

was die den Beobachtungen völlig entsprechende Bewertung der Versicherungsleistungen anlangt, als auch die mannigfachen praktischen Rechenvorteile, die sich an eine rein nach der Gomperz-Makehamschen Formel adjustierte Absterbeordnung knüpfen. Die Publikation der Tafeln, die eine Art Standardtafel repräsentieren, an denen es bisher in Österreich gefehlt hat, verdient eine besondere Würdigung und Verf., unter dessen Leitung die weitläufigen und umfassenden Rechnungen durchgeführt wurden, ist hiezu nur zu beglückwünschen.

*Oppenheim.*

**Newton, Cotes, Gauß, Jacobi.** Vier grundlegende Abhandlungen über Interpolation und genäherte Quadratur (1711, 1722, 1814, 1826). Übersetzt bzw. herausgegeben und mit einem erläuternden Anhang versehen von Prof. Dr. Arnold Kowaleski, Privatdozent der Philosophie in Königsberg in Pr. Mit 6 Textfiguren. Leipzig. Veit & Co., 1917. VI u. 103 pp. 8°.

Verf. will mit seinem Buche die Aufmerksamkeit seiner speziellen Fachkollegen auf die mathematischen Methoden der Interpolation aufmerksam machen. Er sagt, daß diese ein wertvolles Instrument zur Verbesserung des mathematischen Apparates der experimentellen Psychologie, leider aber und zum Nachteile der Wissenschaft in der bezüglichen Fachliteratur wenig oder gar nicht bekannt sind. Die von ihm übersetzten bzw. bloß neu herausgegebenen Abhandlungen sind die folgenden vier: 1. Die Differentialmethode von Newton aus dem Jahre 1711, wenn auch die Hauptsätze aus ihr sich schon in den 1687 erschienenen Principiis vorfinden, 2. die Abhandlung von Roger Cotes, de methodo differentiali Newtoniana aus dessen, von Robert Smith im Jahre 1722 herausgegebenen Opuscula mathematica, 3. die Abhandlung von Gauß: Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi aus den Göttinger Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften 1814 und endlich die Jacobische Arbeit aus dem ersten Bande des Crelleschen Journal für Mathematik „Über Gauß' neue Methode, die Werte der Integrale näherungsweise zu finden“.

Daß sowohl die Übersetzung wie auch die im Anhang hinzugefügten sachlichen und historischen Notizen und Zusätze stets als zutreffende zu bezeichnen sind, dafür bürgt der Name des Bruders des Verf., des bekannten Mathematikers, der dem Verf., wie er selbst im Vorwort hervorhebt, sowohl bei der Korrektur als auch betreffs verschiedener fachmännischer Auskünfte seine Hilfe angedeihen ließ. Es dürfte damit das Buch nicht bloß in den Kreisen der Psychologen, für die es vorzugsweise bestimmt ist, sondern auch unter Mathematikern Verbreitung finden.

*Oppenheim.*

**Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung.** Von Serret-Scheffers. Erster Band: Differentialrechnung. 6. u. 7. Auflage. B. G. Teubner, 1915. 670 + XVIII Seiten.

Das bekannte Lehrbuch von Serret-Scheffers liegt nunmehr bereits in der sechsten und siebenten (Doppel-) Auflage vor, ein hinlänglicher Beweis für die Beliebtheit des Buches. Es ist vielleicht desto dringender notwendig, einmal offen darauf hinzuweisen, daß das Buch auch in seiner jetzigen Gestalt trotz

der Darstellungskunst seines dermaligen Verfassers und trotz seiner vielen unleugbaren Vorzüge nicht ganz den Anforderungen genügt, die man wohl mit Recht an ein Lehrbuch für Universitätsstudierende stellt. Es ist einmal kein modernes Lehrbuch, wie ich es für die eigentlich der Mathematik Beflissenen wünsche, in dem Sinne, daß es von der heute herrschenden mengentheoretischen Betrachtungsweise beherrscht wird und vom Geiste der jetzt üblichen Strenge durchdrungen ist etwa wie der Cours von de la Vallée-Poussin. Aber auch von einem Lehrbuch für die große Menge der Prüfungskandidaten hat man heute mehr Präzision des Aufbaues und des Ausdruckes zu fordern. Der gute Wille und das Bestreben des Verfassers hiernach seien restlos anerkannt und gar manche Teile des Buches haben hiedurch schon eine erfreuliche Gestalt angenommen. Es ist vollkommen klar, daß sich ein Lehrbuch dem Auffassungsvermögen der Studierenden anpassen und nach pädagogischen Gesichtspunkten vorgehen muß, aber es muß alles Kopf und Fuß haben und es ist danach zu trachten, daß der Studierende klare Begriffe erhält.

Was soll die Bemerkung S. 11: Die Funktionen  $y$ , die wir in der Folge betrachten, werden meistens analytisch definiert sein, d. h. mittels Gleichungen, die zwischen ihnen und den unabhängigen Veränderlichen bestehen, solange nicht der Begriff Gleichung festgelegt ist. Sieht der Verfasser  $y = \lim_{n \rightarrow \infty} n! \pi x = 0$  als Gleichung an? Was ist nach der Definition der Kurve von S. 289 die geometrisch definierte Kurve von S. 290. Was heißt S. 299 unten das Wort „vereinzelt“. Was denkt sich der Student unter der Bemerkung am Ende von Nr. 354?

