

Zur Theorie der Koerzitivkraft*.

Von

M KERSTEN in Dresden

Mit 5 Abbildungen

(Eingegangen am 3 September 1947)

Inhaltsübersicht Als Grundlage für neue theoretische Ableitungen zur Deutung der ferromagnetischen Hysterese werden zunächst einige Ergebnisse der bekannten „Fremdkorpertheorie“ des Verfassers zusammengefaßt. Anschließend werden die Flächenenergie γ und die Dicke δ der 90° -Blochwand für solche kubischen Krystalle berechnet, deren magnetische Vorzugslagen wie bei α -Eisen parallel zu den Würfelkanten liegen. Daraus wird eine verbesserte Abschätzungsformel für die Koerzitivkraft bei derartiger magnetischer Krystallsymmetrie abgeleitet. Die „störungsempfindliche“ Koerzitivkraft wird zurückgeführt auf gewisse störungsunempfindliche Werkstoffkonstanten sowie den Teilchendurchmesser d und den Volumanteil α (oder den durchschnittlichen Abstand s) der nichtferromagnetischen heterogenen Verunreinigungen oder Ausscheidungen im ferromagnetischen Mutterkrystall. Die genauere Rechnung bestätigt großordnungsmaÙig die bekannten entsprechenden rohen Abschätzungen des Verfassers. Zur Prüfung der Theorie wurden TeilchengroÙen von kugeligem Zementit in Schliffbildern von Stählen mit dem Übermikroskop ausgemessen. Die Versuchsergebnisse und ein außerdem mitgeteilter Vergleich durch Schliffbilder und dazugehörige magnetische MeÙbefunde aus der Literatur für zwei Eisen-Titan-Legierungen ergeben eine weitere großordnungsmaÙige Bestätigung der Theorie für das Gebiet großer Teilchendurchmesser ($d \gg \delta$). Schließlich wird ein Arbeitsprogramm für den Ausbau der Theorie der ferromagnetischen Hystereseschleife kurz umrissen (s. „Nachtrag bei der Korrektur“ am Schluß der Arbeit).

1 Einleitung

Zur experimentellen Untersuchung der maßgebenden Elementarvorgänge, aus denen die ferromagnetische Hystereseschleife hervorgeht, eignen sich im allgemeinen nicht die normalen Hystereseschleifen, welche auf der regellosen Überlagerung verschiedenartiger Vorgänge beruhen. Sowohl die grundlegenden Erscheinungen der reversiblen Magnetisierungsänderungen als auch die physikalischen Ursachen der Barkhausen-sprünge sind erforscht worden an gewissen anomalen Hystereseschleifen, bei denen meist durch homogene Zugbelastung der eine oder andere Ele-

* Richard BECKER zum 60. Geburtstag gewidmet

mentarvorgang in „Reinkultur“ erzeugt werden konnte. Auf diesem Weg erzwangen die vielseitigen experimentellen Befunde in Wechselwirkung mit der Theorie ein umfassendes physikalisches Bild, das heute gekennzeichnet ist durch die bekannten Begriffe Drehvorgänge, Blochwand, Wanddicke, Wandenergie, Wandverschiebung, Ummagnetisierungskeim, Keimwachstum, Spannungsenergie, Krystallenergie, Spannungstheorie, Fremdkorpertheorie usw. Diese Begriffe sind in zusammenfassenden Darstellungen bereits hinreichend erläutert worden und werden im folgenden vorwiegend als bekannt vorausgesetzt [1, 2, 3]. Nur für einige wichtige Grundlagen der vorliegenden Abhandlung werden zur Erleichterung des Verständnisses kurze Hinweise auf solche früheren Forschungsergebnisse vorangestellt, die zumeist nur wenigen Spezialforschern vertraut sind.

Bisher sind zwei ganz verschiedene Ursachen der Hysterese experimentell aufgedeckt und in ihrer Wirkungsweise mit klaren Modellvorstellungen theoretisch beschrieben worden, einerseits *die örtlichen Schwankungen der mechanischen Eigenspannungen*, beispielsweise infolge einer plastischen Verformung, und andererseits die technisch unvermeidbaren oder – bei Dauermagneten – absichtlich erzeugten *heterogenen Verunreinigungen oder Ausscheidungen*. Früher war vermutet worden, die zweite Ursache konnte immer auf die erste zurückgeführt werden, weil durch verschiedenes thermisches Schwinden der heterogenen Fremdkörper und des umgebenden Mutterkrystalles beim Abkühlen von hohen Temperaturen in der Umgebung der Fremdstoffteilchen ebenfalls mechanische Eigenspannungen auftreten können. Später ist erkannt worden, daß auch ohne solche Schwindspannungen lediglich in der Anwesenheit von mehr oder weniger feindispers verteilten heterogenen Fremdkörpern eine oft ausschlaggebende Hemmung für reversible und irreversible Magnetisierungsänderungen vorliegt. Diese Art der Hemmung hat sogar viel einfacher zu einer experimentell prüfbareren quantitativen Theorie geführt als der experimentell so schwer erfaßbare feindisperse Spannungszustand plastisch verformter Metalle. Die Hysteresearbeit oder die Koerzitivkraft konnten quantitativ auf die Größe und den durchschnittlichen Abstand heterogener Gefügeteilchen (Verunreinigungen usw.) zurückgeführt werden. Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, die vom Verfasser vorgeschlagene „Fremdkorpertheorie“ der technischen Magnetisierungsvorgänge durch genauere theoretische Ableitungen, als sie bisher vorliegen, zu ergänzen und mit weiteren experimentellen Erfahrungen zu vergleichen. Besonders für sehr feinkörnige heterogene Verunreinigungen muß die frühere rohe Abschätzung durch ein scharfer definiertes Modellbild nachgeprüft werden. Es wird dabei unmittelbar an zwei Veröffentlichungen des Verfassers angeknüpft [2, 3]. Einige bemerkenswerte neuere experimentelle und theoretische Arbeiten zur Fremdkorpertheorie sind mir bisher leider nur durch

briefliche Mitteilung andeutungsweise bekanntgeworden. Sie werden im folgenden berücksichtigt¹

2 Aufgabestellung

Wir beschränken uns auf Werkstoffzustände, bei denen der Einfluß der regellos verteilten Eigenspannungen von der unmittelbaren Wirkung der Fremdstoffteilchen wenigstens für die irreversiblen Magnetisierungsänderungen so stark überdeckt wird, daß er von vornherein unberücksichtigt bleiben darf. Nach den bisher bekannten Erfahrungen schließen wir damit im wesentlichen nur die stark plastisch verformten und anschließend nicht durch Ausgluhen rekristallisierten Werkstoffe aus unserer Betrachtung aus. Dagegen gelten unsere Überlegungen und zahlenmäßigen Ergebnisse, soweit sich das heute übersehen läßt, für die meisten technisch wichtigen magnetisch weichen und harten Werkstoffe, beispielsweise Dynamobleche oder Eisen mit den technisch üblichen oder den auch bei sorgfältiger Reinigung im Laboratorium noch verbleibenden heterogenen Verunreinigungen, ferner mindestens für einen Teil der technisch wichtigen Dauermagnetstoffe. In diesen Fällen kann der Elementarvorgang, der den Schlüssel zu einer quantitativen Theorie der Hystereseschleife geliefert hat, bekanntlich mit dem folgenden einfachen Modellbild beschrieben werden.

Die spontan magnetisierten Weißschen Bezirke sind voneinander getrennt durch Übergangsschichten endlicher Dicke, in denen der Richtungswechsel der spontanen Magnetisierung von einem Bezirk zum Nachbarbezirk über etwa 100 bis 1000 Atomabstände hin verschmiert ist. Diese Zwischengebiete werden Blochwände genannt, da F. BLOCH sie zuerst theoretisch behandelt und zur Deutung von Magnetisierungsvorgängen herangezogen hat [4]. Sie besitzen gegenüber dem homogen magnetisierten Inneren der Weißschen Bezirke eine höhere potentielle Energie, welche für viele Vorgänge wie die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit behandelt werden darf. Diese Wandenergie γ kann man auffassen als die Bildungsarbeit je Flächeneinheit der Wand, die als Arbeit gegen die quantenmechanischen Austauschkräfte und gewisse magnetische Anisotropiekräfte geleistet werden muß, um die ursprünglich parallelen Elektronenspinne bei dem Aufbau der Wand um kleine Winkel gegeneinander zu verdrehen (Arbeit gegen Austauschkräfte), und andererseits, um diese Elektronen-

¹ Die in der vorliegenden Arbeit zusammengefaßten Ableitungen habe ich am 20. Januar 1944 im Rahmen eines von Herrn Prof. R. BECKER (Göttingen) geleiteten regelmäßigen Kolloquiums in den Siemens-Werken in Berlin-Siemensstadt vorgelesen. An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. BECKER, dem diese nachträgliche Mitteilung gewidmet ist, für die erfolgreiche Leitung unseres vieljährigen fruchtbaren Kolloquiums herzlich danken. Auch Herrn Dr. H. VON SIEMENS gebührt bei dieser Gelegenheit ein besonderer Dank für die großzügige Förderung des wissenschaftlichen Erfahrungsaustausches in diesem Kolloquium und seine aktive Teilnahme an den anregenden Aussprachen.

sine gleichzeitig aus den energetisch bevorzugten Krystallrichtungen, welche die spontane Magnetisierung in den beiden Nachbarbezirken jeweils einnimmt, mehr oder weniger weit herauszudrehen (Arbeit gegen magnetische Anisotropiekraft). Da der erste Energieanteil (γ_a) mit wachsender Wanddicke abnimmt, der zweite (γ_b) dagegen zunimmt, konnte BLOCH eine stabile Halbwertsdicke δ mit der zugehörigen minimalen möglichen Wandenergie γ aus der Austauschenergie bzw. der Curie-Temperatur und einer empirischen Konstante der magnetischen Anisotropie berechnen. Später ist es DÖRING gelungen, den Zahlenwert von γ völlig unabhängig von der theoretischen Berechnung BLOCHS auch aus experimentellen Befunden an den zuerst von SIXTUS untersuchten Ummagnetisierungskeimen unmittelbar zu entnehmen, in auffällig guter zahlenmäßiger Übereinstimmung mit den vorher theoretisch berechneten Beträgen für verschiedene Legierungen und Werkstoffzustände [5, 6]. Man fand Energiebeträge zwischen 0,1 und 10 erg/cm². Auch hier besteht eine weitgehende physikalische Analogie zwischen den Wachstumsbedingungen der fadenförmigen Ummagnetisierungskeime und der Wirkung der Oberflächenspannung bei Flüssigkeitstropfen oder Kondensationskeimen in übersättigten Dämpfen.

