gradientenkegel ist, um so kleiner ist – bei gegebenem  $X$  – die Zahl der effizienten Basislösungen.

Zur Ermittlung von  $C^{(i+1)}$  werden  $K$  „kritische“ Gewichtungsvektoren  $\alpha^k > \mathbf{0}$  (vgl. hierzu im einzelnen [26], S. 229–236) konstruiert, so daß der Gradient  $\lambda^{l(i)} C^{(i)}$ , der zu der effizienten Basislösung  $\hat{\mathbf{x}}^{l(i)}$  führte, in dem durch die Gradienten  $\alpha^k C^{(i)}$  ( $k = 1, \dots, K$ ) aufgespannten Gradientenkegel liegt. Die neue Zielfunktionskoeffizientenmatrix  $C^{(i+1)}$  berechnet sich somit nach

$$C^{(i+1)} = \begin{pmatrix} \alpha^1 \\ \vdots \\ \alpha^K \end{pmatrix} C^{(i)} \quad (23)$$

Die Struktur des interaktiven Verfahrens von Steuer kann dem Flußdiagramm 5 entnommen werden.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Strukturalternativen zur Gestaltung von Entscheidungsprozessen werden zur Kompromißfindung in Verbindung mit konkreten Planungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung herangezogen. Diese Liste ist keineswegs erschöpfend. Gerade in jüngster Zeit wurde eine Reihe interaktiver Verfahren vorgestellt (vgl. z. B. [5, 24, 32]), die überwiegend als Modifikationen bereits bekannter interaktiver Verfahren charakterisiert werden können.

## 6. Experimente zur Strukturierung eines Entscheidungsprozesses bei mehrfacher Zielsetzung

In diesem Abschnitt soll kurz illustriert werden, wie die spezielle Problemstruktur eines konkreten Planungsproblems bei mehrfacher Zielsetzung in Verbindung mit dem spezifischen Informationsverarbeitungs- und Zielbildungsverhalten der ET zur Strukturierung eines Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses auf der Basis eines modifizierten STEM-Verfahrens führte. Aus den in diesem Zusammenhang durchgeführten Experimenten sollte jedoch nicht der Schluß gezogen werden, daß nur das STEM-Verfahren zur Ermittlung einer Kompromißlösung geeignet ist, sondern, daß bei der Strukturierung von Entscheidungsprozessen insbesondere entscheidungsträgerspezifische wie auch planungsproblemspezifische Aspekte zu beachten sind. Daß sich in anderen Entscheidungssituationen durchaus andere Strukturen eines Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses als zweckmäßig erweisen können, dokumentieren die Untersuchungen von Dyer [9] und Wallenius [31].

Das in diesem Abschnitt dargestellte Planungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung unterscheidet sich von den bisher diskutierten Planungsmodellen dadurch, daß vom ET artikuliert Zielvorstellungen nicht nur durch *Zielfunktionen*, sondern auch durch *Zielkoeffizienten*, die in die Restriktionen des Planungsmodells eingehen, zum Ausdruck gebracht werden.

### 6.1. Skizzierung des Planungsmodells mit mehrfacher Zielsetzung

Das den Experimenten zugrunde gelegte Planungsmodell ist ein lineares Kapazitätsplanungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung für einen wirtschaftswissenschaftlichen Fachbereich einer deutschen Hochschule, wobei eine weitgehende Orientierung an den Studiengängen und Studienordnungen des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität des Saarlandes erfolgte. Eine ausführliche Darstellung dieses Kapazitätsplanungsmodells findet sich in [7], so daß hier eine kurze Skizzierung des Planungsmodells ausreicht.

Das lineare Kapazitätsplanungsmodell wurde auf das Grund- und Hauptstudium der drei Studiengänge

- (1) *Betriebswirtschaftslehre* ( $k = 1$ )  
– Abschluß: Diplom-Kaufmann –
- (2) *Volkswirtschaftslehre* ( $k = 2$ )  
– Abschluß: Diplom-Volkswirt – und
- (3) *Wirtschaftspädagogik* ( $k = 3$ )  
– Abschluß: Diplom-Handelslehrer

ausgerichtet.

