

längst überzeugt, daß das PLANCKSche  $h$  in allen Elementarprozessen der unbelebten Natur mitspielt. Aber die Konstruktion von  $e$  wäre vielleicht ihr größter Triumph und würde ungeheure Perspektiven in die Vereinfachung des physikalischen

Weltbildes eröffnen. Es ist kennzeichnend für die Bedeutung, die die Quantentheorie nach allgemeinem Urteil heute erlangt hat, daß wir diesen Triumph, wenn auch nicht für sicher, so doch für möglich halten.

### Note by Professor Sir E. Rutherford.

It is a great pleasure to me to have the opportunity of extending to my friend Professor MAX PLANCK my congratulations and good wishes on his attaining the fiftieth milestone of his scientific pilgrimage. The name of PLANCK is a household word among the scientific men of all countries and all unite in their admiration for his great and enduring contributions to Physical Science. Others will speak with much more authority and knowledge than I on the wonderful development both theoretical and experimental which have followed from his bold theory of the quantum of action. Here I will only say a few words in personal retrospect, illustrating the influence of PLANCKS theory in certain investigations in which I have been interested.

It is difficult to realize today, when the quantum theory is successfully applied in so many fields of science, how strange and almost fantastic this new conception of radiation appeared to many scientific men twenty five years ago. It was difficult at first to obtain any direct and convincing proof of the correctness of the theory and the deductions that followed from it. In this connection, I may refer to experiments made by Professor H. GEIGER and myself in 1908 when we measured the charge carried by an  $\alpha$  particle from radium and deduced that the value of the electronic charge was  $4,65 \cdot 10^{-10}$  electro-static units. Before that time, the accepted value of  $e$  was  $3,4 \cdot 10^{-10}$ . In the course of the publication of these

results in the Proceedings of the Royal Society, my attention was drawn by Sir JOSEPH LARMOR to the fact that PLANCK had deduced the value of  $e$  from his theory. We added the words „It is of interest to note that PLANCK deduced a value of  $e = 4,69 \cdot 10^{-10}$  from a general optical theory of the natural temperature radiation.“ When I met Professor PLANCK at Como twenty years later, he told me, and I was glad to know it, that the publication of this new determination of  $e$  and its agreement with his deduction was of great encouragement to him in confirming his belief in the correctness of his theory at a time when little confirmatory evidence was available. On my side, the agreement with PLANCKS deduction of  $e$  early made me an adherent to the general idea of a quantum of action. I was in consequence able to view with equanimity and even to encourage Professor BOHRs bold application of the quantum theory to explain the origin of spectra — a direct development of PLANCKS hypothesis which has had such revolutionary consequences in Physics, and even now is in process of revolutionizing our methods of thought and concepts of philosophy.

When we consider the profound influence that the quantum theory and its development have exerted not only on scientific ideas but on the enrichment of scientific knowledge in so many fields of science, we may rightfully add the name of PLANCK to that select list of the great pioneers of science whom we all delight to honour.

### Wirkungsquantum und Naturbeschreibung.

Von N. BOHR, Kopenhagen.

In der Geschichte der Wissenschaft gibt es wohl wenige Ereignisse, die in der kurzen Zeitspanne eines Menschenalters so außerordentliche Folgen gehabt haben wie PLANCKS Entdeckung des elementaren Wirkungsquantums. Nicht nur bildet diese Entdeckung in immer höherem Grade die Grundlage für die Einordnung der Erfahrungen über die atomaren Erscheinungen, die eben in den letzten dreißig Jahren sich so ungeheuer vermehrt haben, sondern sie hat gleichzeitig eine völlige Umformung der Grundlage der Beschreibung der Naturphänomene hervorgebracht. Wir stehen hier vor einer ununterbrochenen Entwicklung von Gesichtspunkten und begrifflichen Hilfsmitteln, die mit den grundlegenden Arbeiten von PLANCK über die Hohlraumstrahlung anfangend in den letzten Jahren in der Formulierung einer symbolischen Quantenmechanik gegipfelt hat, die als eine ungezwungene Verallgemeinerung der klassischen Mechanik aufzufassen ist, mit der sie

sich in bezug auf Schönheit und inneren Zusammenhang wohl vergleichen läßt.

