Automorphismen von Homotopiekettenringen.

Von

Kurt Reidemeister in Marburg.

Die Abbildungen eines Homologiekettenringes eines Komplexes auf sich lassen sich bekanntlich nach Wahl je einer Basis für die Ketten jeder Dimension durch eine Reihe von Matrizen darstellen und nach Hopf[1]) läßt sich aus den Spuren dieser Matrizen eine Invariante der Abbildung zusammensetzen. Ähnlich soll hier eine algebraische Darstellung für Abbildungen eines Homotopiekettenringes eines Komplexes abgeleitet und das Analogon für die Spureninvariante aufgestellt werden. — Die Bedeutung dieser Invariante für stetige Abbildungen des Komplexes auf sich ist unschwer zu erraten: Lieferte die Hopfsche Spureninvariante die algebraische Anzahl der Fixpunkte schlechthin, so liefert die neue Invariante die algebraische Anzahl der Fixpunkte jeder Fixpunktklasse[2]). Jedoch soll im folgenden nur die algebraisch-kombinatorische Seite der Frage behandelt werden.

1. Zunächst möge der *Homotopiekettenring*[3]) eingeführt werden. Unter

$$\mathfrak{a}_i^k \quad (i = 1, 2, \ldots, \alpha_k)$$

verstehen wir die k-dimensionalen Zellen ($k = 0, 1, \ldots, n$) eines Fundamentalbereichs eines n-dimensionalen universellen Überlagerungskomplexes, unter $\gamma, \gamma_\iota, \gamma$ die Elemente der zugehörigen Fundamentalgruppe, unter

$$x = \sum_\iota n_\iota \gamma_\iota \qquad (n_\iota \text{ ganz rational})$$

die Elemente des Gruppenringes der Fundamentalgruppe. Die Ketten der Dimension k werden alsdann durch

$$\mathfrak{x}^k = \sum_{\iota=1}^{\alpha_k} x_\iota \mathfrak{a}_\iota^k$$

mit beliebigen x_ι geliefert. Diese Ketten bilden eine freie Abelsche Gruppe mit den Operatoren γ. Jede Kette besitzt eine Randkette

$$R(\mathfrak{x}^k) = \sum_\iota x_\iota R(\mathfrak{a}_i^k),$$

---

[1]) Eine Verallgemeinerung der Euler-Poincaréschen Formel, Göttinger Nachr. 1928, S. 127.

[2]) Zum Begriff der Fixpunktklasse bei Flächenabbildungen vgl. J. Nielsen, Untersuchungen der Topologie der geschlossenen zweiseitigen Flächen, Acta Math. 50 (1927), S. 189.

[3]) Vgl. K. Reidemeister, Homotopiegruppen von Komplexen, Hamb. Abhdl. 10 (1934), S. 211.

die sich aus den Berandungsmatrizen

$$R(\mathfrak{a}_i^k) = \sum_{j=1}^{\alpha_{k-1}} r_{ij}^k \mathfrak{a}_j^{k-1} \quad (i = 1, 2, \ldots, \alpha_k;\ k = 1, 2, \ldots, n)$$

berechnen läßt; $R(R(\mathfrak{x}))$ ist die Nullkette. Die Kettengruppe mit den aufgeprägten Berandungsrelationen wird der Homotopiekettenring des Komplexes genannt.

Unter einer Basis der Ketten k-ter Dimension verstehen wir ein System

$$\mathfrak{b}_i^k \qquad (i = 1, 2, \ldots, \alpha_k)$$

von Ketten, das aus der Grundbasis $\mathfrak{a}_i^k$ durch unimodulare Transformation mit ganzen rationalen Koeffizienten oder durch Matrizen, deren Hauptdiagonalelemente gleich Gruppenelementen γ_i und deren übrige Elemente gleich Null sind, oder durch eine Folge derartiger Abänderungen hervorgeht. Die $\mathfrak{b}_i^k$ bilden tatsächlich in dem weiteren Sinne eine Basis, daß sich alle Ketten $\mathfrak{x}^k$ auf eine und nur eine Weise aus den $\mathfrak{b}_i^k$ linear kombinieren lassen.