Die „Fremdkörpertheorie“ der Hystereseschleife [2, 3] beruht auf der naheliegenden Annahme, daß die Blochwände bei Abwesenheit eines magnetisierenden Feldes ebenso wie Seifenblasenhäute eine möglichst kleine Gesamtfläche einnehmen. Sie werden sich daher im entmagnetisierten oder jungfräulichen Ausgangszustand so anordnen, daß sie möglichst viele nichtferromagnetische Gefügeteilchen (z. B. Graphitkörner) in sich einschließen, ebenso wie sich eine ebene Seifenblasenwand in einem der üblichen Krystallgittermodelle zwischen die Atomkugeln hängen würde, wenn ihr Übergang in diesen Zustand tiefster potentieller Energie nicht irgendwie gehemmt ist. Ein Teil der eingelagerten Fremdkörper bildet demnach im Ausgangszustand Löcher in der Blochwand. Die in diesen Löchern je Flächeneinheit eingesparte Wandenergie γ muß dem äußeren magnetisierenden Felde entzogen werden, wenn die Wand durch dieses Feld so verschoben werden soll, daß sich der günstiger zum Felde gelegene Weißsche Bezirk auf Kosten seines Nachbarn ausdehnt und damit in bekannter Weise eine Zunahme der resultierenden Magnetisierung in der Feldrichtung bewirkt. Die Wände werden bei diesem elementaren Magnetisierungsvorgang von den Fremdstoffteilchen abgelöst. Auf Grund dieser Anschauungen erhält man die bekannten quantitativen theoretischen Beziehungen für die Koerzitivkraft und die reversible Permeabilität in Abhängigkeit von Größe und Abstand der heterogenen Gefügeteilchen [2, 3].

Es muß jedoch schon hier auf einen wesentlichen Einwand hingewiesen werden, der meines Wissens zuerst von KORNETZKI bemerkt worden ist

und dann von ihm und genauer von R BECKER quantitativ behandelt wurde [7]¹

KORNETZKI wies darauf hin, daß sich die Energie des magnetischen Streufeldes in den nichtferromagnetischen Fremdstoffteilchen (gleich Hohlräumen im homogen magnetisierten Ferromagnetikum) beim Vorbeigang oder beim Ablosen einer Blochwand erheblich verändern mußte und dadurch in vielen technisch wichtigen Fällen theoretisch eine um Zehnerpotenzen größere Koerzitivkraft oder Hysteresearbeit zu erwarten ware, als man sie tatsächlich mißt oder nach den Gleichungen der Fremdkorpertheorie ohne Berücksichtigung dieses Streufeldinflusses zahlenmäßig abschätzt. Nur in den Fällen, wo die Teilchengröße unter der Dicke der Blochwand bleibt ($\leq 10^{-6}$ cm bei Eisen), ist von vornherein kein wesentlicher Einfluß des Streufeldes dieser Teilchen zu erwarten. Wegen der schon vor KORNETZKIS Bemerkung festgestellten befriedigenden Bestätigung der ursprünglichen theoretischen Beziehungen durch umfangreiche experimentelle Zahlenwerte, auch bei großen lichtmikroskopisch sichtbaren Teilchen, ergab sich die zunächst völlig unverständliche Tatsache, daß sich der vermutete Einfluß des Streufeldes in der Natur offenbar nicht auswirkt. Dieser Befund ist unabhängig von KORNETZKI und BECKER inzwischen von NEEL theoretisch behandelt [8] und von WILLIAMS in überraschend schöner Weise auch experimentell geklärt worden [9]. Diese Forscher haben den eigenartigen Mechanismus aufgedeckt, mit dem die Natur die Erhöhung der Hysteresearbeit durch den Streufeld einfluß der nichtferromagnetischen Gefügeteilchen umgeht. Bei dem weiteren Ausbau der Theorie muß dieser eigenartige Mechanismus genau berücksichtigt werden. Solange uns die Originalarbeiten noch nicht vorliegen*, wollen wir hier nur zur Kenntnis nehmen, daß dieser Streufeld einfluß bei den folgenden Ableitungen auch für große Teilchen zunächst unberücksichtigt bleiben darf, da wir wegen der notwendigen übrigen Vereinfachungen unseres maßgebenden Modellbildes ohnehin nicht viel mehr als großenordnungsmaßige Abschätzungen erwarten dürfen.

Der folgenden Rechnung legen wir wieder eine möglichst einfache modellmäßige Annäherung an die wirkliche räumliche Anordnung der heterogenen Fremdstoffteilchen zugrunde. Wir nehmen an, daß diese Teilchen als gleich große Kugeln (Durchmesser d) in einfacher kubischer Anordnung (Abstand s) angesehen werden dürfen. Wir betrachten zunächst nur den Fall großer Teilchen, deren Durchmesser die Wanddicke δ wesent-

¹ Die Abschätzungen von M KORNETZKI und die genauere theoretische Berechnung von R BECKER wurden im Jahre 1944 in dem oben erwähnten Kolloquium vorgetragen. Ihre Veröffentlichung ist durch Kriegsfolgen unterblieben und inzwischen überholt worden durch unabhängige weitere Fortschritte im Ausland, auf welche wir noch zurückkommen.

* Siehe, Nachtrag bei der Korrektur“ am Schluß dieser Mitteilung.

lich übertrifft ($d \gg \delta$), bei Eisen $d > 10^{-5}$ cm. Der technisch nicht weniger wichtige Fall submikroskopischer Teilchen ($d \ll \delta$) wird anschließend über die früher gebrachten Abschätzungen hinaus genauer behandelt.

Wir vernachlässigen ferner vorläufig den Einfluß der Wandwölbung, die in gleicher Weise auftreten mußte wie bei den Seifenblasenhäuten zwischen den Atomkugeln des Gittermodells infolge eines Überdruckes auf einer Seite¹. Schließlich betrachten wir nur Wandverschiebungen in einem Kristallkorn oder Einkristall. Unsere vereinfachenden Annahmen lassen sich somit in folgenden Stichworten zusammenfassen:

- 1 Einfluß der regellosen mechanischen Eigenspannungen σ_i klein gegen Wirkung der heterogenen Gefügeteilchen. Bei Eisen bedeutet das beispielsweise $\sigma_i \ll 50$ kg/mm².
- 2 Wirkliche räumliche Verteilung der Fremdkörper ersetzt durch regelmäßige kubische Anordnung von Kugeln mit überall gleichem Durchmesser d und Abstand s der Mittelpunkte.
- 3 Wandwölbung nicht berücksichtigt.
- 4 Nur Wandverschiebungen innerhalb eines Kristallkornes oder Einkristalles.

Aus den früheren Mitteilungen [2, 3] hat sich bereits ergeben, daß diese Vereinfachungen mindestens in vielen technisch wichtigen Fällen keine erheblichen Fehler bringen.

In Abb. 1 ist die Verschiebung einer 90° -Wand zwischen zwei Nachbarbezirken mit 90° Richtungsunterschied ihrer spontanen Magnetisierung schematisch dargestellt. Unter Berücksichtigung der dort eingetragenen willkürlichen Richtungen der spontanen Magnetisierung erhält man für eine reversible Verschiebung der Wand um dx aus der Gleichgewichtslage $x = \varphi(H)$

$$\mu_0 J_s H F dx = M_s H F dx = d(\gamma F)^* \quad (1)$$

Links steht der Betrag der Abnahme der potentiellen Energie durch Umklappen der spontanen Magnetisierung J_s um 90° in die Feldrichtung im

¹ Größenordnungsmaßige Abschätzungen des Einflusses der Wandwölbung auf die Anfangspermeabilität habe ich in einem Kolloquium in Göttingen am 12. 5. 1944 vorgetragen. Infolge des Verlustes von Unterlagen werden die vervollständigten Ergebnisse erst in absehbarer Zeit nachtraglich mitgeteilt werden.

* Alle Gleichungen dieser Arbeit sind Großgleichungen im Sinne des DIN-Normblattes 1313. Durch die späteren Zahlenbeispiele werden auch für Leser, die mit diesen Normen nicht vertraut sind, Mißverständnisse ausgeschlossen. J_s bedeutet die technische Sättigungsmagnetisierung, im allgemeinen bei Zimmertemperatur, $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8}$ Henry/cm die Induktionskonstante, $M_s = \mu_0 J_s$ ist die Sättigungspolarisation. Diese Bezeichnungen entsprechen den letzten Vorschlägen des Ausschusses für Einheiten und Formgrößen (AEF), vgl. Elektrot. Z. 62, S. 765/68 (1941).

Verschiebungsvolumen $F dx$, rechts der bei reversibler Verschiebung um dx gleichgroße Betrag der Energiezunahme der Blochwand. In einer entsprechenden Gleichung für 180° -Wände mußte links der Zahlenfaktor 2

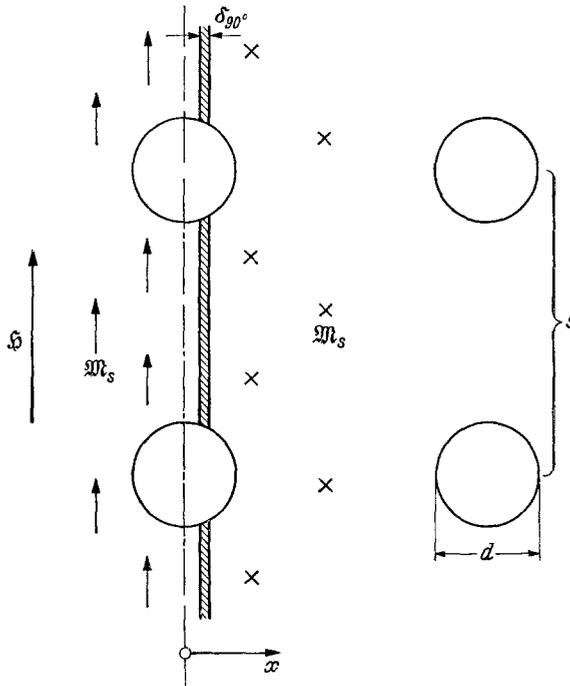


Abb 1 90°-Blochwand zwischen zwei benachbarten Weisschen Bezirken (90° Richtungsunterschied der spontanen Polarisation $M_s = \mu_0 \mathfrak{I}_s$, M_s links nach oben, rechts nach unten). Die Weisschen Bezirke sind als magnetische Gefügeeinheiten mit Durchmesser d und ihrer Anordnung mit dem Abstand s stabile Gleichgewichtsorientierung M_s im Bereiche $0 \leq x < d/2$ Minimum der freien Energie (ungünstiger Ausgangszustand des Ferromagnetikums), Barkhausensprung bei Grenzfeldstärke H_0 für $x = d/2$

hinzugefügt werden (vgl. [3]). Aus (1) folgt die Feldstärke $H = f(x)$, bei welcher sich die Wand an der Stelle x im stabilen Gleichgewicht befindet

$$H = f(x) = \frac{1}{M_s} \left(\frac{d\gamma}{dx} + \frac{\gamma}{F} \frac{dF}{dx} \right) \quad (2)$$

