

Die optimale Projektierung eines magnetischen Kreises mit Dauermagnet für Lautsprecher

A. TIMOTIN und M. MARINESCU, Bukarest

Übersicht: Der magnetische Kreis des Lautsprechers ist eine wichtige Anwendung der harten Ferrite. Das Kennen des magnetischen Streuflusses und folglich die optimale Projektierung dieses magnetischen Kreises ist von großer Bedeutung, wenn man das mögliche Magnetstoffersparnis berücksichtigt. In der vorliegenden Arbeit wurde eine Methode zur Optimierung des magnetischen Kreises mit Dauermagnet für Lautsprecher angegeben, wobei die Berechnungen durch die Integration der Feldgleichungen durchgeführt werden.

Contents: The magnetic circuit of the loudspeakers is an important application of hard ferrites. The knowledge of the magnetic leakage flux and consequently the optimum design of this magnetic circuit is of great importance, because of the possible economy of magnetic materials. In this paper a method for optimisation of magnetic circuits with permanent magnet for loudspeakers is presented. The calculations were performed by integration of field equations.

Übersicht der verwendeten Symbole

| | | | |
|--|--|---|---|
| <p>A</p> <p>A_δ</p> <p>$a, b, c, d, g, h, l, \delta$</p> <p>$a^0 = a + \delta^0$</p> <p>$a^* = a + \delta^*$</p> <p>$B_m = B$</p> <p>$B_\delta$</p> <p>$F$</p> <p>$G$</p> <p>$H_m = -H$</p> <p>$k_n$</p> <p>$P_m$</p> <p>$P_0$</p> <p>$V_I, V_{II}, V_{III}$</p> <p>$V_0$</p> <p>$v$</p> <p>$v_\delta$</p> | <p>Querschnitt des ringförmigen Dauermagneten</p> <p>Querschnitt des Luftspaltes</p> <p>Abmessungen des magnetischen Kreises (Bild 2)</p> <p>mittlere Induktion im Inneren des Dauermagneten</p> <p>Induktion im Luftspalt</p> <p>hypergeometrische Funktion</p> <p>Hilfsfunktion für die Berechnung der Streuung im Bereich III</p> <p>mittlere Feldstärke im Inneren des Dauermagneten</p> <p>Nutzfaktor</p> <p>optimaler Betriebspunkt (Bild 1)</p> <p>maximaler Punkt der Kennlinie $B_m = f(B_m H_m \mu_0)$ (Bild 1)</p> <p>magnetische Potentiale der inneren (I), oberen (II) und äußeren (III) Zone</p> <p>magnetisches Potential der Polplatte</p> <p>Volumen des Dauermagneten</p> <p>Volumen des Luftspaltes</p> | $T = \sqrt{\frac{v}{\pi a^3} \left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m} \right) \frac{\delta}{d}}$ <p>u_2</p> <p>z, r</p> <p>δ^0</p> <p>δ^*</p> <p>$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$</p> <p>$\sigma$</p> <p>$\Phi_0$</p> <p>$\Phi_I, \Phi_{II}, \Phi_{III}$</p> <p>$\Phi_n$</p> <p>$\Phi_s$</p> <p>$\Phi^* = 4 a V_0 \mu_0$</p> <p>$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1, \psi_2, \psi_3$</p> | <p>Hilfsveränderliche (Beziehung (24))</p> <p>zylindrische Koordinaten</p> <p>äquivalenter Luftspalt, der eine Potentialstufe bestimmt, die durch die äußere Fläche des Bolzens denselben Fluß wie das reelle Potential erzeugt</p> <p>äquivalenter Luftspalt, der eine Potentialstufe bestimmt, die durch das Ende des Bolzens denselben Fluß wie das reelle Potential erzeugt</p> <p>(H/m) Vakuumpermeabilität</p> <p>Strefaktor</p> <p>Gesamtfluß, der in den Magneten durch seine Basis eindringt</p> <p>Teilstreuflüsse (Bild 2)</p> <p>Hauptfluß im Luftspalt</p> <p>gesamter Streufluß</p> <p>magnetischer Bezugsfluß</p> <p>Hilfsfunktionen für die Berechnung der Streuung im Bereich I.</p> |
|--|--|---|---|

1. Einleitung

Die rasche Entwicklung der Produktion der harten Ferrite führte zu einer immer breiteren Verwendung der Dauermagnetkreise. Die Wahl der optimalen Konfiguration eines solchen magnetischen Kreises [1] um einen Höchstwert der Induktion B_δ im Luftspalt zu sichern – bei gegebener Menge und Kennlinie $B = f(\mu_0 H)$ (Bild 1) des magnetischen Stoffes – würde ein besonders einfaches Problem darstellen [2, 3, 4, 5], wenn man den Streufaktor σ oder den Nutzfaktor

$$k_n = 1 - \sigma = \frac{\Phi_n}{\Phi_n + \Phi_s} \quad (0 < k_n < 1) \quad (1)$$

kennen würde und ihn als konstant betrachten würde.

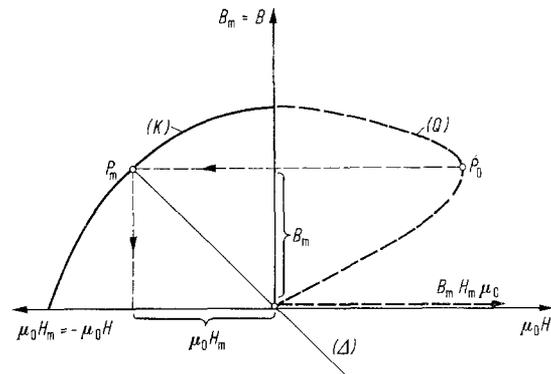


Bild 1. Die magnetischen Kennlinien eines harten magnetischen Materials

Unter Vernachlässigung der Ungleichförmigkeit des Magnetfeldes im Inneren des Dauermagneten ($B = B_m > 0$, $H = -H_m < 0$) und im Luftspalt ($B_\delta = \mu_0 H_\delta$), sowie der magnetischen Widerstände der Polplatte und des Polschuhs, führen die allgemeinen (linearen) Gesetze des magnetischen Feldes zu der Beziehung [1]:

$$B_m = \frac{1}{k_n} \cdot \frac{A_\delta}{A} \cdot \frac{h}{\delta} (\mu_0 H_m). \quad (2)$$

Im Schnittpunkt P_m dieser Entmagnetisierungsgerade (Δ) mit der graphisch bekannten Kennlinie (K) des magnetischen Stoffes (Bild 1) werden B_m und H_m bestimmt. In Abhängigkeit von diesen Werten und von den Volumen des Magneten $v = A h$ und des Luftspaltes $v_\delta = A_\delta \cdot \delta$, kann die Luftspaltinduktion in der Form

$$B_\delta = \sqrt{\frac{v}{v_\delta} (1 - \sigma)} B_m H_m \mu_0 = \sqrt{\frac{v}{v_\delta} k_n} B_m H_m \mu_0 \quad (3)$$

und die Höhe des Magneten in der Form

$$h = \delta \sqrt{k_n \cdot \frac{v}{v_\delta} \cdot \frac{B_m}{\mu_0 H_m}} \quad (4)$$

ausgedrückt werden.

Die Beziehung (3) zeigt, daß der Höchstwert der Luftspaltinduktion bei gegebenen v und v_δ erhalten wird, wenn:

a) Der Betriebspunkt P_m so gewählt wird, daß er dem Höchstwert des Qualitätskennwertes $B_m H_m \mu_0$ des magnetischen Stoffes entspricht (was graphisch durch die Einzeichnung der Kurve $B_m H_m \mu_0 = f(B_m)$ und durch die Identifizierung des maximalen Punktes P_0 erhalten wird (Bild 1);

b) der Nutzfaktor k_n ist maximal.