Unter einer k-dimensionalen Erweiterung eines Homotopiekettenringes verstehen wir die Hinzunahme von zwei Basiselementen $\mathfrak{b}_{\alpha_k+1}^k$, $\mathfrak{b}_{\alpha_{k-1}-1}^{k-1}$ mit den Berandungsrelationen

$$R(\mathfrak{b}_{\alpha_k+1}^k) = \mathfrak{b}_{\alpha_{k-1}+1}^{k-1}, \quad R(\mathfrak{b}_{\alpha_{k-1}+1}^{k-1}) = 0;$$

unter Reduktion eines Homotopiekettenringes verstehen wir den inversen Prozeß.

2. Wir wenden uns jetzt den *automorphen Abbildungen von Homotopiekettenringen* zu. Damit

$$T(\mathfrak{x}^k) = \bar{\mathfrak{x}}^k \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

ein Automorphismus ist, muß

$$T(\mathfrak{x}_1^k + \mathfrak{x}_2^k) = T(\mathfrak{x}_1^k) + T(\mathfrak{x}_2^k), \tag{1}$$

$$T(\gamma\, \mathfrak{x}^k) = \bar{\gamma}\, T(\mathfrak{x}^k) \tag{2}$$

und schließlich

$$T(R(\mathfrak{x}^k)) = R(T(\mathfrak{x}^k)) \tag{3}$$

sein; die Eindeutigkeit von T wird nicht gefordert.

Aus (1) und (2) folgt insbesondere, daß T eine Abbildung des Gruppenringes und der Fundamentalgruppe auf sich induziert, die wir ebenfalls mit T bezeichnen wollen. Nach (1) ist

$$T(\sum_i n_i \gamma_i) = \sum_i n_i T(\gamma_i)$$

und durch zweimalige Anwendung von (2) folgt

$$T(\gamma_1 \gamma_2) = T(\gamma_1)\, T(\gamma_2).$$

Die im Gruppenring induzierte Abbildung ist also ein Automorphismus desselben.

Aus (1) und (2) folgt ferner, daß

$$T(\mathfrak{x}^k) = T(\sum_i x_i \mathfrak{a}_i^k) = \sum_i T(x_i)\, T(\mathfrak{a}_i^k)$$

ist. Indem wir

$$T(\mathfrak{a}_i^k) = \sum_j t_{ij}^k \mathfrak{a}_j^k$$

setzen, können wir also die Abbildung T durch den Gruppenautomorphismus $T(\gamma) = \bar{\gamma}$ einerseits und die Matrizen t_{ij}^k andererseits festlegen, und es ist

$$T(\sum_i x_i \mathfrak{a}_i^k) = \sum_{ij} T(x_i)\, t_{ij}^k\, \mathfrak{a}_j^k.$$

Schließlich wenden wir uns der Bedingung (3) zu. Es ist einerseits

$$T(R(\sum_i x_i \mathfrak{a}_i^k)) = T(\sum_i x_i R(\mathfrak{a}_i^k)) = \sum_i T(x_i)\, T(R(\mathfrak{a}_i^k))$$

und andererseits

$$R(T(\sum_i x_i \mathfrak{a}_i^k)) = R(\sum_i T(x_i)\, T(\mathfrak{a}_i^k)) = \sum_i T(x_i)\, R(T\,\mathfrak{a}_i^k)).$$

Die Bedingung (3) ist also allgemein erfüllt, wenn sie für die Grundbasis erfüllt ist. Für die Grundbasis aber erhalten wir einerseits

$$T(R(\mathfrak{a}_i^k)) = T(\sum_j r_{ij}^k \mathfrak{a}_j^{k-1}) = \sum_{jl} T(r_{ij}^k)\, t_{jl}^{k-1}\, \mathfrak{a}_l^{k-1}$$

und andererseits

$$R(T(\mathfrak{a}_i^k)) = R(\sum_j t_{ij}^k \mathfrak{a}_j^k) = \sum_{jl} t_{ij}^k\, r_{jl}^k\, \mathfrak{a}_l^{k-1}.$$

Notwendig und hinreichend für (3) ist also die Bedingung

$$\sum_j t_{ij}^k r_{jl}^k = \sum_j T(r_{ij}^k)\, t_{jl}^{k-1}. \tag{4}$$

3. Eine entsprechende Matrizendarstellung der Abbildung erhält man unter Zugrundelegung irgend einer anderen Basis $\mathfrak{b}_i^k$. Wie hängen diese Matrizen miteinander zusammen?