Die bekannte Spannungstheorie der Hystereseschleife berücksichtigt nur das erste Glied der Klammer auf Grund der Abhängigkeit der Wandenergie γ vom örtlichen Spannungstensor, vgl. (3, S. 68). Eine allgemeine Theorie mußte beide Klammerglieder beachten. Unsere vorangestellte Beschränkung auf stark überwiegenden Einfluß der heterogenen Gefügeteilchen bedeutet hier im Falle $d \gg \delta$

$$\frac{d\gamma}{dx} \ll \frac{\gamma}{F} \frac{dF}{dx}, \quad H(x) = \frac{\gamma}{M_s F} \frac{dF}{dx} \quad (3)$$

mit $\gamma = \text{const}$, also Vernachlässigung des linken Klammergliedes. Für $0 \leq x \leq d/2$ entfällt auf eine Fremdstoffkugel der Anteil

$$F = s^2 - \pi \left(\frac{d^2}{4} - x^2 \right) \quad (4)$$

der Wandfläche. Somit ergibt (2) mit (3)

$$H(x) = \frac{\gamma}{M_s} \frac{2\pi x}{s^2 - \pi(d^2/4 - x^2)} \quad (5)$$

oder für einen hinreichend kleinen Raumanteil der Fremdstoffkugeln ($s \gg d$)

$$H(x) = \frac{\gamma}{M_s} \frac{2\pi x}{s^2} \quad (6)$$

Bei zeitlich monoton ansteigender Feldstärke H tritt in unserem Modell nach Abb. 1 ein Barkhausensprung ein, sobald ein Maximum von dF/dx überschritten wird. Die Wand verschiebt sich von dieser Stelle ab irreversibel unter Entwicklung von Wirbelstromwärme nach rechts, bis sie – in einem weniger speziellen Modell – hängen bleibt an einem steileren Hindernis dF/dx , welches erst nach erneutem Anstieg der Feldstärke überschritten werden kann (Es ist zu beachten, daß die Hysteresewärme durch diesen Mechanismus auf eine bestimmte Art von Wirbelstromwärme zurückgeführt worden ist). Aus (3) und (5) ergibt sich für das Auslösen des Barkhausensprungs die sogenannte Grenzfeldstärke

$$H_0 = \frac{\gamma}{M_s F} \left(\frac{dF}{dx} \right)_{\max} = \frac{\gamma}{M_s} \frac{\pi d}{s^2} \quad (7)$$

Nach den grundlegenden Versuchen von SIXTUS und TONKS [10] an den zuerst von PREISACH [11] erzeugten rechteckförmigen Hystereseschleifen ist mindestens diese Grenzfeldstärke H_0 erforderlich, um den großen Barkhausensprung einer solchen anomalen Schleife mittels eines natürlichen oder künstlichen Ummagnetisierungskeimes auszulösen [12, 5, 6] und in dem Versuchsdraht beliebig weit fortzupflanzen. Die Koerzitivkraft (Koerzitivfeld) H_c der normalen technischen Werkstoffe ist ein Mittelwert der vielen verschiedenen Grenzfeldstärken H_0 der einzelnen Weißschen Bezirke (vgl. z. B. [2, 3]). Mit (7) kann die an Rechteckschleifen leicht meßbare Grenzfeldstärke auf den Teilchendurchmesser d , den Teilchenabstand s , die (storungsunempfindliche!) Sättigung M_s und die Wandenergie γ zurückgeführt werden, wenn wir den technischen Werkstoff durch unser einfaches Modellbild mit entsprechenden Durchschnittswerten für d und s

näherungsweise ersetzen. Vor dem Auslösen des Barkhausensprunges ändert sich die Magnetisierung $J (= M/\mu_0)$ im Verschiebungsbereich $0 \leq x < d/2$ reversibel. Man erhält demnach aus (5) eine theoretische Beziehung für die Anfangspermeabilität unseres Modellbildes, welche für große Teilchendurchmesser ($d \gg \delta$) schon an anderer Stelle mitgeteilt wurde [3]. Für sehr kleine Teilchendurchmesser ($d \ll \delta$) muß natürlich anders gerechnet werden. Wir kommen darauf später zurück.

Eine quantitative Theorie der Hystereseschleife von Werkstoffen, welche hinreichend genau durch unser Modellbild beschrieben werden können, hat daher auszugehen von dem physikalischen Inhalt der Gl (5) und (7). Einige Grundlagen einer solchen Theorie sind vom Verfasser früher abgeleitet worden [2, 3]. Dabei wurden jedoch für die Oberflächenenergie γ und noch zusätzlich für die Berechnung der Grenzfeldstärke bei kleinen Teilchendurchmessern ($d \ll \delta$) nur recht rohe Abschätzungen vorgenommen. Diese sollen im folgenden durch genauere Betrachtungen und Berechnungen ersetzt werden. Hierfür legen wir einen ferromagnetischen Einkristall mit gleichartiger magnetischer Anisotropie zugrunde, wie sie ein Eiseneinkristall bei Zimmertemperatur aufweist. Wir berechnen die Wandenergie γ eines solchen Kristalles und anschließend die Grenzfeldstärke H_0 bzw. die Koerzitivkraft H_c für große und für kleine Teilchendurchmesser. Für die reversiblen Magnetisierungsänderungen vor dem Auslösen des Barkhausensprunges ($H < H_0$) bleiben entsprechende Ergänzungen zu den früheren theoretischen Ansätzen [3] einer späteren Mitteilung vorbehalten. Die gewonnenen genauen Beziehungen werden mit den früher mitgeteilten Abschätzungsformeln und weiteren experimentellen Befunden verglichen.

3 Die 90°-Wand im Eisen-Einkristall

Als Grundlage für die Rechnung benötigen wir die Kenntnis der Gesamtenergie γ , der räumlichen Energieverteilung und der Dicke δ der 90°-Wand im Eiseneinkristall. Die Berechnung dieser Größen läßt sich sehr ähnlich durchführen wie die schon bekannte Rechnung von BECKER und DORING für die 180°-Wand im Falle einachsiger rotationssymmetrischer Anisotropie (z. B. Kobalt) [1, S. 191]. Im Hinblick auf dieses Vorbild wird die Berechnung der 90°-Wand hier möglichst kurz gefaßt.

Die reversible Magnetisierungsarbeit A , welche zur technischen Sättigung eines Eiseneinkristalles in einer vorgegebenen Kristallrichtung aufgewandt werden muß, beträgt je Volumeneinheit bekanntlich (vgl. z. B. [1])

$$A = F_0 + K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (8)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sind die Richtungs-cos gegen die rechtwinkligen Koordinatenachsen, parallel zu den kristallographischen Würfelkanten. Für die Rich-

tung leichtester Magnetisierbarkeit (Würfelfante) liefert (8) mit $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$$A_{100} = F_0, \quad (9)$$

für die Richtung schwerster Magnetisierbarkeit (Raumdiagonale) mit $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/\sqrt{3}$

$$A_{111} = F_0 + \frac{K_1}{3} + \frac{K_2}{27} \quad (10)$$

Bei Eisen darf man für viele Fragestellungen ohne wesentlichen Fehler $K_2 = 0$ setzen. Für die spezifische Flächenenergie γ der Blochwand ist die Differenz

$$K = A_{111} - A_{100} \approx \frac{K_1}{3} \quad (11)$$

maßgebend, d. h. der Unterschied der beiden extremen Magnetisierungsarbeiten, welchen man den gemessenen Magnetisierungskurven von Einkristallen in bekannter Weise als Flächeninhalt zwischen der [100]-Kurve ($H \parallel [100]$) und der [111]-Kurve ($H \parallel [111]$) entnimmt. Für Eisen findet man bei Zimmertemperatur ungefähr $K = +1,4 \cdot 10^5$ erg/cm². Wir bezeichnen K wie üblich schlechthin als „Krystallenergie“.

Die spontane Magnetisierung bevorzugt demnach im jungfräulichen oder entmagnetisierten Eisen die sechs Würfelfantenrichtungen in regelloser statistischer Verteilung der einzelnen Weißschen Bezirke. Die praktisch nicht vermeidbare geringe Spannungsanisotropie, welche der Krystallanisotropie überlagert ist, bedingt an jeder Stelle des Krystalles je nach der Lage des Spannungstensors eine Auswahl der günstigsten Würfelfante mit dem Minimum der gesamten potentiellen Energie. Es sei hier daran erinnert, daß auch im sorgfältig rekristallisierten Ferromagnetikum allein infolge der Magnetostraktion beim Abkühlen unter die Curie-Temperatur mit Eigenspannungen in der Größenordnung 0,1 bis 1 kg/mm² gerechnet werden muß [13].

Im Ausgangszustand können in unserem weichen Eisen nur 90°- und 180°-Blochwände vorkommen. Aus bekannten Gründen darf man annehmen, daß die Verschiebung der 90°-Wände im technischen Eisen ohne äußere mechanische Belastung den hauptsächlich maßgebenden Elementarvorgang darstellt. Dies wird auch gestützt durch die neuen mikroskopischen Aufnahmen von Weißschen Bezirken in Einkristallen, welche WILLIAMS mit Hilfe der BITTERSchen Streifen (vgl. [1]) hergestellt hat [9]. Wir dürfen uns ferner auch deshalb hier auf die 90°-Wand beschränken, weil schon früher nachgewiesen wurde, daß die Verschiebung der 180°-Wand im Eisen wenigstens bei großen Teilchen ($d > s$) den gleichen oder

fast gleichen Betrag der Grenzfeldstärke liefert wie die 90° -Wandverschiebung [3]. Die Geometrie einer 90° -Wand wird in Abb. 2 schematisch wiedergegeben für den Übergang zwischen einem linken Bezirk, dessen spontane Magnetisierung parallel der z -Achse gerichtet ist, und einem

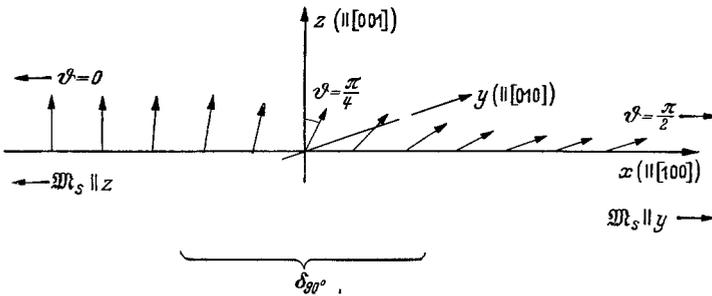


Abb. 2. Schema zur Spinorientierung in einer 90° -Wand „verschmierter“ Richtungswechsel der spontanen Magnetisierung $\mathfrak{M}_s = \mathfrak{M}_s/\mu_0$ von $\theta = 0$ (links) nach $\theta = \pi/2$ (rechts) $\delta = \delta_{90} =$ Wanddicke

rechten Bezirk mit \mathfrak{M}_s parallel zur y -Achse. Bei dem gezeichneten Übergang bleibt die Normalkomponente der Magnetisierung auf der Wandfläche ungeändert ($= 0$), wenn eine Blochwand parallel zur yz -Ebene angenommen wird. Es treten also bei dieser speziellen geometrischen Anordnung in der Wand keine freien Ladungen und Quellen des Feldes \mathfrak{H} auf, also auch kein entsprechendes entmagnetisierendes Feld, dessen Energieänderungen wir bei der Verschiebung der Wand berücksichtigen mußten. Man sieht leicht ein, daß auch bei einer geometrischen Anordnung nach Abb. 3 die als eben angenommene Blochwand quellenfrei bleiben kann, wenn die Spinrichtung innerhalb der Wand mit konstanter Normalkomponente um insgesamt 90° geändert wird. Dies ist im vorliegenden Spezialfall auf einem Kegelmantel um die Wandnormale ohne weiteres möglich. Die Anordnung nach Abb. 3 hat praktische Bedeutung für den oben erwähnten Mechanismus zur Umgehung des Streufeld einflusses in der Nähe der Fremdstoffteilchen und wird hier nur deshalb als grundsätzliche Möglichkeit einer zweiten quellenfreien Wandlage hervorgehoben. Wir berechnen nun die Wandenergie für die Anordnung nach Abb. 1 u. 2.