Wäre dieser Koeffizient konstant und bekannt, so würde die Beziehung (4) die Bestimmung der Höhe h des Dauermagneten erlauben. In Wirklichkeit hängt der Nutzfaktor in komplizierter Weise von der Höhe h des Magneten und von anderen geometrischen Parametern des magnetischen Kreises ab:

$$k_n = k_n(x_1, x_2, x_3, \dots). \quad (5)$$

Die Optimierung des magnetischen Kreises wird also durch das Suchen des Höchstwertes der Funktion (5) mit den Verbindungsbeziehungen (4) und:

$$v = A \cdot h \quad (6)$$

welche die Menge des verwendeten Materials bestimmt, erhalten. Wegen der Komplexität der Geometrie des magnetischen Kreises ist das Problem der Bestimmung des entsprechenden Streuflusses nicht einfach und kann nicht genau gelöst werden.

Manche Autoren [6, 7, 8] haben empirische oder halbempirische Verfahren vorgeschlagen, die aber meistens nicht genügend genau sind. In [8] schlägt der Verfasser ein Iterationsverfahren für die Berechnung des Streufaktors σ vor: unter Verwendung eines geschätzten Wertes für σ berechnet man zunächst die geometrischen Dimensionen des Magnetkreises für einen bestimmten Betriebspunkt des magnetischen Stoffes (B_m, H_m) nach Gleichung (2), hieraus mit Hilfe der üblichen halbempirischen Näherungsformel für die magnetischen Leitwerte (z. B. nach [6]) den Streufaktor, hiermit erneut die geometrischen Dimensionen usw. bis der Streufaktor einen konstanten Wert annimmt. Das Verfahren ist zwar eine Optimierungsmethode, deren Genauigkeit aber davon abhängt, wie gut der Verlauf der Feldlinien bekannt ist und wie genau die magnetischen Leitwerte geschätzt werden können. Die hier vorgeschlagene Methode ist genauer und führt zu einer optimalen Dimensionierung ohne Iterationen.

Sehr neue Veröffentlichungen [9, 10] befassen sich mit der numerischen Integration der Feldgleichungen. Im Vergleich mit diesen Arbeiten hat die vorliegende Arbeit den Vorteil, die Ausdrücke der Teilstreuflüsse in expliziter Form anzugeben, die mit elementaren Verfahren berechnet werden können und einer genügend breiten Klasse von rotationssymmetrischen Magnetkreisen entsprechen. Im Vergleich mit den Arbeiten, die für diese Magnetkreise die konforme Abbildung benutzen [11], verwendet man in der vorliegenden Arbeit die genaue Integration der Potentialgleichungen in zylindrischen Koordinaten immer, wenn der durch die konforme Abbildung (theoretisch nur für ebene Felder gültig) hervorgerufene Fehler unzulässig ist. Gleichzeitig schlägt die Arbeit ein neues Verfahren für die Vereinfachung der Grenzbedingungen des Potentials am Rande eines Luftspaltes (die Methode des äquivalenten unendlich kurzen Luftspaltes) vor. Zur Erregung des magnetischen Feldes im Luftspalt eines Lautsprechers können auch Ticonal-Magnete dienen, die aber im allgemeinen für Kernmagnetsysteme verwendet werden. Bei den Kernmagnetsystemen ist der Permanentmagnet ein Ticonal-Zylinder, der sich in einem „Topf“ aus Weicheisen befindet. Bei der Dimensionierung eines solchen Systems spielt der innere Streufluß eine wesentliche Rolle, wobei das äußere Streufeld sehr klein ist [12].

2. Voraussetzungen

Bild 2 zeigt die Bauteile des magnetischen Kreises eines Lautsprechers: der ringförmige Magnet M , die ringförmige Polplatte P , der Polschuh S und der

zentrale Bolzen ZB, alle aus Weicheisen. Der Bereich, in dem sich der Streufluß befindet, wurde in 3 verschiedene Zonen eingeteilt: die innere Zone (I), die obere Zone (II) und die äußere Zone (III). Da dieser Fluß sich hauptsächlich in der Nähe des Luftspaltes befindet, wirkt der genügend konventionelle Charakter der Begrenzung der Zonen II und III nicht auf den praktischen Wert der Ergebnisse ein.

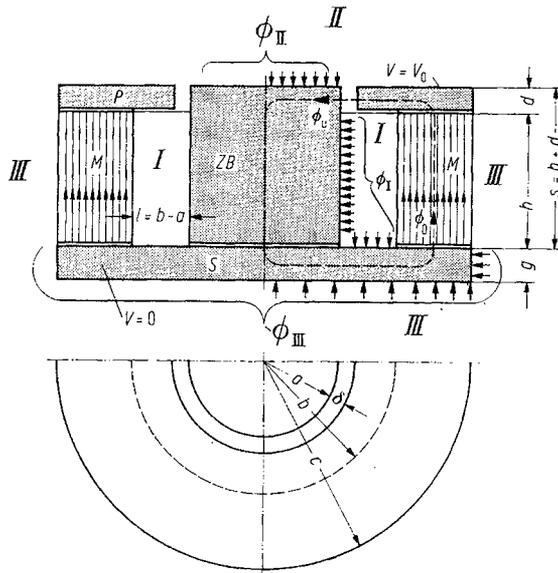


Bild 2. Magnetischer Kreis mit zylindrischer Symmetrie eines Lautsprechers mit Dauermagnet aus Ferrit (ringförmig)

Man kann schreiben:

$$\Phi_s = \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} \quad (7)$$

dabei ist Φ_I der Streufluß, der in die zylindrische seitliche Fläche (mit dem Halbmesser a und der Höhe h) des zentralen Bolzens sowie in die innere Fläche (mit der Form einer kreisförmigen Krone, mit den Halbmessern a und $b = a + l$) des Polschuhs S eindringt; Φ_{II} ist der Streufluß, der in die kreisförmige obere Fläche (mit dem Halbmesser a) des zentralen Bolzens eindringt; Φ_{III} ist der Streufluß, der in die äußere Fläche des Polschuhs eindringt.

Es ist eindeutig:

$$\Phi_s + \Phi_n = \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} + \Phi_n = \Phi_0 \quad (8)$$

Die Berechnungen werden unter Betrachtung der folgenden Werte für die Parameter, welche die geometrische Konfiguration des magnetischen Kreises bestimmen (siehe Bild 2) durchgeführt:

$$\left. \begin{aligned} 0,8 \leq \frac{h}{a} \leq 1,6; & \quad 1,2 \leq \frac{b}{a} \leq 3; \\ 0,5 \leq \frac{h}{l} \leq 5; & \quad 0,05 \leq \frac{\delta}{l} \leq 0,55 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

und manchmal unter Annahme, als Bezugswerte, folgender Abmessungen die den Luftspalt bestimmen, bedingt durch den angenommenen Lautsprechertyp:

$$a = 7,95 \text{ mm}; \quad \delta = 0,9 \text{ mm}; \quad d = 4,2 \text{ mm} \quad (10)$$

Für diesen Magnetkreis wird die Bedingung (6) wie folgt geschrieben:

$$v = \pi (c^2 - b^2) h = \pi a^2 h \left[\left(\frac{c}{a} \right)^2 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \quad (11)$$

oder

$$\frac{c}{a} = \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 + \frac{v}{\pi a^3} \cdot \frac{a}{h}} \quad (12)$$

und die durch den optimalen Betriebspunkt geforderte Bedingung (4) wird geschrieben:

$$h = \delta \sqrt{\frac{v}{2 \pi a \delta d} \cdot k_n \cdot \left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m} \right)} \quad (13)$$

oder

$$\frac{h}{a} = \sqrt{\frac{v}{\pi a^3} \cdot \left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m} \right) \cdot k_n \cdot \frac{\delta}{2 d}} \quad (14)$$