Geht $\mathfrak{b}_i^k$ aus $\mathfrak{a}_i^k$ durch eine ganzzahlige unimodulare Transformation

$$\mathfrak{b}_i^k = \sum_j n_{ij}\, \mathfrak{a}_j^k$$

hervor, so ist $T(n_{ij}) = n_{ij}$ und daher $T(\mathfrak{b}_i^k) = \sum_j n_{ij}\, T(\mathfrak{a}_j^k)$. Hieraus folgert man leicht, daß die zur Basis $\mathfrak{b}_i^k$ gehörige Abbildungsmatrix t_{ij}^{*k} aus t_{ij}^k durch Transformation mit der Matrix n_{ij} hervorgeht.

Fassen wir den zweiten Fall

$$\mathfrak{b}_i^k = \gamma_{ik}\, \mathfrak{a}_i^k$$

ins Auge. Hier ist

$$T(\mathfrak{b}_i^k) = T(\gamma_{ik}) \sum_j t_{ij}^k \mathfrak{a}_j^k = T(\gamma_{ik})\, (\sum_j t_{ij}^k)\, \gamma_{jk}^{-1}\, \mathfrak{b}_j^k,$$

also die zugehörige Abbildungsmatrix

$$t'^k_{ij} = T(\gamma_{ik})\, t^k_{ij}\, \gamma^{-1}_{jk}.$$

Für das weitere ist die Einwirkung dieser Abänderungen auf die Spur

$$s^k = \sum_i t^k_{ii}$$

von Bedeutung. Beim Übergang von t^k_{ij} zu t^{*k}_{ij} ändert sich die Spur nicht. Denn die n_{ij} sind mit allen Elementen t^k_{ij} vertauschbar, man kann die gewöhnliche Schlußweise über das Verhalten der Spur bei Multiplikation anwenden.

Beim Übergang von t^k_{ij} zu t'^k_{ij}, geht die Spur s^k in

$$s'^k = \sum_i T(\gamma_{ik})\, t^k_{ii}\, \gamma^{-1}_{ik}$$

über. Das gibt Anlaß zu der folgenden Definition: Zwei Gruppenelemente γ und γ' mögen *bezüglich T konjugiert heißen*, wenn es ein Gruppenelement $\varkappa$ mit

$$\gamma' = T(\varkappa)\, \gamma\, \varkappa^{-1}$$

gibt. Die nach T konjugierten Elemente bilden eine Klasse, weil die angegebene Beziehung transitiv ist. Ist nun x irgend ein Gruppenringelement,

$$x = \sum_i n_i \gamma_i,$$

so möge unter $|x|$ die Summe von Klassen nach T konjugierter Elemente

$$|x| = \sum_i n_i\, T(\varkappa_i)\, \gamma_i\, \varkappa_i^{-1}$$

mit beliebigen Variablen $\varkappa_i$ verstanden werden. Alsdann können wir das Verhalten der Spur s^k bei Basiswechsel einfach so ausdrücken:

$|s^k|$ *bleibt bei Basiswechsel unverändert.*

4. Wir wollen jetzt das Verhalten einer Abbildung in einem reduzierbaren Homotopiekettenring feststellen. Es sei

$$R(\mathfrak{b}^q_{\alpha_q}) = \mathfrak{b}^{q-1}_{\alpha_{q-1}}, \quad R(\mathfrak{b}^{q-1}_{\alpha_{q-1}}) = 0, \tag{5}$$

und weder $\mathfrak{b}^q_{\alpha_q}$ noch $\mathfrak{b}^{q-1}_{\alpha_{q-1}}$ trete sonst in den Berandungsrelationen der $q+1$- bzw. q-dimensionalen Basiselemente auf. Es ist also

$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad r^{q+1}_{i\,\alpha_q} = 0 && (i = 1, 2, \ldots, \alpha_{q+1}),\\
&\text{b)}\quad r^q_{i,\alpha_{q-1}} = 0 \quad (i \neq \alpha_{q-1}), && r^q_{\alpha_q, j} = 0 \quad (j \neq \alpha_q),\\
&\text{c)}\quad r^q_{\alpha_q, \alpha_{q-1}} = 1, &&\\
&\text{d)}\quad r^{q-1}_{\alpha_{q-1}, i} = 0 && (i = 1, 2, \ldots, \alpha_{q-1}).
\end{aligned} \tag{6}$$

