Raum, Zeit und Naturgesetze.

Von **A. March**, Innsbruck.

(Eingegangen am 4. Februar 1941.)

Die in vorausgegangenen Arbeiten entwickelte Metrik wird axiomatisch begründet. Die nicht-punktförmige Partikel ist ebensowenig ausgedehnt wie die punktförmige, es gilt aber für sie das Axiom nicht, daß aus der Koinzidenz von AB und von BC die von A und C folgt. Das gibt der Raumbeziehung von koinzidenten Partikeln einen gewissen Spielraum, der durch eine universelle Konstante l_0 gemessen wird. Aus der objektiven Bedeutung des Koinzidenzbegriffes ergibt sich eine fundamentale Relation, welche die Anwendbarkeit der Quantentheorie begrenzt und wonach eine Partikel nur solcher Zustandsänderungen fähig ist, für die

$$\left| |\Delta \mathfrak{p}|^2 - \left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 \right| < \left(\frac{h}{2\, l_0}\right)^2.$$

Es ist unvermeidlich, daß eine Theorie, die althergebrachte und bisher niemals kritisierte Begriffsbildungen durch völlig neue ersetzt, wegen ihrer als „Unanschaulichkeit“ bezeichneten Ungewohntheit zunächst mißverstanden wird. Die Mißverständnisse ergeben sich immer daraus, daß der Kritiker an den gewohnten Begriffen, deren Zulässigkeit eben bestritten wird, unbewußt festhält und auf Grund ihrer Verwendung die neuen Begriffsbildungen widerspruchsvoll findet. Dieses Schicksal blieb auch einer neuen, den Beobachtungsmöglichkeiten angepaßten Raum-Zeitauffassung, die von uns in dieser Zeitschrift entwickelt worden ist[1]), nicht erspart. Vielleicht vermögen die folgenden Ausführungen zur Klarstellung der wesentlichen Punkte beizutragen.

Kritik eines Axioms. Es handelt sich in der von uns vertretenen Theorie *nicht* um eine neue Geometrie. Alle Begriffe und Beziehungen sowohl der affinen wie der metrischen Geometrie — einschließlich des Punktbegriffs — werden letzten Endes beibehalten und auch an der vierdimensionalen Geometrie der Relativitätstheorie ändert sich nichts. Was vom Eingriff betroffen wird, sind nicht die geometrischen Begriffe als solche, sondern *lediglich die Art, in der diese Begriffe mit der beobachtbaren Wirklichkeit in Beziehung zu setzen sind.*

---

[1]) A. March u. E. Foradori, ZS. f. Phys. **114**, 215 u. 653, 1939; A. March, ebenda **115**, 245 u. 522, 1940. Diese Aufsätze werden im folgenden als I, II, III, IV zitiert.

Die bisherige Auffassung betrachtet die raum-zeitliche Welt als ein Punktkontinuum und hält es, wenigstens im Prinzip, für möglich, die Punkte dieses Kontinuums tatsächlich aufzuweisen. Es gibt für sie ein punktuelles „Hier“ und ein punktuelles „Jetzt“, das eine verwirklicht durch einen räumlich ausdehnungslosen Körper, das andere durch ein zeitlich ausdehnungsloses Ereignis. Alles Messen beruht nach der geltenden Metrik auf der Feststellung von Koinzidenzen solcher punktförmiger Körper bzw. Ereignisse. Bei einer Abstandsmessung werden die beiden Punktkörper, deren Abstand bestimmt werden soll, mit den Endpunkten eines Maßstabes zur Koinzidenz gebracht, während bei Zeitmessungen die Koinzidenz von zeitlich punktuellen Ereignissen mit Uhrzeigerstellungen beobachtet wird. Der Punktcharakter der Koinzidenzen spricht sich dabei in der Forderung aus: Wenn ein Punktkörper oder ein Punktereignis A mit B koinzidiert und B mit C, dann koinzidieren auch A und C; ein Axiom, das bisher jeder Messung zugrundegelegt worden ist und auf dessen ausdrückliche Formulierung man wegen seiner scheinbaren Selbstverständlichkeit verzichtet hat.

Demgegenüber haben wir den Nachweis erbracht, daß es weder notwendig noch natürlich ist, den Meßvorgang auf die Feststellung von Punktkoinzidenzen zu begründen. Alles spricht dafür, daß es Punktkörper — wir beschränken uns vorläufig auf den Raum, von der Zeit sprechen wir nachher — in Wirklichkeit nicht gibt, sondern daß die letzten Elemente der Materie „nicht-punktförmig“ sind. Das wurde bereits früh erkannt. Aber man zog daraus, indem man „nicht-punktförmig“ und „ausgedehnt“ verwechselte, den verhängnisvollen Schluß, daß den Elementarteilchen der Materie eine Ausdehnung zugeschrieben werden müsse. Der Punktbegriff ließ sich dann anscheinend nur so überwinden, daß man den von einer Partikel erfüllten Raum als letztes nicht weiter zerlegbares Raumelement betrachtete und dieses Element an Stelle des Punktes setzte. Aber diese Vorstellung bot, wie sich bald zeigte, keine Möglichkeit, aus den durch den Punktbegriff bedingten Schwierigkeiten herauszukommen, weil sie den Begriff, der vermieden werden sollte, stillschweigend beibehielt und ihn nur rein äußerlich unterdrückte. Denn wenn ein „kleinstes Teilchen“ einen endlichen Raum erfüllt, so besteht es notwendig aus kleineren Teilen, womit man letzten Endes wieder zum Punktbegriff zurückkommt. Es nützt nicht das Mindeste, ein Raumgebiet von bestimmter endlicher Größe als letztes unzerlegbares Raumelement zu deklarieren, weil dieses Vorgehen über eine reine Nomenklatur nicht hinausgeht und zu einer in sich widerspruchsvollen Raumidee führt, die den Begriff des Raumpunktes wohl verleugnet, ihn aber tatsächlich in dem des ausgedehnten Raumelements versteckt hält. Welchen

Sinn sollte übrigens die Behauptung, daß der Elementarpartikel eine bestimmte Größe zukommt, haben? Wenn die Partikel eine letzte Gegebenheit darstellt, läßt sie sich ja nicht ausmessen, weil uns als Meßmittel nur wieder Partikel oder Maßstäbe, die aus Partikeln zusammengesetzt sind, zur Verfügung stehen, so daß wir vor der Aufgabe stünden, die Partikel mit sich selber zu vergleichen.

Wenn aber die Elementarpartikel nicht ausgedehnt ist, worin drückt sich dann ihr nicht-punktförmiger Charakter aus? Es bleibt dabei, daß alles Messen auf Feststellungen von Koinzidenzen beruht. Da den Partikeln keine Ausdehnung zukommt, so sind die Koinzidenzen, die zwischen ihnen stattfinden, ebenso scharf definiert wie die zwischen Punktkörpern. *Aber es gilt für sie nicht das oben angeführte Koinzidenzenaxiom*; aus der Koinzidenz von A mit B und von B mit C kann nicht mehr gefolgert werden, daß auch A und C koinzidieren. Hierin und nicht in einer vermeintlichen Ausdehnung liegt das entscheidende Merkmal der nicht-punktförmigen Partikel. Von einer Ausdehnung der elementaren Körper ist bei dieser Charakteristik nicht die Rede, sondern es wird lediglich zum Ausdruck gebracht, daß die elementaren Raumbeziehungen von Partikeln nicht dieselben sind wie die von Punktkörpern, eine Einsicht, die den eigentlichen Kernpunkt der von uns entwickelten Metrik bildet.

Die bisherige Auffassung hielt es für ausgemacht, daß die Raumbeziehungen der Dinge nur auf Grund des Koinzidenzenaxioms erfaßbar sind, d. h. sie bestand darauf, auf die Wirklichkeit den Punktbegriff anzuwenden. In Wahrheit liegt dazu keine Notwendigkeit vor. Ob sich die Wirklichkeit dem Axiom fügt oder nicht, darüber kann nicht eine vorgefaßte Meinung, sondern nur die Erfahrung entscheiden, die kaum einen Zweifel darüber läßt, daß das Axiom *nicht* gilt. Gibt man aber dies zu, so ist der Weg, den man zu beschreiten hat, zwangsläufig gegeben. Es tritt dann eben an Stelle des Punktes das durch eine Partikel realisierte Raumelement, das sich zwar einer im Sinne der Punktgeometrie „anschaulichen" Vorstellung entzieht, begrifflich aber von ebenso einfacher Art wie der Punkt ist. Die Punktgeometrie vermag sich dieses Raumelement nur im Bild eines Raumgebietes von endlicher Ausdehnung vorzustellen, ein Bild, das ganz unzulänglich ist, weil es die wesentlichste Eigenschaft des Elements, sich bei einer Änderung des Koordinatensystems wie ein Punkt zu transformieren, nicht wiederzugeben vermag. Es hängt dies damit zusammen, daß eben das Bild an den Voraussetzungen der Punktgeometrie festhält und daher grundsätzlich nicht in der Lage ist, den Begriff eines nicht-punktförmigen Raumelements zu erfassen.

