

Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik¹.

Von N. BOHR, Kopenhagen.

In Zusammenhang mit der Diskussion der physikalischen Deutung der in den letzten Jahren entwickelten quantentheoretischen Methoden möchte ich gern die folgenden allgemeinen Bemerkungen über die der Beschreibung atomarer Erscheinungen zu Grunde liegenden Prinzipien vorbringen, welche vielleicht zu der Versöhnung der auf diesem Gebiet so stark voneinander abweichenden Ansichten beitragen können.

§ 1. *Quantenpostulat und Kausalität.*

Charakteristisch für die Quantentheorie ist die Erkenntnis einer fundamentalen Begrenzung der klassischen physikalischen Begriffe, wenn sie auf atomare Phänomene angewandt werden. Die hieraus sich ergebende Sachlage ist von besonderer Art, weil unsere Deutung des Erfahrungsmaterials wesentlich auf der Anwendung der klassischen Begriffe beruht. Ungeachtet der Schwierigkeiten, die infolgedessen einer Formulierung des Inhaltes der Quantentheorie entgegenstehen, scheint es, wie wir sehen werden, daß der Sinn der Theorie zum Ausdruck gebracht werden kann durch das sog. Quantenpostulat, wonach jeder atomare Prozeß einen Zug von Diskontinuität oder vielmehr Individualität enthält, der den klassischen Theorien vollständig fremd ist und durch das PLANCKSche Wirkungsquantum gekennzeichnet ist.

Dieses Postulat hat einen Verzicht, betreffend die kausale raum-zeitliche Beschreibung der atomaren Phänomene zur Folge. In der Tat beruht unsere gewöhnliche Beschreibung der Naturerscheinungen letzten Endes auf der Voraussetzung, daß die in Rede stehenden Phänomene beobachtet werden können, ohne sie wesentlich zu beeinflussen. Dies tritt auch deutlich zutage in der Formulierung der Relativitätstheorie, die für die Klärung der klassischen Theorien so fruchtbar gewesen ist. Wie von EINSTEIN hervorgehoben, beruht jede Beobachtung oder Messung schließlich auf dem

Zusammenfallen zweier unabhängigen Ereignisse im selben Raum-Zeit-Punkt. Eben dieses Zusammenfallen wird nicht berührt durch den Unterschied, den die Raum-Zeit-Beschreibung verschiedener Beobachter im übrigen aufweisen mag. Nun bedeutet aber das Quantenpostulat, daß jede Beobachtung atomarer Phänomene eine nicht zu vernachlässigende Wechselwirkung mit dem Messungsmittel fordert, und daß also weder den Phänomenen noch dem Beobachtungsmittel eine selbständige physikalische Realität im gewöhnlichen Sinne zugeschrieben werden kann. Überhaupt enthält der Begriff der Beobachtung eine Willkür, indem er wesentlich darauf beruht, welche Gegenstände mit zu dem zu beobachtenden System gerechnet werden. Letzten Endes wird jede Beobachtung selbstverständlich auf unsere Sinnesempfindungen zurückgeführt werden können. Der Umstand aber, daß man bei der Deutung von Beobachtungen immer theoretische Vorstellungen heranziehen muß, bringt mit sich, daß es für jeden einzelnen Fall eine Frage der Zweckmäßigkeit ist, an welcher Stelle man den Begriff der Beobachtung und den mit dem Quantenpostulat verbundenen „irrationalen“ Zug der Beschreibung einführt.

Dieser Sachverhalt bringt weitgehende Konsequenzen mit sich. Einerseits verlangt die Definition des Zustandes eines physikalischen Systems, wie gewöhnlich aufgefaßt, das Ausschließen aller äußeren Beeinflussungen; dann ist aber nach dem Quantenpostulat auch jede Möglichkeit der Beobachtung ausgeschlossen, und vor allem verlieren die Begriffe Zeit und Raum ihren unmittelbaren Sinn. Lassen wir andererseits, um Beobachtungen zu ermöglichen, eventuelle Wechselwirkungen mit geeigneten, nicht zum System gehörigen, äußeren Messungsmitteln zu, so ist der Natur der Sache nach eine eindeutige Definition des Zustandes des Systems nicht mehr möglich, und es kann von Kausalität im gewöhnlichen Sinne keine Rede sein. Nach dem Wesen der Quantentheorie müssen wir uns also damit begnügen, die Raum-Zeit-Darstellung und die Forderung der Kausalität, deren Vereinigung für die klassischen Theorien kennzeichnend ist, als komplementäre aber einander ausschließende Züge der Beschreibung des Inhalts der Erfahrung aufzufassen, die die Idealisation der Beobachtungs- bzw. Definitionsmöglichkeiten symbolisieren. Ebenso wie man nach der Relativitätstheorie erkennt, daß die Zweckmäßigkeit der scharfen, von unseren Sinnen verlangten Trennung zwischen Raum und Zeit nur darauf beruht, daß die gewöhnlich vorkommenden relativen Geschwindigkeiten klein sind gegenüber der Ge-

¹ Dieser Aufsatz gibt im wesentlichen den Inhalt eines Vortrages über den gegenwärtigen Stand der Quantentheorie wieder, der bei Gelegenheit der VOLTAfeier am 16. September 1927 in Como gehalten wurde. Für eine Übersicht des Standes der Theorie unmittelbar vor der Entwicklung der neuen Hilfsmittel sei auf einen in dieser Zeitschrift veröffentlichten Vortrag des Verfassers „Atomtheorie und Mechanik“ (Naturwissenschaften 14, 1. 1926) hingewiesen. Die inzwischen stattgefundenen außerordentlichen Entwicklung hat eine sehr umfangreiche Literatur hervorgerufen. Hier haben wir uns mit einigen im Texte befindlichen Hinweisen begnügen müssen auf neuere Arbeiten, die für die folgenden Betrachtungen besonders in Frage kommen.

schwindigkeit des Lichts, dürfte die Entdeckung der Quantentheorie die Erkenntnis gebracht haben, daß die Angemessenheit der ganzen kausalen raumzeitlichen Anschauungsweise nur von der Kleinheit des Wirkungsquantums gegenüber den für die gewöhnlichen Sinnesempfindungen in Betracht kommenden Wirkungen bedingt ist. In der Tat stellt uns bei der Beschreibung der atomaren Phänomene das Quantenpostulat vor die Aufgabe der Ausbildung einer „Komplementaritätstheorie“, deren Widerspruchsfreiheit nur durch das Abwägen der Definitions- und Beobachtungsmöglichkeiten beurteilt werden kann.

Diese Auffassung kommt schon zur Geltung bei der vieldiskutierten Frage der Natur des Lichts und der Bausteine der Materie. Was das Licht betrifft, so wird seine raumzeitliche Ausbreitung bekanntlich in sinngemäßer Weise durch die elektromagnetische Lichttheorie dargestellt. Insbesondere werden sowohl die Interferenzerscheinungen im leeren Raum als auch die optischen Eigenschaften materieller Medien in lückenloser Weise durch das wellentheoretische Superpositionsprinzip beherrscht. Nichtsdestoweniger findet die Erhaltung von Energie und Impuls bei der Wechselwirkung von Strahlung und Materie, wie sie bei dem photoelektrischen Effekt und dem Comptoneffekt zum Vorschein kommt, gerade durch die von EINSTEIN entwickelte Lichtquantenvorstellung ihren sinngemäßen Ausdruck. Die Zweifel einerseits an der strengen Aufrechterhaltung des Superpositionsprinzips, andererseits an der allgemeinen Gültigkeit der Erhaltungssätze, zu denen dieser scheinbare Widerspruch Anlaß gegeben hat, sind bekanntlich in entscheidender Weise durch direkte Versuche widerlegt. Diese Sachlage dürfte die Undurchführbarkeit einer kausalen raumzeitlichen Beschreibung der Lichterscheinungen klarstellen. Soweit wir die Gesetze der raumzeitlichen Ausbreitung der Lichtwirkungen zu verfolgen wünschen, sind wir dem Quantenpostulat zufolge auf statistische Betrachtungen angewiesen. Demgegenüber bedeutet die Aufrechterhaltung der Kausalitätsforderung bei den einzelnen, durch das Wirkungsquantum gekennzeichneten Lichtprozessen einen Verzicht hinsichtlich der raumzeitlichen Verhältnisse. Natürlich kann von einer völlig unabhängigen Anwendung der Raum-Zeitbeschreibung und des Kausalitätsbegriffes niemals die Rede sein. Vielmehr stellen die beiden Auffassungen der Natur des Lichtes zwei verschiedene Versuche einer Anpassung der experimentellen Tatsachen an unsere gewöhnliche Anschauungsweise dar, durch welche die Begrenzung der klassischen Begriffe in komplementärer Weise zum Ausdruck kommt.

Zu einer analogen Schlußfolgerung führt die Betrachtung der Eigenschaften materieller Teilchen. Die Individualität der elektrischen Elementarteilchen dürfte aus den allgemeinsten Erfahrungen hervorgehen. Nichtsdestoweniger ist man gezwungen, um verschiedene Tatsachen, nament-

lich die kürzlich entdeckte selektive Reflexion von Elektronen an Metallkristallen, zu erklären, das wellentheoretische Superpositionsprinzip heranzuziehen, wie es den ursprünglichen Ideen von L. DE BROGLIE entspricht. Ähnlich wie bei dem Licht stehen wir also, solange wir uns an klassische Begriffe halten, auch bei der Frage des Wesens der Materie vor einem unvermeidbaren Dilemma, das eben als ein sinngemäßer Ausdruck für die Analyse des Erfahrungsmaterials zu betrachten sein dürfte. In der Tat handelt es sich hier nicht um einander widersprechende, sondern um komplementäre Auffassungen der Erscheinungen, die erst zusammen eine naturgemäße Verallgemeinerung der klassischen Beschreibungsweise darbieten. Bei der Diskussion dieser Fragen darf nicht außer acht gelassen werden, daß es sich, sowohl bei der Strahlung im leeren Raum wie bei den isolierten materiellen Partikeln, gemäß der hier vertretenen Auffassung um Abstraktionen handelt, weil ihre Eigenschaften zufolge des Quantenpostulats nur durch ihre Wechselwirkung mit anderen Systemen der Definition und Beobachtung zugänglich sind. Nichtsdestoweniger bilden diese Abstraktionen, wie wir sehen werden, ein unentbehrliches Mittel, dem Inhalt der Erfahrungen im Anschluß an unsere gewöhnliche Anschauung Ausdruck zu geben.