Variablen des Planungsmodells sind

- (1) die *Anzahl* der in den drei Studiengängen jährlich zuzulassenden *Studienanfänger*, denen auf der Basis der in das Kapazitätsplanungsmodell eingehenden Beschränkungen ein ordnungsgemäßes Studium garantiert werden kann,
- (2) die *Semesterwochenstunden*, die im Rahmen der Ausbildung der zuzulassenden Studenten von den einzelnen Fachgebieten des Fachbereichs für die Lehrveranstaltungen der Studiengänge und die Betreuung von Diplomarbeiten in Anspruch genommen bzw. bereitgestellt werden.

Im einzelnen sei

$x_k$  die Zahl der pro Studienjahr zuzulassenden Studienanfänger des  $k$ -ten Studiengangs ( $k = 1, 2, 3$ ) und  $y_{j\delta\nu}$  die Zahl der Semesterwochenstunden, die das Fachgebiet  $j$  für die Veranstaltungskategorie  $\delta$  im Studienhalbjahr  $\nu$  bereitstellt ( $j = 1, \dots, 26; \delta = 1, \dots, 10; \nu = 1, 2$ ). Sämtliche Variablen des Planungsmodells müssen der Nichtnegativitätsbedingung genügen.

Als *Koeffizienten* gehen in das Modell Verhaltenskoeffizienten der Studenten, Zielkoeffizienten der ET sowie Daten über die personelle Ausstattung der einzelnen Fachgebiete des Fachbereichs im Bereich der Lehre ein. Die Verhaltenskoeffizienten der Studenten vermitteln Informationen über das Verhalten der Studenten hinsichtlich der Auswahl der Studienfächer im Hauptstudium sowie über die Durchfallquoten in den im Rahmen der gewählten Studiengänge erforderlichen Prüfungen.

Es sei

- $a_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) der Anteil der Studenten des  $k$ -ten Studiengangs, die die Diplomvorprüfung bestehen und damit zum Hauptstudium zugelassen werden.  
 $\alpha_m$  ( $m = 1, \dots, 35$ ) der Anteil der zum Hauptstudium zugelassenen Studenten eines oder mehrerer Studiengänge, die die  $m$ -te Option als Studienfach wählen.  
 $q_n$  ( $n = 1, \dots, 39$ ) die Durchfallquote im  $n$ -ten Prüfungsfach.

Die von den ETn (Studenten, Assistenten, Professoren) in Verbindung mit einer Kapazitätsplanung artikulierten Ziele gehen in das Planungsmodell einerseits als *Zielkoeffizienten*, d. h. als Koeffizienten des Planungsmodells, die im Verlauf des Entscheidungsprozesses durch den ET modifiziert werden können, andererseits als Zielfunktionen in Verbindung mit entsprechenden Höhenpräferenzrelationen ein. Als *Zielkoeffizienten* wurden im Rahmen der Experimente die *Gruppengröße* einer Vorlesung, Übung sowie eines Seminars und die *Deputatstunden* eines Professors, Assistenzprofessors und Assistenten pro Studienjahr erfaßt. Im einzelnen bezeichnen

- $g_1$  die Gruppengröße einer Vorlesung,  
 $g_2$  die Gruppengröße einer Übung,  
 $g_3$  die Gruppengröße eines Seminars,  
 $d_1$  die Deputatstunden eines Professors,  
 $d_2$  die Deputatstunden eines Assistenzprofessors und  
 $d_3$  die Deputatstunden eines Assistenten pro Studienjahr.

Die in den einzelnen Fachgebieten vorhandene personelle Ausstattung – Anzahl der Professoren, Assistenzprofessoren und Assistenten – wird als Datum in dem Planungsmodell erfaßt. Es bezeichnet

- $p_j$  die Zahl der Professoren,  
 $l_j$  die Zahl der Assistenzprofessoren und  
 $m_j$  die Zahl der Assistenten im Fachgebiet  $j$  ( $j = 1, \dots, 26$ ).

Die Forderung nach einem ausreichenden Lehrangebot für die Studenten des Grund- und Hauptstudiums sowie die Notwendigkeit, die von den einzelnen Fachgebieten anzubietenden Semesterwochenstunden an der personellen Ausstattung der Fachgebiete zu orientieren, begründen die Restriktionen dieses Planungsmodells. Die Forderung nach einem ausreichenden Lehrangebot wird durch ein System von Ungleichungen der Art: nachgefragte Semesterwochenstunden  $\leq$  angebotene Semesterwochenstunden  $\leq 0$  zum Ausdruck gebracht. Zur Illustration seien die Lehrveranstaltungen in Allgemeiner Betriebswirtschaftslehre im Rahmen des Hauptstudiums für Studenten der Studiengänge 1 und 3 herausgegriffen. Der Studienplan sieht im Wintersemester Vorlesungen im Umfang von 11 und Übungen im Umfang von 7 Semesterwochenstunden und im Sommersemester Vorlesungen im Umfang von 7 und Übungen im Umfang von 4 Semesterwochenstunden vor. Unter der Annahme, daß die Studenten der betrachteten Studiengänge die entspre-