Der elementare Meßakt. Die Ungültigkeit des Koinzidenzenaxioms führt zu einer Art des Messens, die sich von der bisherigen prinzipiell unterscheidet. Alle Messungen gehen — und dies gilt ganz allgemein für jede Art von Metrik — auf einen Grundakt zurück, nämlich auf die Feststellung, ob zwei gegebene elementare Körper (Punktkörper oder Partikel) miteinander koinzidieren oder nicht. Dieser Akt bildet die notwendige Voraussetzung allen Messens. Während aber die hergebrachte Metrik mit solchen Akten allein nicht auskommt, sondern zur Durchführung einer Messung noch eines Maßstabes bedarf, dessen Länge willkürlich festgesetzt wird, bildet in der neuen Metrik die Feststellung von Koinzidenzen nicht bloß die Voraussetzung der Messung, *sondern zugleich das Meßmittel,* indem jede Messung *in der Abzählung von Koinzidenzen* besteht. Sind nämlich A und B die gegebenen Partikel, deren Abstand bestimmt werden soll, so läßt sich immer A mit B durch eine Kette von Teilchen verbinden, in der jedes Teilchen mit seinen beiden Nachbarn durch eine Koinzidenz zusammenhängt. Die Mindestanzahl n der Partikeln, die zur Herstellung einer solchen Kette erforderlich ist, wird als Maßzahl des Abstandes genommen. Diese natürliche Art des Messens beruht wesentlich auf der Ungültigkeit des alten Koinzidenzenaxioms, also auf dem nicht-punktförmigen Charakter der Elementarpartikeln. Mit Punktkörpern läßt sich eine Kette von endlicher Ausdehnung nicht herstellen. Daher war die alte Metrik gezwungen, den Vorgang durch Hintereinanderauftragen eines Maßstabes nachzubilden, dessen Länge willkürlich festgesetzt wurde und als abhängig vom Bewegungszustand angenommen werden mußte. Einen solchen Maßstab kennt die neue Metrik nicht. An seine Stelle tritt hier eine universelle Konstante l_0, auf deren Sinn wir im nächsten Abschnitt zurückkommen.

Bei der grundlegenden Bedeutung des Koinzidenzbegriffs muß aber vorher die Frage geklärt werden, woran denn eine Koinzidenz erkannt wird. Die Antwort darauf ist: Die Feststellung einer Koinzidenz ist ein auf keinen anderen Akt zurückführbarer Grundakt des Beobachters. Ohne ihn gibt es überhaupt keine Beobachtung. Es hat keinen Sinn, die Entscheidung, ob in einem gegebenen Fall zwei Partikel koinzidieren oder nicht, vom Ausfall irgendeines Versuchs abhängen zu lassen. Denn das Ergebnis eines jeden Versuchs kann ja nur wieder in bestimmten Koinzidenzen bestehen. Damit überhaupt Beobachtungen möglich sind, muß der Beobachter aus eigner Machtvollkommenheit imstande sein, das Stattfinden oder Nichtstattfinden einer Koinzidenz zu konstatieren. Die aus den Beobachtungen entnommenen Raumbeziehungen der Dinge sind demnach ausgesprochen *subjektiv* bedingt; wem das befremdend erscheint, mag sich vergegenwärtigen, daß dieses subjektive Moment auch der klassischen Punktmetrik anhaftet, nur mit dem Unterschied, daß dort dem Beobachter die Beurteilung von Punktkoinzidenzen zugetraut wird.

Nun ist aber andererseits klar, daß der Koinzidenz auch eine objektive Bedeutung zukommen muß. Denn es wäre ja sonst nicht abzusehen, wie es möglich sein sollte, auf diesen Begriff eine in sich widerspruchsfreie Beschreibung der Wirklichkeit zu gründen. Es ist nicht unsere Sache, uns mit der philosophischen Seite dieses Problems auseinanderzusetzen. Für den Physiker ist der einzige mögliche Standpunkt der, die objektive Bedeutung der Koinzidenz und damit die Widerspruchsfreiheit des Raumbildes durch die *Forderung* zu sichern, daß zwei als koinzident beurteilte Partikel *auch durch keinen Versuch räumlich getrennt werden können.* In Wahrheit ist die Koinzidenz zweier Teilchen überhaupt nur an diesem Merkmal zu erkennen, weil es ja in Wirklichkeit keinen Beobachter gibt, der direkt eine Koinzidenz (die sich auf der Netzhaut seines Auges zuträgt) festzustellen vermöchte. Die Koinzidenzen, die wir tatsächlich konstatieren, sind von unvergleichlich viel groberer Art und finden nicht zwischen Elementarpartikeln, sondern zwischen Körpern statt, die aus einer sehr großen Anzahl von Partikeln zusammengesetzt sind. Die Behauptung, daß zwei Partikel koinzidieren, kann daher nur den Sinn haben, daß sie in einer solchen Raumbeziehung stehen, daß es durch keinen Versuch, der die Beziehung in eine uns erfaßbare übersetzt, gelingt, die Teilchen räumlich voneinander zu trennen. Es muß also z. B. unmöglich sein, die Trennung durch einen Beugungsversuch, der mit Licht- oder materiellen Strahlen vorgenommen wird, herbeizuführen. Tatsächlich wird dies, wie wir sehen werden, durch die fundamentale Beschränkungsrelation verhindert.

Der Sinn der Konstanten l_0. Die Möglichkeit, Abstände durch Abzählen von Koinzidenzen zu messen, beruht darauf, daß die Ungültigkeit des klassischen Koinzidenzenaxioms der Raumbeziehung zweier koinzidenter Partikel einen gewissen Spielraum läßt. Die Weite dieses Spielraums drückt sich in einer universellen Konstanten l_0 aus, die der Metrik als natürliche Maßeinheit dient. In diesem Sinne setzt sie den Abstand zweier Partikel, deren Verbindung durch eine zusammenhängende Kette mindestens n Teilchen erfordert, gleich $n \cdot l_0$.

Die Konstante l_0 darf nicht als Länge eines „kleinsten Maßstabes" verstanden werden, was unsinnig ist, weil es — schon aus relativistischen Gründen — einen kleinsten Körper nach der neuen Metrik ebensowenig gibt wie nach der alten. l_0 hat mit der Ausdehnung eines materiellen Dings nichts zu tun, sondern ist *die invariante Bewertung eines invarianten Meßvorganges.* Dieser Vorgang besteht immer, gleichgültig, ob die beiden Partikel, deren Abstand gemessen werden soll, in Ruhe oder Bewegung sind, in der Ausspannung einer „kürzesten“ Partikelkette, deren Länge dann mit $n \cdot l_0$ bewertet wird. Daß der Abstand von verschieden bewegten Beobachtern verschieden gemessen wird, kommt hier nicht, wie in der Punktmetrik, durch eine Änderung der Maßeinheit l_0 (bei unverändertem n) zustande, sondern durch eine solche der Koinzidenzenzahl n, indem die Koinzidenz oder Nicht-Koinzidenz zweier Teilchen von den Beobachtern infolge der verschiedenen Auffassung der Gleichzeitigkeit verschieden beurteilt wird. *Die Koinzidenz ist keine invariante Raumbeziehung.* Zwei Teilchen, die dem einen Beobachter koinzident erscheinen, müssen es für einen anderen nicht sein, oder, objektiv formuliert: während sich die Teilchen in einem System K voneinander räumlich trennen lassen, kann es sein, daß in einem anderen K' jeder Versuch einer Trennung fehlschlägt. An Hand der aufzustellenden Beschränkungsrelation läßt sich ersehen, wie diese Nicht-Invarianz zustande kommt. Sie wirkt sich bei der Lorentz-Kontraktion dahin aus, daß eine zwischen A und B von einem mit den Partikeln bewegten Beobachter ausgespannte kürzeste Partikelkette für einen relativ zu A und B bewegten Beobachter sich dehnen läßt, ohne dabei ihren Zusammenhang zu verlieren.

Es läßt sich jetzt übersehen, daß die hier entwickelte Theorie nicht so sehr eine neue, als eine *verallgemeinerte* Metrik vertritt. Eine Metrik ist eindeutig festgelegt, sowie durch den Wert einer Konstanten der Spielraum in der Raumbeziehung koinzidenter Elementarkörper vorgegeben ist. Die klassische Punktmetrik setzte diesen Spielraum gleich Null und stellt daher den Spezialfall $l_0 = 0$ dar, während wir hier den Fall untersuchen, daß die metrische Konstante einen von Null verschiedenen Wert hat. Zugleich erkennt man, daß der Übergang zu einer verallgemeinerten Metrik nicht in der Weise gelingen kann, daß man den Raumpunkt durch ein ausgedehntes Raumelement ersetzt. Zwar gilt auch für solche Elemente das klassische Koinzidenzenaxiom nicht und es lassen sich mit ihnen Abstandsmessungen genau nach dem oben beschriebenen Verfahren durchführen, wobei als l_0 der Durchmesser der Raumelemente auftritt. Aber der Begriff Koinzidenz verliert dabei seine elementare Bedeutung. Denn zwischen ausgedehnten Raumelementen gibt es nur Überdeckungen, d. h. aber Raumbeziehungen, die aus Punktkoinzidenzen bestehen. Man kommt also auf diese Weise über die Punktmetrik nicht hinaus. Relativistisch drückt sich dies darin aus, daß sich l_0 beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem ändert, ein Zeichen, daß die als unzerlegbar erklärten Raumelemente sich in Wahrheit nicht als solche transformieren.