Die Schwierigkeiten, die in der Quantentheorie einer kausalen raumzeitlichen Beschreibung entgegenstehen und die seit langem Gegenstand der Diskussion gewesen, sind in letzter Zeit durch die Entwicklung der neuen symbolischen Methoden in den Vordergrund des Interesses gerückt. Ein wichtiger Beitrag zur Frage der widerspruchsfreien Anwendung dieser Methoden wurde neuerdings von HEISENBERG (Zeitschr. f. Phys. **43**, 172. 1927) gegeben. In dieser Verbindung hat er besonders die eigentümliche reziproke Unsicherheit betont, die jeder Messung atomarer Größen anhaftet. Bevor wir auf seine Betrachtungen näher eingehen, wird es aber zweckmäßig sein, zu zeigen, wie der in dieser Unsicherheit hervortretende komplementäre Zug der Beschreibung schon bei einer Analyse der einfachsten Begriffe, welche der Deutung der Erfahrungen zu Grunde liegen, als unvermeidbar erscheint.

§ 2. Wirkungsquantum und Kinematik.

Der grundsätzliche Gegensatz zwischen Wirkungsquantum und klassischen Begriffen erhellt sofort aus den einfachen Formeln, welche die gemeinsame Grundlage der Lichtquantentheorie und der Wellentheorie materieller Teilchen bilden. Bezeichnen wir die PLANCKSCHE Konstante mit h , so haben wir bekanntlich

$$E\tau = I\lambda = h \quad (1)$$

wo E und I Energie und Impuls, τ und λ die zugeordnete Schwingungsdauer und Wellenlänge bedeuten. In diesen Formeln stehen die zwei erwähnten Auffassungen des Lichts und der Materie

einander schroff gegenüber. Während Energie und Impuls dem Partikelbegriff angehören und also nach der klassischen Auffassung durch Raum-Zeitkoordinaten gekennzeichnet werden können, so beziehen sich Schwingungsdauer und Wellenlänge auf einen in raum-zeitlicher Hinsicht unbegrenzten ebenen harmonischen Wellenzug. Erst die Heranziehung des Superpositionsprinzips ermöglicht einen Anschluß an die gewöhnliche Beschreibungsweise. In der Tat kann eine Begrenzung der raum-zeitlichen Ausdehnung der Wellenfelder immer als Folge der Interferenz innerhalb einer Gruppe von harmonischen Elementarwellen aufgefaßt werden. Wie von DE BROGLIE (Thèse, Paris 1924) nachgewiesen, läßt sich nun die Translationsgeschwindigkeit der den Wellen zugeordneten Individuen eben durch die sog. Gruppengeschwindigkeit repräsentieren. Bezeichnen wir eine ebene Elementarwelle mit

$$A \cos 2\pi(t\nu - x\sigma_x - y\sigma_y - z\sigma_z + \delta)$$

wo A und δ Konstante sind, die bzw. Amplitude und Phase bestimmen. Die Größe $\nu = \frac{I}{\tau}$ ist die Schwingungszahl, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sind die Wellenzahlen in Richtung der Koordinaten und können als Komponenten der Wellenzahl $\sigma = \frac{I}{\lambda}$ in der Fortpflanzungsrichtung betrachtet werden. Während $\frac{\nu}{\sigma}$ die Wellen- oder Phasengeschwindigkeit darstellt, ist die Gruppengeschwindigkeit durch $\frac{d\nu}{d\sigma}$ definiert. Nach der Relativitätstheorie haben wir nun für eine Partikel mit der Geschwindigkeit v

$$I = \frac{v}{c^2} E \quad \text{und} \quad v dI = dE,$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Nach Formel (1) ist also die Phasengeschwindigkeit gleich $\frac{c^2}{v}$ und die Gruppengeschwindigkeit gleich v . Der Umstand einerseits, daß erstere im allgemeinen größer ist als die Lichtgeschwindigkeit, weist direkt auf den symbolischen Charakter der Betrachtungen hin. Andererseits gibt die Möglichkeit die Partikelgeschwindigkeit mit der Gruppengeschwindigkeit zu identifizieren, einen Hinweis auf das Anwendungsgebiet von Raum-Zeitbildern in der Quantentheorie. Hier zeigt sich zugleich der komplementäre Charakter der Beschreibung, denn die Verwendung von Wellengruppen bringt notwendigerweise eine Unschärfe in der Definition von Schwingungsdauer und Wellenlänge mit sich und also auch in der Definition der nach den Relationen (1) zugeordneten Energie- und Impulsgrößen.

Ein begrenztes Wellenfeld läßt sich streng genommen nur durch Überlagerung von einer Mannigfaltigkeit von Elementarwellen darstellen, die allen möglichen Werten von ν und $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ entsprechen. Der Größenordnung nach ist aber die

mittlere Differenz dieser Werte bei zwei Elementarwellen der Gruppe im günstigsten Fall durch die Bedingung gegeben

$$\Delta t \Delta \nu = \Delta x \Delta \sigma_x = \Delta y \Delta \sigma_y = \Delta z \Delta \sigma_z = 1$$

wo $\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z$ die Ausdehnung des Wellenfeldes in der Zeit und der den Koordinatenachsen entsprechenden Raumrichtungen angeben. Diese aus der Theorie der optischen Instrumente — besonders aus den von RAYLEIGH herrührenden Betrachtungen über das Auflösungsvermögen von Spektralapparaten — wohlbekannten Relationen drücken die Bedingung aus, daß die Wellenzüge sich auf der raum-zeitlichen Grenzfläche des Wellenfeldes durch Interferenz auslöschen können. Sie kann auch dahin gedeutet werden, daß 1er Gruppe als Ganzem keine Phase zukommt in dem Sinne, wie es bei den einzelnen Elementarwellen der Fall ist. Aus Formel (1) folgt also

$$\Delta t \Delta E = \Delta x \Delta I_x = \Delta y \Delta I_y = \Delta z \Delta I_z = h \quad (2)$$

als Ausdruck für die größtmögliche Genauigkeit der Definition von Energie und Impuls der dem Wellenfeld zugeordneten Individuen. Im allgemeinen werden allerdings die Verhältnisse für die Zuordnung eines Energie- und Impulswertes mittels Formel (1) zu einem Wellenfeld noch weniger günstig sein. Auch wenn die Beschaffenheit der Wellengruppe anfänglich die Relationen (2) erfüllt, so wird im Laufe der Zeit ihre Ausdehnung solchen Änderungen unterliegen, daß sie zur Darstellung eines Individuums immer weniger geeignet wird. Eben in diesem Umstand ist ja der paradoxe Charakter der Frage der Natur des Lichts und der materiellen Teilchen begründet. Übrigens hängt die durch die Relation (2) ausgedrückte Begrenzung der klassischen Begriffe nahe zusammen mit der beschränkten Gültigkeit der klassischen Mechanik, die in der Wellentheorie der Materie der geometrischen Optik entspricht, in der die Wellenausbreitung durch „Strahlen“ veranschaulicht wird. Nur in diesem Grenzfall lassen sich Energie und Impuls im Anschluß an Raum-Zeitbilder eindeutig definieren. Für eine allgemeine Definition dieser Begriffe sind wir direkt auf die Erhaltungssätze hingewiesen, deren sinngemäße Formulierung ein Grundproblem der später zu erwähnenden symbolischen Methoden gewesen ist.

In der Sprache der Relativitätstheorie läßt sich der Inhalt der Relationen (2) in die Aussage zusammenfassen, daß nach der Quantentheorie eine allgemeine reziproke Beziehung besteht zwischen der maximalen Schärfe der Definition der den Individuen zugeordneten Raum-Zeit- bzw. Energie-Impuls-Vektoren. Dieser Sachverhalt dürfte als ein einfacher symbolischer Ausdruck betrachtet werden für die komplementäre Natur der Raum-Zeitbeschreibung und der Kausalitätsforderung. Gleichzeitig erlaubt aber der allgemeine Charakter dieser Beziehung in gewissem Umfang die Erhaltungssätze mit der raum-zeitlichen Darstellung der Beobachtungen zu vereinbaren, indem anstatt

von in einem Raum-Zeitpunkt zusammenfallenden wohldefinierten Ereignissen die Rede ist von dem Zusammentreffen von ungenau definierten Individuen innerhalb endlicher Raum-Zeitgebiete.

Dieser Umstand erlaubt den wohlbekannten Paradoxien zu entgehen, welche die Beschreibung der Streuung der Strahlung durch freie elektrische Teilchen sowie der Zusammenstöße zweier Teilchen kennzeichnen. Nach den klassischen Begriffen verlangt die Beschreibung der Streuung eine endliche Ausdehnung der Strahlung in Raum und Zeit, während bei der vom Quantenpostulat geforderten Änderung der Bewegung des Elektrons scheinbar die Rede ist von einer momentanen, in einem Raumpunkt sich abspielenden Wirkung. Ebenso wenig wie bei der Strahlung lassen sich aber beim Elektron Impuls und Energie definieren, ohne ein endliches Raum-Zeitgebiet in Betracht zu ziehen. Weiter setzt die Anwendung des Erhaltungssatzes auf den Prozeß voraus, daß die Genauigkeit der Definition des Impuls-Energievektors für Strahlung und Elektron dieselbe ist. Nach (2) kann also bei der Wechselwirkung beiden Individuen dasselbe Raum-Zeitgebiet zugeordnet werden.