Zwar ist dieses Ziel nicht ohne Verzicht erreicht worden, was die kausale raumzeitliche Beschreibungsweise betrifft, die das Merkmal der klassischen physikalischen Theorien bildet, welche eine so tiefgehende Klärung durch die Relativitätstheorie erfahren haben. In dieser Hinsicht bedeutete die Quantentheorie insofern eine Enttäuschung, als die Atomtheorie gerade aus der Bestrebung entstanden war, eine solche Beschreibungsweise auch bei Erscheinungen durchzuführen, die den unmittelbaren Sinneseindrücken gegenüber nicht als Bewegungen materieller Körper erscheinen. Von jeher war man aber darauf gefaßt, eben hier auf ein Versagen unserer den Sinneswahrnehmungen angepaßten Anschauungsformen zu stoßen. Wir wissen jetzt, daß die oft geäußerte Skepsis hinsichtlich der Realität der Atome übertrieben war, da ja die wunderbare Entwicklung

der Experimentierkunst uns erlaubt, die Wirkungen einzelner Atome zu konstatieren. Nichtsdestoweniger hat eben die Erkenntnis der durch das Wirkungsquantum symbolisierten begrenzten Teilbarkeit der physikalischen Vorgänge den alten Zweifel an die Tragweite unserer gewöhnlichen Anschauungsformen den atomaren Erscheinungen gegenüber zu ihrem Recht gebracht. Indem jede Wahrnehmung dieser Erscheinungen mit einer nicht zu vernachlässigenden Wechselwirkung zwischen Gegenstand und Beobachtungsmittel verbunden ist, rückt die Frage nach den Beobachtungsmöglichkeiten wieder in den Vordergrund. In neuer Beleuchtung begegnen wir hier dem Problem der Objektivität der Erscheinungen, das in der philosophischen Diskussion stets so viel Aufmerksamkeit beansprucht hat.

Bei dieser Sachlage kann es nicht wunder nehmen, daß es sich bei allen sinngemäßen Anwendungen der Quantentheorie stets um wesentlich statistische Probleme gehandelt hat. In den ursprünglichen Arbeiten von PLANCK war es ja zunächst die Notwendigkeit der Modifikation der klassischen statistischen Mechanik, welche die Einführung des Wirkungsquantums veranlaßte. Dieser für die Quantentheorie eigentümliche Charakter kommt in eindrucksvoller Weise zum Ausdruck in der erneuten Diskussion über das Wesen des Lichtes und der Bausteine der Materie. Während diese Fragen im Rahmen der klassischen Theorien eine scheinbar endgültige Lösung bekommen hatten, so wissen wir jetzt, daß sowohl für das Licht wie für die materiellen Teilchen verschiedenartige Bilder notwendig sind, um die Erscheinungen allseitig zum Ausdruck zu bringen und eine eindeutige Formulierung der statistischen Gesetze, welche die Beobachtungsergebnisse regeln, zu gewähren. Je klarer die Unmöglichkeit einer einheitlichen Formulierung des Inhalts der Quantentheorie mit Hilfe von klassischen Vorstellungen hervortritt, um so mehr bewundern wir PLANCKs glückliche Intuition bei der Wahl der Bezeichnung Wirkungsquantum, die direkt auf ein Versagen des Wirkungsprinzips hinweist, dessen zentrale Stellung in der klassischen Naturbeschreibung er selber bei mehreren Gelegenheiten betont hat. Dieses Prinzip symbolisiert sozusagen die eigentümlich reziproke symmetrische Beziehung zwischen der Raum-Zeitbeschreibung und den Gesetzen der Erhaltung von Energie und Impuls, deren große Fruchtbarkeit schon in der klassischen Physik damit zusammenhängt, daß diese Gesetze weitgehend unabhängig von der raum-zeitlichen Verfolgung der Erscheinungen angewandt werden können. Es ist eben diese Reziprozität, die auf glücklichste Weise in dem Formalismus der Quantenmechanik verwertet worden ist. In der Tat tritt hier das Wirkungsquantum nur in Beziehungen auf, in denen die im Sinne von HAMILTON kanonisch konjugierten Raum-Zeitgrößen und Impuls-Energiegrößen in symmetrischer und reziproker Weise eingehen. Auch die Analogie zwischen Optik und Mechanik, die für die neueste Entwicklung der Quantentheorie sich so fruchtbar erwiesen hat,

hängt mit diesen Verhältnissen in engster Weise zusammen.