Beim Fortschreiten in der Richtung x der Wandnormale um die Gitterkonstante a ändert sich die Spinrichtung um den kleinen Winkel $\varepsilon = \frac{d\theta}{dx} a$. Für diese Winkeländerung muß gegen die Austauschwechselwirkung bekanntlich die Arbeit

$$W = n I \frac{1 - \cos \varepsilon}{2} \approx n I \frac{\varepsilon^2}{4} = \frac{n I}{4} \left(\frac{d\theta}{dx} a \right)^2, \quad (\varepsilon \ll 1), \quad (12)$$

je Elementarzelle mit n Atomen im Zellenraum a^3 geleistet werden, (vgl z B [1]) Besonders die erwähnten Untersuchungen von DORING haben bestätigt, daß wir das Austauschintegral I in guter Näherung mit der ursprünglichen Abschätzungsformel

$$I = \frac{k T_c}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 8/z} \right) \tag{13}$$

von HEISENBERG [14] aus der gemessenen Curie-Temperatur T_c , der Zahl z der nächsten Gitternachbarn und der Boltzmannkonstante k berechnen dürfen I bedeutet anschaulich die Arbeit, die je Spinpaar gegen

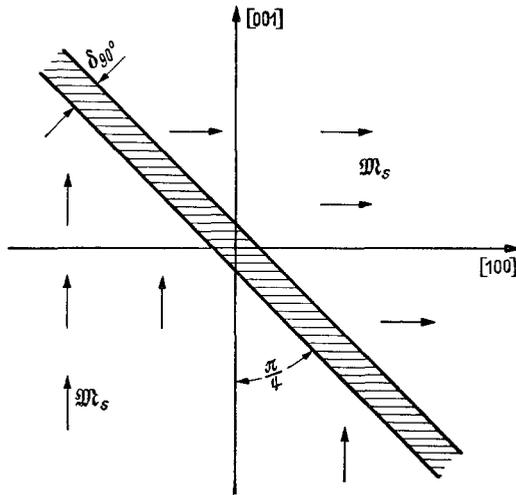


Abb 3 Weiteres Beispiel für Lage einer 90°-Wand mit stetigem Durchgang der Normalkomponente von M_s Wand \parallel (101)

die Austauschkräfte geleistet werden muß, um – in einem Gedankenversuch – die eine Hälfte eines ursprünglich homogen magnetisierten Einkristalles gegen die andere Hälfte um 180° ($\cos \epsilon = -1$) zu verdrehen Für Eisen liefert (13) $I = k T_c/2$, für Nickel mit $z = 12$ $I = 0,85 k T_c/2$ Aus (12) folgt nach Division durch die Fläche a^2 und Multiplikation mit dx/a der Beitrag

$$\gamma_a = \frac{nI}{4a} \int_{x \rightarrow -\infty}^{+\infty} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 dx \tag{14}$$

der Austauschenergie zur Wandenergie γ je Flächeneinheit der Wand Da die Spine innerhalb der Wand aus den kristallografischen Vorzugs-

richtungen (Wurfelkanten) herausgedreht sind, liefert (8) den anderen Beitrag γ_b zur Wandenergie. Dabei werden die Winkel-cos $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ in unserem speziellen Fall ersetzt durch

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \cos \vartheta, \alpha_3 = \sin \vartheta \quad (15)$$

Man erhält je Flächeneinheit der Wand den Energiebetrag

$$\gamma_b = \frac{K_1}{4} \int_{x \rightarrow -\infty}^{+\infty} \sin^2 2\vartheta \, dx \quad (16)$$

Die gesuchte gesamte Flächenenergie der 90° -Wand beträgt somit

$$\gamma = \gamma_a + \gamma_b = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{nI}{4a} \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)^2 + \frac{K_1}{4} \sin^2 2\vartheta \right] dx \quad (17)$$

Nach den Regeln der Variationsrechnung ist diejenige Winkelverteilung $\vartheta(x)$ aufzusuchen, welche γ zu einem Minimum macht. Die Eulersche Differentialgleichung für dieses Variationsproblem lautet

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta'} \right) = \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} \quad \text{mit} \quad \Phi = [\quad] \quad \text{und} \quad \vartheta' = \frac{d\vartheta}{dx} \quad (18)$$

Mit der Konstante $\delta^2 = nI/a K_1$ liefert (18) $\frac{\delta^2}{2} \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta$ (19)

Multiplizieren beider Seiten mit $d(2\vartheta)/dx$ ergibt

$$\frac{\delta^2}{8} \frac{d}{dx} \left(\frac{d(2\vartheta)}{dx} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \sin^2 2\vartheta$$

und

$$\frac{\delta^2}{8} \left(\frac{d(2\vartheta)}{dx} \right)^2 = \frac{1}{2} \sin^2 2\vartheta + C_1 \quad *$$

Aus den Grenzbedingungen $\vartheta = 0$ für $x \rightarrow -\infty$, $\vartheta = \pi/2$ für $x \rightarrow +\infty$ und $d\vartheta/dx = 0$ für $|x| \rightarrow \infty$ folgt $C_1 = 0$ und $\delta \frac{d\vartheta}{dx} = \sin 2\vartheta$, schließlich

$$\delta \int \frac{d\vartheta}{\sin 2\vartheta} = \frac{\delta}{2} \ln \operatorname{tg} \vartheta = x + C_2$$

Wegen $\vartheta = \pi/4$ bei $x = 0$ wird auch $C_2 = 0$, und wir erhalten schließlich die Winkelverteilung

$$\vartheta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} e^{\frac{2x}{\delta}}, \quad (20)$$

* Vgl. entsprechende Rechnung für 180° -Wand bei einachsiger rotationssymmetrischer Anisotropie in [1, S 191]

worin

$$\delta (= \delta_{90^\circ}) = \sqrt{\frac{nI}{aK_1}} = a \sqrt{\frac{A}{K_1}} \quad (19a)$$

nun schlechthin als „Dicke“ der 90°-Wand bezeichnet werden kann $A = nI/a^3$ wurde als „Austauschenergie“ je Volumeneinheit in der Theorie der Hystereseschleife schon früher vielfach benutzt. Mit $n = 2$ und $I = kT_c/2$ gilt für das raumzentrierte kubische Gitter (z. B. α -Eisen)

$$\delta_{90^\circ} = \sqrt{\frac{kT_c}{aK_1}} \quad (20)$$

und für rekristallisiertes (weich gegluhtes) Eisen bei etwa 20° C $\delta_{90^\circ} = 0,35 \cdot 10^{-5}$ cm ≈ 100 Atomabstände a , Zahlenwerte $T_c = 1040^\circ$ K, $a = 2,86 \cdot 10^{-8}$ cm, $K_1 \approx 3K = 4,2 \cdot 10^5$ erg/cm³ ($k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg/grad). Aus (17) erhält man mit (20) die Wandenergie γ , wenn man

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)^2 = \frac{1}{\delta^2 \cos^2 \frac{2x}{\delta}}$$

und

$$\sin^2 2\vartheta = \frac{1}{\cos^2 \frac{2x}{\delta}}$$

einsetzt

$$\gamma_{90^\circ} = \frac{K_1}{2} \int_{x \rightarrow -\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\cos^2 \frac{2x}{\delta}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{nIK_1}{a}} \quad (21)$$

oder mit (19a)

$$\gamma_{90^\circ} = \frac{a}{2} \sqrt{AK_1} = \frac{K_1}{2} \delta_{90^\circ} \quad (22)$$

Mit den oben benutzten Zahlenwerten liefert (22) für Eisen bei etwa 20° C die Wandenergie

$$(\gamma_{90^\circ})_{\text{Fe}} = 0,7_3 \text{ erg/cm}^2$$

Abb. 4 möge kurz veranschaulichen, wie die stabile Gleichgewichtsdicke δ und die entsprechende Energie der 90°-Wand zustandekommt, und zwar mit den für α -Eisen bei 20° C gültigen Zahlenwerten. Wenn wir an Stelle der „stabilen“ Wanddicke δ die beliebige Wanddicke ξ einführen, also statt (20) die Winkelverteilung

$$\vartheta = \arctg e^{2x/\xi}, \quad (23)$$

so ergibt die Integration von (17) die beiden Anteile

$$\gamma_a = \frac{a^2 A}{4\xi} \quad \text{und} \quad \gamma_b = \frac{K_1}{4} \xi \quad (24)$$

Der Beitrag γ_a der Austauschenergie sinkt mit wachsender Wanddicke d h starkerer Verschmierung der Wand, da die Austauschenergie je

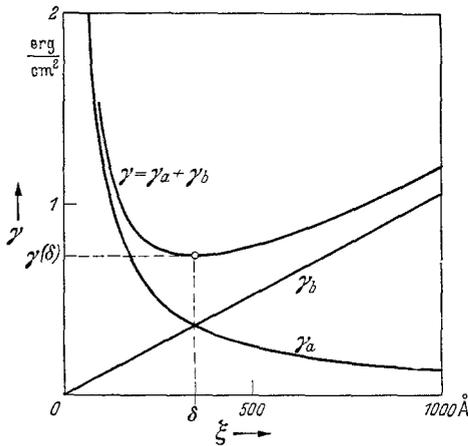


Abb 4 Anteil γ_a der Austauschenergie und Anteil γ_b der magnetischen Krystallanisotropie zur Flächenenergie γ der 90° -Wand in Abhängigkeit von der Wanddicke ξ Zahlenbeispiel für reines α -Eisen bei 20° C Stabile Wanddicke $\delta_{90^\circ} = 0,35 \cdot 10^{-5}$ cm, $\gamma = 0,73$ erg/cm