Man darf nicht versuchen, die verallgemeinerte l_0-Metrik mit den Begriffen der Punktmetrik verstehen zu wollen. Die Invarianz der metrischen Konstanten l_0 ist ein für die geltende Raum-Zeitauffassung völlig unverständlicher Zug, der dadurch bedingt ist, daß hier den letzten Raumelementen, trotzdem sie nicht punktförmig sind, keine Ausdehnung zukommt, was nach der klassischen Auffassung keinen Sinn hat.

Die Ausmessung von Abständen mittels kürzester Partikelketten liefert nur ganzzahlige Vielfache von l_0 (wobei für n auch der Wert -1 auftreten kann). Man kann indessen die Messung verfeinern, indem man außer dem Abstand der Teilchen A und B auch noch die Abstände aller Partikeln mißt, mit denen A und B koinzidieren. Das gelingt am einfachsten mittels des in I beschriebenen Maßkörpers. Mit Hilfe einer Abbildung läßt sich dann, wie in I und II gezeigt wurde, ein Abstandsmaß gewinnen, das *jeden* positiven Wert annehmen kann. Mit solchen Abständen und Koordinaten kann man genau so rechnen wie mit den entsprechenden Größen der Punktmetrik. Sie haben indessen nicht primären Charakter, sondern stellen *abgeleitete* Größen dar, deren Gebrauch nur dann zulässig ist, wenn er sich durch die Beobachtungsmöglichkeiten rechtfertigen läßt. Mit Hilfe des gewöhnlichen Abstandsmaßes kann l_0 als der größte Abstand definiert werden, den zwei Partikel voneinander haben dürfen, um noch als koinzident zu erscheinen.

Die Messung der Zeit. Das Wesen der Zeit ist „anschaulich" schwieriger zu erfassen als das des Raumes. Der Grund dafür ist, daß es einem eingewurzelten Vorurteil weit leichter fällt, die Unbeobachtbarkeit von Raumpunkten zuzugeben als die von Zeitpunkten. Die Aufweisbarkeit eines punktuellen „Jetzt" erscheint dem Bewußtsein evident und es führt erst eine eindringliche Besinnung auf die Beobachtungsmöglichkeiten zur Einsicht, daß es ein solches „Jetzt" ebensowenig gibt wie ein punktuelles „Hier".

Jede Zeitmessung hat zur Voraussetzung, daß der Beobachter zu beurteilen vermag, ob zwei Ereignisse gleichzeitig sind oder nicht. Dieses Urteil erfolgt durch einen primären, auf keinen anderen zurückführbaren Akt des Subjekts, der überhaupt erst die Verfolgung eines Vorganges an Hand einer Uhr ermöglicht. Denn eine Uhrablesung beruht ja darauf, daß der Beobachter ein Ereignis als gleichzeitig mit einer bestimmten Uhrzeigerstellung nicht „erkennt", sondern erklärt. Für Zeitmessungen spielt also die Gleichzeitigkeit dieselbe fundamentale Rolle wie die Koinzidenz bei einer räumlichen Messung.

Was ist nun aber ein „Ereignis"? Was wir in der Welt beobachten, sind immer nur Koinzidenzen von Partikeln. Daher besteht das einfachste, nicht weiter zerlegbare Ereignis darin, daß zwischen zwei Partikeln, die sich gegeneinander bewegen, eine Koinzidenz stattfindet. Im folgenden wird der Begriff Ereignis immer in diesem Sinne verstanden, wobei es zunächst offen bleiben mag, ob die Partikel als Punkt- oder Nicht-Punktkörper aufgefaßt werden. Wesentlich ist aber natürlich, daß die Teilchen sich gegeneinander bewegen, daß also das beobachtete System sich verändert; denn in einem ruhenden System gibt es ja nichts, was sich „ereignet".

Erst die Ereignisse machen die Zeit zu einem ausmeßbaren Etwas. Die leere Zeit als solche läßt sich nicht messen (ja überhaupt nicht begrifflich erfassen), sondern meßbar sind nur die zeitlichen Beziehungen von Ereignissen. Bei der Festlegung dieser Beziehungen aber ging die klassische Metrik von der Annahme aus, daß den einfachsten Ereignissen (erklärt durch das Stattfinden einer Koinzidenz zwischen Punktkörpern) *Punkt*charakter zukommt, was heißen soll, daß den Messungen das Axiom zugrunde gelegt wurde: Wenn ein Ereignis E_1 gleichzeitig mit E_2 ist und E_2 gleichzeitig mit E_3, dann sind auch E_1 und E_3 gleichzeitig. Dieses Axiom machte es unmöglich, eine von Null verschiedene Zeitstrecke aus Gleichzeitigkeitsbeziehungen aufzubauen und darum bedurfte die bisherige Metrik für Zeitmessungen notwendig einer Uhr, d. h. einer Vorrichtung, die periodisch immer wieder in den gleichen Zustand zurückkehrt und deren Periode als willkürlich festgesetztes Zeitmaß dient.

Wieder besteht nun der entscheidende Schritt im Übergang zu einer Metrik, in der das Gleichgewichtsaxiom *nicht gilt*, in der also einfachste Ereignisse nicht mehr Zeit*punkte* definieren. Dieser Übergang wird von unserer Raumauffassung gefordert, weil die Zulassung von Punktereignissen eine Möglichkeit bieten würde, zwei koinzidente Partikel auf dem Wege über die Zeit räumlich zu trennen (was wir ausschließen müssen, weil dann der Koinzidenz keine objektive Bedeutung zukäme). Gehe nämlich ein Lichtstrahl von einer Partikel A zu einer mit A koinzidenten Partikel B. Abgang und Ankunft des Lichtes werden an Koinzidenzen beobachtet, welche die durch das Licht in Bewegung gesetzten Teilchen A und B mit ruhenden Partikeln erfahren, wobei es auf diejenigen zwei Koinzidenzen E_1 und E_2 ankommt, die sich am frühesten ereignen. Sie markieren die Ereignisse „Abgang des Lichtes" und „Ankunft des Lichtes" und werden vom Beobachter als gleichzeitig beurteilt, da ja anderenfalls der Versuch den Schluß zuließe, daß A und B räumlich verschieden liegen, ihre Koinzidenz also durch den Versuch aufgehoben würde. Der Begriff Koinzidenz würde dann jeden objektiven Sinn verlieren. Sei nun C eine dritte Partikel, die mit B, nicht aber mit A koinzidiert. Ein Lichtstrahl gehe von A über B nach C. Abgang von A, Ankunft in B und Ankunft in C bilden dann drei Ereignisse $E_1 E_2 E_3$, von denen E_1 und E_2 gleichzeitig sind, ebenso E_2 und E_3, *nicht* aber E_1 und E_3, weil ja A und C nicht koinzidieren und daher E_1 und E_3 auch zeitlich trennbar sein müssen. Man darf diese Überlegung nicht etwa dahin verstehen, daß in ihr den Ereignissen E eine gewisse zeitliche *Dauer* zugeschrieben und daraus die Ungültigkeit des bisherigen Gleichzeitigkeitsaxioms abgeleitet würde. Der Begriff „Dauer" ist auf elementare Ereignisse ebensowenig anwendbar wie der Begriff „Ausdehnung" auf elementare Partikel. Zeitmessungen beziehen sich immer nur auf die zeitliche *Beziehung* von Ereignissen, niemals aber auf das einzelne Ereignis, das in die Zeitmessung als unzerlegbares Element eingeht. Eine Überlegung von der Art: „weil die Partikeln räumlich ausgedehnt sind, bleiben sie, wenn sie sich treffen, immer eine gewisse Zeit beisammen und darum kommt den elementaren Ereignissen eine gewisse Dauer zu", verkennt daher vollkommen den Sinn der hier vertretenen Theorie, indem sie auf den unzulässigen Versuch besteht, die Begriffe der neuen Metrik auf die der Punktmetrik zurückzuführen.

Der Begriff der Gleichzeitigkeit hat bereits einmal in der Geschichte der Physik eine entscheidende Rolle gespielt, als aus seiner Kritik die Theorie der Relativität hervorging. Während sich aber damals die Kritik lediglich auf die Gleichzeitigkeit von Ereignissen bezog, die sich an verschiedenen Orten zutragen, dagegen die von gleichortigen Ereignissen unangetastet blieb, richtet sich jetzt der Eingriff auf die letztere, indem für sie die Gültigkeit eines von der Punktmetrik als selbstverständlich angenommenen Axioms bestritten wird. Dieser Schritt wirkt sich aber ganz analog wie beim Raum dahin aus, daß der Grundakt einer jeden Zeitmessung, die Feststellung von Gleichzeitigkeiten, nicht bloß wie in der klassischen Metrik, die Voraussetzung einer jeden Messung ist, sondern zugleich zum Meßmittel wird. Ebensowenig wie einen willkürlichen Maßstab kennt die neue Metrik eine willkürliche Uhr. Sondern sie mißt ohne jede Uhr den Zeitabstand zweier Ereignisse E und E' in der Weise, daß sie E und E' durch eine Kette von Ereignissen E_i verbindet, von denen jedes mit seinen beiden Nachbarn gleichzeitig ist, und die Mindestanzahl n der für die Bildung einer solchen zusammenhängenden Kette erforderlichen Glieder bestimmt, ein Verfahren, das natürlich die Ungültigkeit des klassischen Gleichzeitigkeitsaxioms zur