Wir betrachten nun neben T die Abbildung T', welche in dem durch Fortnahme von $\mathfrak{b}^q_{\alpha_q}$ und $\mathfrak{b}^{q-1}_{\alpha_{q-1}}$ reduzierten Homotopiekettenring durch die folgende Festsetzung erklärt wird: Es sei $T'(x) = T(x)$ für alle

Elemente x des Gruppenringes, die Matrizen t'^{k}_{ij} von T' seien mit denen von T für alle Dimensionen $k \neq q,\ q-1$ identisch und für $k = q,\ q-1$ mögen sie durch Streichung der letzten Zeile und Kolonne aus den Matrizen von T entstehen. Diese Abbildung hat offenbar die Eigenschaften (1) und (2). Die Eigenschaft (3) prüfen wir mittels der Gleichungen (4), die ohne weiteres für $k \neq q+1,\ q,\ q-1$ erfüllt sind. Für $k = q+1$ ist nach (6a)

$$\sum_j T(r^{q+1}_{ij})\, t^q_{jl} = \sum_{j<\alpha_q} T(r^{q+1}_{ij})\, t^q_{jl},$$

und für $l < \alpha_q$ ergeben sich daher gerade die Bedingungen

$$\sum_j t'^{q+1}_{ij}\, r^{q+1}_{jl} = \sum_j T'(r^{q+1}_{ij})\, t'^q_{jl}.$$

Für $k = q-1$ ist nach (6d)

$$\sum_j t^{q-1}_{ij}\, r^{q-1}_{jl} = \sum_{j<\alpha_{q-1}} t^{q-1}_{ij}\, r^{q-1}_{jl},$$

und für $i < \alpha_{q-1}$ ergeben sich daher die Bedingungen

$$\sum_j t'^{q-1}_{ij}\, r^{q-1}_{jl} = \sum_j T'(r^{q-1}_{ij})\, t'^{q-2}_{jl}.$$

Für $k = q$ und $i < \alpha_q,\ l < \alpha_{q-1}$ ist nach (6b) sowohl

$$\sum_j t^q_{ij}\, r^q_{jl} = \sum_{j<\alpha_q} t^q_{ij}\, r^q_{jl},$$

als wie

$$\sum_j T(r^q_{ij})\, t^{q-1}_{jl} = \sum_{j<\alpha_q} T(r^q_{ij})\, t^{q-1}_{jl};$$

es ergibt sich also auch

$$\sum_j t'^q_{ij}\, r^q_{jl} = \sum_j T'(r^q_{ij})\, t'^{q-1}_{jl},$$

und damit ist die Abbildung T' als eine automorphe des reduzierten Ringes erkannt. Der Übergang von T zu T' möge eine *Reduktion von T* genannt werden.

Wir beachten schließlich die für $k = q,\ i = \alpha_q,\ l = \alpha_{q-1}$ nach (6b) resultierende Gleichung

$$t^q_{\alpha_q \alpha_q}\, r^q_{\alpha_q \alpha_{q-1}} = T(r^q_{\alpha_q \alpha_{q-1}})\, t^{q-1}_{\alpha_{q-1} \alpha_{q-1}},$$

die nach (6c) besagt, daß

(7) $$t^q_{\alpha_q \alpha_q} = t^{q-1}_{\alpha_{q-1} \alpha_{q-1}}$$

ist. Mithin gilt für die Spuren von T'

$$s'^q - s'^{q-1} = s^q - s^{q-1}.$$

Und in Analogie zur Spurenformel ergibt sich, wenn wir

$$s = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k s^k$$

setzen, $|s|$ *als eine Invariante der Abbildung sowohl bei Basiswechsel als wie bei Reduktion.*

Unter der *Erweiterung einer Abbildung* wollen wir den Übergang von einer Transformation T' eines Homotopiekettenringes zu einer Abbildung T eines durch Hinzunahme zweier Basiselemente (5) erweiterten Ringes verstehen, aus der umgekehrt durch Reduktion sich wieder T' ergibt. Um das zu erreichen, sind die Elemente

$$t^q_{i\,\alpha_q},\ t^q_{\alpha_q\,i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, \alpha_q),$$
$$t^{q-1}_{j\,\alpha_{q-1}},\ t^{q-1}_{\alpha_{q-1},\,j} \qquad (j = 1, 2, \ldots, \alpha_{q-1})$$

der Bedingung (4) gemäß zu bestimmen.