Spinpaar nach (12) mit dem Quadrat des Winkelunterschieds ϵ anwächst während die Zahl der beteiligten Spinpaare bei Verdickung der Wand nur linear mit ξ ansteigt. Dagegen wächst der Anteil γ_b proportional der Wanddicke ξ , entsprechend der Zahl der aus den Würfelkanten herausgedrehten Spine innerhalb der Wand. Durch Überlagerung der beiden Anteile γ_a und γ_b findet man das Minimum der Wandenergie das sich im Gleichgewichtszustand bei der oben abgeleiteten stabilen Wanddicke δ einstellt (vgl. Abb. 4 und entsprechende frühere

Darstellungen für die 180° -Wand, z. B. in [15, S. 49])

Bevor wir die hier abgeleiteten Beziehungen für die 90° -Wand auf die Theorie der Hystereseschleife anwenden, seien die genaueren Formeln (19a) und (22) mit den früher benutzten Abschätzungen verglichen. Anstatt (19a) wurde früher [3] näherungsweise

$$\delta'_{90^\circ} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{A}{K}} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{3A}{K_1}} = \delta_{90^\circ} \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,87 \delta_{90^\circ} \quad (25)$$

gesetzt, anstatt (22)

$$\gamma'_{90^\circ} = a \sqrt{AK} = a \sqrt{\frac{K_1 A}{3}} = \gamma_{90^\circ} \sqrt{\frac{4}{3}} = 1,15 \gamma_{90^\circ} \quad (26)$$

Wegen dieser geringen Unterschiede bedürfen die früheren zahlenmäßigen Vergleiche mit experimentellen Befunden keiner lohnenden Berichtigung. Wir benötigen die hier gebrachten Ableitungen aber noch für eine genauere Berechnung der Wandverschiebung bei kleiner Teilchengröße ($d \ll \delta$) und für einen späteren Ausbau der Theorie der Hystereseschleife. Zunächst werden im nächsten Abschnitt die nun besser begründeten Gleichungen für $d \gg \delta$ zusammengefaßt

4 Die Koerzitivkraft bei großen Fremdstoffteilchen
(Teilchendurchmesser $d \gg$ Wanddicke δ)

Aus (7) und (22) folgt die Grenzfeldstärke

$$H_0 = \frac{\pi}{2} \frac{K_1}{M_s} \frac{\delta d}{s^2} \quad (27)$$

oder, wenn wir wie früher den Raumanteil

$$\sigma = \frac{\pi}{6} \left(\frac{d}{s} \right)^3 \quad (28)$$

der Fremdstoffteilchen einführen und nach (11) die Anisotropiekonstante $K = K_1/3$ einsetzen,

$$H_0 = \frac{3\pi}{2} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{1/3} \frac{K}{M_s} \frac{\delta}{d} \alpha^{1/3} = 7,2 \frac{K}{M_s} \frac{\delta}{d} \alpha^{2/3} \quad (29)$$

Aus H_0 erhält man wie in [2, 3] die Koerzitivkraft H_c des quasusotropen vielkristallinen Eisens. Mittelt man über die regellos verteilten Winkel Φ der Ausgangslagen und berücksichtigt außerdem neben kugelförmigen noch kantige (z. B. würfelförmige) Fremdstoffteilchen, so bleibt der Zahlenfaktor 7 in (29) für die Koerzitivkraft H_c angenähert erhalten. Es folgt also die Abschätzungsformel

$$H_c \approx 7 \frac{K}{M_s} \frac{\delta_{90^\circ}}{d} \alpha^{2/3}, \quad (d \gg \delta!) \quad (30)$$

Wegen der praktisch vorliegenden Schwankungen der Abstände s , Durchmesser d und Teilchenformen lohnt es sich nicht, auf die geringe Verkleinerung des Zahlenfaktors in (30) um etwa 20% gegenüber der entsprechenden früher mitgeteilten Abschätzungsformel einzugehen. Vor der zahlenmäßigen Auswertung von (30) wird nun der Fall ($d \ll \delta$) behandelt.

5 Die Koerzitivkraft bei sehr kleinen Fremdstoffteilchen ($d \ll \delta$)

Auf Grund umfangreicher experimenteller Erfahrungen weiß man, daß feindisperse Ausscheidungen aus übersättigten Mischkristallen eine maßgebende Rolle für die Hysterese spielen. Sie werden daher bei der Herstellung von Dauermagneten zur Erzeugung hoher Koerzitivkräfte systematisch „hervorgezogen“. Die Teilchendurchmesser solcher heterogenen Ausscheidungen müssen mindestens im Anfangsstadium der Ausscheidung unter der Dicke δ der Blochwand bleiben. Das gilt auch für andere Arten von feindispersen Verunreinigungen. In diesen Fällen $d \ll \delta$ darf die Abschätzungsformel (30) nicht angewandt werden. Man gewinnt für diesen Bereich eine entsprechende Gleichung, wenn man von folgender modellmäßiger Grundlage ausgeht

Es werden Fremdstoffteilchen beliebiger Gestalt, jedoch wiederum mit untereinander gleichem Rauminhalt $V = \frac{\pi}{6} d^3$ ($d =$ Durchmesser der raumgleichen Kugel) angenommen. Außer $d \ll \delta$ muß vorausgesetzt werden, daß die größte lineare Ausdehnung jedes Teilchens klein gegen δ bleibt. Der Abstand s hat die gleiche Bedeutung wie bei unserem Modellbild für große Teilchen.

Bei kugelförmigen Teilchen wurde sich im Falle $d \ll \delta$ die Energie des magnetischen Streufeldes beim Durchgang der Wand nicht ändern, im Gegensatz zum Falle $d \gg \delta$, wo die Wirkung dieser Änderung erst durch den von NEEL vorausgesagten und von WILLIAMS experimentell entdeckten Mechanismus weitgehend abgeschwächt wird. Man sieht leicht ein, daß sich das magnetische Streufeld kleiner kugelförmiger Fremdkörper während des Vorbeiganges einer hinreichend dicken Blochwand im wesentlichen nur mit der Änderung der Spinorientierung dreht, ohne dabei seine Feldenergie zu ändern. Im Mittel wird man das auch für nicht kugelförmige kleine Teilchen gelten lassen, sofern sie keine Vorzugsorientierung aufweisen. Allerdings mußte man bei einer genauen Theorie berücksichtigen, daß man bei Wanddicken in der Größenordnung von 100 Atomabständen nicht mehr nach den Regeln der Kontinuumsphysik rechnen durfte, wenn die Teilchendurchmesser noch klein gegen diese Wanddicke bleiben sollen. Der Einfluß des Streufeldes an den Fremdstoffteilchen konnte daher bei diesen atomaren Abmessungen kleiner Ausscheidungskeime nur mit erheblichem mathematischen Aufwand in einer strengen Theorie behandelt werden. Aus diesen Gründen kann auch die folgende Rechnung nur zu einer praktisch geringfügigen Verbesserung der früheren Abschätzung führen und mehr dem Zwecke einer schärferen Darstellung des maßgebenden Elementarvorganges und der Gewinnung verbesserter Grundlagen für weitere theoretische Ansätze als einer praktisch nützlichen Verbesserung der Zahlenfaktoren dienen.

Um die Grenzfeldstärke H_0 zu berechnen, benötigen wir auch für den Fall $d \ll \delta$ eine plausible Vorstellung über die Verminderung der Wandenergie γ durch den Einschluß der Fremdstoffteilchen in die Wand. Die Wandenergie γ ist nicht gleichmäßig über die gesamte Wanddicke verteilt. Nach (21) wird die räumliche Energiedichte $d\gamma/dx$ in Abhängigkeit von x (normal zur Wand) durch die Funktion

$$\frac{d\gamma}{dx} = \frac{K_1}{2 \mathfrak{C}_0^2 \frac{2x}{\delta}} \quad (21a)$$

dargestellt, wenn wir $x = 0$ in die Mitte der Wand legen. Wie zu erwarten ist, gilt nach (21a) $d\gamma/dx \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \pm \infty$ und $d\gamma/dx = \text{Max}$ für $x = 0$. In der Mitte der 90° -Wand herrscht die maximale Dichte der potentiellen

Energie der Wand gegenüber dem Innern der ungestorten Nachbarbereiche im Abstände $|x| \gg \delta$. Bei Eisen beträgt diese maximale Energiedichte bei $x = 0$ $(d\gamma/dx)_{\max} = K_1/2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3$ für etwa 20° C . Wir legen nun der folgenden Rechnung die einfache naheliegende Annahme zugrunde, daß durch die Anwesenheit eines nicht ferromagnetischen Fremdstoffteilchens mit dem Volumen V an der Stelle x der Wand die Wandenergie gegenüber dem Normalbetrag um

$$\Delta\gamma = \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)_x \frac{V}{s^2} \quad (31)$$

vermindert wird, d. h. um den Betrag der in dem Fremdstoffvolumen V „eingesparten“ Bildungsarbeit, bezogen auf die zu einem Teilchen mit dem Volumen V gehörige Wandfläche s^2 . Befindet sich demnach im Sinne der vorausgesetzten kubischen Raumanordnung eine Teilchenebene (parallel zur yz -Ebene) im Abstände x von der Wandmitte, so gibt die Funktion

$$\gamma(x) = \gamma_0 - \frac{\pi}{6} \frac{d^3}{s^2} \frac{K_1}{2 \mathfrak{C}01^2 \frac{2x}{\delta}} \quad (31a)$$

die Abhängigkeit der Wandenergie vom Abstände x wieder d ist der Durchmesser der „Ersatzkugel“ mit dem Volumen V des Teilchens beliebiger Gestalt

Für (31a) haben wir stillschweigend $\delta \ll s$ vorausgesetzt, d. h. einen so großen Abstand der Teilchen, daß die nachstfolgenden Teilchenebenen keinen merklichen weiteren Beitrag zur Verminderung der Wandenergie liefern. Da bei unserer Betrachtungsweise die Fläche F der Wand konstant bleibt, müssen wir hier nach (2) wie bei der Spannungstheorie von dem Ansatz

$$H_0 = f(x) = \frac{1}{M_s} \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)_{\max} \quad (32)$$

ausgehen, wobei $\gamma(x)$ nach (31a) einzusetzen ist. Man erhält zunächst

$$H_0 = f(x) = \frac{\pi}{3} \frac{d^3}{s^2 \delta} \frac{K_1}{M_s} \left(\frac{\mathfrak{C}in^2 \frac{2x}{\delta}}{\mathfrak{C}01^3 \frac{2x}{\delta}}\right)_{\max} \quad (33)$$