Die hauptsächlich vereinfachenden Näherungen und Hypothesen, die bei der Berechnung des Streuflusses angewendet werden, sind folgende:

a) Die Permeabilität der Anteile aus Weicheisen wird als unendlich angenommen, diese Anteile haben also konstante Potentiale. Das magnetische skalare Potential des Anteils Bolzen + Polschuh ($ZB + S$) wird als gleich Null angenommen und das Potential der Polplatte P gleich $V_0 = \frac{1}{\mu_0} \delta B_\delta$. Außerdem bezeichnet man mit:

$$\Phi^* = 4 a V_0 \mu_0 = 4 a \delta B_\delta \quad (15)$$

einen magnetischen Bezugsfluß.

b) Bei der Berechnung des magnetischen Potentials V_I aus der inneren Zone (I) nimmt man an, daß für $r = b$ (auf der inneren Seite des Ringmagneten) das magnetische Potential linear variiert, gemäß der Beziehung:

$$V_1(b, z) = \frac{z}{h} V(b, h) = \frac{z}{h} V_0 = \frac{z}{h} \cdot \frac{\Phi^*}{4 a \mu_0} \quad (16)$$

Diese Näherung entspricht derjenigen, daß sich der Fluß längs des Magneten konserviert und daher das magnetische Feld gleichmäßig ist. Die praktische Gültigkeit dieser Näherung wurde nachträglich überprüft, wobei der Streufluß der trotzdem durch die innere Seite des Magneten austritt, berechnet wurde und wobei man feststellte, daß dieser im Vergleich zum Fluß Φ_0 der Basis gering ist (Größenordnung 7%) was kleine Abweichungen von der linearen Verteilung des Potentials zur Folge hat.

c) Bei der Berechnung des magnetischen Potentials V_{II} aus der oberen Zone (II) nimmt man an, daß die Polplatte (P) unendlich radial ausgedehnt ist. Diese Näherung ist gerechtfertigt durch die Tatsache, daß der Fluß Φ_{II} durch das Ende des Bolzens ($r < a$) wenig von dem Verhalten des von der Symmetrieachse weiten Potentials ($r > c \gg a$) beeinflusst wird. Eine Auswertung des so stattgefundenen Fehlers wurde im Falle eines Problems mit ebener Symmetrie durchgeführt, d. h. im zweidimensionalen Feld. Die mit Hilfe einer konformen Abbildung durchgeführte Berechnung zeigt, daß — in den Grenzen (9) — der Fehler geringer als 1,6% ist.

d) Bei der Berechnung des magnetischen Potentials V_{III} aus der äußeren Zone (III) wird das Feld als zweidimensional betrachtet. Diese Näherung wird durch die Tatsache gerechtfertigt, daß die Feldzone, die für die Berechnung des Flusses Φ_{III} bezeichnend ist, sich in der Nähe der Oberfläche $r = c$ befindet u. zw. in einem genügend großen Abstand von der Achse um eine Näherung zwischen dem Feld mit zylindrischer Symmetrie und einem ebenen Feld durchzuführen. Gleichzeitig approximiert man bei der Berechnung des Potentials V_{III} in annehmbarer (praktisch linearer) Weise seine Veränderung auf der äußeren Fläche ($r = c$) des Dauermagneten.

e) Bei der Berechnung des magnetischen Potentials in den Zonen I und II, welche als Grenze Flächen des vom Luftspalt begrenzten Bereiches ($a < r < a + \delta$) annehmen, ersetzt man den reellen Luftspalt mit einer Dicke δ — an dessen Rand das Potential sich fortlaufend, monoton und rasch von $V = V_0$ für $r = a + \delta$ zu $V = 0$ für $r = a$ verändert — mit einem fiktiven äquivalenten unendlich kurzem Luftspalt, entsprechend einem Potentialsprung von V_0 zu 0, angeordnet in einem Punkt $r = a^*$ (siehe Bild 3) bzw. $r = a^0$ (siehe Bild 4), so gewählt, daß der unter diesen Bedingungen für eine bestimmte Oberfläche berechnete Streufluß praktisch unverändert sei. In Betracht ziehend, daß $\delta^* < \delta \ll a$ und $\delta^0 \ll a$ kann diese Äquivalenz für ein ebenes Feld mit genügend Genauigkeit festgelegt werden, welches unwesentlich vom reellen Feld, mit zylindrischer Symmetrie, in der Nähe des Luftspaltes verschieden ist. Diese ist die Methode des äquivalenten unendlich kurzen Luftspaltes, die ohne große Fehler die Grenzbedingungen des magnetischen Potentials am Rande des Luftspaltes wesentlich vereinfacht.

3. Die Berechnung der Streuflüsse $\Phi_I, \Phi_{II}, \Phi_{III}$

Die genaue Berechnung der Flüsse Φ_I, Φ_{II} und Φ_{III} (in den ausgesagten Voraussetzungen) ist in [13] ausführlich wiedergegeben. Zur Berechnung verwendete

man die Methode der Trennung der Veränderlichen und die Methode der konformen Abbildung. Die vorliegende Arbeit bringt nur die Aussage der zur Projektierung nützlichen Ergebnisse.

3.1. Der Teilstreufuß Φ_I

Für die Berechnung des Potentials V_I wurde die Laplacesche Gleichung in zylindrischen Koordinaten in dem Bereich I integriert:

$$\Delta V_I(r, z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_I}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_I}{\partial z^2} = 0. \quad (17)$$

Die Grenzbedingungen sind in Bild 3 dargestellt.

Für die Berechnung des Abstandes δ^* wurde eine konforme Abbildung des unteren Bereiches des Luftspaltes durchgeführt und es wurde die Bedingung gestellt, daß der magnetische Fluß, der in den zentralen Bolzen auf der Strecke $0 - h$ eintritt, im reellen Fall und im Falle der äquivalenten Potentialstufe derselbe sein soll. Auf diesem Wege [13] ergab sich:

$$\delta^* = 0,427 \delta. \quad (18)$$

Nach der Integration der Laplaceschen Gleichung für V_I kann man den Teilstreufuß berechnen, welcher

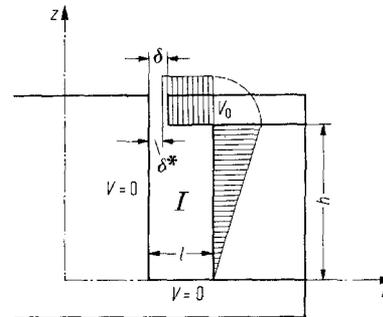


Bild 3. Grenzbedingungen für das magnetische Potential, im Bereich I

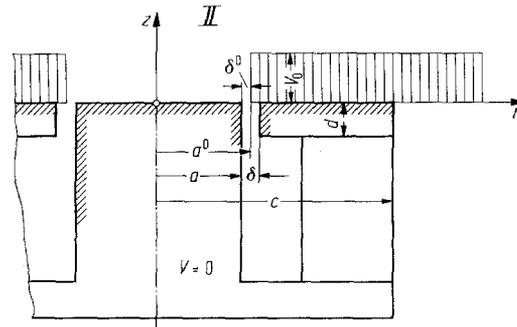


Bild 4. Grenzbedingungen für das magnetische Potential, im Bereich II

unter der Hypothese der Vernachlässigung einiger unwesentlicher Glieder, den Ausdruck hat:

$$\begin{aligned} \Phi_I \approx \Phi^* & \left[\ln 2 \left(\frac{b}{a} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right) + \sqrt{\frac{a^*}{a}} \cdot \frac{\pi \delta^*}{l} \cdot \ln \frac{1}{2 \sin \frac{\pi \delta^*}{2l}} \right. \\ & + \left(\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a^*}{a}} \cos \frac{\pi \delta^*}{l} \right) \cdot \frac{\sqrt{\frac{b}{a}} + 1}{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l}} \\ & + \left(\operatorname{th} \frac{\pi h}{2l} - 1 \right) + \sqrt{\frac{b}{a}} \sum_0^{\infty} \frac{2}{(2m+1) \operatorname{sh} (2m+1) \frac{\pi l}{h}} \\ & + \frac{b}{a} \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\operatorname{cth} \frac{n \pi l}{h} - 1 \right) \\ & - \sqrt{\frac{b}{a}} \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \operatorname{sh} \frac{n \pi l}{h}} - \frac{\pi}{96} \cdot \frac{h}{a} \left(4 + \frac{l}{a} \right) \\ & \left. - 0,0043 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(1 + 3 \frac{l}{a} \right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Zur Vereinfachung wurden folgende Anmerkungen eingeführt:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 \left(\frac{\delta}{l} \right) &= 0,427 \cdot \pi \frac{\delta}{l} \ln \frac{1}{2 \sin 0,427 \cdot \pi \cdot \delta / 2l}, \\ \psi_2 \left(\frac{b}{a}, \frac{\delta}{l} \right) &= \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{1 + 0,427 \frac{\delta}{l} \left(\frac{b}{a} - 1 \right)} \\ &\quad \cdot \cos 1,34 \frac{\delta}{l}, \\ \psi_3 \left(\frac{b}{a}, \frac{h}{l} \right) &= \frac{\sqrt{\frac{b}{a}} + 1}{\operatorname{sh} \pi h / l} + \operatorname{th} \frac{\pi h}{2l} - 1, \\ \varphi_1 \left(\frac{h}{l} \right) &= \sum_1^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sh} n \pi l / h}, \\ \varphi_2 \left(\frac{h}{l} \right) &= \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\operatorname{cth} \frac{n \pi l}{h} - 1 \right), \\ \varphi_3 \left(\frac{b}{a}, \frac{h}{l} \right) &= \frac{\pi}{96} \cdot \frac{h}{a} \left(3 + \frac{b}{a} \right) \\ &\quad + 0,0043 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(3 \frac{b}{a} - 2 \right) \end{aligned} \right\} (20)$$

mit welchen der Ausdruck des Flusses wird:

$$\begin{aligned} \Phi_I \approx \Phi^* & \left[\ln 2 \left(\frac{b}{a} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right) + \sqrt{\frac{a^*}{a}} \cdot \psi_1 \left(\frac{\delta}{l} \right) \right. \\ & + \psi_2 \left(\frac{b}{a}, \frac{\delta}{l} \right) \cdot \psi_3 \left(\frac{b}{a}, \frac{h}{l} \right) \\ & \left. + \sqrt{\frac{b}{a}} \varphi_1 \left(\frac{h}{l} \right) + \frac{b}{a} \cdot \varphi_2 \left(\frac{h}{l} \right) - \varphi_3 \left(\frac{b}{a}, \frac{h}{l} \right) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

In dieser Beziehung δ^* ist durch (18) gegeben und

$$\frac{a^*}{a} = 1 + \frac{\delta^*}{l} \left(\frac{b}{a} - 1 \right).$$

Die Funktionen $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ wurden für die Werte der Parameter in den Grenzen (9) berechnet und wurden in den Bildern 5, 6, 7, 8, 9, 10 dargestellt.

3.2. Der Teilstreufuß Φ_{II}

Für die Berechnung des Flusses Φ_{II} wurde die Laplacesche Gleichung für das magnetische Potential V_{II} in dem oberen Bereich (siehe Bild 4) in zylindrischen Koordinaten integriert, unter Annahme c).

Der Abstand δ^0 wurde durch die konforme Abbildung des oberen Bereichs des Luftspaltes berechnet und unter der Bedingung, daß die äquivalente Potentialstufe V_0 durch das Ende des zentralen Bolzens denselben Fluß wie das reelle Potential erzeugt. Die Äquivalenzbedingung der Flüsse ergab [13]:

$$\delta^0 \approx 0,33 \delta. \quad (22)$$

Der Streufuß durch das Ende des Bolzens ergibt sich infolge der Integration:

$$\Phi_{II} = \frac{\pi}{4} \cdot \Phi^* \cdot \frac{a}{a^0} \cdot F \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2; \frac{a^2}{a^0 2} \right) \quad (23)$$

mit $\frac{a}{a^0} = \frac{1}{1 + 0,33 \frac{\delta}{l} \left(\frac{b}{a} - 1 \right)}$. F ist die hypergeometrische Funktion der Argumente $3/2, 1/2, 2$ und $(a/a^0)^2$, die in Bild 11 in Abhängigkeit von dem Verhältnis δ/a dargestellt ist.

3.3. Der Teilstreufuß Φ_{III}

Die letzte Komponente des Streufusses ist diejenige, die aus der äußeren Oberfläche des Magneten und der oberen Polplatte austritt und sich durch den unteren Polschuh schließt (siehe Bild 12).

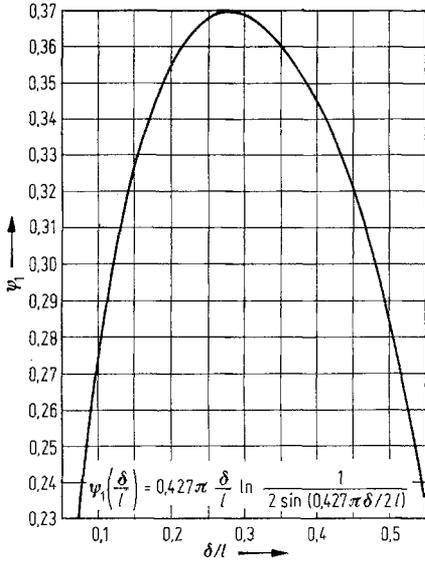


Bild 5

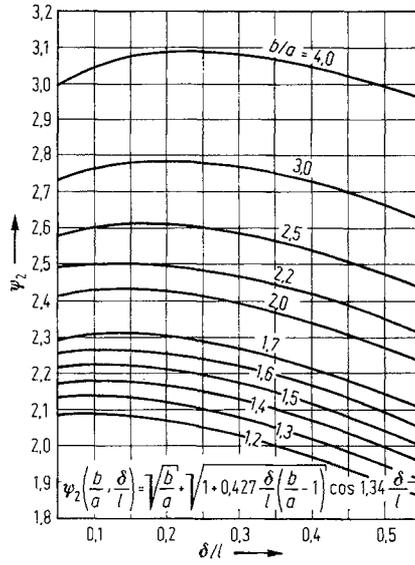


Bild 6

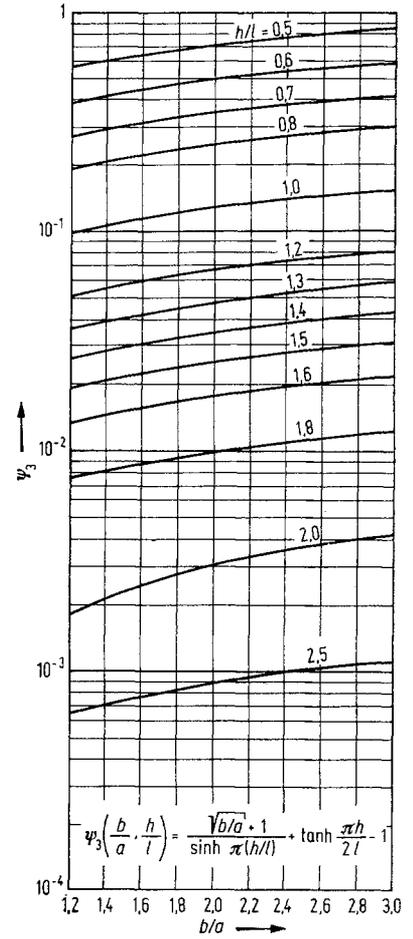


Bild 7

Bild 5. Hilfsfunktion $\psi_1(\delta/l)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