Es liegt im Wesen einer physikalischen Beobachtung, daß alle Erfahrungen schließlich mit Hilfe der klassischen Begriffe unter Vernachlässigung des Wirkungsquantums ausgedrückt werden müssen. Es ist deshalb eine unvermeidbare Folge der begrenzten Anwendbarkeit klassischer Vorstellungen, daß die durch jede Messung atomarer Größen erreichbaren Ergebnisse einer ihnen innewohnenden Begrenzung unterliegen. Eine weitgehende Klärung dieser Frage wurde neulich durch das von HEISENBERG formulierte allgemeine quantenmechanische Gesetz gebracht, wonach das Produkt der mittleren Fehler, mit denen zwei kanonisch konjugierte mechanische Größen gleichzeitig gemessen werden können, nie kleiner als das Wirkungsquantum sein kann. Mit Recht hat HEISENBERG die Bedeutung dieses reziproken Unsicherheitsgesetzes für die Beurteilung der Widerspruchsfreiheit der Quantenmechanik mit der Bedeutung der Unmöglichkeit einer Überlichtgeschwindigkeit von Signalen für die Widerspruchsfreiheit der Relativitätstheorie verglichen. Zur Beurteilung der bekannten Paradoxien, denen wir in der Quantentheorie des Atombaus begegnen, ist es in dieser Verbindung wesentlich, daran zu erinnern, daß die Eigenschaften der Atome immer durch ihre Reaktionen gegenüber Stößen und Strahlung zur Beobachtung gelangen, und daß die in Frage stehende Begrenzung der Messungsmöglichkeiten direkt mit den scheinbaren Gegensätzen zusammenhängt, welche die Diskussion über das Wesen des Lichtes und der materiellen Teilchen entschleiert hat. Um zu betonen, daß es sich hier nicht um eigentliche Gegensätze handelt, wurde in einem früheren Artikel des Verfassers (Naturwiss. 16, 245, [1928]) die Bezeichnung Komplementarität vorgeschlagen. In Anbetracht der oben berührten schon in der klassischen Mechanik vorkommenden reziproken Symmetrie dürfte die Bezeichnung Reziprozität jedoch besser geeignet sein, um den Sinn des in Frage stehenden Sachverhaltes auszudrücken. In dem genannten Artikel wurde am Schluß hingewiesen auf die nahe Beziehung des Versagens unserer Anschauungsformen, die in der Unmöglichkeit einer strengen Trennung von Phänomen und Beobachtungsmittel wurzelt, zu den mit der Unterscheidung zwischen Subjekt und Objekt zusammenhängenden allgemeinen Grenzen der menschlichen Begriffsbildung. Zwar fallen die hier in Betracht kommenden erkenntnistheoretischen und psychologischen Fragen vielleicht außerhalb des Rahmens der eigentlichen Physik. Doch möchte ich mir gern bei dieser besonderen Gelegenheit erlauben, etwas näher auf diese Gedanken einzugehen.

Das in Frage stehende Erkenntnisproblem läßt sich wohl kurz dahin kennzeichnen, daß einerseits die Beschreibung unserer Gedankentätigkeit die Gegenüberstellung eines objektiv gegebenen Inhalts und eines betrachtenden Subjekts verlangt, während andererseits — wie schon aus einer solchen