Aus $f'(x) = 0$ findet man für den Abstand x_0 von der Wandmitte, bei welchem der Barkhausensprung einsetzt, die Gleichung $\mathfrak{C}in^2 \frac{2x_0}{\delta} = \frac{1}{2}$ und somit $x_0 = 0,66 \frac{\delta}{2} = 0,33 \delta$. Mit diesem Abstand x_0 und mit $K_1 = 3 \text{ K}$ ergibt (33) die Grenzfeldstärke

$$H_0 = 1,2 \frac{K}{M_s} \frac{d^3}{\delta s^2} \quad (34)$$

oder mit dem Raumanteil $\alpha = \frac{\pi}{6} \left(\frac{d}{s}\right)^3$

$$H_0 = 1,9 \frac{K}{M_s} \frac{d}{\delta_{90^\circ}} \alpha^{2/3}, \quad (d \ll \delta) \quad (35)$$

Für die Koerzitivkraft der normalen Hystereseschleife folgt angenähert

$$H_c \approx 3 \frac{K}{M_s} \frac{d}{\delta_{90^\circ}} \alpha^{1/3}, \quad (d \ll \delta), \quad (35a)$$

wenn wir berücksichtigen, daß in diesem Falle der Zahlenfaktor aus der Mittelung über alle Winkellagen der spontanen Magnetisierung (rund 3/2) nicht durch den ungefähr reziproken Faktor für die Mitwirkung nicht kugelförmiger, kantiger Teilchen aufgehoben wird (vgl. Abschnitt 4)

6 Eine allgemeine Abschätzungsformel für die Koerzitivkraft bei beliebiger Teilchengröße

Die Gl (30) für $d \gg \delta$ und die Gl (35a), für $d \ll \delta$ können zusammengefaßt werden in die Abschätzungsformel

$$H_c \approx 3,5 \frac{K}{M_s} p \alpha^{2/3} \quad (36)$$

mit dem „Dispersitätsfaktor“

$$p = \frac{2}{\frac{d}{\delta_{90^\circ}} + 2 \frac{\delta_{90^\circ}}{d}} \quad (37)$$

für die Koerzitivkraft bei beliebiger Teilchengröße d . Abb 5 zeigt vergleichsweise den Zahlenfaktor p und die entsprechenden Faktoren $2 \delta/d$ und $0,8 d/\delta$ für die Beziehungen (30) und (35a). Für $d \ll \delta$ und $d \gg \delta$ schmiegt sich p nach (37) gut diesen beiden Zahlenfaktoren an. Der Übergang im Gebiet $d \approx \delta$ ist willkürlich entsprechend Abb 5 gewählt worden im Einklang mit der früheren Festlegung von p , die durch viele Versuchsergebnisse über die gemessenen Höchstwerte der Koerzitivkraft bei „kritischer“ Teilchengröße $d \approx \delta$ gestützt wurde. Besondere systematische Versuche über diese Zusammenhänge können künftig Aufschluß darüber geben, ob sich genauere theoretische Rechnungen für das Gebiet $d \approx \delta$ lohnen.

Auf die physikalische Bedeutung des Zahlenfaktors p ist schon früher im Zusammenhang mit den experimentellen Erfahrungen ausführlich ein-

gegangen worden [2] Für $p_{\max} \approx 0,7$ erhält man nach (36) bei vorgegebenen Volumanteil α der heterogenen Gefügeteilchen auch theoretisch einen Höchstwert der Koerzitivkraft, und zwar

$$(H_c)_{d \approx \delta} = 2,5 \frac{K}{M_s} \alpha^{2/3} \tag{38}$$

Das entspricht der alteren Erfahrung aus der Entwicklungsgeschichte der Dauermagnete, nach der es eine für dieses Anwendungsgebiet „kritische“ Teilchengröße gibt, welche die jeweils erzielbaren Höchstwerte der Koerzitivkräfte liefert, vgl. besonders [16] und [17]. Der kritische Teilchendurch-

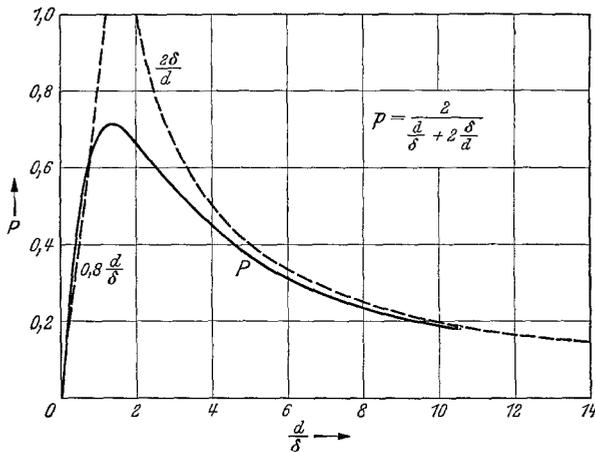


Abb 5 Dispersitätsfaktor p , der den Einfluß des Teilchendurchmessers d auf die Koerzitivkraft angibt. Höchstwerte der Koerzitivkraft bei „kritischem“ Teilchendurchmesser in der Größenordnung $d \approx \delta$ (= Wanddicke = $0,35 \cdot 10^{-5}$ cm bei Fe)

messer sollte nach der vorliegenden Theorie bei Eisen in der Umgebung von $d_{\text{krit}} \approx 1,4 \delta_{90^\circ} = 0,5 \cdot 10^{-5}$ cm liegen. Daß (38) zahlreiche gemessene Höchstwerte H_c in Abhängigkeit von dem jeweils vorgegebenen Volumanteil α der Fremdstoffteilchen quantitativ befriedigend wiedergibt, wurde in [2] schon nachgewiesen mit dem etwas kleineren Faktor 1,8 statt 2,5.

Auf eine aus äußeren Gründen vorzeitig abgebrochene Versuchsreihe zur unmittelbaren Ausmessung der Teilchendurchmesser in diesem kritischen Gebiet mit Hilfe des Übermikroskops kommen wir unten zurück. Gewisse bekannte Befunde stehen mit dem theoretisch gewonnenen Zahlenwert in gutem Einklang, vgl. z. B. [2, S. 65 ff.]. Eine systematische experimentelle Nachprüfung fehlt meines Wissens noch.

Über die früheren Mitteilungen [2, 3] hinaus interessiert hier der zahlenmäßige Unterschied zwischen der Formel (26) für die 90° -Wand (1) und der entsprechenden früher ungenauer abgeschätzten Gleichung

$$H'_c = 2,5 \frac{bK}{M_s} p' \cdot \sigma'^{1/2} \quad (36a)$$

mit

$$p' = \frac{2}{\frac{d}{\delta'_{180^\circ}} + 2 \frac{\delta'_{180^\circ}}{d}} \quad (37a)$$

für die 180°-Wand [2, S 40 Gl (26)]

Der damals nicht berechnete Zahlenfaktor b war bisher bei Zahlenrechnungen in großenordnungsmaßiger Annäherung gleich 1 gesetzt worden. Mit $b = 1$ und mit $\delta'_{180^\circ} \approx 2 \delta'_{90^\circ} = 1,7 \delta_{90^\circ}$ ergeben (36a) und (37a) im Bereich $d \gg \delta$

$$H'_c = 8,5 \frac{K}{M_s} \frac{\delta_{90^\circ}}{d} \alpha'^{1/2}, \quad (d \gg \delta)$$

Anstatt 8,5 wurden (36) und (37) für $d \gg \delta$ den Zahlenfaktor 7 liefern. Dieser Unterschied ist mindestens bei dem heutigen Stande der Theorie ohne praktische Bedeutung. Für $d \ll \delta$ folgt aus (36a) und (37a)

$$H'_c \approx 1,5 \frac{K}{M_s} \frac{d}{\delta_{90^\circ}} \alpha'^{1/2}, \quad (d \ll \delta)$$

Die genauere Berechnung in der vorliegenden Arbeit ergibt mit (36) und (37) anstatt 1,5 den Faktor 3,5, also eine reichlich doppelt so große Koerzitivkraft wie nach der früheren Abschätzung. Hierbei ist zu beachten, daß dieser Unterschied im wesentlichen nicht auf unseren modellmäßig scharfer festgelegten Voraussetzungen beruht, sondern auch im Rahmen der früheren Abschätzungen aufgetreten wäre, weil im Falle $d \ll \delta$ unter sonst gleichen Verhältnissen die 90°-Wandverschiebungen eine mehr als doppelt so große Koerzitivkraft ergeben wie die 180°-Wandverschiebungen. Dies folgt ohne weiteres aus dem Vergleich der auf Grund analoger Modellannahmen für die 180°- und für die 90°-Wandverschiebung berechneten Zahlenfaktoren in Gl (23) von [2] und in Gl (35) dieser Arbeit, wenn man noch den in [2, S 39] erwähnten genaueren Zahlenfaktor 1,25 und den Unterschied zwischen δ_{180° in [2] und δ_{90° nach (25) berücksichtigt. Die bekannten experimentellen Unterlagen geben keinen Hinweis darauf, ob bei sehr kleinem Teilchendurchmesser ($d \ll \delta$) die irreversiblen 180°-Wandverschiebungen – wie man nunmehr vermuten konnte – gegenüber den etwas stärker gehemmten 90°-Wandverschiebungen begünstigt werden. Bevor die vielen experimentellen Fragestellungen, welche durch die neuen theoretischen Ansätze aufgeworfen worden sind, nicht in größerem Umfange durch planmäßige Versuche verfolgt werden, erscheint es kaum zweckmäßig, derartige theoretischen Ergebnisse zu diskutieren und

weiter auszubauen. Für die Vervollständigung der Theorie müssen außerdem die Ergebnisse der neueren, in Deutschland leider noch nicht genügend zugänglichen ausländischen Arbeiten abgewartet werden.

Zur Veranschaulichung der theoretischen Formeln und zur Ergänzung der früheren Vergleiche mit Versuchsbefunden mögen jedoch noch die folgenden Hinweise dienen.

7 Einige weitere Vergleiche zwischen Theorie und experimenteller Erfahrung

Für eine planmäßige Prüfung der Theorie müssen verschiedene experimentelle Wege beschritten werden, welche teilweise schon in [2] vorgeschlagen worden sind. Die recht befriedigend ausgefallenen Vergleiche der Theorie mit älteren bekannten Meßergebnissen der Literatur reichen besonders deshalb nicht aus, weil bisher nur in wenigen Fällen für gleiche Werkstoffproben die gemessenen Koerzitivkräfte und außerdem Schliffbilder zum Ausmessen der Teilchengröße vorliegen. Insbesondere fehlten damals auch einwandfreie Schliffbilder für Teilchengrößen in der Umgebung des kritischen Durchmessers, wo nur das Übermikroskop brauchbar ist. Lediglich für nadelförmige Eisennitrid-Ausscheidungen konnten in [2] aus dem bekannten Volumenanteil σ und den im Schliffbild gemessenen Teilchenabständen die Teilchendurchmesser abgeschätzt werden, wobei sich angenähert kritische Durchmesser und damit in guter Übereinstimmung fast die mit (38) für verschiedene Volumenanteile α berechneten Höchstwerte $(H_c)_{d \approx \sigma}$ ergaben.