chenden Lehrveranstaltungen in der gleichen Reihenfolge besuchen und Studenten, die die Diplomprüfung in Allgemeiner Betriebswirtschaftslehre nicht bestehen, sich durch ein Literaturstudium auf die Wiederholungsprüfung vorbereiten, lautet die entsprechende lineare Restriktion für das Wintersemester ( $\nu = 1$ )

$$(11g_1^{-1} + 8g_2^{-1})(a_1x_1 + a_3x_3) - \sum_{j=1}^8 y_{j,2,1} \leq 0$$

und für das Sommersemester ( $\nu = 2$ )

$$(7g_1^{-1} + 4g_2^{-1})(a_1x_1 + a_3x_3) - \sum_{j=1}^8 y_{j,2,2} \leq 0.$$

$(a_1x_1 + a_3x_3)$  ist die zu erwartende Zahl der Studenten der Studiengänge 1 und 3, die die entsprechenden Lehrveranstaltungen nachfragen. Im Wintersemester werden von diesen Studenten  $11g_1^{-1}(a_1x_1 + a_3x_3)$  Semesterwochenstunden in Verbindung mit Vorlesungen und  $8g_2^{-1}(a_1x_1 + a_3x_3)$  Semesterwochenstunden in Verbindung mit Übungen des Fachs Allgemeine Betriebswirtschaftslehre nachgefragt. Die Lehrveranstaltungen zur Allgemeinen Betriebswirtschaftslehre werden von den Fachgebieten 1–8 angeboten. Die von diesen Fachgebieten für die Veranstaltungskategorie 2 (Lehrveranstaltungen im Hauptfach) im Studienhalbjahr 1 anzubietenden

Semesterwochenstunden betragen  $\sum_{j=1}^8 y_{j,2,1}$ . Analog ist die entsprechende Restriktion für das Sommersemester konzipiert. Sofern davon auszugehen ist, daß Studenten, die die Diplomprüfung in Allgemeiner Betriebswirtschaftslehre nicht bestehen, die entsprechenden Lehrveranstaltungen des folgenden Semesters besuchen, erhöht sich  $(a_1x_1 + a_3x_3)$  auf  $P(a_1x_1 + a_3x_3)$  mit  $P > 1$ . Zu beachten ist, daß jede dieser Kapazitätsrestriktionen mindestens einen Zielkoeffizienten enthält.

Die von den einzelnen Fachgebieten für Vorlesungen, Übungen, Seminare und Diplomarbeiten angebotenen Semesterwochenstunden unterliegen Kapazitätsgrenzen, die durch die gegebene personelle Ausstattung und die als Zielkoeffizienten in das Planungsmodell eingeführten Lehrdeputate der Professoren, Assistenzprofessoren und Assistenten determiniert sind. Die von jedem Fachgebiet  $j$  insgesamt anzubietenden Semesterwochenstunden müssen der Restriktion

$$\sum_{\delta=1}^{10} \sum_{\nu=1}^2 y_{j\delta\nu} \leq p_j d_1 + l_j d_2 + m_j d_3 \quad (j = 1, \dots, 26)$$

genügen.

In jedem der drei Studiengänge sollen möglichst viele Studienanfänger zu Beginn eines jeden Studienjahres aufgenommen werden, so daß mit  $x$  als Vektor aller Varia-

blen und  $X$  als Alternativenmenge des Kapazitätsplanungsmodells bei gegebenen Werten der Zielkoeffizienten das Planungsmodell als Vektormaximumproblem

$$\text{„max“} \left\{ \begin{pmatrix} z_1(x) \\ z_2(x) \\ z_3(x) \end{pmatrix} \mid x \in X \right\} \quad (24)$$

mit  $z_k(x) = x_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) formuliert werden kann. Das Planungsmodell umfaßt 116 Variable und 88 Nebenbedingungen.