Bild 6. Hilfsfunktion $\psi_2(b/a, \delta/l)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

Bild 7. Hilfsfunktion $\psi_3(b/a, \delta/l)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

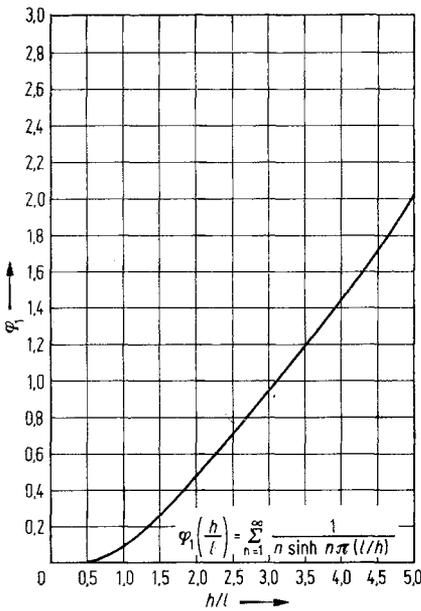


Bild 8. Hilfsfunktion $\varphi_1(h/l)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

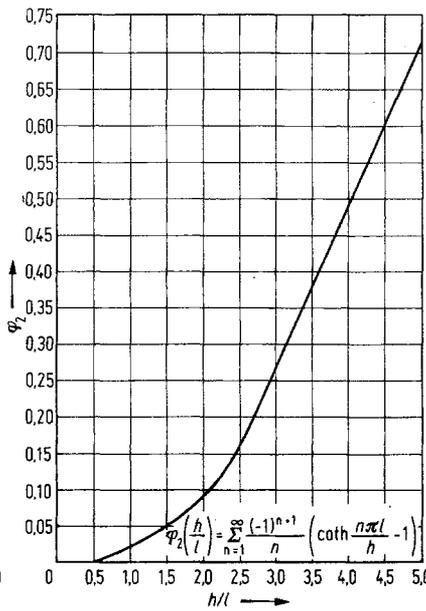


Bild 9. Hilfsfunktion $\varphi_2(h/l)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

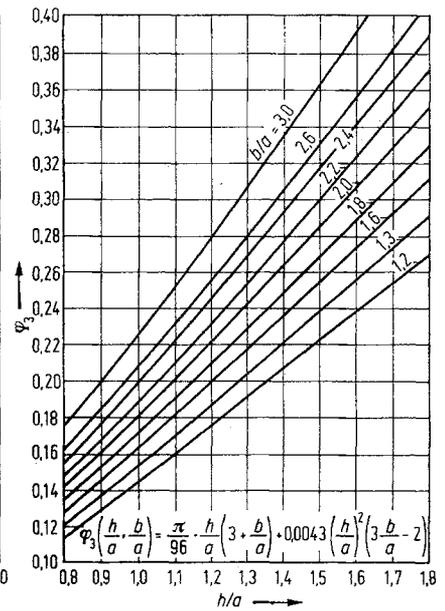


Bild 10. Hilfsfunktion $\varphi_3(b/a, h/a)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich I

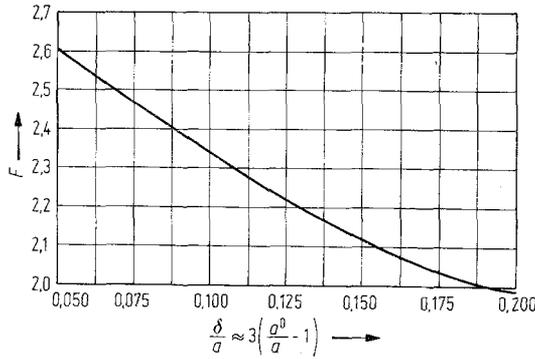


Bild 11. Die hypergeometrische Funktion $F(3/2; 1/2; 2; a^2/a^{02})$

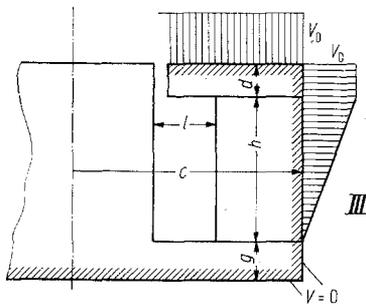


Bild 12. Grenzbedingungen für das magnetische Potential im Bereich III

Das Problem der Bestimmung des Potentials V_{III} wurde als zweidimensionales Problem behandelt. In den Berechnungen wurde angenommen, daß die Dicke der oberen Polplatte gleich derjenigen des unteren Polschuhs ist. Die Polplatte mit dem Potential V_0 kann als nach innen unendlich ausgedehnt angenommen werden. Die Veränderung des Potentials auf der inneren Fläche des Magneten wurde als quasilinear betrachtet, aus Gründen, die nachfolgend gezeigt werden.

Für die Berechnung des Flusses wurde die konforme Abbildung des interessierenden Bereichs in der oberen Halbebene einer komplexen Veränderlichen $w = u + jv$ durchgeführt. Für die Vereinfachung der Berechnung wurde eine lineare Veränderung des Potentials längs der reellen Achse aus der komplexen Ebene w zugelassen, obwohl diese einer Zulassung der quasilinearen Veränderung zwischen den betreffenden Punkten der Länge der äußeren Fläche des Magneten entspricht. Die Berechnung zeigt, daß in den Grenzen (9) die Abweichungen dieser Veränderung von der Linearität unter 1,5% sind. Unter diesen Voraussetzungen ist der Fluß Φ_{III} :

$$\Phi_{III} = \Phi^* \frac{c}{2a} \cdot \frac{u_2 \ln u_2 - (u_2 - 1) \ln (u_2 - 1)}{u_2 - 1}$$

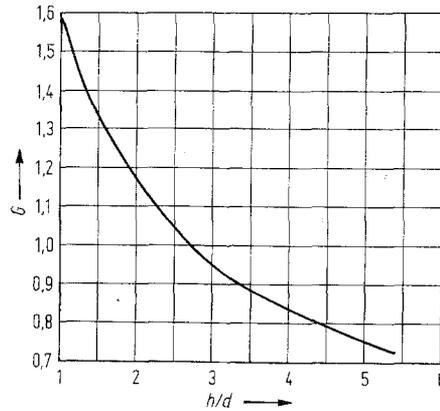


Bild 13. Hilfsfunktion $G(h/d)$ für die Berechnung der Streuung im Bereich III

wobei u_2 sich durch die Lösung der transzendenten Gleichung:

$$\frac{\pi h}{z(2d+h)} = \arcsin \frac{u_2 - 1}{u_2 + 1} + 2(u_2 - 1) \sqrt{u_2} \quad (24)$$

ergibt. Man bezeichnet:

$$G\left(\frac{h}{d}\right) = \frac{u_2 \ln u_2 - (u_2 - 1) \ln (u_2 - 1)}{u_2 - 1} \quad (25)$$

Der Fluß Φ_{III} wird:

$$\Phi_{III} = \Phi^* \cdot \frac{c}{2a} \cdot G\left(\frac{h}{d}\right) \quad (26)$$

Die Funktion $G(h/d)$ wird in Bild 13 dargestellt.