Ganz Analoges gilt für den Stoß zwischen zwei materiellen Teilchen; allerdings war vor der Erkenntnis der Unentbehrlichkeit der Wellenvorstellung die Bedeutung des Quantenpostulats für diese Erscheinung nicht beachtet. In der Tat vertritt hier dieses Postulat die über die raumzeitliche Beschreibung hinausgehende, der Kausalitätsforderung entgegenkommende Annahme der Individualität der Teilchen. Während der Vorstellung der Lichtquanten nur durch die Erhaltungssätze von Energie und Impuls ein greifbarer Inhalt zukommt, ist bei den elektrischen Elementarteilchen in dieser Beziehung noch die Erhaltung der Elektrizitätsladung zu berücksichtigen. Es braucht kaum bemerkt zu werden, daß bei der näheren Beschreibung der Wechselwirkung der Individuen wir uns nicht mit den durch die Formeln (1) und (2) ausgedrückten Tatsachen begnügen können, sondern Hilfsmittel heranziehen müssen, welche erlauben, die für diese Wechselwirkung maßgebende Koppelung, wo gerade die Bedeutung der Elektrizitätsladung zum Vorschein kommt, in Betracht zu nehmen. Wie wir unten sehen werden, fordern diese Hilfsmittel aber einen noch weitergehenden Verzicht auf Anschaulichkeit im gewöhnlichen Sinne.

§ 3. Messungen in der Quantentheorie.

In seiner bereits erwähnten Untersuchung der Widerspruchsfreiheit der quantentheoretischen Methoden hat HEISENBERG die Relation (2) aufgestellt als Ausdruck der größtmöglichen Genauigkeit, mit welcher auf einmal Raum-Zeitkoordinaten und Impuls-Energiewerte einer Partikel gemessen werden können. Er stützt sich dabei auf die folgende Betrachtung: Einerseits läßt sich, etwa mittels eines optischen Instrumentes, die

Lage einer Partikel mit jeder gewünschten Genauigkeit messen, wenn bei der Abbildung nur Strahlung von genügend kurzer Wellenlänge benutzt wird. Nach der Quantentheorie ist aber die Streuung der Strahlung vom Objekt immer mit einer endlichen Impulsänderung verbunden, die um so größer ist, je kürzer die Wellen sind. Andererseits kann der Impuls einer Partikel etwa durch Messung seiner Geschwindigkeit durch den Dopplereffekt der Streustrahlung mit jeder gewünschten Genauigkeit gemessen werden, wenn nur das benutzte Licht so langwellig ist, daß der Rückstoß vernachlässigt werden kann; dann wird aber die Ortsbestimmung entsprechend ungenau.

Der Kern dieser Betrachtungen ist die Betonung der Unumgänglichkeit des Quantenpostulats bei der Beurteilung der Messungsmöglichkeiten. Indessen dürfte eine genauere Untersuchung der Definitionsmöglichkeiten jedoch erforderlich sein, um den komplementären Charakter der Beschreibung allseitig zum Ausdruck zu bringen. An sich würde eine unstetige Änderung von Energie und Impuls der Partikel beim Beobachtungsprozeß uns ja nicht verhindern, vor wie nach dem Prozesse sowohl Raum-Zeitkoordinaten wie Impuls-Energiegrößen genau angebbare Werte zuzuschreiben. Die reziproke Unsicherheit, die den Angaben solcher Werte stets anhaftet, ist, wie aus den obigen Auseinandersetzungen hervorgeht, vor allem von der begrenzten Genauigkeit bedingt, mit der Energie- und Impulsänderungen definiert werden können, wenn die zur Beobachtung benutzten Wellenfelder eine für die Festlegung der Raum-Zeitkoordinaten der Partikel genügende Begrenzung haben sollen.

Bei der Lagebestimmung mittels eines optischen Instruments muß in dieser Verbindung daran gedacht werden, daß die Abbildung immer auf der Benutzung eines konvergenten Strahlenbündels beruht. Bedeutet λ die Wellenlänge des Lichts, so ist das Auflösungsvermögen eines Mikroskops durch den bekannten Ausdruck $\frac{\lambda}{2\epsilon}$ gegeben, wo ϵ die sog. numerische Apertur bezeichnet, d. h. den Sinus des halben Öffnungswinkels. Selbst wenn zur Beleuchtung des Objekts paralleles Licht benutzt wird und also der Impuls $\frac{h}{\lambda}$ des einfallenden Lichtquants auch der Richtung nach bekannt ist, wird die endliche Apertur uns verhindern, den bei der Streuung auftretenden Rückstoß genau zu kennen. War auch der Impuls des Partikels vor dem Streuungsprozeß genau bekannt, so wird also unserer Kenntnis seiner Impulskomponente in der Objektebene nach der Beobachtung eine Unsicherheit anhaften, die offenbar $\frac{2\epsilon h}{\lambda}$ ist. Das Produkt der Genauigkeit, mit welcher Lagekoordinate und Impulskomponente in eine bestimmte Richtung angegeben werden können, ist also eben durch die Formel (2) ausgedrückt. Man

könnte denken, daß für die Beurteilung der Genauigkeit der Lagebestimmung nicht nur die Konvergenz, sondern auch die Länge des Wellenzugs von Bedeutung wäre, indem das Teilchen während der endlichen Beleuchtungszeit seine Lage ändern könnte. Da jedoch die genaue Kenntnis der Wellenlänge des Lichts für die obige Abschätzung nicht wesentlich ist, sieht man leicht ein, daß der Wellenzug bei jeder Apertur so kurz gewählt werden kann, daß eine Lageänderung des Teilchens während der Beobachtung vernachlässigt werden kann, verglichen mit der von dem Auflösungsvermögen definierten Genauigkeitsgrenze der Lagebestimmung.

Im Falle einer Impulsmessung mittels Dopplereffekts — unter Berücksichtigung des Comptoneffekts — wird man sich eines parallelen Wellenzugs bedienen. Für die Genauigkeit, mit der die Wellenlängenänderung der Streustrahlung gemessen werden kann, ist aber die Ausdehnung des Wellenzugs in der Fortpflanzungsrichtung wesentlich. Nehmen wir an, daß die Richtungen der einfallenden und gestreuten Strahlung bzw. dieselbe und die entgegengesetzte wie die Richtung der zu messenden Lage- und Impulskomponente sind, so kann $\frac{c\lambda}{2l}$ als Maß der Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung betrachtet werden, wo l die Länge des Wellenzugs bezeichnet. Dabei ist die Lichtgeschwindigkeit der Einfachheit wegen als groß gegenüber der Partikelgeschwindigkeit angenommen. Ist m die Masse des Partikels, so ist also die Unsicherheit, die der Angabe des Impulses nach der Beobachtung anhaftet, gleich $\frac{cm\lambda}{2l}$. In diesem Falle ist die Größe des Rückstoßes $\frac{2h}{\lambda}$ genügend wohl definiert, um zu keiner merklichen Unsicherheit in der Angabe des Impulses des Partikels nach der Beobachtung Anlaß zu geben. In der Tat erlaubt die allgemeine Theorie des Comptoneffekts die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Strahlung vor und nach der Impulsänderung aus den Wellenlängen der einfallenden und gestreuten Strahlung zu berechnen. Wenn auch anfänglich die Lagekoordinaten der Partikel genau bekannt waren, wird aber eine Unsicherheit in der Angabe der Lage nach der Beobachtung bestehen. Wegen der Unmöglichkeit, dem Rückstoß einen genauen Zeitpunkt zuzuschreiben, können wir nämlich die mittlere Geschwindigkeit in der Beobachtungsrichtung während des Streuungsprozesses nur mit einer Genauigkeit $\frac{2h}{m\lambda}$ kennen. Die Unsicherheit der Lageangabe nach der Beobachtung ist daher $\frac{2hl}{mc\lambda}$. Auch hier ist also das Produkt der Genauigkeiten der Lage- und Impulsmessung durch die allgemeine Formel (2) gegeben.

Ebenso wie bei der Lagebestimmung läßt sich die Dauer des Beobachtungsprozesses bei Impuls-

messungen beliebig kurz machen, wenn wir nur genügend kurzwellige Strahlung benutzen. Daß dabei der Rückstoß größer wird, beeinträchtigt ja, wie wir gesehen haben, die Meßgenauigkeit nicht. Es mag noch bemerkt werden, daß, wenn wir hier wiederholt von der Geschwindigkeit eines Partikels gesprochen haben, es sich nur um einen in diesem Zusammenhang zweckmäßigen Anschluß an die gewöhnliche Raum-Zeitbeschreibung handelt. Wie es schon aus den oben angeführten Betrachtungen von DE BROGLIE erhellt, muß der Geschwindigkeitsbegriff stets mit Vorbehalt angewendet werden. Eine eindeutige Definition dieses Begriffes ist ja auch durch das Quantenpostulat ausgeschlossen, was besonders zu bedenken ist, wenn man die Resultate von mehreren aufeinanderfolgenden Beobachtungen vergleicht. Wohl läßt sich der Ort eines Individuums zu zwei gegebenen Zeitpunkten mit jeder gewünschten Genauigkeit angeben. Wenn wir aber daraus in der gewohnten Weise die Geschwindigkeit des Individuums in dem Zwischenintervall berechnen wollen, so haben wir es mit einer Idealisierung zu tun, aus der sich keine eindeutigen Schlüsse über das frühere oder zukünftige Verhalten des Individuums ziehen lassen.

Nach den obigen Auseinandersetzungen über die Definitionsmöglichkeiten der Eigenschaften der Individuen wird es, bei der Diskussion der Genauigkeit mit der Lage und Impuls eines Partikels gemessen werden können, offenbar keinen Unterschied ausmachen, wenn anstatt der Streuung von Strahlung Stöße mit materiellen Teilchen herangezogen werden. In beiden Fällen sehen wir, daß die in Frage kommende Unsicherheit ebenso sehr der Beschreibung des Messungsmittels wie derjenigen des Objektes anhaftet. In der Tat ist diese Unsicherheit unvermeidbar bei der Beschreibung des Verhaltens der Individuen in bezug auf ein in gewöhnlicher Weise durch starre Körper und unstörbare Uhren festgelegtes Koordinatensystem. Die Versuchsbedingungen — Öffnen und Schließen von Blenden usw. — erlauben ja nur Schlüsse über die raumzeitliche Ausdehnung der zugeordneten Wellenfelder zu ziehen.