## 6.2. Die entwickelte Struktur des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses

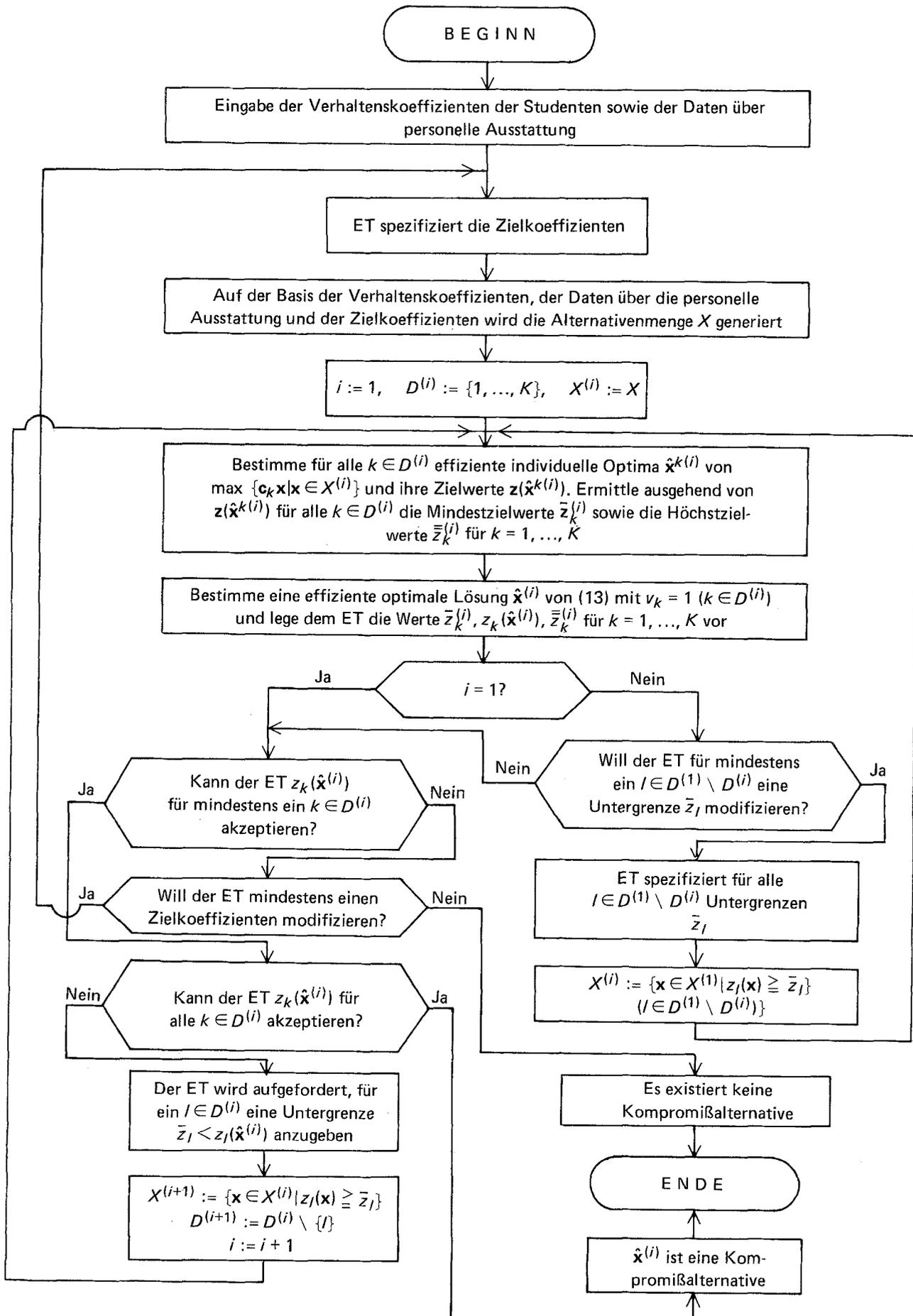
Etwa 10 Studenten, die später zusammen mit weiteren Studenten, Assistenten und Professoren der Universität des Saarlandes Kompromißalternativen für das Kapazitätsplanungsmodell mit mehrfacher Zielsetzung ermittelten, arbeiteten zunächst mit drei alternativen Strukturen von Zielbildungs- und Entscheidungsprozessen, die als Dialog zwischen dem ET und Computer konzipiert waren. Die von diesen Studenten bevorzugte Struktur eines Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses ist eine vierte Strukturalternative: eine modifizierte Version des in 5.3 dargestellten STEM-Verfahrens.