Voraussetzung hat und daher in der Punktmetrik nicht anwendbar ist. Die Zahl n wird als Maßzahl genommen und der gesuchte Zeitabstand gleich $n \cdot t_0$ gesetzt, unter t_0 eine universelle Konstante verstanden, die bei Zeitbestimmungen an Stelle von l_0 tritt. Zur Bestimmung von t_0 verwenden wir das Prinzip der Lichtgeschwindigkeit. Das Ereignis E sei jetzt der Abgang eines Lichtsignals von der Partikel P, E' die Ankunft des Signals in P', wobei P und P' voneinander den Abstand $n \cdot l_0$ haben mögen, so daß also die kürzeste Partikelkette, die P und P' miteinander verbindet, aus n Teilchen besteht. Das Signal passiert auf dem Weg von P nach P' alle diese Partikel, was ebensoviele Ereignisse E_i bedeutet. Nach dem Obigen ist jedes dieser Ereignisse mit seinen beiden Nachbarn gleichzeitig und es gilt außerdem, daß die aus den E_i gebildete Kette die kürzeste ist, die man zwischen E und E' ausspannen kann. Denn aus weniger als n Ereignissen läßt sich keine zusammenhängende Kette bilden, die E und E' verbindet, weil dazu eine Verbindung von P und P' durch weniger als n Teilchen erforderlich wäre. Somit geht in den Zeitabstand von E und E' dasselbe n ein wie in den räumlichen Abstand von P und P' und da das Verhältnis von Abstand und Zeit die Lichtgeschwindigkeit ist, ergibt sich $t_0 = l_0/c$.

Die oben erklärte Messung der Zeit ist im Prinzip der des Raumes vollkommen analog; sie nutzt den Spielraum aus, den die Ungültigkeit des alten Gleichzeitigkeitsaxioms der zeitlichen Beziehung von Ereignissen läßt, die vom Beobachter als gleichzeitig beurteilt werden. Die Konstante t_0 bedeutet nicht die Dauer eines bestimmten Vorganges, sondern sie bewertet den Bereich dieses Spielraums. Ebenso wie die Koinzidenz zweier Partikel ist auch die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse keine invariante Beziehung. Zwei Ereignisse, die vom Beobachter eines Systems K als gleichzeitig erklärt werden, müssen in einem anderen System K' nicht ebenfalls gleichzeitig erscheinen. Hierauf beruht die von der Relativitätstheorie geforderte Verlangsamung einer bewegten Uhr, die hier nicht durch eine Änderung von t_0, sondern durch eine solche der Maßzahl n zustande kommt. Seien E und E' zwei Ereignisse, die sich an einer im System K ruhenden Partikel abspielen (also durch Koinzidenzen von bewegten Teilchen mit dieser Partikel erklärt sind). Der Zeitabstand sei von K aus beurteilt gleich $n \cdot t_0$. Dann ist für einen bewegten Beobachter (System K') die Mindestzahl von Ereignissen, die sich zwischen E und E' einschalten lassen, größer als n, nämlich $n' = \frac{n}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Der zeitliche Abstand zweier Ereignisse E und E' läßt sich, solange deren Beziehungen zu anderen Ereignissen außer Betracht bleibt, grundsätzlich nur als ganzzahliges Vielfaches von t_0 messen. Man kann aber die

Zeitmessung dadurch beliebig verfeinern, daß man in die Messung weitere Ereignisse einbezieht, die mit E und E' gleichzeitig erscheinen. Das dazu gebrauchte Hilfsmittel besteht in einer ganzzahlig geeichten Uhr, deren Prinzip wir in I ausführlich auseinandergesetzt haben. Ihr Zeiger ist eine bewegte Partikel, die mit den Partikeln des ruhenden Zifferblattes Koinzidenzen erfährt. Jede Koinzidenz stellt ein Ereignis dar, dessen Abstand von einem bestimmten Bezugsereignis (Koinzidenz des Zeigers mit einer beliebig gewählten Nullpunktspartikel) einer ganzen Zahl entspricht. Mit Hilfe der Vorrichtung läßt sich durch eine große Zahl von Messungen für den Abstand von E und E' eine „statistische" Zeit gewinnen, die jeden Wert annehmen kann und mit der gewöhnlichen Zeit identisch ist. Der Definition dieser Zeit liegt eine Abbildung der Ereignisse auf Strecken der Länge t_0 zugrunde, die deshalb zulässig ist, weil die auf einer gemeinsamen Geraden liegenden Strecken eine Mannigfaltigkeit von derselben Art wie die Ereignisse bilden. Denn es gilt ja auch für sie das Koinzidenzaxiom nicht, wenn wir die (teilweise oder vollständige) Überdeckung zweier Strecken als Koinzidenz auffassen, und der Spielraum in der Beziehung zweier koinzidenter Elemente ist wieder durch t_0 gegeben.

Die Zuhilfenahme einer Uhr zur Messung der gewöhnlichen (statistischen) Zeit widerspricht nicht der Behauptung, daß die neue Metrik im Prinzip eine Uhr nicht kennt, weil nach ihr jede Zeitmessung in der Abzählung von Gleichzeitigkeitsbeziehungen besteht. Denn die hier gebrauchte Uhr bedeutet nicht wie bisher eine Vorrichtung, die Zeitmessungen erst ermöglicht, sondern ihre Konstruktion setzt solche Messungen bereits voraus. Außerdem ist sie überhaupt nicht unentbehrlich, sondern stellt nur ein bequemes Hilfsmittel dar, das die Abzählung von Koinzidenzen erleichtert, ähnlich wie etwa eine Geldzählmaschine das Abzählen von Geldstücken vereinfacht.

Die statistische Zeit ist nicht direkt meßbar, sondern hat die Bedeutung einer *abgeleiteten* Größe, die aus den Zeitabständen sämtlicher mit E und E' koinzidenten Ereignisse gewonnen wird. Ihrer Definition liegt das Verfahren zugrunde, E und E' nicht bloß unter sich, sondern auch zu allen übrigen Ereignissen, die den Ablauf der Zeit ausmachen, in Beziehung zu setzen. Dadurch gelingt es, E und E' stetig in den Strom des Geschehens einzuordnen und so ihre Zeitbeziehung durch eine stetige Größe zu erfassen. In der statistischen Zeit sind alle Spuren ihrer Herkunft verwischt, für sie gilt wieder das alte Koinzidenzenaxiom: sind E_1 und E_2 in ihrem Sinne gleichzeitig (d. h. ist der statistische Zeitabstand von E_1 und E_2 gleich Null) und ebenso E_2 und E_3, so besteht auch zwischen E_1 und E_3 Gleichzeitigkeit. Das bedeutet aber, daß wir mit dem Übergang von der direkt meßbaren zur statistischen Zeit zum gewöhnlichen Zeitbegriff zurückkehren. Beim Raum sind wir ganz entsprechend vorgegangen, indem wir mit Hilfe einer großen Zahl von Beobachtungen einen statistischen Abstand definierten, der alle Eigenschaften des klassischen Abstandsmaßes aufweist.

Die Beschränkungsrelation. Es ist also so, daß sich auch im Rahmen einer Metrik, die das Koinzidenzenaxiom der klassischen Raum-Zeitauffassung für die primären Meßakte nicht anerkennt, auf dem Wege über eine Statistik ein Raum-Zeitschema begründen läßt, auf das die gewöhnliche vierdimensionale *Punkt*geometrie anwendbar ist. Wir wollen damit nicht behaupten, daß der Übergang zu dieser Geometrie notwendig, oder auch nur sachgemäß sei. Zweifellos wäre die Verwendung einer der l_0-Metrik konformen Geometrie, die den Punktbegriff nicht kennt, natürlicher. Sie brächte aber die Notwendigkeit mit sich, *alle* Naturgesetze neu zu formulieren, ohne daß damit in den Fällen, in denen die Gesetze von der l_0-Metrik praktisch nicht betroffen werden, etwas gewonnen wäre. Es erscheint daher, wenigstens vorderhand, zweckmäßiger, im mathematischen Formalismus der Theorie die Raum- und Zeitkoordinaten xyz und t im bisherigen punktgeometrischen Sinne weiter zu verwenden. Dann wirkt sich aber die l_0-Metrik dahin aus, *daß diese Begriffe nicht mehr wie bisher kritiklos gebraucht werden dürfen, sondern immer nur in dem Umfang, der sich auf Grund der tatsächlichen Meßmöglichkeiten rechtfertigen läßt.* Das führt dazu, daß die bisherige raum-zeitliche Beschreibung gewisser Prozesse jeden Sinn verliert, woraus geschlossen werden muß, daß derartige Prozesse sich in Wirklichkeit nicht abspielen können. Hierin liegt der Sinn der Beschränkungsrelation, die der Anwendbarkeit der Quantentheorie eine prinzipielle Grenze setzt. In einer zukünftigen Theorie, die sich zur Beschreibung der Wirklichkeit einer „natürlichen“ Geometrie bedient, wird es überflüssig sein, den Gültigkeitsbereich der Theorie durch eine eigene Vorschrift abzugrenzen, weil dann der Formalismus selbst dafür Sorge trägt, daß diese Grenzen nicht überschritten werden können. Solange wir aber die Punktgeometrie beibehalten muß die durch die Metrik bedingte Einschränkung ihres Gebrauchs in einem besonderen Naturgesetz ihren Ausdruck finden.