Die somit sehr erwünschten Untersuchungen mit dem Übermikroskop parallel zu magnetischen Messungen habe ich gemeinsam mit H. BUMM und H. G. MÜLLER im Jahre 1944 aufgenommen¹, und zwar zunächst an Stahlproben mit Kohlenstoffgehalten bis zu etwa 1 Gew.-% C. Kurz vor der Veröffentlichung der Versuchsergebnisse, welche für kugeligen Zementit (Fe_3C , vgl. [2] und [3]) eine ausgezeichnete Bestätigung der Theorie brachten, wurden alle Unterlagen, Originalplatten und Abzüge durch Kriegsfolgen zerstört. Die Versuche konnten nach dem Kriege wegen der Demontage der Mikroskope bisher nicht wiederholt werden². Für Fachgenossen mit jetzt günstigeren Arbeitsmöglichkeiten kann ein kurzer Erinnerungsauszug aus unseren damaligen Versuchen nützlich sein.

Die Proben lagen in Stabform vor und wurden in bekannter Weise durch Pendelgluhungen bei etwa 700° C so behandelt, daß sich kugeliges Ze-

¹ Als Forschungsarbeit der Entwicklungsabteilung für magnetische Werkstoffe der Siemens & Halske AG.

² Herrn Dr. E. RUSKA und Herrn Dr. B. v. BORRIES danke ich für die uns gewährte Hilfe und Beratung in ihrem damaligen Laboratorium für Elektronenoptik der Siemens & Halske AG.

mentit mit wenig schwankendem Kugeldurchmesser bildete. Durch geringe Variation der Glühbehandlung konnten Stahlproben mit verschiedenen Kugelgrößen, ungefähr zwischen 0,2 und 2 μm Durchmesser, gewonnen werden. Von diesen Proben wurden jeweils Schliffe hergestellt und so geätzt, daß die Schnittflächen der vom Atzmittel weniger angegriffenen Zementitkugeln etwas aus dem umgebenden Eisen hervorrugten. In diesem Zustande wurden in bekannter Weise Lackabzüge hergestellt, die als Objekt für das Übermikroskop dienten. Auf den positiven Photoabzügen erschienen dann die Schnitte der Zementitkugeln als deutliche helle Kreisscheiben auf dunklem Grunde. Die lineare Vergrößerung betrug meist 1 5000. Für die nicht mehr aufgenommenen kleinen Teilchendurchmesser in der Umgebung des kritischen Durchmessers ($\approx 0,05 \mu\text{m}$ bei Fe) waren höhere Vergrößerungen vorgesehen.

In dem untersuchten Bereich der Kugeldurchmesser lagen die gemessenen Koerzitivkräfte meiner Erinnerung nach etwa 20 bis 50% höher als die nach der Theorie (Gl. (36)) berechneten H_c -Werte, wenn man in (37) den Mittelwert der Kreisscheibendurchmesser einsetzte. Eine genauere Analyse der Schliffbilder zur Bestimmung der „wahren“ mittleren Durchmesser d oder des für H_c wirksamen, bei $d > \delta$ kleineren „effektiven“ Mittelwertes von d wurde durch die erwähnten Kriegsfolgen verhindert. Es wäre sehr erwünscht, wenn derartige Versuche zur Prüfung der Theorie und zugleich als Grundlage für ihren notwendigen weiteren Ausbau irgendwo neu aufgenommen würden.

Für Eisen mit kugeligem Zementit gelten folgende Zahlenwerte

$$M_s = 21,4 \text{ kG}, \quad K = 1,4 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3,$$

$$\delta_{90^\circ} = 0,35 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \quad \alpha = 0,16 \frac{z}{\text{Gew.}\% \text{ C}},$$

(z. B. $\alpha = 0,16$ bei 1 Gew.-% C)

und mit (36) und (37)

$$H_c = 3,5 \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \text{ Ws cm}^2}{21,4 \cdot 10^{-5} \text{ Vs cm}^3} p = 0,16^{2/3} \left(\frac{z}{\%}\right)^{2/3}$$

$$= 68 \quad p \left(\frac{z}{\%}\right)^{2/3} \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

$$= 85 \quad p \left(\frac{z}{\%}\right)^{2/3} \text{ Orsted}$$

Für $d = 1 \mu\text{m}$, also $d/\delta \approx 30$ gilt nach (37) $p = 1/15 = 0,07$ und somit $H_c = 6 \left(\frac{z}{\%}\right)^{2/3}$ O, d. h. bei 1% C in Form von kugeligem Zementit mit $d = 1 \mu\text{m}$ wäre zu erwarten $H_c \approx 6$ O, vgl. [3, Abb. 3]¹

¹ Fe₃C ist ferromagnetisch, erfüllt also eigentlich nicht die hier angenommenen Voraussetzungen. Der bekannte Temperaturgang der Koerzitivkraft gegluhter Kohlenstoffstähle (s. z. B. [2, S. 77]) zeigt jedoch bei der Curietemperatur (215° C)

Schließlich können wir auf Grund von zusammengehörigen Schliffbildern und magnetischen Messungen von MESSKIN und SOMIN [18] einen Vergleich zwischen theoretisch berechneten und gemessenen H_c -Werten für Eisen-Titan-Legierungen mit feindispersen Ausscheidungen aus Fe_3Tl nachtragen

MESSKIN und SOMIN haben an Legierungsproben nach Ausscheidungshärtung $H_c = 5 \text{ O}$ bei 4% Tl und $H_c = 11,5 \text{ O}$ bei 6% Tl gemessen. Die in der Arbeit wiedergegebenen Schliffbilder (Fig 5a und 5b) lassen die Größenordnung der heterogen ausgeschiedenen Fe_3Tl -Teilchen erkennen. Wir berechnen aus den gemessenen H_c -Werten nach (36) und (37) die „theoretischen Durchmesser“ d und vergleichen sie mit d_{gem} aus den Schliffbildern. Es ist allerdings nur eine geringe Genauigkeit dieses Vergleiches möglich, da die Qualität der Schliffbilder und die Vergrößerung ($340\times$) nicht den für unseren Zweck erwünschten Anforderungen entsprechen.

Nach [2, S 69, Fußnote] ergibt (36) für Fe_3Tl bei $d \gg \delta$

$$H_c = 7 \frac{K}{M_s} \frac{\delta_{90^\circ}}{d} \left(\frac{5,6}{100} \frac{\Delta z}{\%} \right)^{2/3},$$

wobei Δz den Gewichtsanteil Fe_3Tl bedeutet, der die Löslichkeitsgrenze bei etwa 3% Tl überschreitet. Bei 6% Tl-Gehalt der Legierung gilt also $\Delta z = 3\%$, entsprechend dem Volumanteil $\alpha = 5,6 \cdot 3\% = 17\%$. Der Umrechnungsfaktor 5,6 für den Übergang von Volumenanteilen α auf Gewichtsanteile z läßt sich in bekannter Weise elementar berechnen, wenn man die chemische Formel und die Dichte der heterogenen Teilchen und die durchschnittliche Dichte der Legierung kennt, vgl [2, S 47]. Für K und M_s müssen die Werkstoffkonstanten des Mischkristalls mit 3% Tl eingesetzt werden. Sie unterscheiden sich nach MESSKIN und SOMIN nicht wesentlich von denen des reinen Eisens, so daß wir zur Abschätzung wie bei Eisen $K = 1,4 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3$ und $M_s = 21,4 \text{ kG}$ annehmen dürfen. Die genauen Zahlenwerte für den Mischkristall mit 3% Tl können aus der erwähnten Literaturstelle nicht zuverlässig entnommen werden. Wir erhalten demnach für die Fe-Tl-Legierungen

$$\begin{aligned} H_c &= 7 \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \text{ Ws cm}^3}{21,4 \cdot 10^{-5} \text{ Vs cm}^3} \frac{0,35 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}{d} 0,147 \left(\frac{\Delta z}{\%} \right)^{2/3} \\ &= \frac{2,3 \cdot 10^{-4}}{d} \left(\frac{\Delta z}{\%} \right)^{2/3} \quad A = \frac{3}{d/\mu\text{m}} \left(\frac{\Delta z}{\%} \right)^{2/3} \text{ O} \end{aligned}$$

von Fe_3C keinen Sprung oder erheblichen Knick. Dies beweist, daß Fe_3C auch unterhalb 215° die Koerzitivkraft sehr angenähert ebenso beeinflusst wie gleich große nichtferromagnetische Gefügeteilchen. Bei dem weiteren Ausbau der Theorie wird dieses Verhalten noch in den Einzelheiten verständlich werden. Als Erklärung genügt vorläufig die Tatsache der sehr kleinen Permeabilität des magnetisch harten Zementits.

oder zur Abschätzung der „theoretischen“ Teilchendurchmesser d aus der gemessenen Koerzitivkraft H_c

$$d = \frac{3}{H_c/O} \left(\frac{\Delta z}{\%} \right)^{2/3} \mu\text{m}$$

Damit ergeben sich im vorliegenden Falle folgende Zahlenwerte

Ti Gew %	Δz %	$\left(\frac{\Delta z}{\%} \right)^{1/3}$	H_c gemessen	d aus H_c	$d \times 340$
4	1	1	5 O	0,6 μm	0,2 mm
6	3	2,1	11,5 O	0,55 μm	0,2 mm

Die beiden entsprechenden Schliffbilder mit 340-facher Vergrößerung [18] lassen mittlere Teilchendurchmesser in der Größenordnung dicht unter 1 μm , entsprechend $d = 3 \mu\text{m}$, erkennen. Es sind aber auch zahlreiche kleinere Teilchen bis zu etwa 0,2 mm im Schliffbild zu sehen. Im vorliegenden Falle $d > \delta$ wird die Koerzitivkraft vorwiegend durch die Teilchengrößen *unter* dem arithmetischen Mittel bestimmt. Für eine genauere Auswertung reicht die optische Qualität der Schliffbilder nicht aus. Der hier vorgenommene großordnungsmaßige Vergleich macht jedenfalls zusammen mit den früheren Vergleichen eine experimentelle Bestätigung der abgeleiteten theoretischen Beziehungen durch künftige planmäßige Versuche sehr wahrscheinlich. Auch im vorliegenden Falle ist ein erheblicher Einfluß des magnetischen Streufeldes in den Fremdstoffteilchen praktisch nicht spürbar. Das steht im Einklang mit den früheren anderen zahlenmäßigen Vergleichen [2, 3] und wird durch die oben erwähnten neueren Untersuchungen von NEEL und von WILLIAMS [8, 9] nachträglich bestätigt. Es gibt in der Literatur noch einige weitere Schliffbilder mit dazugehörigen Meßwerten der Koerzitivkraft (Eisen mit Ausscheidungen von Fe_7Mg_6 [18] und Fe_3P [19]). Dort findet man die gleiche großordnungsmaßige Bestätigung der Theorie wie in dem hier erläuterten Fall des Fe_3Ti .