Da das STEM-Verfahren davon ausgeht, daß der ET die im Rahmen des Entscheidungsprozesses vorzugebenden Untergrenzen bezüglich der Zielwerte  $z_k(x)$  definitiv anzugeben vermag, besteht für den ET beim STEM-Verfahren keine Möglichkeit, einmal artikulierte Untergrenzen zu revidieren. Dies wurde als zu restriktiv empfunden. Durch die Einführung von Untergrenzen bezüglich einer oder einiger Zielfunktionen wird ausgehend von dem jeweiligen Lösungsvorschlag eine Verbesserung von Zielwerten anderer Zielfunktionen angestrebt, die sich jedoch u. U. in dem vom ET erwarteten Umfang nicht realisieren lassen, so daß auf der Basis dieser partiellen Informationen über die Zielinterdependenzen in dem zugrundeliegenden Planungsmodell eine Modifikation ursprünglich vorgegebener Untergrenzen notwendig werden kann. Um den ETn Möglichkeiten einer Zielvariation zu eröffnen, wurde die Möglichkeit vorgesehen, in jeder Stufe des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses bereits fixierte Untergrenzen zu revidieren.

Die damit erreichte Flexibilität des interaktiven Verfahrens beeinträchtigt seine Konvergenz im mathematischen Sinne. Im Gegensatz zum STEM-Verfahren, das einen Abschluß des Entscheidungsprozesses spätestens nach  $K$  Entscheidungsstufen vorsieht, wird bei der hier modifizierten Version letztlich allein dem ET überlassen, wann er den Zielbildungs- und Entscheidungsprozeß ab-

Flußdiagramm 6.

Struktur des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses



schließen will. Aufgrund der experimentellen Erfahrungen wurde eine Kompromißalternative nach etwa 2 bis 4 Stunden ermittelt.

Das STEM-Verfahren vermittelt dem ET zu Beginn des Entscheidungsprozesses durch die Angabe der  $K$  Zielwerte der individuellen Optima in Form einer Ergebnistabelle globale Informationen über die Zielinterdependenzen in dem zugrundeliegenden Planungsmodell. Für den vorgenannten Personenkreis erwiesen sich diese Informationen als recht nützlich, allerdings wurde die Angabe von Mindest- und Höchstzielwerten  $\bar{z}$  bzw.  $\bar{z}$  als ausreichend erachtet. Um die Implikationen von Zielartikulierungen im Rahmen eines Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses beurteilen zu können, wurde großer Wert auf die Angabe von Mindest- und Höchstzielwerten in Abhängigkeit von den jeweils artikulierten Untergrenzen bezüglich eines oder einiger Zielfunktionswerte gelegt.

Das hier zugrundegelegte Planungsmodell umfaßt sowohl mehrere Zielkoeffizienten als auch mehrere Zielfunktionen. Sowohl rechentechnische Gründe als auch die kognitive Kapazität der ET legten eine Dekomposition des Zielbildungsprozesses in zwei interaktive Teilprozesse nahe: Im ersten Teilprozeß erfolgt eine Festsetzung der Zielkoeffizienten, der Verhaltenskoeffizienten der Studenten sowie der Daten über die personelle Ausstattung der einzelnen Fachgebiete erfolgt mittels eines Modellgenerators der Aufbau des Kapazitätsplanungsmodells (24) und damit der Einstieg in den zweiten Teilprozeß. Dieser Teilprozeß entspricht dem STEM-Verfahren mit den oben angeführten Modifikationen. Der ET hat die Möglichkeit, die im Rahmen des ersten Teilprozesses artikulierten Zielkoeffizienten zu modifizieren und damit neue Alternativen zu generieren, die zu einer Reduzierung oder Überwindung eines Zielkonflikts beitragen. Die Struktur des gesamten Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses vermittelt das Flußdiagramm 6.

