

Über den Brechungsquotienten der De Brogliewellen des Elektrons.

Von Otto Klemperer in Kiel.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 12. Januar 1928.)

Es wird für Kathodenstrahlen die Existenz eines Grenzwinkels der totalen Reflexion aus der Wellenmechanik gefolgert, und bisher unverstandene Messungen von Wehnelt und Schmidt werden in diesem Sinne gedeutet. Man kann danach auch die Größe eines inneren elektrischen Potentials in Isolatoren angeben.

Nach der Wellenmechanik entsprechen bekanntlich die freien Elektronen mit der Körpergeschwindigkeit v_k den ebenen De Brogliewellen mit der Phasengeschwindigkeit v_p ; wo

$$v_p \cdot v_k = c^2$$

und c die kritische Geschwindigkeit bedeutet.

Beim Eindringen aus dem Vakuum in Materie erleidet nun jedes Elektron eine ganz bestimmte Abbremsung, infolgedessen muß die Phasengeschwindigkeit seiner De Brogliewelle beim Übergang ins Medium einen plötzlichen Zuwachs ihrer Geschwindigkeit erhalten, was einem Brechungsindex $n < 1$ entspricht. Deshalb muß nun für Elektronen ein Grenzwinkel α der totalen Reflexion existieren, der gegeben ist durch $n = \sin \alpha$. Experimentell würde sich das folgendermaßen äußern: Lassen wir ein schmales Bündel von Kathodenstrahlen K auf einen drehbaren Reflektor R auffallen (Fig. 1), so werden durch jedes primäre Elektron eine ganz bestimmte Menge sekundärer Elektronen herausgeschlagen. Diese Sekundärelektronen sind nun sehr langsam und deshalb können nur wenige von ihnen aus der Tiefe, wo sie ausgelöst werden, zur Oberfläche gelangen, und zwar um so weniger, je tiefer im Material sie erzeugt werden. Wird jetzt der Einfallswinkel der primären Kathodenstrahlen flacher gewählt, so verlaufen diese weniger tief unter der Oberfläche, infolgedessen beobachtet man ein kräftiges Ansteigen der sekundären Intensität mit wachsendem Einfallswinkel der Primärstrahlen, bis der Grenzwinkel der totalen Reflexion erreicht ist; hier kann der Primärstrahl nicht mehr in das Material eindringen, infolgedessen sinkt hier ganz plötzlich die sekundäre Strahlung herab. Eine derartige Erscheinung

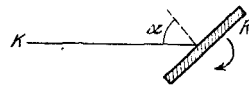


Fig. 1.

ist tatsächlich von W. Schmidt* vor mehreren Jahren beobachtet worden, ohne daß man bisher eine Erklärung für diese merkwürdige Tatsache gefunden hat.

Wir wollen jetzt betrachten, wie weit die Schmidtschen Messungen quantitativ mit der Broglie-Schrödingerschen Theorie übereinstimmen. Einen Geschwindigkeitsverlust des Elektrons im Material können wir zunächst als gleichbedeutend mit der Existenz eines inneren Potentials P in der Materie auffassen, vorausgesetzt, daß die bremsenden Kräfte wenigstens im Anfang konservativ sind. Der Grenzwinkel α ist dann gegeben durch

$$\sin \alpha = n = \sqrt{\frac{V - P}{V}}, \quad (1)$$

wenn V die Energie des primären Elektrons im Vakuum bedeutet, denn der Brechungsquotient ergibt sich aus dem Verhältnis der Geschwindigkeiten, und dies ist gleich dem Verhältnis der Wurzeln aus den kinetischen Energien. Wir schreiben jetzt unsere Gleichung (1) in der Form

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{P}{V}} \quad \frac{P}{V} = \cos^2 \alpha, \quad (2)$$

ferner wissen wir, daß jedenfalls P konstant und von V unabhängig ist, und erhalten deshalb unsern Grenzwinkel α als eindeutige Funktion der Primärgeschwindigkeit V , wie in Fig. 2 aufgezeichnet ist.