8 *Schlußbemerkungen*

In der vorliegenden Arbeit wurde nur eine eng begrenzte Teilfrage aus demjenigen Gebiet des Ferromagnetismus behandelt, welches einer neuartigen theoretischen und experimentellen Bearbeitung auf der Grundlage der Fremdkörpertheorie zugänglich ist. Sobald auch in Deutschland die neue ausländische Fachliteratur vollständig zugänglich ist, werden wir übersehen, wie weit die zahlreichen weiteren Möglichkeiten zu einem umfassenden Ausbau der Fremdkörpertheorie der Hystereseschleife inzwischen im Ausland schon verfolgt worden sind. Auf einzelne solche Möglichkeiten sei abschließend noch hingewiesen.

Die oben abgeleiteten theoretischen Beziehungen für die Grenzfeldstarke H_0 und die (normale) Koerzitivkraft H_c gingen von der Voraussetzung der 90° -Wandverschiebung bei eisenähnlicher magnetischer Kristallsymmetrie aus. Manche technisch wichtigen Werkstoffe, z. B. Nickel und Eisennickellegierungen mit 100 bis etwa 70% Ni¹, haben eine andere magnetische Symmetrie mit Vorzugslagen parallel zu den Raumdiagonalen. Auch in diesen Fällen mußten die hier abgeleiteten Formeln für die Koerzitivkraft angenähert gültig bleiben, für den weiteren Ausbau der Theorie und die Aufdeckung oder Deutung feinerer Einzelheiten darf man jedoch auf genauere Rechnungen für diese anderen Voraussetzungen nicht verzichten.

Weiterhin ist die Theorie der reversiblen Permeabilität, insbesondere der Anfangspermeabilität, über die in [3] für das Gebiet $d \gg \delta$ schon enthaltenen Ansätze hinauszuführen. Wie in [3] angedeutet wurde, ergibt sich dabei eine einfache quantitative Erklärung für den Einfluß der Überstruktur auf Anfangspermeabilität und Koerzitivkraft der Permalloy-Legierungen, d. h. eine Lösung des sogenannten „Permalloy-Problems“. Im Gegensatz zu der Theorie der Koerzitivkraft enthalten die Gleichungen für die Anfangspermeabilität als weitere Werkstoffkonstante die „Besetzungszahl“, die angibt, welcher Anteil der *möglichen* Haftstellen von Blochwänden im Ausgangszustand wirklich mit Wänden besetzt ist. Diese Besetzungszahl wurde schon in [3] auf die absolute Dicke der lamellenförmig angenommenen Weißschen Bezirke zurückgeführt. Somit geht die absolute Größe der Weißschen Bezirke, welche für die Koerzitivkraft im allgemeinen unwesentlich zu sein scheint, in die Theorie der reversiblen Permeabilität ein. Daraus ergeben sich entsprechende Forderungen an die experimentelle Prüfung der Theorie. Aus den neuen Mikroaufnahmen von *Bitterstreifen*, die WILLIAMS hergestellt hat [9], kann die wenig schwankende Dicke der Weißschen Bezirke für den dort vorliegenden Fall leicht ausgemessen werden.

Bei diesem weiteren Ausbau der Theorie im Zusammenhang mit systematischen Experimenten sind natürlich die bisher vernachlässigten Wirkungen der Wandwölbung und des inneren magnetischen Streufeldes an den Fremdstoffteilchen zu berücksichtigen, ferner ist die Rechnung für beliebige Lagen der Wand (vgl. Abb. 2 und Abb. 3) durchzuführen. Auch die gleichzeitige Wirkung von 90° - und 180° -Wänden oder anderen möglichen Winkelunterschieden wäre zu beachten.

Auf die wichtige Rolle des Temperatureinflusses für die experimentelle Prüfung der Theorie ist in [2] und [3] bei der Deutung des Temperaturganges der Koerzitivkraft und der Anfangspermeabilität von Kohlenstoffstahl bereits näher eingegangen worden. In dieser Richtung sind weitere

¹ Genauer 100 bis 76 bzw. 65% Ni, je nach dem Grade der Überstruktur

wichtige Aufschlüsse zu erwarten, wenn man Legierungen oder Elemente mit besonders großer Temperaturabhängigkeit der Kristallenergie K untersucht¹

Ferner muß man theoretisch und experimentell eine allgemeinere räumliche Verteilung, die Grobenschwankungen der Fremdstoffteilchen und verschiedene äußere Formen (z. B. Stabchen und Platten) berücksichtigen. Die früheren Abschätzungen und Vergleiche mit Meßergebnissen für stabchenförmige Teilchen sind durch allgemeinere Betrachtungen zu ergänzen. Diese Aufgaben erfordern den Einsatz statistischer Verfahren bei der Verfeinerung der bisher stark vereinfachten Grundlagen der Theorie. Auch der Einfluß der Korngrenzen im vielkristallinen Werkstoff mußte später vielleicht in eine allgemeine Theorie einbezogen werden.

Eine allgemeine Theorie der Hystereseschleife darf sich natürlich nicht beschränken auf Zustände mit sehr schwachen Eigenspannungen (σ_i). Durch die Berücksichtigung endlicher Eigenspannungen wird die Theorie im allgemeinen recht verwickelt, weil die Eigenspannungen beide Glieder der Gleichung (2) beeinflussen (vgl. [2]).

Mit diesen Aufgabestellungen ist das jetzt vorliegende Arbeitsprogramm für die theoretische und experimentelle Forschung keineswegs vollständig umrissen. Man braucht nur an die Theorie der Hysterese im Bereich schwacher Felder ($H < H_c$) oder an die magneto-elastischen Erscheinungen zu denken, die schon wegen ihrer großen technischen Bedeutung auf der modellmäßigen Grundlage der Fremdkorpertheorie quantitativ behandelt werden sollten. Solche weiteren Aufgaben sind für den Fachmann dieses Spezialgebietes so naheliegend, daß sie hier nicht näher aufgezählt zu werden brauchen.

Ich habe einige der hier erwähnten theoretischen Aufgaben vor Ende des Krieges über die bisher veröffentlichten Ergebnisse hinaus bearbeitet und damals auch in dem oben erwähnten Kolloquium vorgetragen (in Stichworten: Wandwölbung, Permeabilität für $d \ll \delta$ und d beliebig, Überstruktur und Permalloy-Problem). Die durch die Ungunst der äußeren Verhältnisse aufgeschobene Veröffentlichung dieser Ergebnisse soll nach Kenntnis und Berücksichtigung der neuen ausländischen Arbeiten möglichst bald nachgeholt werden.

Wegen der Rolle der vorliegenden Abhandlung als Geburtstagsglückwunsch sei es mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Prof. Dr. R. BECKER herzlich dafür zu danken, daß er mich während meines Studiums mit den großen, von PREISACH entdeckten BARKHAUSENSPRUNGEN an rechteckförmigen Hystereseschleifen von einem anderen interessanten Arbeitsgebiet

¹ Vgl. den Hinweis auf bisher nicht veröffentlichte Untersuchungen von W. GERLACH in [3, S. 74, Fußnote].

zu diesen Fragen des Ferromagnetismus hingezogen hat. Die Beschäftigung mit dieser „Dreckphysik“ hat mir auch in Notzeiten stets eine Quelle besonderer Freuden offengehalten.

Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Dresden, am 22. August 1947

Nachtrag bei der Korrektur Nach dem Einreichen der vorliegenden Arbeit ist mir der wohl wesentlichste Teil der vorher sehr vermißten ausländischen Literatur zugegangen. Die umfangreichen Arbeiten von NEEL bringen im Anschluß an meine früheren Ansätze so tiefgreifende Verbesserungen und Erweiterungen, daß eine vollständige Umarbeitung der vorliegenden Mitteilung – von Abschnitt 4 ab – geboten erschien. Nicht ohne Bedenken mochte ich jedoch unter den besonderen Zeitverhältnissen von einer Zurücknahme der Arbeit absehen, um damit den gegen Ende des Krieges in dem engeren deutschen Fachkreise erreichten Stand zu schildern und auf die unabhängig von NEEL bereits von M. KORNETZKI erkannte und von R. BECKER genauer berechnete Wirkung des Streufeldes an den Fremdstoffteilchen hinzuweisen. Die theoretischen Untersuchungen von NEEL eröffnen übrigens eine Fülle klarer experimenteller Fragestellungen, von deren Lösung in Zusammenhang mit der Theorie eine erhebliche Vertiefung der Physik der ferromagnetischen Hystereseschleife zu erwarten ist. Wichtigste weitere Literatur: L. NEEL, Ann Univ Grenoble **22**, 299 (1946), H. J. WILLIAMS, Phys Rev **71** 646 (1947).

Physikalisches Institut der Universität Jena, Juni 1948

Schrifttum

- [1] BECKER, R u W DÖRING Ferromagnetismus, Berlin J Springer 1939 – [2] KERSTEN, M Grundlagen einer Theorie der ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft, 1 und 2 Aufl., Leipzig S Hirzel, 1943 und 1944 – [3] KERSTEN, M Phys ZS **44**, 63 (1943) – [4] BLOCH F ZS f Phys **74**, 295 (1932) – [5] DÖRING, W ZS f Phys **108**, 137 (1938) – [6] DÖRING, W u H HAAKE Phys ZS **39**, 865 (1938) – [7] BECKER, R u M KORNETZKI Kolloquiumvortrag 1944, nicht veröffentlicht – [8 u 9] NEEL, Louis u H J WILLIAMS Kurze Hinweise ohne Literaturstelle im Juli 1947 von R. M. BOZORTH brieflich erhalten, vermutlich erschienen in Phys Rev (s. Nachtrag am Schluß d. A.) – [10] SIXTUS, K u L TONKS Phys Rev **37**, 930 (1931) [11] PREISACH, F Ann d Phys **3**, 737 (1929) – [12] SIXTUS, K Phys Rev **48**, 425 (1935) – [13] KERSTEN, M ZS f techn Phys **12**, 668 (1931) – [14] HEISENBERG, W ZS f Phys **49**, 619 (1928) – [15] Probleme der technischen Magnetisierungskurve, herausgegeben von R. BECKER, Berlin J Springer 1938 – [16] KOSTER, W ZS f anorg Chem **179**, 297 (1929) – [17] KOSTER, W Arch f Eisenhüttenwes **2**, 503 (1928/29) – [18] MESSKIN, W S u B E SOMIN ZS f Phys **98**, 617, 618 (1935/36) – [19] KOSTER, W Arch f Eisenhüttenwes **4**, 609 (1931)