### 6.3. Numerische Ergebnisse einiger Experimente

Der hier skizzierte Zielbildungs- und Entscheidungsprozeß wurde in Form eines Bildschirmdialogs unter Einsatz der TR 440 der Universität des Saarlandes realisiert. Eine ausführlichere Darstellung des Programms, der Protokolle sowie der numerischen Ergebnisse findet sich in [7]. Als Illustrationsbeispiel seien die in [7] auf S. 36f. dargestellten Ergebnisse eines Experiments mit 6 verschiedenen ETn auszugsweise angeführt. Zu Beginn des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses wurden von den ETn die in Tabelle 2 angegebenen Zielkoeffizienten festgelegt. So wurden vom ET 1 in der ersten Phase des Zielbildungs- und Entscheidungsprozesses als maximale Teilnehmerzahl in einer Vorlesung 200 Studenten

Tabelle 2. Erste Festlegung der Zielkoeffizienten

ET	maximale Teilnehmerzahl in einer		Lehrdeputat pro Studienjahr für einen		
	Vorlesung	Übung	Professor	Assistenzprof.	Assistenten
1	220	13	18	10	4
2	150	20	16	8	2
3	100	20	20	16	6
4	100	33	14	8	2
5	120	20	16	10	4
6	300	15	16	8	6

Tabelle 3. Erste Übersicht über die individuellen Maxima

ET	$\bar{z}_1^{(1)}$	$\bar{z}_2^{(1)}$	$\bar{z}_3^{(1)}$
1	86	86	91
2	99	95	100
3	112	112	119
4	65	65	72
5	109	105	110
6	108	108	113

Tabelle 4. Zielfunktionswerte der ersten Lösungsvorschläge

ET	$z_1(x^{*(1)})$	$z_2(x^{*(1)})$	$z_3(x^{*(1)})$
1	27	27	33
2	33	29	34
3	36	36	42
4	20	20	26
5	36	32	37
6	35	35	40

und in einer Übung 13 Studenten festgelegt. Das durchschnittliche Lehrdeputat pro Semester wurde vom ET 1 für einen Professor mit 9, für einen Assistenzprofessor mit 5 und für einen Assistenten mit 2 Semesterwochenstunden vorgegeben.

Auf der Basis dieser Festlegung der Zielkoeffizienten ergaben sich für die sechs ET als individuelle Maxima der drei Zielfunktionen  $z_k(x) = x_k$  die in Tabelle 3 ausgewiesenen Werte.

Für den ET 1 vermittelt Tabelle 3 demnach folgende Information: Aufgrund der vom ET vorgegebenen Zielkoeffizienten können in jedem Studienjahr maximal 86 Erstsemesterstudenten im Studiengang Betriebswirtschaftslehre oder 86 Erstsemesterstudenten im Studiengang Volkswirtschaftslehre oder 91 Erstsemesterstudenten im Studiengang Wirtschaftspädagogik aufgenommen werden. Die vom modifizierten STEM-Verfahren ermittelten ersten Lösungsvorschläge weisen die in Tabelle 4 angegebenen Zielfunktionswerte auf. Der für den ET 1

Tabelle 5. Definitive Festlegung der Zielkoeffizienten

ET	maximale Teilnehmerzahl in einer		Lehrdeputat pro Studienjahr für einen		
	Vorlesung	Übung	Professor	Assistenzprof.	Assistenten
1	200	20	18	12	8
2	150	20	16	8	2
3	180	40	24	18	8
4	200	45	16	8	6
5	200	30	16	12	4
6	300	15	16	8	6

Tabelle 6. Zielfunktionswerte der akzeptierten Kompromißalternativen

ET	$z_1(\hat{x})$	$z_2(\hat{x})$	$z_3(\hat{x})$
1	109	35	30
2	40	46	10
3	253	40	20
4	141	20	13
5	134	30	25
6	30	59	20

generierte Lösungsvorschlag sieht beispielsweise in jedem Studienjahr die Aufnahme von je 27 Erstsemesterstudenten für die Studiengänge 1 und 2 sowie von 33 Erstsemesterstudenten für den Studiengang 3 vor.

Im Rahmen der Entscheidungsprozesse wurden von allen ETn einmal vorgegebene Untergrenzen von Zielwerten modifiziert. Darüber hinaus modifizierten fünf ET die Zielkoeffizienten. Die von den ETn definitiv festgelegten Zielkoeffizienten werden in Tabelle 5 wiedergegeben. Tabelle 6 enthält die Zielfunktionswerte der von den ETn ermittelten Kompromißalternativen.

Die Experimente mit dem hier vorgestellten modifizierten STEM-Verfahren haben demonstriert, daß sich für eine Entscheidungsfindung bei mehrfacher Zielsetzung weder eine Zielgewichtung noch der Bezug zu einer Präferenzfunktion als notwendig erweist.