Bei Zurückführung der Beobachtungen auf unsere Sinnesempfindungen kommt das Quantenpostulat nochmals bei der Wahrnehmung des Beobachtungsmittels in Betracht, sei es durch seine direkte Wirkung auf das Auge oder durch geeignetes Hilfsmittel wie Photographieplatten, WILSONSche Nebelfiguren usw. Man sieht jedoch leicht ein, daß das dabei hinzukommende statistische Element nicht die Unsicherheit der Beschreibung des Objektes beeinflussen wird. Man könnte sogar vermuten, daß die Willkür, was als Objekt und Beobachtungsmittel gerechnet wird, eine Möglichkeit eröffnen könnte, dieser Unsicherheit zu entgehen. Man könnte sich etwa fragen, ob bei der Lage-messung eines Partikels mittels eines optischen Instrumentes, nicht der bei der Streuung abgegebene Impuls mittels des Erhaltungssatzes aus

einer Messung der Impulsänderungen bestimmt werden könnte, welche das Mikroskop — einschließlich Lichtquelle und Photographieplatte — beim Beobachtungsprozeß erleidet. Eine nähere Untersuchung zeigt jedoch, daß eine solche Messung unmöglich ist, wenn man gleichzeitig die Lage des Mikroskops mit genügender Genauigkeit kennen will. In der Tat folgt aus den Erfahrungen, die in der Wellentheorie der Materie zum Ausdruck kommen, daß die Lage des Schwerpunktes eines Körpers und sein Gesamtimpuls, nur innerhalb der durch die Formel (2) angegebenen Genauigkeitsgrenzen definiert werden kann.

Streng genommen ist der Begriff der Beobachtung der kausalen raumzeitlichen Beschreibungsweise angehörend. Wegen des allgemeinen Charakters der Relation (2) läßt sich jedoch dieser Begriff auch in der Quantentheorie in widerspruchsfreier Weise verwenden, wenn nur die in dieser Relation zum Ausdruck kommende Unsicherheit in Betracht genommen wird. Wie HEISENBERG betont, bekommt man zumal eine lehrreiche Illustration zur quantentheoretischen Beschreibung atomarer (mikroskopischer) Erscheinungen, wenn man diese Unsicherheit mit derjenigen vergleicht, die in der gewöhnlichen Beschreibung der Naturerscheinungen, jeder Beobachtung wegen der Unvollkommenheit der Messungen anhaftet. Er bemerkt dabei, daß man schon bei den makroskopischen Vorgängen in gewissem Sinn sagen kann, daß sie durch wiederholte Beobachtungen entstehen. Es darf jedoch nicht vergessen werden, daß nach den klassischen Theorien jede nachfolgende Beobachtung den weiteren Verlauf der Erscheinungen mit immer größerer Sicherheit vorausszusehen erlaubt, indem sie eine stets genauere Kenntnis des Anfangszustandes des Systems bedeutet. Nach der Quantentheorie kommt eben wegen der nicht zu vernachlässigenden Wechselwirkung mit dem Meßmittel bei jeder Beobachtung ein ganz neues unkontrollierbares Element hinzu. Wie aus den obigen Auseinandersetzungen hervorgeht, ist ja die Messung der Lagekoordinaten eines Teilchens nicht nur mit einer endlichen Änderung der dynamischen Variablen verbunden, sondern die Festlegung seiner Lage bedeutet einen vollständigen Bruch in der kausalen Beschreibung seines dynamischen Verhaltens, ebenso wie die Kenntnis seines Impulses stets auf Kosten einer unausfüllbaren Lücke in der Verfolgung seiner raumzeitlichen Fortpflanzung gewonnen wird. Eben dieser Umstand bringt deutlich den komplementären Charakter der quantentheoretischen Beschreibung atomarer Phänomene zutage, der als unmittlere Folge des Gegensatzes zwischen dem Quantenpostulat und der den Beobachtungsbegriff kennzeichnenden Trennung zwischen Gegenstand und Messungsmittel zu betrachten ist.

§ 4. Korrespondenzprinzip und Matrixtheorie.

Bisher haben wir nur gewisse allgemeine

Züge des Quantenproblems ins Auge gefaßt. Dem Wesen der Sache nach liegt aber das Hauptgewicht darauf, die Gesetze der Wechselwirkung der durch die Abstraktionen der isolierten Partikel sowie der Strahlung symbolisierten Gegenstände zu formulieren. Anhaltspunkte für diese Formulierung hat zunächst das Problem des Atombaus geliefert. Bekanntlich ist es hier möglich gewesen, schon mittels einer einfachen Anwendung der klassischen Begriffe, wesentliche Seiten der Erfahrung in direkter Anlehnung an das Quantenpostulat zu beleuchten. Dies beruht vor allem auf dem Umstand, daß für diese Fragen von einer näheren Beschreibung des raumzeitlichen Verlaufs der Prozesse abgesehen werden kann. Zum Beispiel werden die Experimente über Anregung von Spektren durch Elektronenstoß oder Bestrahlung in sinngemäßer Weise wiedergegeben durch die Annahme diskreter stationärer Zustände und individueller Übergangsprozesse.

Es tritt hierbei der Gegensatz zu der gewöhnlichen Beschreibungsweise besonders schroff zutage, indem Spektrallinien, die nach der klassischen Auffassung demselben Zustand des Atoms zuzuschreiben wären, nach dem Quantenpostulat verschiedenen Übergangsprozessen entsprechen, die sich dem Atom nach der Anregung zur Wahl darbieten. Ungeachtet dieses Gegensatzes konnte jedoch ein formaler Anschluß an die klassischen Vorstellungen in den Grenzfällen erreicht werden, wo der relative Unterschied der Eigenschaften benachbarter Zustände asymptotisch verschwindet und wo bei statistischen Anwendungen die Diskontinuitäten vernachlässigt werden können. Dieser Anschluß ermöglichte an der Hand der Quantentheorie, in weitem Umfang die Gesetzmäßigkeiten der Spektren in Verbindung mit unseren Vorstellungen vom Atombau zu deuten.

Die Bestrebungen, in der Quantentheorie eine sinngemäße Verallgemeinerung der klassischen Theorien zu erblicken, führte zu der Aufstellung des sog. Korrespondenzprinzipes. Die Verwertung dieses Prinzipes für die Deutung der spektralen Ergebnisse beruhte auf einer symbolischen Benutzung der klassischen Elektrodynamik, bei der die einzelnen Übergangsprozesse an je eine der harmonischen Schwingungskomponenten der nach der gewöhnlichen Mechanik zu erwartenden Bewegung der Atomteilchen zugeordnet wurden. Außer in der erwähnten Grenze, wo der relative Unterschied aufeinanderfolgender stationärer Zustände vernachlässigt werden kann, erlaubte eine solche stückweise Anwendung der klassischen Theorien doch nur in gewissen Fällen eine streng quantitative Beschreibung der Erscheinungen. Hier sei besonders an die von LADENBURG und KRAMERS hergestellte Verbindung zwischen der klassischen Behandlung der Dispersionsphänomene und den von EINSTEIN entwickelten statistischen Gesetzen für die den Strahlungserscheinungen zugeordneten Übergangsprozesse erinnert. Obwohl eben KRAMERS' Behandlung des Dispersions-

problems bedeutungsvolle Ansätze geliefert hat zu einer sinngemäßen Ausbildung der Korrespondenzbetrachtungen, haben sich erst mit Hilfe der in den letzten Jahren geschaffenen quantentheoretischen Methoden die in dem Korrespondenzprinzip enthaltenen Bestrebungen allgemein durchführen lassen.

Bekanntlich wurde die neue Entwicklung durch eine grundlegende Arbeit von HEISENBERG eingeleitet, worin es ihm gelang, sich von dem klassischen Bewegungsbegriff völlig frei zu machen, indem die gewöhnlichen kinematischen und mechanischen Größen von Anfang an durch Symbole ersetzt wurden, die sich direkt auf die von dem Quantenpostulat geforderten individuellen Prozesse beziehen. Dies wurde dadurch erreicht, daß die Fourierentwicklung einer klassisch-mechanischen Größe nach der Zeit durch ein Matrixschema ersetzt wurde, dessen Elemente rein harmonische Schwingungen symbolisieren und den möglichen Übergängen zwischen stationären Zuständen zugeordnet sind. Auf Grund der Forderung, daß die den Elementen zugeordneten Frequenzen stets dem Kombinationsprinzip der Spektrallinien genügen müssen, bieten sich, wie HEISENBERG zeigen konnte, einfache Rechenregeln für die Symbole dar, die eine direkte quantentheoretische Umschreibung der Grundgleichungen der klassischen Mechanik erlauben. Dieser kühne und sinnreiche Angriff auf das dynamische Problem der Atomtheorie zeigte sich von Anfang an als ein äußerst kräftiges und fruchtbares Mittel zur quantitativen Deutung der experimentellen Ergebnisse. Durch die Mitarbeit von BORN und JORDAN sowie von DIRAC wurde der Theorie eine Formulierung gegeben, die, was Geschlossenheit und Allgemeinheit betrifft, mit der klassischen Mechanik wetteifern kann. Es ist dabei ein besonderes Merkmal, daß das für die Quantentheorie charakteristische Element, die PLANCKSche Konstante, explizite nur in den Rechenregeln auftritt, denen die Symbole unterworfen sind. In der Tat gilt für die Matrizen, die kanonisch konjugierten Variablen im Sinne der HAMILTONSchen Gleichungen entsprechen, nicht das Gesetz der kommutativen Multiplikation, sondern für zwei solche Größen q und p gilt die Vertauschungsregel

$$pq - qp = \sqrt{-1} \frac{h}{2\pi}; \quad (3)$$

eine Relation, die den symbolischen Charakter der Theorie schlagend zum Ausdruck bringt. Die Matrixtheorie ist oft als Rechnen mit direkt beobachtbaren Größen bezeichnet. Es ist indessen zu bedenken, daß das beschriebene Verfahren eben auf solche Probleme beschränkt ist, wo bei der Anwendung des Quantenpostulats ein weitgehender Verzicht auf eine Raum-Zeitbeschreibung möglich ist, und deshalb die Frage der Beobachtung im eigentlichen Sinne in den Hintergrund tritt.