Für $k = q + 1$ und $l = \alpha_q$ ergibt sich nach (6a)

$$0 = \sum_{j<\alpha_q} T(r^{q+1}_{ij})\, t^q_{j\,\alpha_q}.$$

Für $k = q - 1$ und $i = \alpha_{q-1}$ ergibt sich nach (6d)

$$\sum_{j<\alpha_{q-1}} t^{q-1}_{\alpha_{q-1}\,j}\, r^{q-1}_{j\,l} = 0,$$

und für $k = q$ und $i = \alpha_q$, $l < \alpha_{q-1}$, sowie für $k = q$ und $i < \alpha_q$, $l = \alpha_{q-1}$ ergibt sich nach (6b)

$$\sum_{j<\alpha_q} t^q_{\alpha_q\,j}\, r^q_{j\,l} = T(r^q_{\alpha_q\,\alpha_q})\, t^{q-1}_{\alpha_q\,l},$$
$$t^q_{i\,\alpha_q}\, r^q_{\alpha_q\,\alpha_{q-1}} = \sum_{j<\alpha_{q-1}} T(r^q_{ij})\, t^{q-1}_{j\,\alpha_{q-1}}.$$

Diese Gleichungen sind erfüllt, wenn

$$t^q_{i\,\alpha_q} = t^q_{\alpha_q\,i} = 0 \qquad (i < \alpha_q),$$
$$t^{q-1}_{j\,\alpha_{q-1}} = t^q_{\alpha_{q-1}\,j} = 0 \qquad (j < \alpha_{q-1})$$

gesetzt wird. Schließlich ist noch (7) zu berücksichtigen. Man kann also stets eine Abbildung in den erweiterten Ring erweitern, und zwar auf verschiedene Weise, aber *bei allen Erweiterungen bleibt* $|s|$ *invariant.*

5. Ein triviales Beispiel für eine Abbildung T ist die Zuordnung

$$T_\gamma(\mathfrak{x}^k) = \gamma\, \mathfrak{x}^k.$$

Die Matrizen t^k_{ij} ergeben sich zu $\gamma\,\delta_{ij}$, wo δ_{ij} gleich 0 oder 1 ist, je nachdem $i \neq j$ oder $i = j$ ist. Die zugehörige Abbildung des Gruppenrings ist

$$T_\gamma(x) = \gamma\, x\, \gamma^{-1}.$$

Ist T eine beliebige Abbildung, so ist das Produkt $T\,T_\gamma$ wieder eine automorphe Abbildung. Dieselbe Transformation erhält man in $T_{\bar\gamma}\, T$ mit $\bar\gamma = T(\gamma)$. In der Tat ist

$$T\,T_\gamma(\mathfrak{x}^k) = T(\gamma\,\mathfrak{x}^k) = T(\gamma)\, T\,\mathfrak{x}^k = T_{\bar\gamma}\, T(\mathfrak{x}^k).$$

Dabei gilt für den im Gruppenring induzierten Automorphismus

$$T\,T_\gamma(x) = T(\gamma\, x\, \gamma^{-1}) = \bar\gamma\, T(x)\, \bar\gamma^{-1} = T_{\bar\gamma}\, T(x).$$

Die Matrizen von $T\,T_\gamma$ ergeben sich zu $\bar\gamma\, t^k_{ij}$, wenn t^k_{ij} die von T sind, und entsprechend die Spuren zu $\bar\gamma\, s^k$, wenn s^k die von T sind. Unter $|x|'$ verstehen wir die aus x entstehende Summe von Klassen nach $T\,T_\gamma$ konjugierter Elemente. Alsdann ist die Spureninvariante von $T\,T_\gamma$ gleich $|\bar\gamma\, s|'$. Dieselbe ist durch γ und $|s|$ festgelegt. Die zu $\bar\gamma\,\gamma_i$ nach $T\,T_\gamma$ konjugierten Elemente sind nämlich

$$T\,T_\gamma(\varkappa_i)\cdot \bar\gamma\,\gamma_i \cdot \varkappa_i^{-1} = \bar\gamma\, T(\varkappa_i)\,\gamma_i\,\varkappa_i^{-1},$$

d. h. jede Klasse nach T konjugierter Elemente geht durch Multiplikation der Elemente mit $\bar\gamma$ von links in eine Klasse nach $T\,T_\gamma$ konjugierter Elemente über, und um $|\bar\gamma\, s|'$ aus $|s|$ zu bilden ist nur jede Restklasse aus $|s|$ durch die entsprechende Restklasse nach $T\,T_\gamma$ zu ersetzen. — Dies Verhalten ist von Wichtigkeit, wenn man die Abbildungen des Homotopiekettenringes mit den Abbildungen des Komplexes selbst in Beziehung setzen will. Denn einer Komplexabbildung ist eindeutig eine Klasse von Abbildungen $T\,T_\gamma$ mit beliebigem γ zugeordnet.