## 7. Zusammenfassung

Konkreten Planungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung werden einerseits Planungsmodelle mit mehreren Zielfunktionen, andererseits aber auch Planungsmodelle mit einer definitiv vorgegebenen Präferenzfunktion zugeordnet. Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der Frage, inwieweit auf der Basis dieser beiden Modelltypen eine Bewältigung von Entscheidungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung gelingen kann.

Wenngleich den in Abschnitt 5 und 6 vorgestellten Strukturierungsalternativen zur Gestaltung eines Ent-

scheidungsprozesses ein Vorzug gegenüber den Präferenzfunktionen eingeräumt wurde, so darf hierbei nicht übersehen werden, daß das Zielbildungs- und Entscheidungsverhalten des ETs bei diesen Strukturierungsalternativen in der Regel noch nicht ausreichend berücksichtigt wird. Die bisherigen empirischen Untersuchungen vermitteln lediglich erste Einsichten in das Zielbildungs- und Entscheidungsverhalten des ETs. Aufgrund dieser Ergebnisse erweist sich einerseits eine Strukturierung von Entscheidungsprozessen zur Lösung konkreter Planungsprobleme bei mehrfacher Zielsetzung als dringend notwendig. Andererseits fehlen bislang empirische Ergebnisse, auf deren Grundlage Gestaltungskonzepte für einen Entscheidungsprozeß entwickelt werden können.

Im Rahmen dieses Überblicks wurde lediglich ein Ausschnitt des breiten Spektrums von Problemstellungen skizziert, die im Rahmen der „Mehrfachen Zielsetzung“ sowohl von der Unternehmensforschung als auch von der Entscheidungstheorie behandelt werden. Einen Einstieg in die vielfältigen Problemstellungen vermitteln die Sammelbände, die in den letzten Jahren von Cochrane-Zeleny [6], Thiriez-Zionts [29], Zeleny [33, 36], Starr-Zeleny [25] und Zionts [37] herausgegeben wurden.

## Literatur

1. Arbeitskreis „Langfristige Unternehmensplanung“ der Schmalenbach-Gesellschaft: Strategische Planung. Z. betriebswirtsch. Forsch. 29, 1–20 (1977)
2. Arbeitskreis „Marketing in der Investitionsgüter-Industrie“ der Schmalenbach-Gesellschaft: Einige Besonderheiten der Preisbildung im Seriengeschäft und Anlagengeschäft. Z. betriebswirtsch. Forsch. 30, 2–18 (1978)
3. Bamberg, G., Coenenberg, A. G.: Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre, 2. Aufl. München: Vahlen 1977
4. Benayoun, R., de Montgolfier, J., Tergny, J., Laritchev, O.: Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM). Math. Program. 1, 366–375 (1971)
5. Chankong, V., Haimes, Y. Y.: The interactive surrogate worth trade-off method for multiobjective decision-making. In: Multiple criteria problem solving. Zionts, S. (ed.), S. 42–67. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1978
6. Cochrane, J. L., Zeleny, M. (eds.): Multiple criteria decision making. Columbia, SC: University of South Carolina Press 1973
7. Dinkelbach, W., Huckert, K., Isermann, H.: Probleme mehrfacher Zielsetzung bei Planungsmodellen komplexer Organisationen II: Ein lineares Kapazitätsplanungsmodell aus dem Hochschulbereich und seine Lösungsmöglichkeiten mit Hilfe des modifizierten STEM-Verfahrens, Diskussionsbeiträge, Fachbereich Wirtschaftswissenschaft, Universität des Saarlandes, Nr. A 7709, Saarbrücken (1977). DBW-Depot 78-3-2. Stuttgart: Poeschel Verlag 1977
8. Dupré, R., Huckert, K., Jahn, J.: Lösung linearer Vektormaximumprobleme durch das STEM-Verfahren. In: Späth, H. (Hrsg.): Ausgewählte Operations-Research-Software in FORTRAN. München: R. Oldenbourg 1979
9. Dyer, J. S.: An empirical investigation of a man-machine interactive approach to the solution of the multiple criteria problem. In: Multiple criteria decision making. Cochrane,