Aussage einleuchtet — keine strenge Trennung zwischen Objekt und Subjekt aufrecht zu erhalten ist, da ja auch der letztere Begriff dem Gedankeninhalt angehört. Aus dieser Sachlage folgt nicht nur die relative von der Willkür in der Wahl des Gesichtspunktes abhängige Bedeutung eines jeden Begriffes, oder besser jeden Wortes, sondern wir müssen im allgemeinen darauf gefaßt sein, daß eine allseitige Beleuchtung eines und desselben Gegenstandes verschiedene Gesichtspunkte verlangen kann, die eine eindeutige Beschreibung verhindern. Streng genommen steht ja die bewußte Analyse eines jeden Begriffes in einem anschließenden Verhältnis zu seiner unmittelbaren Anwendung. Mit der Notwendigkeit, zu einer in diesem Sinn komplementären oder besser reziproken Beschreibungsweise Zuflucht zu nehmen, sind wir wohl besonders durch psychologische Probleme vertraut. Demgegenüber dürfte gewöhnlich das Merkmal der sog. exakten Wissenschaften in dem Bestreben gesehen werden, Eindeutigkeit durch Vermeiden jeden Hinweises auf das betrachtende Subjekt zu erreichen. Diesem Bestreben begegnen wir vielleicht am bewußtesten in der mathematischen Symbolik, die uns ein Ideal von Objektivität vor Augen hält, dessen Erreichung, bei jedem in sich geschlossenen Anwendungsgebiet der Logik, kaum Grenzen gesetzt sind. In den eigentlichen Naturwissenschaften aber kann jedoch von keinen streng abgeschlossenen Anwendungsgebieten der logischen Prinzipien die Rede sein, da wir immer mit neu hinzukommenden Tatsachen rechnen müssen, deren Einordnung in den Rahmen der früheren Erfahrungen eine Revision unserer begrifflichen Hilfsmittel verlangen kann.

Eine derartige Revision haben wir kürzlich mit der Entstehung der Relativitätstheorie erlebt, die eben durch eine weitgehende Vertiefung des Beobachtungsproblems den subjektiven Charakter aller Begriffe der klassischen Physik offenbaren sollte. Ungeachtet der hohen Anforderungen, die sie an unser Abstraktionsvermögen stellt, kommt jedoch die Relativitätstheorie dem klassischen Ideal von Einheitlichkeit und Ursachenzusammenhang in der Naturbeschreibung in besonders hohem Maße entgegen. Vor allem wird dabei die Vorstellung der objektiven Realität der zur Beobachtung gelangenden Phänomene noch in Strenge aufrecht erhalten. Wie von EINSTEIN betont, ist es ja eine für die ganze Relativitätstheorie grundlegende Annahme, daß jede Beobachtung schließlich auf ein Zusammentreffen von Gegenstand und Meßkörper in demselben Raum-Zeitpunkt beruht und insofern von dem Bezugssystem des Beobachters unabhängig definierbar ist. Nach der Entdeckung des Wirkungsquantums wissen wir aber, daß das klassische Ideal bei der Beschreibung atomarer Vorgänge nicht erreicht werden kann. Insbesondere führt jeder Versuch einer raum-zeitlichen Einordnung der Individuen einen Bruch der Ursachenkette mit sich, indem er mit einem nicht zu vernachlässigenden Austausch von Impuls und Energie mit den zum Vergleich benutzten Maßstäben und Uhren verbunden ist, dem keine Rechnung getragen

werden kann, wenn diese Meßmittel ihren Zweck erfüllen sollen. Umgekehrt verlangt jeder eindeutige auf die strenge Erhaltung von Energie und Impuls begründete Schluß über das dynamische Verhalten der Individuen offenbar einen völligen Verzicht auf deren Verfolgung in Raum und Zeit. Überhaupt können wir sagen, daß die Zweckmäßigkeit der kausalen Raum-Zeitbeschreibung bei der Einordnung der üblichen Erfahrungen nur in der Kleinheit des Wirkungsquantums im Vergleich mit den für die gewöhnlichen Wahrnehmungen in Betracht kommenden Wirkungen begründet ist. PLANCKS Entdeckung hat uns hier vor eine ähnliche Situation gestellt wie die, welche die Entdeckung der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit gebracht hatte; beruht ja die Zweckmäßigkeit der scharfen von unseren Sinnen verlangte Trennung zwischen Raum und Zeit lediglich auf der Kleinheit der Geschwindigkeiten, mit denen wir im täglichen Leben zu tun haben, verglichen mit der Lichtgeschwindigkeit. In der Tat darf bei der Frage der Kausalität der atomaren Erscheinungen die Reziprozität der Messungsergebnisse ebensowenig vergessen werden wie bei der Frage der Gleichzeitigkeit die Relativität der Beobachtungen.

