Invariante Kennzeichnung der Sechseckgewebe auf Flächen mit gegebener Metrik.

Von **K. Mayrhofer** in Wien.

Auf einer Fläche mit gegebenem Maßtensor ist ein Kurvengewebe durch die Richtungsfelder P^α, Q^α, R^α ($\alpha = 1, 2$) bestimmt. Diese Vektoren können bis auf einen gemeinsamen Vorzeichenwechsel durch

$$(1) \qquad e_{\alpha\beta} Q^\alpha R^\beta = e_{\alpha\beta} R^\alpha P^\beta = e_{\alpha\beta} P^\alpha Q^\beta = 1$$

eindeutig normiert werden (wählt man das Vorzeichen des e-Tensors, so ist gegebenenfalls noch die Reihenfolge der Bezeichnung zu ändern). Insbesonders folgt aus (1)

$$(2) \qquad P^\alpha + Q^\alpha + R^\alpha = 0.$$

Das Gewebe ist ein Sechseckgewebe, wenn es bei geeigneten Koordinaten v, w die Form

$$(3) \qquad du = dv = dw = 0, \qquad du + dv + dw = 0$$

annimmt. Die Differentialgleichungen der zu den Feldern gehörigen Scharen sind

$$(4) \qquad e_{\alpha\beta} P^\alpha dx^\beta = 0, \quad e_{\alpha\beta} Q^\alpha dx^\beta = 0, \quad e_{\alpha\beta} R^\alpha dx^\beta = 0,$$

wo z. B. $e_{\alpha\beta} P^\alpha$ die kovarianten Komponenten des Vektors sind, der aus P^α durch Drehung um $\pi/2$ entsteht. (4) kann wegen (2) genau dann in (3) transformiert werden, wenn etwa die beiden letzten Gleichungen (4) einen gemeinsamen integrierenden Faktor i haben:

$$(5) \qquad \frac{\partial\,(i e_{\alpha 1} Q^\alpha)}{\partial x^2} - \frac{\partial\,(i e_{\alpha 2} Q^\alpha)}{\partial x^1} = 0, \quad \frac{\partial\,(i e_{\alpha 1} R^\alpha)}{\partial x^2} - \frac{\partial\,(i e_{\alpha 2} R^\alpha)}{\partial x^1} = 0.$$

Hierin kann die gewöhnliche Differentiation durch die kovariante ersetzt werden, wodurch (5) übergeht in

$$(6) \qquad \nabla_\alpha (i Q^\alpha) = 0, \qquad \nabla_\alpha (i R^\alpha) = 0$$

oder wegen der Normierung (1)

$$\nabla_\alpha \ln |i| = e_{\alpha\beta} (Q^\beta \nabla_\gamma R^\gamma - R^\beta \nabla_\gamma Q^\gamma). \tag{7}$$

Wegen (1) können hierin etwa die oberen Indizes β, γ auch vertauscht werden. Die Integrabilitätsbedingung von (7) ist unmittelbar

$$\boxed{Q^\alpha \nabla_\alpha \nabla_\beta R^\beta - R^\alpha \nabla_\alpha \nabla_\beta Q^\beta = 0}, \tag{8}$$

wodurch die Sechseckgewebe invariant gekennzeichnet sind. Die Symmetrie der Scharen äußert sich dadurch, daß wegen (2) die linke Seite (8) in sich übergeht, wenn die Scharen zyklisch vertauscht werden.

(Eingegangen: 15. VI. 1931.)