- J., Zeleny, M. (eds.), 202–216. Columbia, SC: University of South Carolina Press 1973
10. Fandel, G.: Optimale Entscheidung bei mehrfacher Zielsetzung. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1972
  11. Fishburn, P. C.: A survey of multiattribute/multicriterion evaluation theories. In: Multiple criteria problem solving. Zionts, S. (ed.), S. 181–224. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1978
  12. Gal, T.: A general method for determining the set of all efficient solutions to a linear vectormaximum problem. *Eur. J. Oper. Res.* 2, 307–322 (1977)
  13. Geoffrion, A. M.: A parametric programming solution to the vector maximum problem, with applications to decisions under uncertainty. Stanford, CA: Graduate School of Business, Technical Report No 11, 1965
  14. Geoffrion, A. M.: Vector maximal decomposition programming. Paper presented at the seventh international symposium on mathematical programming, The Hague, Holland, September 14–18, 1970
  15. Hamel, W.: Zur Zielvariation in Entscheidungsprozessen. *Z. betriebswirtsch. Forsch.* 25, 739–759 (1973)
  16. Hauschildt, J.: Die Struktur von Zielen in Entscheidungsprozessen – Bericht aus einem empirischen Forschungsprojekt. *Z. betriebswirtsch. Forsch.* 25, 709–738 (1973)
  17. Hauschildt, J.: Entscheidungsziele: Zielbildung in innovativen Entscheidungsprozessen. Theoretische Ansätze und empirische Prüfung. Tübingen: J. B. C. Mohr 1977
  18. Heinen, E.: Grundlagen betriebswirtschaftlicher Entscheidungen. Das Zielsystem der Unternehmung. 3. Aufl. Wiesbaden: Gabler 1976
  19. Isermann, H.: Ein Algorithmus zur Lösung linearer Vektormaximumprobleme. In: Kohlas, J., et al. (Hrsg.): Proceedings in Operations Research 5, 55–65. Würzburg: Physica Verlag 1976
  20. Isermann, H.: The relevance of duality in linear multiple objective programming. In: Multiple criteria decision making. Starr, M. K., Zeleny, M. (eds.), pp. 241–262. Amsterdam: North Holland 1977
  21. Isermann, H.: The enumeration of the set of all efficient solutions for a multiple objective linear program. *Oper. Res. Q.* 28, 711–725 (1977)
  22. Isermann, H.: On some relations between a dual pair of multiple objective linear programs. *Z. Oper. Res.* 22, 33–41 (1978)
  23. Keeney, R. L., Raiffa, H.: Decisions with multiple objectives. New York, London: John Wiley 1976
  24. Oppenheimer, K. R.: A proxy approach to multi-attribute decision making. *Managet. Sci.* 24, 675–689 (1978)
  25. Starr, M. K., Zeleny, M. (eds.): Multiple criteria decision making. Amsterdam: North Holland 1977
  26. Steuer, R. E.: An interactive multiple objective linear programming procedure. In: Multiple criteria decision making. Starr, M. K., Zeleny, M. (eds.), pp. 225–239. Amsterdam: North Holland 1977
  27. Steuer, R. E.: Filtering in decision and criterion space, Paper presented at the ORSA/TIMS Joint National Meeting, Los Angeles, November 13–15, 1978
  28. Steuer, R. E., Schuler, A. T.: An interactive multiple-objective linear programming approach to a problem in forest management. *Oper. Res.* 26, 254–269 (1978)
  29. Thiriez, H., Zionts, S. (eds.): Multiple criteria decision making (Jouy-en-Josas). Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1976
  30. Vasarhelyi, M. A.: Man-machine planning systems: a cognitive style examination of interactive decision making. *J. Account. Res.* 15, 138–153 (1978)
  31. Wallenius, J.: Comparative evaluation of some interactive approaches to multicriterion optimization. *Managet. Sci.* 21, 1387–1396 (1975)
  32. Wehrung, D. A., Hopkins, D. S. P., Massy, W. F.: Interactive preference optimization for university administrators. *Managet. Sci.* 24, 599–611 (1978)
  33. Zeleny, M. (ed.): Multiple criteria decision making (Kyoto). Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1976
  34. Zeleny, M.: The theory of the displaced ideal. In: Multiple criteria decision making. Zeleny, M. (ed.), pp. 153–206. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1976
  35. Zeleny, M.: Adaptive displacement of preferences in decision making. In: Multiple criteria decision making. Starr, M. K., Zeleny, M. (eds.), pp. 147–157. Amsterdam: North Holland 1977
  36. Zeleny, M. (ed.): Multiple criteria decision making. Special issue of computers & operations research (1979 in press)
  37. Zionts, S. (ed.): Multiple criteria problem solving. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1978
  38. Zionts, S., Wallenius, J.: An interactive programming method for solving the multiple criteria problem. *Managet. Sci.* 22, 652–663 (1976)