Bei der Resignation hinsichtlich der Wünsche nach Anschaulichkeit, die unserer ganzen Sprache ihr Gepräge gibt, zu der uns die besprochene Situation zwingt, ist es besonders lehrreich, daß Grundzüge nicht nur der relativistischen, sondern auch der reziproken Betrachtungsweise uns schon bei einfachen psychologischen Erfahrungen begegnen. Der Relativität unserer Wahrnehmungen von Bewegung, die jedem schon aus der Kindheit durch Schiff- oder Wagenfahrten vertraut ist, entsprechen alltägliche Erfahrungen über die Reziprozität der Berührungswahrnehmungen. Hier sei an die von Psychologen oft herangezogene Empfindung erinnert, die jeder erlebt hat bei dem Versuch in einem dunklen Zimmer sich durch Tasten mittels eines Stockes zu orientieren. Während der Stock bei losem Anfassen dem Berührungssinn als Objekt erscheint, verlieren wir bei festem Anfassen die Vorstellung eines Fremdkörpers und die Wahrnehmung der Berührung wird unmittelbar in dem Punkt lokalisiert, wo der Stock an den zu untersuchenden Körper stößt. Es ist kaum eine Übertreibung, wenn man schon aus psychologischen Erfahrungen behaupten wollte, daß die Begriffe Raum und Zeit ihrem Wesen nach erst durch die Möglichkeit der Vernachlässigung der Wechselwirkung mit den Meßmitteln einen Sinn bekommen. Allgemein zeigt uns die Analyse der Sinnesempfindungen eine bemerkenswerte Unabhängigkeit bezüglich der psychologischen Grundlage der Wahrnehmungen von Raum und Zeit einerseits und der auf Kraftwirkungen zurückgehenden Wahrnehmungen von Energie und Impuls andererseits. Vor allem wird aber dieses Gebiet, wie schon berührt, durch Reziprozitätsverhältnisse gekennzeichnet, die mit dem einheitlichen Charakter des Bewußtseins zusammenhängen und eine auffallende Ähnlichkeit zeigen mit den physikalischen Konsequenzen des Wirkungsquantums. Es handelt sich

hier um allbekannte Eigentümlichkeiten des Gefühls- und Willenslebens, die sich gänzlich der Darstellung durch anschauliche Bilder entziehen. Insbesondere findet der scheinbare Gegensatz zwischen dem kontinuierlichen Fortschreiten des assoziativen Denkens und der Bewahrung der Einheit der Persönlichkeit eine eindrucksvolle Analogie in dem Verhältnis der von dem Superpositionsprinzip beherrschten Wellenbeschreibung des Verhaltens materieller Teilchen zu deren unzerstörbarer Individualität. Die unvermeidbare Beeinflussung der atomaren Erscheinungen durch deren Beobachtung entspricht hier der wohlbekannten Änderung der Färbung des psychischen Geschehens, welche jede Lenkung der Aufmerksamkeit auf ihre verschiedenen Elemente begleitet.

Es sei hier noch erlaubt kurz auf die Beziehung hinzuweisen, die zwischen den Gesetzmäßigkeiten auf psychischem Gebiet und dem Problem der Kausalität der physikalischen Erscheinungen besteht. In Betracht des Kontrastes zwischen dem Gefühl des freien Willens, das das Geistesleben beherrscht, und des scheinbar ununterbrochenen Ursachszusammenhanges der begleitenden physiologischen Prozesse ist es ja den Denkern nicht entgangen, daß es sich hier um ein unanschauliches Komplementaritätsverhältnis handeln kann. So ist öfters die Ansicht vertreten worden, daß eine wohl nicht ausführbare, aber doch denkbare, ins einzelne gehende Verfolgung der Gehirnprozesse eine Ursachskette entschleiern würde, die eine eindeutige Abbildung des gefühlsbetonten psychischen Geschehens darbieten würde. Ein solches Gedankenexperiment kommt aber jetzt in ein neues Licht, indem wir nach der Entdeckung des Wirkungsquantums gelernt haben, daß eine ins einzelne gehende kausale Verfolgung atomarer Prozesse nicht möglich ist, und daß jeder Versuch, eine Kenntnis solcher Prozesse zu erwerben, mit einem prinzipiell unkontrollierbaren Eingreifen in deren