4. Die Berechnung des Nutzfaktors des Flusses und die optimale Projektierung des magnetischen Kreises

Da der Hauptfluß aus dem Luftspalt

$$\Phi_n = 2 \pi a d \left(\mu_0 \frac{V_0}{\delta} \right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{d}{\delta} \cdot \Phi^* \quad (27)$$

ist, ergibt sich für den Nutzfaktor der Ausdruck:

$$k_n = \frac{\Phi_n}{\Phi_n + \Phi_s} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Phi_I}{\Phi^*} + \frac{\Phi_{II}}{\Phi^*} + \frac{\Phi_{III}}{\Phi^*} \right) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\delta}{d}} \quad (28)$$

In diesem Ausdruck sind Φ_I/Φ^* , Φ_{II}/Φ^* , Φ_{III}/Φ^* in die Beziehungen (21), (23), (26) gegeben. Man stellt fest, daß im allgemeinen die Größe k_n eine Funktion von 5 unabhängigen Veränderlichen ist, welche die geometrische Konfiguration des magnetischen Kreises bestimmen:

$$k_n = k_n \left(\frac{b}{a}, \frac{h}{a}, \frac{\delta}{l}, \frac{c}{a}, \frac{\delta}{d} \right) \quad (29)$$

Wenn aber das Volumen v des magnetischen Materials und die Abmessungen a , δ und d , die den Luftspalt charakterisieren, konstruktiv bedingt sind, so ist die Größe δ/d konstant und gemäß (11):

$$\frac{c}{a} = \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{v}{\pi a^3} \left(\frac{h}{a}\right)}; \quad \frac{\delta}{l} = \frac{\delta}{a} \cdot \frac{1}{\frac{b}{a} - 1} \quad (30)$$

werden Funktionen von b/a und h/a .

Unter diesen Bedingungen hängt der Faktor k_n nur von zwei unabhängigen Veränderlichen ab:

$$k_n = \varphi\left(\frac{b}{a}, \frac{h}{a}\right). \quad (31)$$

Den Höchstwert der Induktion im Luftspalt erhält man — bei gegebenem Volumen des Magneten — mit maximalem k_n und optimalem Betriebspunkt. Die letzte Bedingung ist gleichwertig mit der Beziehung (14) in welcher die Kenngröße $B_m/(\mu_0 H_m)$ das Gefälle der dem optimalen Betriebspunkt entsprechenden Entmagnetisierungsgeraden ist und aus der Kennlinie des Materials abgeleitet wird (Bild 1). Die Beziehung (14) in folgender Form geschrieben:

$$k_n = \left(\frac{h}{a}\right)^2 \cdot \frac{2}{\frac{v}{\pi a^3} \left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m}\right) \cdot \frac{\delta}{d}} = \frac{2}{T^2} \cdot \left(\frac{h}{a}\right)^2 \quad (32)$$

in welcher man

$$T = \sqrt{\frac{v}{\pi a^3} \left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m}\right) \cdot \frac{\delta}{d}} \quad (33)$$

bezeichnet hat, stellt eine zusätzliche Verbindungsbedingung dar, aus der sich ergibt, daß eine einzige unabhängige geometrische Veränderliche zur Wahl bleibt. Diese Veränderliche kann so gewählt werden, daß die Streuung minimal und die Induktion im Luftspalt maximal ist. Tatsächlich stellt man fest, wenn man die Abhängigkeit der Funktion φ der Veränderlichen b/a bei konstantem h/a analysiert, daß diese Funktion effektiv ein Maximum im Bereich $b/a \in (1, \infty)$ hat. Dieses kann man vom physikalischen Standpunkt aus auslegen: bei gegebenen a , d , δ , h , v ist der Streufluß Φ_{II} unveränderlich und Φ_{III} ist proportional mit c , während Φ_I auf komplizierter Weise von b abhängt. Wenn $b \rightarrow a$, sinken c und Φ_{III} sehr wenig, während Φ_I zum Schluß anfängt unendlich zu wachsen (wegen der Nähe der Flächen $r = b$ und $r = a$, die sich bei verschiedenen Potentialen befinden). Folglich fängt k_n von einem bestimmten b -Wert an zu sinken. Wenn $b \rightarrow \infty$, wachsen c und Φ_{III} unendlich an, so wie die ersten Glieder aus Φ_I (wegen des Anwachsens der Oberflächen $z = 0$ und $z = h$, die sich einander gegenüber bei verschiedenen Potentialen befinden). Folglich fängt k_n von einem gewissen b -Wert an zu sinken.

Es ergibt sich also, daß bei gegebenem Luftspalt, bei magnetischem Material mit bekannten Eigenschaften und bei geforderter Menge von Hartmagnetstoffen eine einzige optimale Form des untersuchten magnetischen Kreises besteht.

Die optimale Projektierung wird auf folgende Weise durchgeführt:

a) Da a , δ und V konstruktiv bedingt sind, werden die Kurven (31) mit h/a als Parameter und b/a als unabhängige Veränderliche gezeichnet. Es werden die Abszissen $(b/a)_{opt}$ bestimmt, die den Maximen dieser Kurven als Funktion der Werte des Parameters h/a entsprechen:

$$\left(\frac{b}{a}\right)_{opt} = \varphi\left(\frac{h}{a}\right). \quad (34)$$

b) Man zeichnet die Kurve:

$$k_n = \varphi\left[\left(\frac{b}{a}\right)_{opt}, \left(\frac{h}{a}\right)\right] = \varphi\left[\varphi\left(\frac{h}{a}\right), \frac{h}{a}\right] = k_n\left(\frac{h}{a}\right). \quad (35)$$

Im Schnittpunkt dieser Kurve (einheitlich bestimmt mit den Projektierungsparametern, a , δ , d und v) mit der auf demselben Diagramm eingezeichneten Kurvenschar (32) mit verschiedenen Werten des Gefälles $B_m/(\mu_0 H_m)$ entsprechend der Art des Materials findet man die optimalen Werte:

$$\left(\frac{h}{a}\right)_{opt} = F\left(\frac{B_m}{\mu_0 H_m}\right). \quad (36)$$

c) Mit Hilfe der Beziehungen (34) und (30) werden die anderen Abmessungen des magnetischen Kreises abgeleitet.

d) Es wird der Nutzfaktor des Flusses mit (28) und danach der Streuungskoeffizient $\sigma = 1 - k_n$ berechnet. Die Induktion im Luftspalt ergibt sich aus (3). Wenn der Wert der Induktion nicht den Erwartungen entspricht, muß das Material gewechselt werden oder das Volumen des Magneten vergrößert werden.

e) Eine globale Überprüfung der Streuungsberechnung kann folgendermaßen durchgeführt werden: aus dem Wert des gesamten Flusses $\Phi_0 = \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} + \Phi_n \approx B_m \pi (c^2 - b^2)$ wird der Wert der Induktion B_m abgeleitet; aus dem Wert B_m leitet man H_m ab. Auf diese Art erhält man den Betriebspunkt auf der Entmagnetisierungskennlinie des Materials, ein Punkt, der mit dem anfangs gewählten übereinstimmen muß.

5. Berechnungsbeispiele

Unter Annahme des magnetischen Kreises eines Lautsprechers mit anisotropem Ferrit (Bild 14) sind

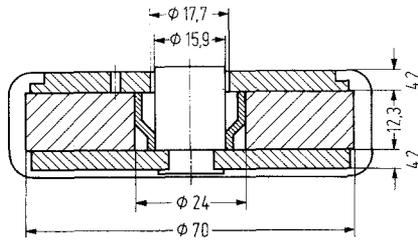


Bild 14. Beispiel eines magnetischen Kreises

die Anfangsparameter:

$$\left. \begin{aligned} a &= 7,95 \text{ mm}, & \delta &= 0,9 \text{ mm}, \\ d &= 4,2 \text{ mm} = g, \\ v &= \pi (c^2 - b^2) \cdot h \\ &= \pi (35^2 - 12^2) \cdot 12,3 \approx 41.770 \text{ mm}^3. \end{aligned} \right\} (37)$$

Es ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v}{\pi a^3} &= 26,46, & \frac{\delta}{l} &= \frac{0,113}{\frac{b}{a} - 1}, \\ \frac{h}{d} &= 1,89 \frac{h}{a}, & \frac{c}{a} &= \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{26,46}{\frac{h}{a}}}. \end{aligned} \right\} (38)$$