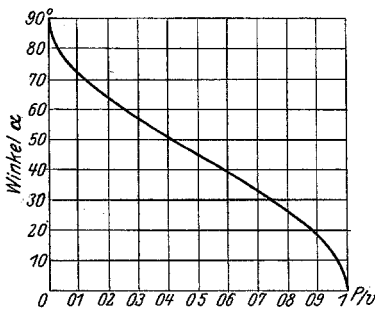


Fig. 2.

Wir wollen nun aus den Messungen Schmidts V und α entnehmen, und daraus jedesmal nach Gleichung (2) P berechnen. Die folgende Tabelle gibt die von Schmidt an Glas gefundenen Werte, wo die Winkel aus seinen Kurven entnommen, die V -Werte als Differenz der von ihm angegebenen Potentialdifferenz zwischen

Anode und Kathode und des zur Vernichtung der Raumladungen negativ gewählten Reflektorpotentials registriert sind.

* Werner Schmidt, Diss. Berlin 1924; A. Wehnelt, Ergebnisse der exakten Naturwissensch. IV, 92, 1925.

V	6390	4890	2990	2890	2890	2890	2875	2840	2840
α	62	53	44	44	45	40	48	45	44
P	1450	1900	1420	1420	1440	1600	1290	1420	1390

V	2417	2390	2090	1890	1880	1790	1440	1257	639
α	37	38	32	30	35	29	21	keiner	
P	1530	1450	1460	1420	1220	1340	1250	—	—

Wir sehen eine Konstanz von P , wie sie nicht besser erwartet werden kann*, wenn uns auch sein außerordentlich großer numerischer Wert von etwa 1500 Volt zunächst überrascht.

In Fig. 3 haben wir als ausgezogene Kurve die (unter der Annahme, daß $P = 1500$ Volt) nach Formel (2) berechneten Werte des Grenzwinkels α als Funktion der primären Kathodenstrahlgeschwindigkeit V gemessen in Volt, die Kreuze stellen die von Schmidt erhaltenen und in der Tabelle registrierten Werte dar, welche innerhalb der Versuchsgenauigkeit mit der theoretischen Kurve übereinstimmen. Befriedigend ist namentlich, daß Schmidt für die beiden niedrigsten V -Werte überhaupt keine Knickpunkte (siehe Tabelle) in seinen Kurven findet, nach der Theorie sollen wir hier auch keinen reellen Brechungs-

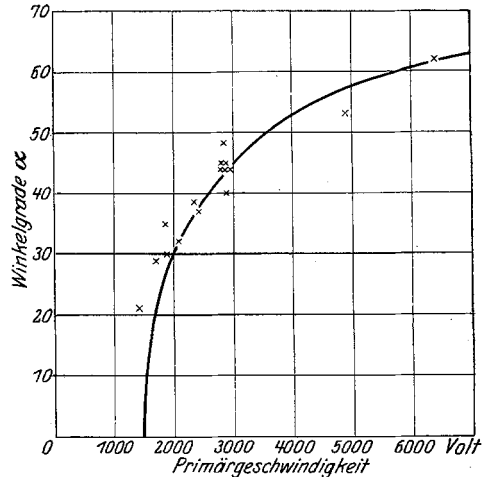


Fig. 3. Grenzwinkel der Totalreflexion als Funktion der Primärgeschwindigkeit.

— berechnet für $P = 1500$ Volt,
 ××× experimentell.

quotienten mehr erwarten, da P hier größer als V , mithin die Wurzel in Gleichung (2) imaginär wird**.

Schmidt hat nun noch andere Substanzen untersucht, und zwar Glimmer, Quarz, Zinkspat und Zellon, und obwohl seine Messungen hier bei weitem nicht so ausführlich sind, wie die am Glase, finden wir doch

* Namentlich wenn man bedenkt, daß die Richtung des einfallenden Primärstrahls durch das Reflektorpotential ein wenig geändert wird.

** Daß hier überhaupt Sekundärstrahlung auftritt, ist ebenso wie das Ansteigen der Sekundäremission jenseits des Grenzwinkels der Totalreflexion ein zweiter Effekt, der von dem hier untersuchten verschieden ist.