Verlauf begleitet sein wird. Nach der erwähnten Ansicht über das Verhältnis der Gehirnvorgänge und des psychischen Geschehens müssen wir also darauf gefaßt sein, daß ein Versuch erstere zu beobachten eine wesentliche Änderung des begleitenden Willengefühls mit sich bringen würde. Obwohl es sich hier zunächst nur um mehr oder weniger zutreffende Analogien handeln kann, so wird man sich schwerlich von der Überzeugung freimachen können, daß wir in dem von der Quantentheorie entschleiern, unserer gewöhnlichen Anschauung unzugänglichen Tatbestand ein Mittel in die Hände bekommen haben zur Beleuchtung allgemeiner Fragestellungen menschlichen Denkens.

Die besondere Gelegenheit möge entschuldigen, daß ein Physiker sich auf fremde Gebiete wagt. Meine Absicht war ja vor allem der Begeisterung Ausdruck zu geben für die Aussichten, die sich unserer gesamten Wissenschaft durch die PLANCKSCHE Entdeckung geöffnet haben. Auch lag es mir am Herzen nach bestem Vermögen Nachdruck zu legen auf die mit der neuen Erkenntnis folgende Erschütterung der Grundlagen der Begriffsbildung auf der nicht nur die klassische Darstellung der Physik, sondern auch unsere gewöhnliche Denkweise beruht. Eben der hierdurch gewonnenen Befreiung verdanken wir den wunderbaren Fortschritt unserer Einsicht in die Naturerscheinungen, die wir während des letzten Menschenalters errungen haben; ein Fortschritt, der alle Hoffnungen übertrifft, die man bis vor wenigen Jahren zu hegen wagte. Die jetzige Lage der Physik ist vielleicht am besten dadurch gekennzeichnet, daß fast alle Gedanken, die sich je in der Naturforschung als erfolgreich erwiesen hatten, in einer gemeinsamen Harmonie zu ihrem Recht gekommen sind, ohne dabei an Fruchtbarkeit verloren zu haben. In Dankbarkeit für die Arbeitsmöglichkeiten die er uns geschenkt hat, feiern seine Fachgenossen heute den Schöpfer der Quantentheorie.

## Die Erfassung der Quantengesetze durch kontinuierliche Funktionen.

VON E. SCHRÖDINGER, Berlin.

Ein langer Lichtwellenzug von beliebiger Gestalt laufe gegen ein kleines Körnchen  $K$  einer lichtempfindlichen Substanz an und streiche darüber weg. Fig. 1 stelle die Welle als Funktion

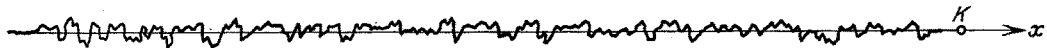


Fig. 1.

von  $x$  dar, kurz bevor der Wellenkopf das Körnchen erreicht hat. (Dieselbe Kurve von rechts nach links gelesen gibt dann auch die Wellenfunktion als Funktion der Zeit im Punkte  $K$  während des Vorüberstreichens.) In der klassischen Periode der Physik würde man erwartet haben, daß entweder die Wellenordinate selbst oder vielleicht ihr Anstieg einen gewissen Schwellenwert irgendwo erreichen müsse, um eine Zersetzung im Körnchen herbeizuführen; oder vielleicht auch, daß die Wirkungen sich in gewisser Weise aufsummieren, etwa

so, daß das Zeitintegral des Quadrates der Funktion an der Stelle  $K$  bis zu einem bestimmten Wert anwachsen müsse, bevor Zersetzung eintritt. Nichts von alledem ist der Fall, sondern es kommt

lediglich auf die *Gestalt* des vorbeistreichenden Wellenzuges an, und zwar auf eine Gestaltseigenschaft, die sich gar nicht so mit einem Blick übersehen läßt, sondern die nur durch umfangreiche Berechnungen zu ermitteln ist. Es kommt nämlich darauf an, ob, wenn man den Wellenzug in Sinuswellen zerlegt, dabei *auch* Wellenlängen auftreten, die kleiner sind als eine gewisse Grenzwellenlänge  $\lambda_0$ , die sog. langwellige Grenze des photochemischen Prozesses, der im Körnchen eingeleitet werden soll. Finden sich so kurze Wellen vor, dann tritt Zer-