Es ist von vornherein klar, daß die Quantentheorie, welche die Wiederholung von Messungen verbietet, weil bereits durch die erste der Zustand des Systems zerstört wird, nur mit Vorbehalt der Verwendung von Begriffen zustimmen kann, die nur aus wiederholten Messungen ableitbar sind. Sie deutete bisher die ψ-Funktion einer Partikel dahin, daß $|\psi(xyz)|^2 \cdot dv$ die Wahrscheinlichkeit angibt, die Partikel P bei einer einmaligen Ortsbestimmung innerhalb eines den Ort xyz umgebenden beliebig kleinen Volumenelementes dv anzutreffen, betrachtete also $|\psi(xyz)|$ als eine den Beobachtungen unmittelbar entnehmbare Funktion. Sie ging dabei, im Sinne der Punktmetrik, von der Voraussetzung aus, daß es möglich sei, durch eine einmalige Messung die Koordinaten xyz einer Partikel mit beliebiger Genauigkeit zu bestimmen. Demgegenüber ist nach der l_0-Metrik durch eine einmalige Messung immer nur feststellbar, daß P mit irgendeiner Partikel P_0 eines als Maßkörper verwendeten starren Körpers koinzidiert. Eine genauere Lokalisierung von P ist ohne Zuhilfenahme weiterer Meßakte ausgeschlossen, wie sich sofort ergibt, wenn man irgendein Experiment, das zur Ortsbestimmung von P dienen kann, auf seine Genauigkeit hin prüft. Die Lage von P_0 (relativ zu einer beliebig gewählten „Nullpartikel" des Maßkörpers) kann dabei durch oftmalige Messungen mit beliebiger Genauigkeit ermittelt und durch Koordinaten xyz gekennzeichnet werden, was allerdings voraussetzt, daß den Teilchen des Maßkörpers eine unendlich große Masse zukommt, da ja andernfalls auch an P_0 mehrmalige Messungen nicht ausführbar sind. Daß es einen solchen Maßkörper in Wirklichkeit nicht gibt, ist belanglos, da es hier nur auf seine Möglichkeit ankommt; wer an ihm Anstoß nimmt, mag bedenken, daß sich sein Einwand ebensowohl gegen die Punktmetrik richtet.

Durch eine einmalige Messung sind demnach niemals die Koordinaten xyz der Partikel P selbst, sondern immer nur die einer Partikel P_0 feststellbar, mit der P in Koinzidenz angetroffen wird. Das bedeutet aber, daß die Messung die Koordinaten von P innerhalb eines bestimmten Bereiches unbestimmt läßt. Dieser Bereich, den man den „Überdeckungsbereich" von P_0 nennen kann, umfaßt die Lagen aller Teilchen, die mit P_0 koinzidieren, stellt also eine Kugel vom Radius l_0 dar. Was sich demnach den Beobachtungen entnehmen läßt, ist nicht $|\psi(xyz)|^2$ selber, sondern immer nur das über den Überdeckungsbereich einer Stelle xyz genommene Integral von $|\psi|^2$, als die Funktion

$$\chi(xyz) = \int dv \cdot |\psi|^2.$$

Die Bedeutung von $\chi(xyz)$ ist die der Wahrscheinlichkeit, die Partikel in Koinzidenz mit einem Teilchen von der Lage xyz anzutreffen. Zu einem ψ, das nur von x abhängt, gehört als beobachtbare Funktion

$$\chi(x) = \int_{x-l_0}^{x+l_0} dx \cdot |\psi(x)|^2,$$

welche die Wahrscheinlichkeit einer Koinzidenz mit einem Teilchen angibt, dessen x einen vorgegebenen Wert hat, während y und z beliebig sein können.

Und es ist nun zu fordern, daß *das Verhalten einer Partikel niemals einem ψ entsprechen kann, dessen zugehöriges χ keine beobachtbare Funktion darstellt.* Erst dieser Schluß, der sich wesentlich auf die objektive Bedeutung der Koinzidenz stützt, indem er Vorgänge ausschließt, die sich nicht im Sinne der Metrik auf Partikelkoinzidenzen zurückführen lassen, stellt eine These dar, die den Physiker eigentlich interessiert, weil sie die Frage der Metrik der Gerichtsbarkeit des Experiments unterstellt.

Die Beobachtungsmöglichkeiten schließen nämlich vor allem ein $|\psi(xyz)|^2$ aus, das in einer der Koordinaten eine Periodizität mit einer Periode $\lambda \leqq 2\,l_0$ aufweist. Zum Beweis nehmen wir an, ψ hänge nur von x ab und es gelte für jedes x: $|\psi(x)| = |\psi(x+\lambda)|$, eine Beziehung, die natürlich auch für $\chi(x)$ gilt. Wir bezeichnen mit W die Wahrscheinlichkeit, daß die Partikel P bei einer Ortsbestimmung innerhalb des Raumes V angetroffen wird, der zwischen den Ebenen x_1 und x_2 liegt. Wir betrachten nun, indem wir für x einen beliebigen Wert annehmen, diejenigen innerhalb V liegenden Maßkörperteilchen P_n, deren x-Koordinate einen der Werte $x \pm n\lambda$ hat, unter n eine *ganze* Zahl verstanden. Ist $\lambda \leqq 2\,l_0$, so muß P, wenn es überhaupt innerhalb V vorgefunden wird, mindestens mit einem der P_n koinzidieren. Die Wahrscheinlichkeit einer solchen Koinzidenz ist $\chi(x)$. Für die Wahrscheinlichkeit W ergibt sich daraus, wenn der Abstand $x_2 - x_1 = N \cdot \lambda$, unter der Voraussetzung, daß λ gerade $= 2\,l_0$ ist, der Wert $W = N \cdot \chi(x)$. Ist $\lambda < 2\,l_0$, so wird $W = N \cdot k \cdot \chi(x)$, unter k einen von λ abhängigen Faktor < 1 verstanden, der dadurch bedingt ist, daß P zugleich mit Teilchen P_n zusammenfallen kann, die zwei oder mehreren verschiedenen „Schichten" n angehören. Die Gleichung $W = N \cdot k \cdot \chi(x)$ gilt nun aber für *jedes* x, da die angestellte Betrachtung vom Wert x ganz unabhängig ist. Also ist $\chi(x) = \chi(x')$, d. h. die Gleichung $\chi(x) = \chi(x+\lambda)$ kann nur bestehen, wenn $\chi(x)$ konstant ist. Der Beweis verliert seine Gültigkeit, wenn $\lambda > 2\,l_0$, da dann P nicht jedesmal, wenn es in V liegt, mit einem der P_n koinzidieren muß.

Aus der Unmöglichkeit, ein $\chi(x)$ zu beobachten, das in x periodisch mit $\lambda \leqq 2\,l_0$ ist, darf nun nicht ohne weiteres auf die Unmöglichkeit von Zuständen geschlossen werden, deren $|\psi(x)|^2$ eine solche Periode aufweist. Denn es kann ja sein, daß sich beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem K' die Periodizität in eine solche mit $\lambda > 2\,l_0$ verwandelt, so daß der Zustand in K' beobachtbar ist. Wohl aber läßt sich behaupten, *daß es Partikelzustände, für die $|\psi(x)|^2$ in jedem Koordinatensystem periodisch mit $\lambda \leqq 2\,l_0$ ist, überhaupt nicht gibt.* Das entscheidende Argument dabei ist nicht etwa, daß solche Zustände zwar an sich denkbar, aber grundsätzlich nicht beobachtbar sind, sondern ihre Unmöglichkeit folgt daraus, daß ihre formale Beschreibung sich als völlig inhaltslos erweist.

Wir haben in IV gezeigt, wie sich daraus ein Übergangsverbot ableiten läßt. Es spricht, allgemein formuliert, die Unmöglichkeit solcher Übergänge einer Partikel aus, bei denen das Teilchen, um vom Anfangs- in den Endzustand zu gelangen, nicht realisierbare Zustände passieren müßte. Die Partikel erfahre durch irgendeinen Prozeß eine beliebige Zustandsänderung, z. B. dadurch, daß an ihr ein anderes Teilchen gestreut wird oder daß es ein Elektron unter gleichzeitiger Emission von schweren Elektronen absorbiert. Wir wollen uns dabei zunächst auf solche Zustandsänderungen beschränken, für die ΔE und $\Delta \mathfrak{p}$ (= Änderungen der Energie und des Impulses) einen raumartigen Vektor bilden, so daß

$$|\Delta \mathfrak{p}|^2 - \left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 > 0.$$

Es gibt dann ein Koordinatensystem, in welchem $\Delta E = 0$, so daß Anfangs- und Endzustand darstellbar sind durch

$$\psi_1 = a_1 e^{\frac{i}{\hbar}(Et - (\mathfrak{p}_1 \mathfrak{r}))}, \qquad \psi_2 = a_2 e^{\frac{i}{\hbar}(Et - (\mathfrak{p}_2 \mathfrak{r}))}.$$

Beim Übergang vom ersten in den zweiten Zustand muß das System Zustände annehmen, in denen sich ψ_1 und ψ_2 überlagern, in deren Darstellung daher die Summe

$$\left(c_1(t) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(\mathfrak{p}_1 \mathfrak{r})} + c_2(t) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(\mathfrak{p}_2 \mathfrak{r})}\right) e^{\frac{i}{\hbar} Et}$$

eingeht. Das ergibt für $|\psi|^2$ einen Summanden

$$4\,|c_1| \cdot |c_2| \cdot \sin^2\left(\frac{(\mathfrak{p}_2 - \mathfrak{p}_1, \mathfrak{r})}{2\hbar} + \delta\right).$$