Für die weitere Verfolgung der Korrespondenz der Quantengesetze zur klassischen Mechanik ist

die Betonung des von dem Quantenpostulat bedingten statistischen Charakters der quantentheoretischen Beschreibung von grundsätzlicher Bedeutung gewesen. Ein großer Fortschritt wurde hier erreicht durch die Verallgemeinerung der symbolischen Methode durch DIRAC und JORDAN, denen es gelang mit Matrizen zu operieren, die nicht nach den stationären Zuständen geordnet sind, sondern wo die zulässigen Werte irgendwelcher Variablen als Indizes der Matrixelemente auftreten können. Ebenso wie in der ursprünglichen Form der Theorie die „Diagonalelemente“, welche sich auf nur einen stationären Zustand beziehen als Zeitmittelwerte der darzustellenden Größe gedeutet werden können, erlaubt die allgemeine Transformationstheorie der Matrizen, Mittelwerte einer mechanischen Größe darzustellen, bei deren Berechnung eine Anzahl den „Zustand“ charakterisierende Variablen gegebene Werte haben, während die kanonisch konjugierten Variablen alle möglichen Werte durchlaufen. Anschließend an das von diesen Verfassern entwickelte Verfahren, sowie an Gedanken von BORN und PAULI hat nun HEISENBERG in der schon anfangs erwähnten Arbeit eine nähere Analyse des physikalischen Inhalts der Quantentheorie versucht, mit besonderem Hinblick auf den scheinbar paradoxalen Charakter der Vertauschungsrelation (3). In dieser Verbindung hat er die Beziehung

$$\Delta q \Delta p \sim h \quad (4)$$

aufgestellt, welche ganz allgemein die größtmögliche Genauigkeit angeben soll, mit welcher auf einmal zwei kanonisch konjugierte Variablen beobachtet werden können. Auf diesem Wege ist es HEISENBERG gelungen, in sehr interessanter Weise manche Paradoxen zu beleuchten, die bei der Anwendung des Quantenpostulats zum Vorschein kommen und in weitgehendem Umfang die Widerspruchsfreiheit der symbolischen Methode nachzuweisen.

In Zusammenhang mit der hier betonten komplementären Natur der quantentheoretischen Beschreibung sind, wie oft erwähnt, bei der Beurteilung ihrer Widerspruchsfreiheit stets die Beobachtungs- und Definitionsmöglichkeiten zusammen ins Auge zu fassen. Eben bei der Diskussion dieser Frage hat, wie wir sehen werden, die von SCHRÖDINGER entwickelte Methode der Wellenmechanik sich als sehr hilfreich erwiesen, indem sie auch für Teilchen in Wechselwirkung eine allgemeine Anwendung des Superpositionsprinzips gestattet und daher einen unmittelbaren Anschluß erlaubt an die Betrachtungen über Strahlung und freie Partikel. Im folgenden werden wir auf das Verhältnis der Wellenmechanik zu der allgemeinen Formulierung der Quantengesetze mittels der Transformationstheorie der Matrizen zurückkommen.

§ 5. Wellenmechanik und Quantenpostulat.

Bei seinen Betrachtungen über die Wellen-

beschreibung der materiellen Teilchen hat DE BROGLIE von Anfang an auf die Möglichkeit hingewiesen, die stationären Zustände des Atoms als eine Interferenzerscheinung der den gebundenen Elektronen zugeordneten Phasenwellen zu veranschaulichen. Zwar führte dieser Gesichtspunkt in quantitativer Hinsicht zunächst nicht weiter als die älteren, auf die Anwendung klassisch-mechanischer Begriffe fußenden Methoden der Quantentheorie, zu deren Ausbildung besonders SOMMERFELD beigetragen hat. SCHRÖDINGER gelang es aber eine wellentheoretische Methode auszubilden, die neue Ausblicke eröffnet hat, und die von ausschlaggebender Bedeutung für die großen Fortschritte der Atomtheorie in der letzten Zeit gewesen ist. Bekanntlich liefern die Eigenschwingungen der SCHRÖDINGERSchen Wellengleichung eine sinngemäße Repräsentation der stationären Zustände im Atom. Dabei wird die Energie jedes Zustandes mit der zugeordneten Schwingungsperiode nach der allgemeinen Quantenrelation (1) verknüpft. Auch gibt eine Abzählung der Knoten der Eigenschwingungen eine einfache Deutung des schon aus den älteren Methoden bekannten Begriffs der Quantenzahl, der aber in der Matrixformulierung zunächst verschwunden war. Weiter konnte SCHRÖDINGER den Lösungen der Wellengleichung eine kontinuierliche Elektrizitäts- und Stromdichte zuordnen, welche, auf eine Eigenschwingung angewandt, die elektrostatischen und magnetischen Eigenschaften des Atoms in dem entsprechenden stationären Zustand wiedergibt. In derselben Weise entspricht der Überlagerung zweier Eigenlösungen eine kontinuierliche Verteilung elektrischer Schwingungen, deren gemäß der klassischen Elektrodynamik berechnete Ausstrahlung eine lehrreiche Illustration zu den Folgerungen des Quantenpostulats und der durch die Matrixtheorie formulierten Korrespondenzforderung betreffs des Übergangsprozesses zwischen zwei Zuständen liefert. Eine für die weitere Entwicklung bedeutungsvolle Anwendung der SCHRÖDINGERSchen Methode wurde von BORN gegeben durch seine Untersuchungen über das Problem des Zusammenstoßes von Atomen und freien elektrischen Teilchen. In diesem Zusammenhang gelang es ihm eine statistische Deutung der Wellenfunktionen anzugeben, die die Wahrscheinlichkeit der vom Quantenpostulat geforderten individuellen Übergangsprozesse zwischen stationären Zuständen zu berechnen erlaubt. Dies bedeutet auch eine wellenmechanische Formulierung des EHRENFESTSchen Adiabatenprinzipes, dessen Fruchtbarkeit besonders aus den vielversprechenden Untersuchungen von HUND über das Problem der Molekülbildung hervorgeht.

Im Hinblick auf diese Resultate hat SCHRÖDINGER die Hoffnung ausgesprochen, daß eine konsequente Ausbildung der Wellentheorie es ermöglichen würde, die in dem Quantenpostulat enthaltene Irrationalität ganz zu vermeiden und allmählich eine Beschreibung der Atomphänomene nach den Richtlinien der klassischen Theorien aus-

zubilden. Als Stütze für diese Auffassung hat SCHRÖDINGER in einer neuerlich erschienenen Arbeit (Ann. d. Phys. 83, 956, 1927) die Tatsache betont, daß wir es nach der Wellentheorie mit einem einfachen Resonanzproblem zu tun haben, wenn es sich gemäß dem Quantenpostulat um einen diskontinuierlichen Energieaustausch zwischen Atomen handelt. Insbesondere wäre die Vorstellung der individuellen stationären Zustände eine Täuschung und ihre Anwendbarkeit nur eine Illustration der erwähnten Resonanz. Es ist indessen zu beachten, daß eben bei dem erwähnten Resonanzproblem von einem abgeschlossenen System die Rede ist, das sich nach der hier zugrunde gelegten Auffassung jeder Beobachtung entzieht. Überhaupt ist nach dieser Auffassung die Wellenmechanik — ebenso wie die Matrixtheorie — als eine den Forderungen der Quantentheorie angemessene symbolische Umschreibung des entsprechenden Bewegungsproblems der klassischen Mechanik zu betrachten, die nur durch die explizite Heranziehung des Quantenpostulats gedeutet werden kann. Übrigens dürften die zwei Formulierungen des Wechselwirkungsproblems im Hinblick auf ihre Ausgangspunkte — die Wellen- bzw. Partikelauffassung der freien Individuen — als komplementär bezeichnet werden. Damit hängt auch der scheinbare Gegensatz zusammen, der bei der Verwertung des Energiebegriffs in den beiden Theorien auftritt.

Die grundsätzlichen Schwierigkeiten, die einer raumzeitlichen Beschreibung eines Systems von Teilchen in Wechselwirkung mit Hilfe der klassischen Begriffe entgegenstehen, erhellen sofort aus der Unentbehrlichkeit des Superpositionsprinzips bei der Beschreibung des Verhaltens der individuellen Teilchen. Wie wir gesehen haben, schließt schon bei einer freien Partikel die Kenntnis von Impuls und Energie die genaue Angabe seiner Raum-Zeitkoordinaten aus. Dies führt mit sich, daß eine unmittelbare Verwertung des Energiebegriffs im Anschluß an die klassische Vorstellung der potentiellen Energie des Systems ausgeschlossen ist. In der SCHRÖDINGERSchen Wellengleichung sind nun diese Schwierigkeiten dadurch umgangen, daß der klassische Ausdruck der HAMILTONSchen Funktion als ein Differentialoperator mit Hilfe der Beziehung

$$p = \sqrt{-1} \frac{\hbar}{2\pi} \frac{\partial}{\partial q} \quad (5)$$

ersetzt ist, wo p eine generalisierte Impulskomponente und q die kanonisch konjugierte Variable darstellt. Dabei wird der negative Wert der Energie als konjugiert zur Zeit betrachtet. In der Wellengleichung ist also sowohl Zeit und Raum als Energie und Impuls zunächst rein formal verwertet.

Der symbolische Charakter der SCHRÖDINGERSchen Methode erhellt nicht nur daraus, daß ihre Einfachheit, ebenso wie die der Matrixmethode, auf einen wesentlichen Gebrauch von imaginären

arithmetischen Größen beruht. Vor allem ist aber schon deshalb keine Rede von einer unmittelbaren Verknüpfung mit unserer gewöhnlichen Anschauung, weil das durch die Wellengleichung dargestellte „geometrische“ Problem an den sog. Koordinatenraum geknüpft ist, deren Dimensionszahl der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems gleich ist und also im allgemeinen von der Dimensionszahl 3 des gewöhnlichen Raums verschieden ist. Übrigens unterliegt die Formulierung des Wechselwirkungsproblems durch die SCHRÖDINGERSche Wellengleichung ebenso wie die Matrixformulierung der Quantentheorie der Beschränkung, daß bei dem zugrunde gelegten klassisch-mechanischen Problem abgesehen wird von der nach der Relativitätstheorie geforderten endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kräfte.