Es ist ja zuzugeben, daß dies nicht besonders bedeutende Kleinigkeiten sind, aber solcher Stellen, die ich etwas anders gefaßt wünschte, gibt es gar manche. Um nur eines noch zu erwähnen, so möchte ich sagen: Die Division durch Null ist sinnlos, nicht sie ist unbestimmt.

Bezüglich des Aufbaues sei prinzipiell folgendes erwähnt: Die ganze Analysis baut sich auf den Begriff der Irrationalzahl und der Grenze auf. Es wäre daher sehr zu wünschen, daß jedes Lehrbuch eine kurze korrekte Darstellung etwa der Dedekindschen Theorie der Irrationalzahlen und eine klare Behandlung des Grenzbegriffes mit Einschluß der Unbestimmtheitsgrenzen enthielte. Unter den Grenzwertsätzen vermisste ich hier insbesondere den Satz, daß jede monoton beschränkte Folge gegen eine Grenze strebt, mit dessen Hilfe sich die Konvergenz von  $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$  sofort ergäbe.

Sodann möchte ich erwähnen, daß meiner Ansicht nach der differentialgeometrische Teil, in dem ja unzweifelhaft ein Hauptvorzug des Buches liegt, seinen richtigen Platz erst nach Erledigung der Integralrechnung, der impliziten Funktionen und der Differentialgleichungen hat.

Nun einige ernstere Ausstellungen: Es ist wohl nicht angängig, zuerst S. 15 aus der Anschauung, d. h. aus dem verkappten Bewußtsein der Stetigkeit, zu schließen, daß  $a^x$  ( $a > 0$ ,  $x \neq 1$ ) alle positiven Werte annimmt und daraus S. 37 abzuleiten, daß  $a^x$  stetig ist. Dasselbe gilt bezüglich der Stetigkeit von  $\sin x$ ,  $\cos x$ .

Was soll S. 52 nach der korrekten Definition des Differentials die Bemerkung: Erst beim Grenzübergange, für  $\lim \Delta x = 0$ , werden dann  $\Delta y$  und  $dy$  dasselbe bedeuten?

S. 214 läßt sich nicht sagen, daß  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1 + \theta_x)^{n-m}} = 0$ , da  $\theta$  von  $n$  abhängt. Dasselbe gilt bezüglich  $\left(\frac{1 - \theta}{1 - \theta_x}\right)^{n-1}$ .

In der nicht besonders glänzend dargestellten Nr. 163 ist der Schlußsatz falsch.

An Druckfehlern sind mir nebenbei folgende aufgefallen:

S. 19, Z. 9, 10:  $-\frac{1}{2}\pi + k\pi$ ,  $\frac{1}{2}\pi + k\pi$

Z. 13:  $\text{ctg } x$

S. 31, Z. 6 v. u.: an statt von

S. 70, Z. 6 v. u.: für statt hier

S. 483, Z. 4:  $\frac{dx}{dt}$  statt  $\frac{dx}{ds}$ .

Wilh. Groß.

**Einführung in die elementare und analytische Theorie der algebraischen Zahlen und der Ideale.** Von E. Landau. B. G. Teubner, 1918. 143 S.

Hiemit hat Landau den Mathematikern ein sehr nettes Büchlein beschert, in dessen erstem Teil „Elementare Idealtheorie“ die eindeutige Zerlegbarkeit der Ideale in Primideale gezeigt, die Einteilung der Ideale in Klassen behandelt und die Dirichletsche Theorie der Einheiten vorgeführt wird. Besonders möchte ich hier auf die Ableitung des Satzes 30 hinweisen.

Im zweiten Teile: „Analytische Zahlentheorie“ werden die Ergebnisse der Primzahltheorie auf die Primideale ausgedehnt und insbesondere der Primidealsatz der Verfassers, daß in jeder Idealklasse asymptotisch gleich viel Primideale sind, nachgewiesen. Der Verfasser stützt sich hierbei auf das erst kürzlich publizierte Resultat von Hecke, das das Analogon der Funktionalgleichung der Riemannschen  $\zeta(s)$  für die Dirichletschen  $\zeta(s)$  liefert. Hierbei bringt er auch die erst durch jene Entdeckung ermöglichte genauere Abschätzung der Anzahl der Ideale einer Klasse mit Norm  $\leq x$ , die er selbst erst im Laufe des vergangenen Jahres veröffentlichte.

Über die Darstellungsweise etwas zu sagen, erübrigt sich wohl und sei insbesondere der erste Teil den Mathematikbeflissenen wärmstens anempfohlen. Als etwas störend empfinde ich bei der sonst so auf sich gestellten Darstellung des zweiten Teiles die Verweise auf des Verfassers Handbuch der Primzahlen.

Wilh. Groß.

**Praktische Mathematik.** Von R. Neuendorff. I. Teil: Graphische Darstellungen. Vorkürztes Rechnen. Das Rechnen mit Tabellen. Mechanische Rechenhilfsmittel. Kaufmännisches Rechnen im täglichen Leben. Wahrscheinlichkeitsrechnung. 2., verbesserte Aufl. B. G. Teubner, 1917. (Aus Natur und Geisteswelt 341.) 106 S. M. 1.50.

Das brauchbare Büchlein liegt nunmehr in zweiter Auflage vor, die sich von der ersten hauptsächlich dadurch unterscheidet, daß die geometrischen Teile ausgeschieden wurden, da sie im zweiten Bändchen Aufnahme finden sollen, und dafür zwei Abschnitte über das kaufmännische Rechnen und über die Wahrscheinlichkeitsrechnung eingefügt wurden.