6. Wir wollen der Abbildung T bezüglich der Grundbasis a^k_i, die jetzt Simplizes bedeuten mögen, die Beschränkung auferlegen, daß t^k_{ij} gleich $\pm\gamma_{k,ij}$ oder 0 sein möge, wo $\gamma_{k,ij}$ ein Gruppenelement sei. Solche Abbildungen wollen wir „einfach" nennen. Wir fragen bei einfachen Abbildungen nach denjenigen Simplizes $\xi\,\mathfrak{a}^k_i$, die von ihrem Bild $T(\xi\,\mathfrak{a}^k_i)$ positiv oder negativ überdeckt werden. Dies ist dann und nur dann der Fall, wenn

$$T(\xi)\, t^k_{ij}\, \xi^{-1} = \pm 1$$

ist, wenn also $\pm t^k_{ij}$ der durch 1 repräsentierten Restklasse konjugierter Elemente angehört. Wählen wir in diesem Fall $\xi\,\mathfrak{a}^k_i$ an Stelle von $\mathfrak{a}^k_i$ als Basiselement, so erkennt man, daß ein weiteres Simplex $\xi'\,\xi\,\mathfrak{a}^k_i$ dann und nur dann von seinem Bild (und zwar in demselben Sinne, wie $\xi\,\mathfrak{a}^k_i$ von seinem Bild) überlagert wird, wenn ξ' ein Fixelement bei dem Automorphismus T

$$T(\xi') = \xi'$$

ist.

Kommt in $|s^k|$ die durch 1 repräsentierte Klasse s^k_1 mal vor, so ist s^k_1 also die algebraische Anzahl der Basiselemente $\mathfrak{a}^k_i$, zu denen es ein $\xi\,\mathfrak{a}^k_i$ gibt, das von seinem Bilde positiv oder negativ überdeckt wird. Falls $T(\xi) = \xi$ keine Lösung hat außer der Eins, so ist also $\Sigma(-1)\, s^k_1$ die Hopfsche Spur der Abbildung T.

Um für eine Abbildung $T\,T_\gamma$ die Simplizes zu bestimmen, die von ihren Bildern überdeckt werden, ist die Gleichung

$$T\,T_\gamma(\xi)\,\bar\gamma\,t^k_{i\iota}\,\xi^{-1} = \bar\gamma\,T(\xi)\,\bar\gamma^{-1}\,\bar\gamma\,t^k_{i\iota}\,\xi^{-1} = \pm 1$$

aufzulösen. Dieselbe ist gleichwertig mit

$$T(\xi)\,t^k_{i\iota}\,\xi^{-1} = \pm\,\bar\gamma^{-1}.$$

Soll diese Gleichung für dasselbe Indexpaar i, k wie bei der Abbildung T auflösbar sein, so ist dafür notwendig und hinreichend, daß $\bar\gamma^{-1}$ derselben Klasse nach T konjugierter Elemente angehört wie $t^k_{i\iota}$, daß also $\bar\gamma^{-1}$ zu der durch 1 repräsentierten Klasse gehört und daher

$$\bar\gamma = \varkappa\,T(\varkappa^{-1})$$

gesetzt werden kann.

Allgemein sieht man, daß es zu jedem $\pm\,t_{i\iota}$, welches in dieselbe Klasse wie $\bar\gamma^{-1}$ gehört, ein Element $\xi\,\mathfrak{a}^k_i$ gibt, welches von seinem Bilde $T\,T_\gamma(\xi\,\mathfrak{a}^k_i)$ positiv oder negativ überdeckt wird. Hat die durch $\bar\gamma^{-1}$ repräsentierte Restklasse in $|s|$ den Koeffizienten s_2 und die durch 1 repräsentierte Restklasse in $|\bar\gamma\,s|'$ den Koeffizienten s'_1, so ist also $s'_1 = s_2$.

(Eingegangen am 23. 10. 1935.)