Bei dem Wechselwirkungsproblem dürfte das Verlangen nach Anschaulichkeit im Anschluß an Raum-Zeitbilder auch nicht berechtigt sein. In der Tat gründen sich alle unsere Erfahrungen über die Eigenschaften der Atome, soweit sie nicht ihre Bewegung als Ganzes betreffen, auf ihre Strahlungs- und Stoßreaktionen. Letzten Endes wird also die Deutung der Beobachtungen durch die Strahlung im leeren Raum und die freien materiellen Teilchen vermittelt; auf diesen Abstraktionen fußt unsere ganze raum-zeitliche Auffassung der Erscheinungen sowie die Definition der Begriffe Impuls und Energie. Bei der Beurteilung der Anwendung dieser Hilfsmittel kann es nur auf Widerspruchsfreiheit ankommen, wobei vor allem die Definitions- und Beobachtungsmöglichkeiten zu berücksichtigen sind.

Die Eigenschwingungen der SCHRÖDINGERSchen Wellengleichung liefern eben deshalb eine geeignete Repräsentation der stationären Zustände des Atoms, weil sie im Anschluß an die allgemeine Quantenrelation (1) eine eindeutige Definition der Energie des Systems erlauben. Dabei ist aber bei der Deutung der Beobachtungen ein weitgehender Verzicht hinsichtlich der Raum-Zeitbeschreibung unvermeidbar. Wie wir sehen werden, schließt die widerspruchsfreie Anwendung des Begriffs der stationären Zustände auch jede Möglichkeit einer näheren Kenntnisnahme des Verhaltens der einzelnen Partikeln im Atom aus. Bei Problemen, wo eine Beschreibung dieses Verhaltens wesentlich für die Deutung der Beobachtungen ist, sind wir auf eine Untersuchung der allgemeinen Lösung der Wellengleichung hingewiesen, die aus einer Superposition von Eigenlösungen hervorgeht. Es handelt sich hier um eine Komplementarität der Definitionsmöglichkeiten von analoger Art wie bei der früher betrachteten Frage der Eigenschaften des Lichts und der freien materiellen Teilchen. Während die Definition von Energie und Impuls der Individuen an den Begriff einer harmonischen Elementarwelle geknüpft war, beruhte, wie wir sahen, jeder raum-zeitliche Zug der Beschreibung der Phänomene auf einer Betrachtung der Interferenzen, die sich innerhalb einer solchen Gruppe von Elemen-

tarwellen abspielen. Auch in dem jetzt betrachteten Fall läßt sich die Übereinstimmung der Beobachtungsmöglichkeiten mit den Möglichkeiten der Definition direkt nachweisen.

Nach dem Quantenpostulat wird eine Beobachtung betreffend des Verhaltens der Elektronen, immer mit einer Änderung des Zustandes des Atoms begleitet sein. Wie von HEISENBERG betont, wird bei der Betrachtung von Atomen in stationären Zuständen niedriger Quantenzahlen diese Änderung sogar im allgemeinen in dem Hinauswerfen des betreffenden Elektrons aus dem Atom bestehen. Eine Beschreibung der „Bahn“ des Elektrons im Atom durch nacheinanderfolgende Beobachtung ist also in einem solchen Fall ausgeschlossen. Dies hängt mit dem Umstand zusammen, daß aus Eigenschwingungen mit wenigen Knoten keine Wellengruppe aufgebaut werden kann, die die „Bewegung“ eines Partikels auch nur annähernd repräsentieren kann. Die komplementäre Natur der Beschreibung kommt jedoch vor allem darin zum Ausdruck, daß die eindeutige Verwertung von Beobachtungen über das Verhalten der Partikeln im Atom stets auf der Möglichkeit beruht, während des Beobachtungsprozesses die Wechselwirkung zu vernachlässigen und die Partikeln als frei zu betrachten. Dies erfordert aber, daß die Dauer des Prozesses kurz ist gegenüber den natürlichen Perioden des Atoms, was zwangsläufig eine Unsicherheit in der Kenntnis der in dem Prozeß überführten Energie mit sich bringt, die groß ist im Vergleich mit den Energiedifferenzen benachbarter stationärer Zustände.

Bei der Beurteilung der Beobachtungsmöglichkeiten muß überhaupt daran erinnert werden, daß den wellenmechanischen Lösungen nur insofern eine anschauliche Deutung beigelegt werden kann, als sie mit Hilfe des Begriffs der freien Partikeln beschreibbar sind. Gerade hier kommt der Unterschied zwischen der klassischen Mechanik und der quantentheoretischen Behandlung des Wechselwirkungsproblems zutage. In der ersteren ist deshalb ein solcher Vorbehalt nicht nötig, weil ja hier der Partikel eine unmittelbare „Realität“ zugeschrieben wird, unabhängig davon, ob sie frei oder gebunden ist. Diese Sachlage ist vor allem zu beachten bei der widerspruchsfreien Verwertung der SCHRÖDINGERSchen Elektrizitätsdichte als Maß für die Wahrscheinlichkeit der Anwesenheit der Elektronen innerhalb bestimmter Raumgebiete im Atom. Unter dem erwähnten Vorbehalt läßt sich diese Deutung unmittelbar auf die Annahme zurückführen, daß die Wahrscheinlichkeit der Anwesenheit eines freien Elektrons durch die dem Wellenfeld zugeordnete Elektrizitätsdichte in analoger Weise bestimmt ist wie die Wahrscheinlichkeit der Anwesenheit eines Lichtquants von der wellentheoretisch berechneten Strahlungsdichte.

Wie schon erwähnt, ist das Mittel für eine allgemeine widerspruchsfreie Verwertung der klas-

sischen Begriffe in der Quantentheorie durch die DIRAC-JORDANSche Transformationstheorie geschaffen, mit deren Hilfe HEISENBERG seine allgemeine Unsicherheitsrelation (4) formuliert hat. Eben in dieser Theorie hat auch die SCHRÖDINGERSche Wellengleichung eine lehrreiche Anwendung gefunden. In der Tat erscheinen hier die Eigenlösungen dieser Gleichung als Hilfsfunktionen, welche die Transformation vermitteln, von Matrizen, wo die Energiewerte des Systems als Indices benutzt werden, zu solchen, wo die Raumkoordinaten der Partikel als Indices herangezogen werden. In dieser Verbindung ist es auch von Interesse zu erwähnen, daß es JORDAN und KLEIN (Zeitschr. f. Phys. 45, 751. 1927) neulich gelungen ist, zu der in der SCHRÖDINGERSchen Wellengleichung enthaltenen Formulierung des Wechselwirkungsproblems zu gelangen, indem sie auf der Wellendarstellung der einzelnen Teilchen fußend, ein symbolisches Verfahren benutzt haben, das sich der von DIRAC in Anlehnung an die Matrixtheorie entwickelten tiefgehenden Behandlung des Strahlungsproblems anschließt, auf das wir unten zurückkommen werden.

§ 6. *Realität der stationären Zustände.*

Bei dem Begriff der stationären Zustände haben wir es, wie schon erwähnt, mit einer charakteristischen Anwendung des Quantenpostulats zu tun. Seinem Wesen nach verlangt dieser Begriff einen vollständigen Verzicht auf eine Zeitbeschreibung. Von dem hier vertretenen Gesichtspunkt aus ist eben dieser Verzicht die Bedingung für eine eindeutige Definition der Energie des Atoms. Streng genommen fordert der Begriff eines stationären Zustandes die Ausschaltung jeder äußeren Wechselwirkung mit nicht zu dem System gehörigen Individuen. Daß einem solchen abgeschlossenen System ein bestimmter Energiewert zugeschrieben wird, kann als unmittelbarer Ausdruck für die in dem Satz der Erhaltung der Energie niedergelegte Kausalitätsforderung angesehen werden. Hierin sehen wir die Berechtigung der Benutzung des Quantenpostulats auf Fragen des Atombaus unterliegenden Annahme der supramechanischen Stabilität der stationären Zustände, wonach das Atom vor wie nach jeder äußeren Beeinflussung sich in einem wohldefinierten stationären Zustand befindet.

Bei der Beurteilung der wohlbekanntesten Paradoxen, welche diese Annahme für die Beschreibung der Stoß- und Strahlungsreaktionen mit sich bringt, ist es wesentlich, die durch die Relation (2) ausgedrückte Beschränkung der Definitionsmöglichkeiten der Reaktionsmittel in Betracht zu ziehen. In der Tat verlangt eine Definition der Energie der reagierenden Individuen, die genügend genau ist, um über Energieerhaltung bei der Reaktion reden zu können, nach dieser Relation die Zuordnung einer Zeitdauer zu der Reaktion, die lang ist verglichen mit der dem Übergangsprozeß zugeordneten Periode, welche nach (1) mit

den Energiedifferenzen der stationären Zustände zusammenhängt. Dieser Sachverhalt kommt in interessanter Weise zur Geltung bei der Betrachtung der Prozesse, die sich beim Durchgang schnell bewegter Teilchen durch ein Atom abspielen. Nach der gewöhnlichen Kinematik wäre ja hier die effektive Stoßzeit sehr klein gegenüber den natürlichen Perioden des Atoms, und es schienen daher grundsätzliche Schwierigkeiten damit verbunden zu sein, den Erhaltungssatz mit der Annahme der Stabilität der stationären Zustände zu vereinbaren (vgl. Zeitschr. f. Phys. 34, 142. 1925). In der Wellendarstellung dagegen ist die in Betracht kommende Reaktionszeit unmittelbar mit der Genauigkeit der Kenntnis der Energie des stoßenden Teilchens verbunden, und es kann von einem Widerspruch gegen den Erhaltungssatz nie die Rede sein. In Zusammenhang mit der Diskussion von Paradoxien der besprochenen Art hat CAMPBELL (Phil. Mag. 1, 1106. 1926) vorgeschlagen, den Zeitbegriff selber als wesentlich statistisch zu betrachten. Nach der hier vertretenen Auffassung, wobei die Grundlage der Raum-Zeitbeschreibung in der Abstraktion der freien Individuen zu suchen ist, dürfte jedoch wegen der Relativitätsforderung eine solche grundsätzliche Trennung der Begriffe Zeit und Raum nicht durchführbar sein. Die Sonderstellung der Zeit in Verbindung mit dem Begriff der stationären Zustände dürfte, wie wir gesehen haben, in der speziellen Art der betreffenden Probleme begründet sein.