5.1. Die Berechnung für einen gegebenen magnetischen Kreis

In dem untersuchten magnetischen Kreis ist $h = 12,3 \text{ mm}$; $b = 12 \text{ mm}$. Die Verhältnisse, die bei der Streuberechnung interessieren, sind:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} &= 4,4, & \frac{b}{a} &= 1,51, & \frac{h}{a} &= 1,547, \\ \frac{\delta}{l} &= 0,222, & \frac{h}{d} &= 2,93, & \frac{h}{l} &= 3,04. \end{aligned} \right\} (39)$$

Der Fluß Φ_I wird mit (21) berechnet, unter Anwendung der in den Bildern 5, 6, 7, 8, 9, 10 dargestellten Kurven:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_I}{\Phi^*} &= 0,693 (1,51 + 1,229) + 1,025 \cdot 0,361 \\ &+ 2,21 \cdot 0,0002 + 1,229 \cdot 0,97 + 1,51 \cdot 0,28 \\ &- 0,253 = 3,63. \end{aligned}$$

Der Fluß Φ_{II} ergibt sich aus (23) unter Anwendung der Kurve aus Bild 11:

$$\frac{\Phi_{II}}{\Phi^*} = \frac{\pi}{4} \cdot 0,965 \cdot 2,29 = 1,735.$$

Der Fluß Φ_{III} ist durch (26) mit $G(h/d)$ aus Bild 13 gegeben:

$$\frac{\Phi_{III}}{\Phi^*} = \frac{4,4}{2} \cdot 0,97 = 2,134.$$

Mit (28) erhält man:

$$k_n = \frac{1}{1 + 0,1362 \cdot 7,5} \approx 0,50, \quad \sigma \approx 0,50.$$

Aus (32) ergibt sich: $T = \left(\frac{h}{a}\right) \sqrt{\frac{2}{k_n}} = 3,1$ und aus (33): $\frac{B_m}{\mu_0 H_m} = 1,71$.

Aus der Kennlinie des verwendeten Material (Bild 15) ergibt sich $(B_m H_m \mu_0) = 0,0345$ und mit (3) kann man die Induktion im Luftspalt berechnen:

$$B_\delta = 9450 \text{ Gauss.} \quad (40)$$

Die gemessenen Werte können etwas größer sein, wegen der vom Rand des Magneten ein wenig zurückstehenden Polplatte (Bild 14), eine Konfiguration bei der k_n etwas größer sein kann.

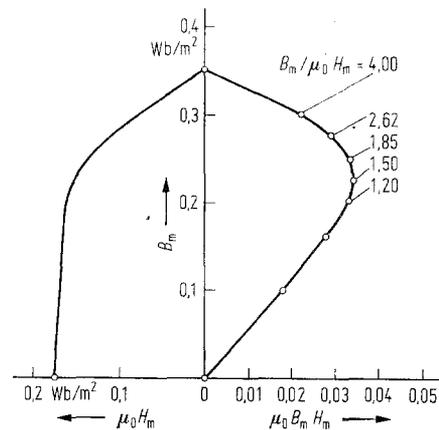


Bild 15. Kennlinien des angewendeten Ferrits

5.2. Die optimale Berechnung

Seien die Anfangsparameter (37) und das magnetische Material mit den in Bild 15 dargestellten Kennlinien. Gibt man den Verhältnissen b/a und h/a mehrere Werte, so kann man den Nutzfaktor $k_n = \varphi(b/a, h/a)$ mit h/a als Parameter berechnen, wobei man die Beziehungen (21), (23), (26) und die Kurven aus den Bildern 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13 verwendet. Die berechneten Kurven sind in Bild 16 dargestellt.

Mit Hilfe dieser Kurvenschar wurde die Kurve $(b/a)_{opt} = \psi(h/a)$ in Bild 17 dargestellt. Bild 18 zeigt die Kurve \mathcal{C} , $k_n(h/a)$, wobei k_n und h/a die den Maximen aus Bild 16 entsprechenden Werte sind. Ebenfalls in Bild 18 wurden die Parabeln \mathcal{P} (32) für zwei Werte des Verhältnisses $B_m/(\mu_0 H_m)$ eingezeichnet, welche der Bereich umfaßt, für die das Produkt $(B_m H_m \mu_0)$ maximal ist. Man beobachtet, daß das optimale Verhältnis h/a sich in einem gewissen Bereich befindet. Es wurde der Wert $h/a = 1,55$ gewählt. Zu Bild 17 zurückkommend erhält man schließlich den Wert

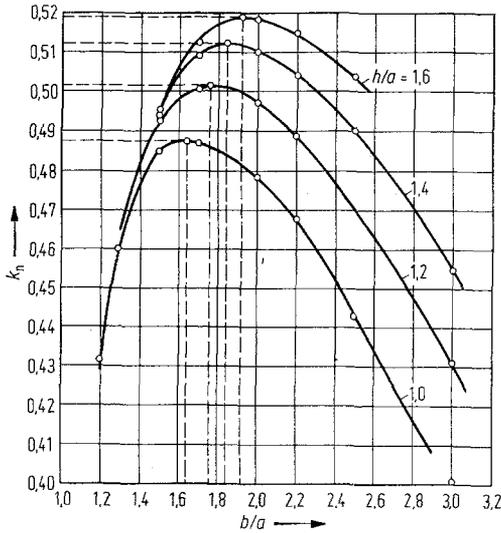


Bild 16. Die Kurven $k_n(b/a, h/a)$ mit h/a als Parameter, für den untersuchten magnetischen Kreis

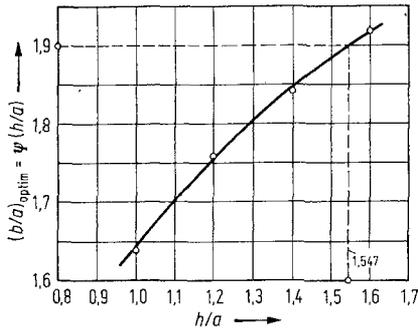


Bild 17. Die Kurve $(b/a)_{opt} = \psi(h/a)$ für den untersuchten magnetischen Kreis

$(b/a)_{opt} = 1,9$. In Bild 19 wurden die Teilstreiflüsse in den drei Bereichen in Abhängigkeit von b/a mit h/a als Parameter für den untersuchten magnetischen Kreis dargestellt.

Unter Wiederaufnahme der Berechnung des k_n mit den erhaltenen Werten b/a und h/a ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi_I}{\Phi^*} &= 2,92, & \frac{\Phi_{II}}{\Phi^*} &= 1,73, & \frac{\Phi_{III}}{\Phi^*} &= 2,20, \\ k_n &= \frac{1}{1 + 0,1362 \cdot 6,86} \cdot 0,517 \approx 0,52. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Die Induktion im Luftspalt:

$$B_\delta = 9650 \text{ Gauss.} \quad (42)$$

Das Anwachsen der Induktion im Vergleich zu der untersuchten Konstruktion ist 2,1%, der Nutzfaktor ist um 4,4% größer. Zieht man in Betracht, daß diese Werte nicht viel größer als die Fehler der Berechnungsmethode sind, kann man annehmen, daß der untersuchte magnetische Kreis mit den Parametern (39) optimal ist.