ähnliche Verhältnisse bestätigt wie dort, nämlich Gültigkeit unserer Dispersionsformel und das innere Potential von derselben Größenordnung wie beim Glas. Schmidt hat auch Metalle untersucht und findet in Übereinstimmung mit früheren Messungen von Starke* Kurven ohne jede Unstetigkeit. Diese Tatsache findet ihre Erklärung darin, daß bei Metallen das innere Potential P wahrscheinlich wesentlich kleiner ist als bei Isolatoren. Nach der Methode von Starke und auch von Schmidt würde man Grenzwinkel der Totalreflexion aufwärts (wegen der Begrenzung des Reflektors) nur bis zu 65° und abwärts (wegen der zunehmenden scheinbaren Rauigkeit) nur bis etwa 25° mit Sicherheit wahrnehmen können, das würde entsprechen $0,18 < P/V < 0,80$.

Messungen an Metallen liegen vor bis herab zu 200 Volt, und auch bei diesen geringen Geschwindigkeiten konnte keine Totalreflexion festgestellt werden; das würde bedeuten, daß bei Metallen P jedenfalls kleiner als $0,18 \cdot 200 = 36$ Volt sein muß. Eine Stütze findet diese Vermutung in der von Davisson und Germer** bei der Beugung von Elektronen in Kristallen festgestellten scheinbaren Kontraktion der Gitterkonstanten, die H. Bethe*** als Verlängerung der De Brogliewelle infolge eines Brechungsquotienten im Metall erklärt hat, aus welchem sich das innere Potential von Nickel zu 20 Volt ergibt. Es wäre deshalb von großem Interesse, an Metallen Sekundärstrahlversuche mit primären Geschwindigkeiten um 50 Volt herum vorzunehmen.

Von welcher Art das Potential P ist, ob es sich hier vielleicht um die Abstoßungskräfte irgend einer bestimmten Elektronenschale im Atom handelt, entzieht sich zunächst unserer Einsicht, eine Art Bremsung, wie sie Bohr**** aus dem Zusammenwirken aller Atomelektronen berechnet, scheint wegen der nicht konservativen Natur dieser Kräfte unwahrscheinlich, ebenso scheint Richardsonarbeit hier keine Rolle zu spielen, denn derartige Kräfte hätten gerade das entgegengesetzte Vorzeichen, da durch sie die Elektronen zum Materialinnern hin beschleunigt werden müßten. Man darf wohl auch nicht annehmen, daß dem Elektron, das aus dem Gefüge des Materials herausgerissen wird, dasselbe Potential zukommen soll wie demjenigen Elektron, welches als überzählige Ladung ins Material

* L. Austin und H. Starke, Ann. d. Phys. **9**, 271, 1902; M. Baltruschat und H. Starke, Phys. ZS. **23**, 403, 1922.

** C. Davisson und L. H. Germer, Nature **119**, 558, 1927 und Phys. Rev. **30**, 706, 1927.

*** H. Bethe, Naturwissenschaften **15**, 786, 1927. Siehe auch C. Eckart, Proc. Nat. Acad. Amer. **13**, 460, 1927.

**** N. Bohr, Phil. Mag. **25**, 10, 1913 und **30**, 581, 1915.

hineingetrieben wird*, und es kann uns deshalb auch nicht als Widerspruch zu unseren Ergebnissen erscheinen, daß man Geschwindigkeiten von wenigen Volt an den Photoelektronen der Isolatoren beobachtet hat. Es ist zu hoffen, daß systematische Messungen der Kathodenstrahl-Totalreflexion, die im hiesigen Institut vorgenommen werden sollen, uns hierüber Aufklärung bringen.

Kiel, Physikal. Institut der Univers., Januar 1928.

* Man betrachte im Zusammenhang damit die Möglichkeit der Entstehung von Raumladungen in Isolatoren, von denen A. Joffé (Ann. d. Phys. 72, 461, 1923) angibt, daß sie Polarisations-Gegenspannungen von mehreren Tausend Volt erzeugen.