Die Anwendung des Begriffs der stationären Zustände verlangt, daß in jeder Beobachtung, etwa mit Hilfe von Stoß- oder Strahlungsreaktionen, die zwischen verschiedenen stationären Zuständen zu unterscheiden erlaubt, es berechtigt ist, von der Vorgeschichte des Atoms abzusehen. Im ersten Augenblick könnte es dabei als eine Schwierigkeit angesehen werden, daß die symbolischen quantentheoretischen Methoden jedem stationären Zustand eine Schwingungsphase zuschreiben, die eine der Idee der stationären Zustände widersprechende Verbindung mit einer eventuellen früheren Beeinflussung des Systems herzustellen scheint. Wenn es sich überhaupt um ein Zeitproblem handelt, kann jedoch nie von einem streng abgeschlossenen System die Rede sein. Die Verwendung von rein harmonischen Eigenschwingungen bei der Deutung der Beobachtungen stellt in der Tat nur eine zweckmäßige Idealisierung dar, die für die genauere Diskussion immer durch eine einem endlichen Frequenzbereich entsprechende Gruppe von harmonischen Schwingungen zu ersetzen ist. Wie schon erwähnt wurde, ist es nun eine allgemeine Folge des Superpositionsprinzips, daß bei der Gruppe als Ganzem nie von einer Phase gesprochen werden kann in dem Sinne, wie es bei den einzelnen Elementarwellen oder Eigenschwingungen der Fall ist.

Diese aus der Theorie der optischen Instrumente wohlbekannte Unbeobachtbarkeit der Phase kommt in besonders einfacher Weise zur Geltung

bei der Diskussion des STERN-GERLACHSchen Molekularstrahlversuchs, der ein so wichtiges Mittel für die Untersuchung der Eigenschaften einzelner Atome bedeutet. Wie von HEISENBERG auseinandergesetzt, ist die Bedingung für die Trennbarkeit der Atome verschiedener Orientierung im Felde, daß die Ablenkung der Strahlen größer ist, als die Beugung am Spalt der die Translationsbewegung der Atome repräsentierenden DE-BROGLIE-Wellen. Wie eine einfache Rechnung zeigt, verlangt diese Bedingung, daß das Produkt der zum Durchlaufen des Feldes nötigen Zeit mit der aus der endlichen Breite des Strahlungsbündels herrührenden Unbestimmtheit der Kenntnis der Energie eines Atoms im Felde mindestens gleich dem Wirkungsquantum sein muß. In diesem Resultat hat HEISENBERG eine Stütze erblickt für die Relation (2) betreffend die reziproke Unsicherheit, die den Angaben von Energie und Zeit anhaften. Es dürfte sich jedoch hier nicht einfach um eine Messung der Energie des Atoms zu einer gegebenen Zeit handeln. Da aber die Periode der Eigenschwingungen des Atoms im Felde mit seiner Gesamtenergie durch die allgemeine Relation (1) verknüpft ist, so sehen wir, daß die erwähnte Bedingung der Trennung eben den Verlust der Kenntnis der Phase bedeutet. Dieser Umstand erlaubt die scheinbaren Widersprüche zu vermeiden, die in einigen öfter diskutierten, auch von HEISENBERG besprochenen Gedankenexperimenten über die Kohärenz der Resonanzstrahlung auftraten.

Wenn wir oben von einem Atom als einem abgeschlossenen System gesprochen haben, so bedeutete dies die Vernachlässigung der Strahlungsemission, die auch ohne äußere Beeinflussung der Lebensdauer der stationären Zustände eine Grenze setzt. Die Berechtigung dieser Vernachlässigung für viele Anwendungen hängt damit zusammen, daß die nach der klassischen Elektrodynamik zu erwartende Koppelung zwischen Atom und Strahlungsfeld im allgemeinen sehr schwach ist gegenüber der Koppelung der Teilchen im Atom. In der Tat ist es möglich, bei der Beschreibung des Zustandes des Atoms in weitem Umfang die Rückwirkung der Strahlung zu vernachlässigen, indem von der Unschärfe der Energiewerte abgesehen wird, deren Zusammenhang mit der Lebensdauer der stationären Zustände der Relation (2) entspricht (vgl. Zeitschr. f. Phys. 13, 117. 1923). Gerade hierauf beruht die Möglichkeit, im Anschluß an die klassische Elektrodynamik Schlüsse über die Beschaffenheit der Strahlung zu ziehen.

Die Behandlung des Strahlungsproblems nach den neuen quantentheoretischen Methoden bedeutete anfänglich eben eine quantitative Verwertung dieser Korrespondenzbetrachtung. Dies war ja der Ausgangspunkt der ursprünglichen HEISENBERGSchen Überlegungen. Eine lehrreiche, auf das Korrespondenzprinzip sich stützende, Analyse der SCHRÖDINGERSchen Behandlung der Strahlungserscheinungen ist neuerdings von KLEIN (Zeitschr.

f. Phys. 41, 407. 1927) gegeben. Bei der strengerem, von DIRAC (Proc. of the roy. soc. of London, Ser. A 114, 243. 1927) begründeten Behandlung wird das Strahlungsfeld in das zu betrachtende abgeschlossene System mit einbezogen. Es wurde hierdurch ermöglicht, dem von der Quantentheorie verlangten individuellen Charakter der Strahlungsprozesse in sinngemäßer Weise Rechnung zu tragen und eine Dispersionstheorie aufzubauen, in welcher die endliche Breite der Spektrallinien berücksichtigt wird. Der Verzicht auf raum-zeitliche Anschaulichkeit, die diese Behandlung kennzeichnet, liefert einen eindrucksvollen Hinweis auf die grundsätzlich komplementäre Natur der quantentheoretischen Beschreibung. Nicht am wenigsten ist dies zu bedenken bei der Beurteilung der schroffen Abweichungen von der kausalen Beschreibungsweise, der wir bei den Strahlungserscheinungen begegnen und auf die wir oben bei der Frage der Anregung von Spektren hingewiesen haben.

Mit Hinblick auf den von dem Korrespondenzprinzip verlangten asymptotischen Anschluß der Eigenschaften der Atome an die klassische Elektrodynamik könnte die gegenseitige Ausschließung des Begriffs der stationären Zustände und der Beschreibung des Verhaltens der einzelnen Teilchen im Atom als eine Schwierigkeit empfunden werden. Dieser Anschluß bedeutet ja, daß mechanische Bilder der Elektronenbewegung in sinnvoller Weise verwertet werden können, in der Grenze hoher Quantenzahlen, wo der relative Unterschied benachbarter stationärer Zustände asymptotisch verschwindet. Dabei handelt es sich doch keineswegs um einen allmählichen Übergang zu der klassischen Theorie, wo das Quantenpostulat allmählich überflüssig würde. Im Gegenteil beruhen die Schlüsse, die man mit Hilfe klassischer Bilder aus dem Korrespondenzprinzip ziehen konnte, eben auf der Aufrechterhaltung des Begriffs der stationären Zustände und der individuellen Übergangsprozesse auch in dieser Grenze.

Bei dieser Frage fanden gerade die neuen Methoden eine lehrreiche Anwendung. Wie SCHRÖDINGER (Naturwissenschaften 14, 664. 1926) nachgewiesen hat, ist es möglich, in der erwähnten Grenze durch Superposition von Eigenschwingungen Wellengruppen aufzubauen, deren Ausdehnungen klein sind im Verhältnis zur „Größe“ des Atoms und deren Fortpflanzung der klassischen Vorstellung von bewegten materiellen Teilchen beliebig nahe kommt, wenn die Quantenzahlen genügend groß genommen werden. In dem besonders einfachen Fall des harmonischen Oszillators konnte er zeigen, daß solche Wellengruppen sogar für unbegrenzte Zeiten zusammenhalten und in einer Weise hin und her pendeln, die dem klassischen Bewegungsbild entspricht. In diesem Umstand hat SCHRÖDINGER eine Stütze für die Hoffnung erblickt, eine reine Wellentheorie der Materie ohne Heranziehung des Quantenpostulats aufzubauen. Wie von HEISEN-

BERG näher auseinandergesetzt, bilden indessen die einfachen Verhältnisse beim Oszillator eine Ausnahme, die mit der rein harmonischen Natur der entsprechenden klassischen Bewegung zusammenhängt. Auch ist hier von keinem allmählichen Anschluß an das Problem der freien Teilchen die Rede. Im allgemeinen Fall werden die Wellengruppen sich allmählich über das ganze Gebiet des Atoms ausbreiten, und die Bewegung eines gebundenen Elektrons läßt sich nur während einer Anzahl von Umläufen verfolgen, die von der Größenordnung der den Eigenschwingungen zugeordneten Quantenzahlen ist. Diese Frage ist näher untersucht worden in einer neulich erschienenen Arbeit von DARWIN (Proc. of the roy. soc. of London, Ser. A, 117, 258. 1927), die eine Anzahl von lehrreichen Beispielen des Verhaltens von Wellengruppen bringt. Vom Standpunkt der Matrixtheorie wurde eine Behandlung analoger Probleme von KENNARD (Zeitschr. f. Phys. 44, 326. 1927) durchgeführt.

Wir stoßen also hier wieder auf den Gegensatz zwischen dem wellentheoretischen Superpositionsprinzip und der Annahme der Individualität der Teilchen, den wir schon bei den freien Partikeln kennengelernt haben. Zugleich gibt der asymptotische Anschluß an die klassische Mechanik, die keinen grundsätzlichen Unterschied zwischen freien und gebundenen Partikeln kennt, die Möglichkeit einer besonders einfachen Illustration der obenstehenden Auseinandersetzungen betreffend die widerspruchsfreie Verwertung des Begriffs der stationären Zustände. Wie wir gesehen haben, verlangt der Nachweis eines stationären Zustandes durch Stoß- oder Strahlungsreaktionen eine Lücke in der Verfolgung der zeitlichen Zusammenhänge, die mindestens von der Größenordnung der Perioden ist, die den Übergangsprozessen zwischen benachbarten stationären Zuständen zugeordnet sind. In der Grenze hoher Quantenzahlen lassen sich nun eben diese Perioden als Umlaufperioden deuten. Wir sehen also, daß es ausgeschlossen ist, eine kausale Verbindung herzustellen zwischen Beobachtungen, die die Festlegung eines stationären Zustandes erlauben, und früheren Beobachtungen über das Verhalten der einzelnen Partikeln im Atom.