Nähme man eine viel flachere Konstruktion an, mit:

$$h = a = 7,95 \text{ mm}, \quad b = 2a = 15,9 \text{ mm} \quad (43)$$

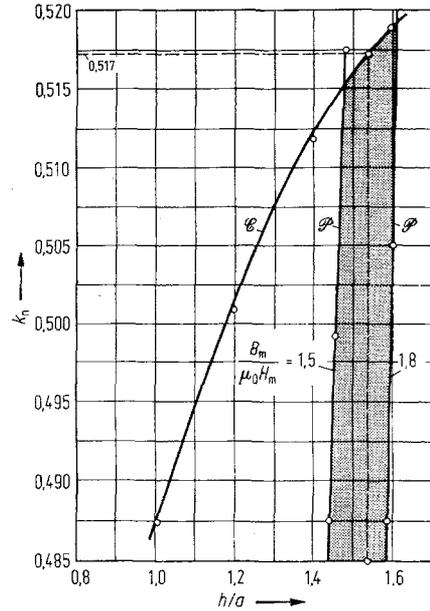


Bild 18. Die Bestimmung des optimalen h/a im Schnittpunkt der Kurve \mathcal{E} mit den Parabeln \mathcal{P}

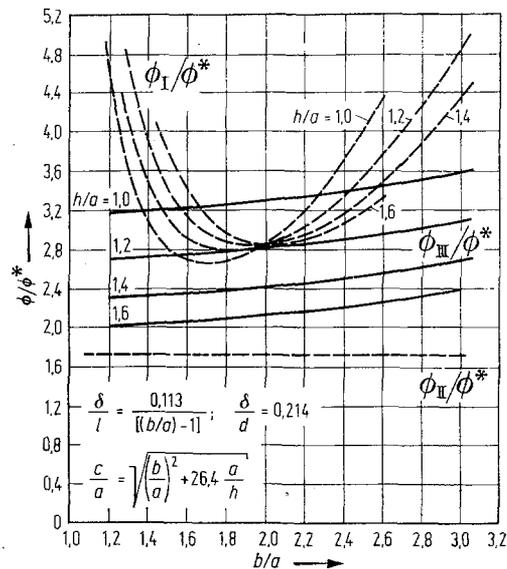


Bild 19. Die bezogenen Teilstreiflüsse für den untersuchten magnetischen Kreis

würden sich die Verhältnisse:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} &= 5,51, & \frac{b}{a} &= 2, & \frac{\delta}{l} &= 0,113, \\ \frac{h}{d} &= 1,89, & \frac{h}{l} &= 1, \\ \frac{a^*}{a} &= 1 + \frac{\delta^*}{\delta} \cdot \frac{\delta}{a} = 1,048, \\ \frac{\delta^*}{\delta} &= 0,427, & \frac{\delta^0}{\delta} &= 0,33, & \frac{a}{a^0} &= 0,965, \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi_{\text{I}}}{\Phi^*} &= \ln 2 \left(2 + \sqrt{2} \right) + \sqrt{1,048} \cdot 0,287 \\ &\quad + 2,42 \cdot 0,125 + \sqrt{2} \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,025 - 0,18 \\ &= 2,974, \\ \frac{\Phi_{\text{II}}}{\Phi^*} &= \frac{\pi}{4} \cdot 0,965 \cdot 2,275 = 1,723, \\ \frac{\Phi_{\text{III}}}{\Phi^*} &= \frac{5,51}{2} \cdot 1,185 = 3,265, \\ k_n &= 0,479, \quad T = 2,04, \quad B_m H_m \mu_0 = 0,021, \\ B_\delta &= 4600 \text{ Gauss} \end{aligned} \right\} (45)$$

ergeben.

Nähme man eine gestrecktere Konstruktion mit:

$$h = 2a = 15,9 \text{ mm}, \quad b = 1,2a = 9,55 \text{ mm} \quad (46)$$

an, so würden:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} &= 3,83, & \frac{b}{a} &= 1,2, & \frac{h}{a} &= 2, \\ \frac{\delta}{l} &= 0,0565, & \frac{h}{d} &= 3,78 \end{aligned} \right\} (47)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Phi_{\text{I}}}{\Phi^*} &= \ln 2 \left(1,2 + \sqrt{1,2} \right) + 1,0238 \cdot 0,23 \\ &\quad + 0 + \sqrt{1,2} \cdot 4,565 + 1,2 \cdot 1,977 - 0,3 \\ &= 8,898, \\ \frac{\Phi_{\text{II}}}{\Phi^*} &= \frac{\pi}{4} \cdot 0,965 \cdot 2,275 = 1,723, \\ \frac{\Phi_{\text{III}}}{\Phi^*} &= \frac{3,83}{2} \cdot 0,87 = 1,666, \\ k_n &= 0,373, \quad T = 4,627, \quad B_m H_m \mu_0 = 0,024, \\ B_\delta &= 5250 \text{ Gauss} \end{aligned} \right\} (48)$$

ergeben.

Man stellt fest, daß der Induktionswert für die optimale Konfiguration $B_\delta = 9650 \text{ Gs}$ empfindlich größer ist als (45) und (48).

Zusammenfassung

Für eine typische Konfiguration eines magnetischen Kreises mit Ferritmagnet für Lautsprecher werden Formeln und Kennlinien für die genügend genaue Berechnung des Streuflusses und des Nutzfaktors des Dauermagnetflusses angegeben.

Die Berechnungen wurden durch die Integration der Feldgleichungen durchgeführt, wobei gewisse überprüfte Näherungen der Grenzbedingungen herangezogen wurden.

Es wurde eine Methode zur Optimierung des magnetischen Kreises angeführt, die für einen Magnetkreistyp für Ferritlautsprecher als Beispiel angegeben wurde. Aus diesem Beispiel ergibt sich ein effektiver und empfindlicher Optimalwert der Induktion im Luftspalt, in Abhängigkeit von den Verhältnissen b/a und h/a .

Die Genauigkeit der vorgeschlagenen Berechnungsmethode steht über den praktischen Notwendigkeiten, den Experimentierungsmöglichkeiten und der Streuung der Kennlinien des magnetischen Materials.

Literatur

1. Fischer, J.: Abriß der Dauermagnetkunde. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1949.
2. Falkus, A. E.: Loudspeaker Magnet Design — with Special Reference to Cylindrical Slugs of Alcomex III. Wireless World (1960) 41—44.
3. Falkus, A. E.: Design of Ceramic Loudspeaker Magnets, Making the Most of New Anisotropic Materials. Wireless World (1963) 320—323.
4. Timotin, A., Hortopan, V.: Lecții de Bazele Electrotehnicii, vol. I, Editura Didactică, București, 1964.
5. Kallenbach, E.: Der Gleichstrommagnet. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G. 1969.
6. Roters, H.: Electromagnetic Devices. New York: John Wiley 1941.
7. Mahner, H.: Berechnung von Magnetsystemen mit starren Magneten. ETZ-A 83 (1962) 780—786.
8. Koch, J.: Berechnung von Dauermagneten unter besonderer Berücksichtigung des Streufaktors. Valvo Berichte VII (1961) 5: 131—158.
9. Reichert, K.: Ein numerisches Verfahren zur Berechnung magnetischer Felder, insbesondere in Anordnungen mit Permanentmagneten. Arch. Elektrotechnik 52 (1968) 176—194.
10. Braess, H., Weh, H., Erdelyi, E. A.: Numerische Berechnung magnetischer Felder und Kräfte. Arch. Elektrotechnik 52 (1969) 306—317.
11. Leuven, van J.: On the Calculation of Pole Surface Leakage Flux. Arch. Elektrotechnik 53 (1969) 84—94.
12. Koch, J.: Berechnung eines mit Ticonal 750 aufgebauten Lautsprecher-Kernmagnetsystem. Valvo Berichte XV, (1969) 5: 139—167.
13. Timotin, A., Marinescu, M.: Fluxul de dispersiune al unui circuit magnetic cu magnet permanent. Studii și cercetări de energetică și electrotehnică 20, (1970) 1: 53—79.

Eingegangen am 15. Mai 1970

Dipl.-Ing. Marlene Marinescu
D-69 Heidelberg
Lahrer Straße 2
Prof. Dr.-Ing. Alexandru Timotin
Bukarest 12
Calea Grivitei 132
Catedra de Electrotehnica
Institutul Politehnic