Legen wir die x-Achse in die Richtung von $\mathfrak{p}_2 - \mathfrak{p}_1$, so wird

$$(\mathfrak{p}_2 - \mathfrak{p}_1, \mathfrak{r}) = |\Delta \mathfrak{p}| \cdot x,$$

so daß in $|\psi|^2$ ein in x periodisches Glied mit $\lambda = \frac{h}{|\Delta \mathfrak{p}|}$ auftritt, das nur dann eine Bedeutung hat, wenn $|\Delta \mathfrak{p}| < \frac{h}{2\,l_0}$. Ist $|\Delta \mathfrak{p}| \geqq \frac{h}{2\,l_0}$, so ist die Periodizität in *keinem* Koordinatensystem beobachtbar, da sich $|\Delta \mathfrak{p}|$ beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem wegen der Invarianz von $|\Delta \mathfrak{p}|^2 - \left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2$ nur vergrößern kann. Das heißt aber, daß zwischen den Zuständen ψ_1 und ψ_2 kein Übergang möglich ist, wenn ihnen im ausgezeichneten Koordinatensystem ein $\Delta \mathfrak{p}$ mit $|\Delta \mathfrak{p}| \geqq \frac{h}{2\,l_0}$ entspricht, oder, unabhängig vom Koordinatensystem formuliert, wenn:

$$|\Delta \mathfrak{p}|^2 - \left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 \geqq \left(\frac{h}{2\,l_0}\right)^2.$$

Für den Beweis der Relation muß es natürlich gleichgültig sein, ob man die emittierten, absorbierten oder gestreuten Teilchen zum störenden System rechnet, wie das hier geschehen ist, oder aber in das gestörte System mit einbezieht. Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte geht man bekanntlich in der zweiten Art vor. Man überzeugt sich leicht, daß sich an der Relation nichts ändert, wenn man z. B. beim Stoßproblem von den Formeln der Bornschen Näherungsmethode ausgeht oder in den Fällen, in denen eine strenge Lösung existiert, diese diskutiert.

Die Relation gilt, mit dem umgekehrten Vorzeichen der linken Seite, auch für den Fall, daß die Größen ΔE und $\Delta \mathfrak{p}$ nicht einen raum-, sondern einen zeitartigen Vektor bilden, wenn also $\left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 - |\Delta \mathfrak{p}|^2 > 0$. Dann existiert ein Koordinatensystem, in welchem die Partikel lediglich eine Änderung der Energie erfährt, während $\Delta \mathfrak{p} = 0$. Die Partikel muß dann beim Übergang Zustände passieren, deren $|\psi|^2$ einen Summanden von der Art $4\,|c_1| \cdot |c_2| \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta E \cdot t}{2\,\hbar} + \delta\right)$ enthält. Der periodische Faktor dieses Gliedes ist aber nur dann beobachtbar, wenn die Periode oberhalb $2\,t_0$ liegt. Der Beweis dafür gründet sich auf eine Betrachtung, die der früher für den räumlichen Fall angestellten ganz analog ist. Nach der Quantenmechanik soll $|\psi(t)|^2$ die Wahrscheinlichkeit bedeuten, zur Zeit t die Partikel an einer vorgegebenen Stelle anzutreffen, wobei unter t die gewöhnliche Punktzeit gemeint ist. Was sich tatsächlich in einem Beobachtungsakt erfassen läßt, ist aber lediglich die Gleichzeitigkeit einer bestimmten Lage der Partikel mit einer bestimmten *Uhrzeigerstellung* t. Die Punktzeit bleibt dabei innerhalb des Bereiches von $t_0 - t$ bis $t_0 + t$ unbestimmt, ganz analog wie die Koinzidenz einer Partikel mit einem Maßkörperteilchen xyz den genauen Ort der Partikel innerhalb eines Bereiches von der Ausdehnung $2\,l_0$ unbestimmt läßt. Den Beobachtungen ist daher nicht $|\psi(t)|^2$ selber, sondern immer nur

$$\chi(t) = \int_{t-t_0}^{t+t_0} \mathrm{d}t \cdot |\psi(t)|^2$$

entnehmbar. Von der Funktion $\chi(t)$ läßt sich aber auf ganz entsprechende Art wie von $\chi(x)$ zeigen, daß die Beobachtungsmöglichkeiten eine Periodizität mit einer Periode $\tau \leqq 2\,t_0$ ausschließen. Es gibt daher keine Zustände, für die $|\psi(t)|^2$ in jedem Koordinatensystem periodisch mit einer Periode $\leqq 2\,t_0$ ist, woraus folgt, daß eine Partikel nur solcher Übergänge fähig ist, die — bei zeitartigem Vektor ΔE, $\Delta \mathfrak{p}$ — der Bedingung genügen:

$$\left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 - |\Delta \mathfrak{p}|^2 < \left(\frac{h}{2\,l_0}\right)^2.$$

Der eben geführte Beweis versagt nur dann, wenn die Störungsmatrix periodisch von t abhängt, weil dann die Koeffizienten $c(t)$ ebenfalls periodische Funktionen von t werden und in $|\psi|^2$ Glieder mit dem Zeitfaktor $\sin^2 \frac{\Delta E \pm h\nu}{2\hbar} t$ auftreten, so daß unsere Schlußweise hinfällig wird. In diesem Falle ist darauf zurückzugehen, daß eine periodische Störung auf die Partikel nur dann eine Wirkung auszuüben vermag, wenn die im Schwerpunktssystem gemessene Schwingungszahl ν unterhalb $1/2\,t_0$ liegt. Denn die Wirkung sollte — nach der klassischen Korrespondenz — in einer Schwingung der Partikel von derselben Schwingungszahl ν bestehen. Solche Schwingungen sind aber gemäß der l_0-Metrik kinematisch nur für $\nu < \frac{1}{2\,t_0}$ möglich. Das wurde bereits in II am Beispiel eines Oszillators gezeigt und beruht darauf, daß sich das Ereignis: „die Partikel koinzidiert mit einem bestimmten Maßkörperteilchen" infolge des Spielraumes der Gleichzeitigkeit nicht bloß *einer* Uhrzeigerstellung t, sondern allen Stellungen eines Bereiches von der Ausdehnung $2\,t_0$ zuordnen läßt. Es ist daher unmöglich, daß sich das System mit einer Periode $\tau \leqq 2\,t_0$ zeitlich verändert, woraus die Unwirksamkeit entsprechender periodischer Störungen folgt. Nach dem Korrespondenzprinzip muß dieser Schluß auch für die Quantenmechanik gültig sein. Die Beschränkungsrelation ergibt sich dann daraus, daß (zufolge des in der Störungsrechnung auftretenden Resonanznenners) nur solche Prozesse stattfinden können, bei denen $\Delta E - h\nu$ innerhalb der natürlichen Unschärfe verschwindet.

Bei der gleichzeitigen Einwirkung *mehrerer* periodischer Störungen muß man beachten, daß die resultierende Störung eine kinematisch zulässige Periodizität aufweisen kann, auch wenn dies für die einzelnen Störungen nicht gilt. Wenn z. B. auf ein Atom eine Lichtwelle ν_1 auftrifft und gleichzeitig eine zweite ν_2 von ihm ausgeht, so ist die Wirkung der resultierenden Welle, wie eine elementare Rechnung zeigt, beobachtbar, wenn die Differenz der Wellenvektoren $\mathfrak{k}$ der Bedingung $|\mathfrak{k}_1 - \mathfrak{k}_2| < \frac{1}{2\,l_0}$ genügt. Das ergibt für die Zustandsänderung des Atoms wiederum die Beschränkungsrelation.

Allgemein gilt daher für jede Zustandsänderung einer Partikel:

$$\left| |\Delta \mathfrak{p}|^2 - \left(\frac{\Delta E}{c}\right)^2 \right| < \left(\frac{h}{2\, l_0}\right)^2,$$

eine Relation, die zum ersten Male — für einen speziellen Fall — vom Verfasser[1]) gefordert und in der Folge von Heisenberg[2]) verallgemeinert und invariant formuliert wurde. Sie bildet vorläufig das einzige greifbare Ergebnis der Theorie. Vermutlich gilt sie nicht bloß für einzelne Teilchen, sondern für beliebige Systeme von Partikeln, was sich aber in Strenge nicht beweisen läßt, da für diesen Fall der relativistische Ausdruck der ψ-Funktion nicht bekannt ist. Für ihre Prüfung kommen im Wesentlichen nur Versuche in Betracht, bei denen hinreichend schwere Teilchen emittiert, absorbiert oder gestreut werden, da für Zustandsänderungen, die eine Partikel durch die Wechselwirkung mit Photonen und Elektronen erfährt, die Beschränkungsrelation praktisch immer erfüllt ist (vgl. IV). Von Bedeutung wird die Relation daher erst für Prozesse, an denen schwere Elektronen beteiligt sind. Die wenigen über solche Prozesse heute vorliegenden Erfahrungen reichen natürlich zu einer Entscheidung der Frage, ob sich die Relation wirklich ausnahmslos bestätigt, noch nicht aus. Immerhin lassen sich aber alle bis jetzt bekannt gewordenen Abweichungen von der Quantentheorie, wie z. B. die geringe Winkeldivergenz der harten Schauer, aus ihr erklären[3]), wenn für l_0 die Größenordnung des klassischen Elektronenradius angenommen wird. Es ist weiter bemerkenswert, daß sich mit ihrer Benutzung für die auf Grund der Yukawaschen Theorie berechneten Kernkräfte sowie die magnetischen Momente von Proton und Neutron die richtige Größenordnung ergibt[4]). Es darf also jedenfalls behauptet werden, daß nach allem, was wir heute wissen, die Relation als bestätigt gelten kann.