Zusammenfassend dürfen wir wohl sagen, daß den Begriffen der stationären Zustände und der individuellen Übergangsprozesse innerhalb ihres Anwendungsgebietes ebenso viel oder wenig Realität zukommen wie den individuellen Teilchen selber. Im einen wie im anderen Fall haben wir der zur raumzeitlichen Beschreibungsweise komplementären Kausalitätsforderung Ausdruck gegeben, deren sinnvolle Anwendung nur durch die Definitionsmöglichkeiten der betreffenden Begriffe begrenzt ist.

§ 7. Das Problem der Elementarteilchen.

Unter Berücksichtigung des von dem Quantenpostulat verlangten Zuges von Komplementarität

scheint es in der Tat möglich, an der Hand der symbolischen Methoden eine widerspruchsfreie Beschreibung der atomaren Erscheinungen aufzubauen, die als eine sinngemäße Verallgemeinerung der gewöhnlichen kausalen Raum-Zeit-Beschreibung erscheint. Diese Auffassung bedeutet indessen nicht, daß die klassische Elektromechanik als einfacher Grenzfall verschwindenden Wirkungsquantums zu betrachten wäre. Der Grund dieser Theorie angestrebte Anschluß an die Erfahrung beruht nämlich auf Annahmen, die von dem Problemkreis der Quantentheorie kaum zu trennen sind. Einen Hinweis hierauf gaben schon die bekannten Schwierigkeiten, die Individualität der elektrischen Elementarteilchen mit den allgemeinen mechanischen und elektrodynamischen Prinzipien zu vereinbaren. Auch die allgemeine Gravitationstheorie, wie sie in der Relativitätstheorie formuliert worden ist, hat in dieser Beziehung nicht die an sie gestellten Hoffnungen erfüllt. Eine befriedigende Lösung der hier berührten Fragen darf man wohl erst von einer sinngemäßen Umdeutung der allgemeinen Feldtheorie erwarten, in der das elektrische Elementarquantum seinen natürlichen Platz gefunden hat als ein Ausdruck für den die Quantentheorie charakterisierenden Zug von Individualität. Neuerdings hat KLEIN (Zeitschr. f. Phys. 46, 188. 1927) auf die Möglichkeit hingewiesen, dieses Problem mit der auf KALUZA zurückgehenden fünfdimensionalen einheitlichen Darstellung von Elektromagnetismus und Gravitation zu verbinden. In der Tat stellt die Erhaltung der Elektrizität in dieser Theorie ein Analogon dar zu den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls. Ebenso wie die letzteren Begriffe bei der Beschreibung der atomaren Phänomene als komplementär zur Raum-Zeitbeschreibung erscheinen, dürfte, wie KLEIN betont, die Angemessenheit der gewöhnlichen vierdimensionalen Beschreibung sowie ihre symbolische quantentheoretische Verwertung wesentlich darauf beruhen, daß in dieser die Elektrizitätsladung immer als wohldefiniertes Elementarquantum erscheint, und die konjugierte fünfte Dimension daher nicht direkt in der Deutung der Erfahrungen auftritt.

Ganz abgesehen von diesen ungelösten tiefliegenden Problemen hat die klassische Elektronentheorie bis in die letzte Zeit als Leitfaden eines weiteren Ausbaus der korrespondenzmäßigen Beschreibung gedient und zwar in Verbindung mit dem von COMPTON zuerst ausgesprochenen Gedanken, daß den Elementarteilchen neben ihrer Masse und Ladung noch ein magnetisches Moment zuzuschreiben ist, das von einem durch das Wirkungsquantum festgelegten Impulsmoment herrührt. Diese von GOUDSMIT und UHLENBECK in die Diskussion des Ursprungs des anomalen ZEEMANEffekts mit schlagendem Erfolg eingeführte Annahme hat sich, wie besonders HEISENBERG und JORDAN zeigen konnten, in Verbindung mit den neuen Methoden weitgehend bewährt. Ja, man kann wohl sagen, daß die Hypo-

these des Magnetelektrons zusammen mit dem von HEISENBERG (Zeitschr. f. Phys. 41, 239. 1927) klargestellten Resonanzproblem, das in der quantentheoretischen Beschreibung des Verhaltens von Atomen mit mehreren Elektronen auftritt, die korrespondenzmäßige Deutung der Gesetzmäßigkeiten der Spektren und des periodischen Systems zu einem gewissen Abschluß gebracht hat. Die diesem Angriff zugrundeliegenden Prinzipien haben sogar einen Weg geöffnet, Schlüsse über die Eigenschaften der Atomkerne zu ziehen. So ist es neulich DENNISON (Proc. of the roy. soc. of London, Ser. A 115, 483. 1927) in Anschluß an Gedanken von HEISENBERG und HUND zu zeigen gelungen, wie die Schwierigkeiten, die bisher mit der Erklärung der spezifischen Wärme des Wasserstoffes verbunden waren, umgangen werden können, wenn man annimmt, daß auch dem Proton ein Impulsmoment von demselben Betrag wie dem Elektron zukommt. Wegen seiner größeren Masse muß jedoch dem Proton ein viel kleineres magnetisches Moment als dem Elektron zugeschrieben werden.

Die Unzulänglichkeiten der bisherigen Methoden dem Problem der Elementarteilchen gegenüber, kommt bei den eben besprochenen Fragen darin zutage, daß sie keine eindeutige Begründung erlauben für die in dem von PAULI aufgestellten sog. Ausschließungsprinzip ausgedrückten Verschiedenheit des Verhaltens der elektrischen Elementarteilchen und der durch die Lichtquantenvorstellung symbolisierten „Individuen“. Bei diesem für das Problem des Atombaues sowie für die neueste Entwicklung der statistischen Theorien so fruchtbaren Prinzip haben wir es ja mit einer von mehreren denkbaren Möglichkeiten zu tun, die jede für sich den Korrespondenzforderungen genügen würden. Übrigens begegnen wir bei der Frage des Magnetelektrons einem besonders lehrreichen Beispiel für die Schwierigkeit, der Relativitätsforderung in der Quantentheorie zu genügen. So war es bisher nicht möglich, die vielversprechenden Ansätze von DARWIN und PAULI zu einer für die Behandlung dieses Problems geeigneten Verallgemeinerung der quantentheoretischen Methoden in Übereinstimmung zu bringen mit der von

THOMAS herrührenden relativitätskinematischen Betrachtung, die sich so wesentlich für die Erklärung der experimentellen Resultate erwiesen hat. In der allerletzten Zeit ist es indessen DIRAC (Proc. of the roy. soc. of London, Ser. A 117, 610. 1928) gelungen, das Problem des magnetischen Elektrons erfolgreich anzugreifen mit Hilfe einer neuartigen, äußerst sinnreichen Erweiterung der symbolischen Methode, die unter Beibehaltung der Übereinstimmung mit den spektralen Phänomenen der Relativitätsforderung Rechnung trägt. Dieser Angriff beruht nicht nur auf der durch den Gebrauch von imaginären Größen gekennzeichneten Komplexität der bisherigen Verfahren, sondern benutzt in den Grundgleichungen selber Zahlenkörper von einem noch höheren Komplexitätsgrad.

Seinem Wesen nach setzt schon die Formulierung des Relativitätsarguments die den klassischen Theorien eigentümliche Vereinigung der Raum-Zeitkoordination mit der Kausalitätsforderung voraus. Wir müssen deshalb bei der sinngemäßen Anpassung der Relativitätsforderung an das Quantenpostulat auf einen noch weiter gehenden Verzicht auf Anschaulichkeit im gewöhnlichen Sinne gefaßt sein, als bei den hier besprochenen quantentheoretischen Methoden. In der Tat befinden wir uns hier auf dem von EINSTEIN eingeschlagenen Weg der Anpassung unserer, den Sinnesempfindungen entlehnten, Anschauungsformen an die allmählich vertiefte Kenntnis der Naturgesetze. Die Hindernisse, denen wir auf diesem Wege begegnen, rühren vor allem daher, daß sozusagen jedes Wort der Sprache an diese Anschauungsformen geknüpft ist. In der Quantentheorie tritt uns diese Schwierigkeit sofort entgegen in der Frage der Unumgänglichkeit des dem Quantenpostulat innewohnenden Zuges von Irrationalität. Ich hoffe indessen, daß der Begriff der Komplementarität geeignet sein wird, die bestehende Sachlage zu kennzeichnen, die eine tiefe Analogie aufweisen dürfte mit den allgemeinen, in der Trennung von Subjekt und Objekt begründeten, Schwierigkeiten der menschlichen Begriffsbildung.

Über Variationserscheinungen bei Haustieren.

VON ERNST FEIGE, Breslau.

1. Die wirtschaftliche Bedeutung des Problems.

Trotz der gewaltigen Leistungssteigerung der deutschen Viehhaltung während der letzten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts bis zum Weltkriege betrug im Jahre 1926 der Einfuhrüberschuß an tierischen Erzeugnissen für die Ernährung rund 1,25 Milliarden RM.; hierzu ist noch, wenn auch nicht unmittelbar vergleichbar, der Einfuhrüberschuß an Futtermitteln usw. mit (1926) rund 1 Milliarde RM. zu rechnen. Es sind dies gewaltige Werte, obwohl sie im Vergleich mit der inländischen Produktion an sich nicht übermäßig hoch erscheinen. Allein der Wert der im Inlande er-

zeugten Milch und Milchprodukte kann auf annähernd 4 Milliarden RM. jährlich veranschlagt werden, obwohl die landwirtschaftliche Produktion als Folge der wirtschaftlichen Kriegsercheinungen gegenüber dem früheren Stand noch sehr eingengt ist.

Im Hinblick auf die enge Verknüpfung aller Berufszweige eines hochentwickelten Wirtschaftskörpers bedeutet diese Frage aber nicht nur ein rein ökonomisches Problem, sondern sie steht auch in engster Wechselbeziehung zu den hygienischen und biologischen Verhältnissen beim Menschen. Infolge der starken Entwicklung der industriellen