Im Rahmen dieser prinzipiellen Untersuchung ist es vor allem wichtig, an der Relation die Widerspruchsfreiheit der Theorie nachzuweisen. Diese Widerspruchsfreiheit verlangt, daß die Relation kein Experiment zuläßt, durch das zwei koinzidente Partikel (also Partikel mit einem Abstand $d \leqq l_0$) voneinander getrennt werden könnten. Wir überzeugen uns davon am Beispiel eines mit Elektronen durchgeführten Beugungsversuchs. Die

[1]) A. March, ZS. f. Phys. **106**, 49, 1937. Bereits die dort entwickelte Theorie, die noch mit dem unzulässigen Begriff eines ausgedehnten Raumelementes operierte, führte zum Ergebnis, daß ein ruhendes Atom mit einem Photon von einer Energie $> hc/l_0$ nicht in Wechselwirkung zu treten vermag. — [2]) W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **110**, 250, 1938. — [3]) Vgl. die in IV angegebene Literatur. — [4]) H. Fröhlich, W. Heitler u. N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A) 166, 154, 1938.

Strahlung falle senkrecht zur Verbindungslinie der beiden voneinander zu trennenden Teilchen auf. Für das Zustandekommen einer Beugungsfigur ist erforderlich, daß von den Teilchen gebeugte Strahlen unter einem Winkel ϑ gegen die Einfallsrichtung auslaufen, für den $d \sin \vartheta = \frac{\lambda}{2}$. Ablenkung um den Winkel ϑ bedeutet eine Impulsänderung $\Delta \mathfrak{p}$ des gebeugten Elektrons im Betrag

$$2\,|\mathfrak{p}|\,\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2} = 2\,\frac{h}{\lambda}\,\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2}.$$

Nach der Beschränkungsrelation muß also

$$2\,\frac{h}{\lambda}\,\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2} < \frac{h}{2\,l_0}$$

sein (vorausgesetzt ist dabei, daß die Energie des Elektrons konstant bleibt). Aus $d \sin \vartheta = \frac{\lambda}{2}$ folgt dann:

$$\frac{\lambda}{2\,d} = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2}}{1 + \mathrm{tg}^2\frac{\vartheta}{2}} < 2\,\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2} < \frac{\lambda}{2\,l_0},$$

somit $d > l_0$. Der Schluß gilt, wie eine elementare Rechnung zeigt, auch für schiefen Einfall der Strahlung sowie auch für den Fall einer gleichzeitigen Impuls- und Energieänderung des Elektrons. Ganz analog läßt sich beweisen, daß auch ein mit Lichtstrahlen angestellter Beugungsversuch nicht gelingt, wenn $d \leqq l_0$.

Daß die Beschränkungsrelation eine räumliche Trennung koinzidenter Partikel verhindern muß, folgt unmittelbar aus ihrer Herleitung. Denn sie geht ja letzten Endes darauf zurück, daß die Unmöglichkeit von Vorgängen behauptet wird, deren raum-zeitliche Beschreibung die Auflösung von Partikelkoinzidenzen erfordern würde. Wenn es daher einen Vorgang gäbe, der der Relation widerspricht, so könnte man auf ihn, indem man die Überlegungen zurückverfolgt, die zur Relation geführt haben, ein Experiment gründen, das die Koinzidenz zweier in einem Abstand $\leqq l_0$ befindlicher Partikel aufhebt. Die Relation kann daher auch dahin interpretiert werden, daß es nach ihr unmöglich ist, zwei Partikel mit einem Abstand $\leqq l_0$ voneinander zu trennen, ein Satz, der den Ausgangspunkt unserer in I angestellten Überlegungen gebildet hat.

Metrik und Feldtheorie. Die Beschränkungsrelation läßt sich gut mit den Heisenbergschen Ungenauigkeitsrelationen vergleichen, mit denen sie sowohl innerlich wie äußerlich eine gewisse Ähnlichkeit aufweist. Beide Male handelt es sich darum, daß die Wirksamkeit einer universellen Konstanten (h bzw. l_0) eine bestimmte Begrenzung der Beobachtungsmöglichkeiten mit sich bringt. Denn der tiefere Sinn der Beschränkungsrelation liegt ja in der Erkenntnis, daß gewisse Zustandsänderungen deshalb nicht zustandekommen, weil sie den Bedingungen einer raum-zeitlichen Beschreibbarkeit nicht genügen. So wie sich nun auf die Ungenauigkeitsrelationen eine geschlossene Theorie begründen ließ, deren Gesetze automatisch die Relationen erfüllen, so muß auch von der Beschränkungsrelation der Übergang zu einer Theorie vollziehbar sein, in der die Relation aufgeht.

Aber hier stoßen wir auf eine Schwierigkeit von grundsätzlicher Art. Es muß nämlich als fraglich gelten, ob sich die angestrebte Theorie, die wesentlich auf der l_0-Metrik beruht, in der Ausdrucksweise der Punktgeometrie, also mit Verwendung gewöhnlicher Raum-Zeitkoordinaten, überhaupt sinngemäß formulieren läßt. Wenn sich auch, wie wir gesehen haben, mittels eines statistischen Verfahrens zwischen l_0-Metrik und Punktgeometrie ein Übergang vermitteln läßt, so ist doch nicht zu verkennen, daß dieser Übergang etwas Gekünsteltes hat. Es ist keine Frage, daß, wenn die hier vertretenen Anschauungen zurecht bestehen, die Naturgesetze sich nur widerwillig, wenn überhaupt, der Widergabe in einer Sprache fügen können, deren Begriffe ihrem Sinn nicht angemessen sind. Die Aufstellung einer „natürlichen", den Meßmöglichkeiten angepaßten Geometrie erscheint daher für den zukünftigen Ausbau der Theorie von vordringlicher Bedeutung. Wir maßen uns kein Urteil an, ob die von Mimura[1]) begründete Wellengeometrie diese natürliche Geometrie verwirklicht. Daß sie in der Tendenz der hier vertretenen Metrik sehr nahesteht, ist sicher[2]). Ihr Grundgedanke, das Linienelement ds als Matrix aufzufassen, entspricht dem in I besprochenen Matrixcharakter der Abstände, wobei bemerkenswerterweise dort wie hier der Eigenwert -1 aufscheint. Daneben scheinen allerdings weitgehende Unterschiede zu bestehen, aber bei der völligen Verschiedenheit der Ausgangspunkte der beiden Theorien ist es nicht unmöglich, daß sie rein formaler Art sind. So wenig wir indessen die Mimurasche Konzeption als einen bedeutungsvollen Versuch verkennen, eine der Wirklichkeit adäquate Geometrie zu schaffen, so möchten wir es andererseits doch nicht schon als ausgemacht hinstellen, daß die Naturgesetze überhaupt nur innerhalb einer solchen Geometrie darstellbar seien. Möglicherweise gelingt diese Darstellung, wenn auch vermutlich umständlicher, auch mittels der gewöhnlichen Punktgeometrie, vorausgesetzt nur, daß deren Begriffe mit der gebotenen Vorsicht verwendet werden. Und es

[1]) Y. Mimura, Journ. of Sci. Hirosima Univ. A, **5**, 99, 1935 u. folg. Arbeiten. — [2]) Vgl. Y. Mimura u. T. Hosokawa, ebenda **9**, 217, 1939

erscheint daher vernünftig, zunächst den letzteren Weg wenigstens zu versuchen.

Es läßt sich dann von den Feldgleichungen voraussehen, daß in sie die Konstante l_0 explizite eingehen muß. Denn wenn in diesen Gleichungen die Feldgrößen als Funktionen der gewöhnlichen Raum-Zeitkoordinaten auftreten, so muß ja irgendwie zum Ausdruck gebracht werden, daß diese Funktionen bestimmten Einschränkungen unterliegen, die durch die Meßmöglichkeiten bedingt sind (und die bei Gebrauch einer natürlichen Geometrie entfallen, weil dann l_0 bereits als Maßeinheit in den Koordinaten steckt). In diesem Sinne verstehen wir die grundlegende Bedeutung der Theorie von Yukawa, der den entscheidenden Gedanken hatte, eine Konstante von der Größenordnung der Reichweite der Kernkräfte in eine Feldtheorie einzuführen, und dem es so bereits auf Grund einfachster Ansätze gelang, nicht bloß die Existenz, sondern auch die wesentlichsten Eigenschaften eines neuen Teilchens vorauszusagen. *Das Mesotron erscheint so als eine direkte Auswirkung der Konstanten* l_0. Daß seine Masse durch l_0 bedingt ist, geht übrigens bereits daraus hervor, daß nach der Beschränkungsrelation die größte Masse, die von einem Partikelsystem ohne gleichzeitige Emission oder Absorption anderer Teilchen emittiert oder absorbiert werden kann, durch $\frac{h}{2\, l_0\, c}$, also der Größenordnung nach durch die Masse des schweren Elektrons, gegeben ist.

Die Aufgabe, eine Feldtheorie zu entwickeln, in deren Gleichungen l_0 explizite eingeht, läßt keineswegs eine unübersehbare Anzahl verschiedener Lösungen zu. Es liegt dies daran, daß die zu fordernde Invarianz der Feldgleichungen die Zahl der Möglichkeiten außerordentlich einschränkt. Der Ausgangspunkt einer Feldtheorie ist immer die Aufstellung eines invarianten Wirkungsintegrals. Derartige Integralinvarianten aber gibt es für Feldgrößen von gegebenem Tensorcharakter nur in geringer Zahl, wenn man fordert, daß sich aus ihnen Feldgesetze zweiter Ordnung ergeben sollen. Geht man z. B., wie dies Yukawa in seiner ersten Arbeit unternommen hat, auf eine skalare Funktion $U(xyzt)$ aus, die das zwischen Proton und Neutron wirkende Feld beschreibt, so kommt, wenn man zunächst von der Wechselwirkung des Feldes mit der Materie absieht, als invariantes Wirkungsintegral nur das über $\Box\, U^* \cdot \Box\, U + \varkappa^2 \cdot U^* \cdot U$ in Frage, unter $\Box\, U$ den vierdimensionalen Gradienten von U verstanden. Denn dieser Ausdruck ist die einzige Invariante, die sich aus U bilden läßt und zu einer Gleichung zweiter Ordnung, nämlich zu

$$\Delta U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t^2} - \varkappa^2 U = 0$$

führt. $\varkappa^2$ bietet dabei eine Möglichkeit zur Unterbringung von l_0. Nicht so klar ist, wie das Wechselwirkungsglied angesetzt werden soll. Unterscheidet man Proton und Neutron durch eine Variable τ, die für das Neutron $= +1$, für das Proton $= -1$ ist und definiert Q und Q^* durch die Matrizen:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad Q^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

so scheint es am nächstliegenden, die Wechselwirkung in der Hamiltonfunktion durch einen Term von der Art $g \Sigma Q_s^* U^* (q_s) + Q_s U (q_s)$ zu beschreiben, der bei der Quantisierung des Feldes zum Ausdruck bringt, daß die Entstehung eines positiven U-Teilchens mit dem Übergang eines Protons in ein Neutron, der eines negativen Teilchens mit dem umgekehrten Prozeß verknüpft ist. Zu summieren ist dabei über alle im Feld vorhandenen schweren Teilchen, deren Koordinaten durch q_s angedeutet sind. Für U ergibt sich dann die Gleichung:

$$\Delta U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \varkappa^2 U = g \, \Sigma Q_s^* \, \delta \, (q \, q_s)$$

bzw.

$$\Delta U^* - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} - \varkappa^2 U^* = g \, \Sigma Q_s \, \delta \, (q \, q_s).$$

Die auf der rechten Seite auftretenden δ-Funktionen kommen dadurch zustande, daß den Partikeln Punktcharakter zugeschrieben wird, und bedingen das Auftreten einer unendlich großen Selbstenergie der Teilchen. Diese Schwierigkeit tritt ja auch in der Elektrodynamik auf und haftet grundsätzlich jeder auf der Punktmetrik beruhenden Feldtheorie an. Die Frage ist daher wichtig, ob die neue Raum-Zeitauffassung sie zu überwinden vermag.

Nun sieht es zunächst so aus, als ob die l_0-Metrik an der Unendlichkeit der Selbstenergie nichts zu ändern vermöchte, weil sie ja daran festhält, daß den Partikeln keine Ausdehnung zukommt. Eine genauere Überlegung ergibt indessen, daß der nicht-punktförmige Charakter der Teilchen (der sich in der Ungültigkeit des alten Koinzidenzenaxioms ausdrückt) genügt, um ein Unendlichwerden der Selbstenergie zu verhindern. Denn er hat ja zur Folge, daß sich einem Teilchen grundsätzlich keine genauen Werte der Koordinaten zuschreiben lassen, weil immer nur die Koinzidenz des Teilchens mit einer bestimmten Maßkörperpartikel feststellbar ist. Der genaue Ort des Teilchens bleibt dabei innerhalb des invarianten „Überdeckungsbereiches" der Maßkörperpartikel unbestimmt, ein Sachverhalt, der sich dahin beschreiben läßt, daß der Nichtpunktcharakter der Partikel *im punktgeometrischen Bild eine scheinbare invariante Ausdehnung der*

Teilchen vortäuscht. Sie geht in den Formalismus wie eine wirkliche Ausdehnung ein und ergibt eine endliche Selbstenergie. Es ist lehrreich, daß für ein Teilchen von unendlich großer Masse die scheinbare Ausdehnung verschwindet; denn es lassen sich ja an einer solchen Partikel beliebig viele Ortsmessungen vornehmen, so daß ihr genaue Werte der q zugeordnet werden können. Ein unendlich schweres Teilchen verhält sich also trotz seiner Nicht-Punktförmigkeit wie ein Punktkörper.

Wie Wechselwirkung eines Feldes mit der Materie wird also — und dies gilt nicht bloß für die Yukawasche, sondern für *jede* Feldtheorie — nicht mit Hilfe von δ-Funktionen beschreibbar sein, sondern erfordert zu ihrer Darstellung, vorausgesetzt, daß sie sich überhaupt punktgeometrisch wiedergeben läßt, die Vermittlung einer Funktion $D\,(q q_s)$, die innerhalb des Überdeckungsbereiches nicht verschwindet. Wir haben in III gezeigt, daß sich so eine in sich konsequente divergenzfreie Quantentheorie des elektromagnetischen Feldes durchführen läßt. So bemerkenswert die Möglichkeit einer solchen Theorie ist, so möchten wir indessen auf den Versuch keinen allzu großen Wert legen, weil man den Eindruck gewinnt, daß in ihm die Tragfähigkeit des punktgeometrischen Bildes bereits überbeansprucht wird.

Die in der Elektrodynamik auftretenden Divergenzschwierigkeiten legten schon früher den Gedanken nahe, die Maxwellschen Gleichungen unter Einführung einer Konstanten von der Größenordnung des klassischen Elektronenradius abzuändern. Das wurde erstmalig von Born und Infeld[1]) versucht. Das Feld ist nach ihnen zu beschreiben durch zwei 6-Vektoren $\mathfrak{E}\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}\,\vartheta$, die in bestimmter Weise durch Vermittlung einer Konstanten b miteinander verknüpft sind und durch die Invariante $(1 + (\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E}^2)/b^2 - (\mathfrak{E}\mathfrak{B})^2/b^4)^{1/2} - 1$ die Lagrange-Funktion des Feldes festlegen. Die Aufnahme eines Gliedes vierter Ordnung in die Lagrange-Funktion hat zur Folge, daß die Feldgleichungen nicht-linear werden. Die Theorie ergibt in invarianter Weise eine endliche Selbstenergie des Elektrons, das als eine Singularität des Feldes auftritt. Ihre Quantisierung stößt indessen auf Schwierigkeiten und es scheint außerdem, daß sie der zu fordernden Beschränkungsrelation nicht entspricht, so daß sie mit den Erfahrungen kaum in Einklang stehen dürfte. Die später von anderen Autoren unternommenen Versuche, die klassische Theorie unter Einführung einer fundamentalen Länge abzuändern, gingen grundsätzlich einen ganz

---

[1]) M. Born u. L. Infeld, Proc. Roy. Soc. London (A) **144**, 425, 1934 u. folg. Arbeiten.

anderen Weg, indem sie unter möglichster Beibehaltung der Maxwellschen Gleichungen deren Gültigkeitsbereich durch „abbrechende Faktoren" einzuschränken suchten. Das Elektron wurde dabei ausdrücklich oder (wie in einer früheren Arbeit des Verfassers) versteckt als ausgedehnt angenommen, was wir nach dem hier vertretenen Standpunkt als verfehlt betrachten müssen, weil wir es für grundsätzlich unmöglich halten, dem Elektron eine bestimmte Ausdehnung zuzuschreiben. Tatsächlich führt eine konsequente Theorie des ausgedehnten Elektrons, wie eine solche von Markow[1]) entwickelt wurde, zu einem Formalismus von befremdender und kaum sinnvoller Unanschaulichkeit, indem es sich als notwendig erweist, dem Elektron außer einer räumlichen auch eine zeitliche Ausdehnung zuzuschreiben. Man entgeht dem, wenn das Elektron, wie dies in III geschehen ist, als ein unausgedehntes, aber nicht-punktförmiges Teilchen eingeführt wird.

Immerhin behält die Theorie auch dann noch etwas Befremdendes, was wohl darauf hindeutet, daß eine wirklich zutreffende Formulierung der Feldgesetze nur im Rahmen einer „natürlichen" Geometrie möglich ist. Eine solche Geometrie haben wir derzeit nicht zu bieten. Und wir müssen es daher der Zukunft überlassen, ob sich mit ihrer Hilfe das eigentliche Ziel der Feldtheorie, die Erklärung der Massen der Elementarteilchen, wird erreichen lassen.

---

[1]) M. Markow, Journ. of Phys. **2**, 453, 1940.