

# Messung der Wärmeleitfähigkeit von Wasserstoff zwischen 2000 und 7000 °K

K. BEHRINGER, W. KOLLMAR und J. MENDEL

Elektrophysikalisches Institut der Technischen Hochschule München

Eingegangen am 21. Mai 1968

## *Measuring of the Thermal Conductivity of Hydrogen between 2000 and 7000 °K*

Experimental and theoretical investigations have been performed to determine the thermal conductivity of hydrogen in the temperature range between 2000 and 7000 °K. For this purpose the radial temperature distributions for various currents and the *E-I*-characteristic of a low current wall-stabilized hydrogen arc have been measured. In the dark region of the arc outside the bright core the temperature and the thermal conductivity between 2000 and 4500 °K were found by means of the schlieren technique. The electron temperature in the core of the arc results from spectroscopic measurements. The gas temperature has been calculated with a formula, derived from the kinetic theory of gases. Assuming a constant collision integral  $Q_{eH}^{11}$  the radial distribution of electric conductivity has been calculated according to Langevin's formula. The value  $Q_{eH}^{11} = 30 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  results by comparing the integrated conductance with the measured one. Since now the radial distribution of power input and the temperatures are known, the thermal conductivity between 4500 and 7000 °K can be determined as well. The total course of the heat conductivity shows a strong peak at the temperature of 3740 °K characteristic for the dissociation process.

### 1. Einleitung und Überblick

In den letzten Jahren wurden verschiedene Messungen an Wasserstoffbögen bekannt, die sich die Untersuchung der Temperaturprofile und des thermischen Gleichgewichts, zum Teil auch schon die Ermittlung von Transportkoeffizienten und Wirkungsquerschnitten zum Ziel gesetzt haben. So führten z. B. EDELS und GAMBLING<sup>1</sup> sowie KOLESNIKOV<sup>2</sup> spektroskopische Temperaturmessungen an einem Niederstrombogen durch, der in Wasserstoff bzw. in einem Wasserstoff-Edelgasgemisch ohne Wandstabilisierung brannte. Die Autoren kommen übereinstimmend zu dem Ergebnis, daß bei Stromstärken von einigen Ampere eine beträchtliche Abweichung der Elektronentemperatur von der Gastemperatur im Bogenplasma vorliegt. Darüber hinaus finden sie für die verschiedenen Anregungsstufen der Elektronen unterschiedliche Besetzungstemperaturen, die erst mit zunehmender Stromstärke gegen eine einheit-

<sup>1</sup> EDELS, H., and W. A. GAMBLING; Proc. Roy. Soc. (London) A 249, 225–236 (1958).

<sup>2</sup> KOLESNIKOV, V. N.: Trudy fiz. Inst. P. N. Lebedeva (Moskau) 30, 66–157 (1964).

liche Elektronentemperatur konvergieren. Dieses Gleichgewicht wird erreicht, sobald sich ein leuchtender Bogenkern ausgebildet hat. An einem zylindrischen Kaskadenbogen hat MOTSCHMANN<sup>3</sup> mit Hilfe spektroskopischer Meßmethoden die Temperaturen bestimmt und eine Charakteristikauswertung durchgeführt, woraus er die Wärmeleitfähigkeit und elektrische Leitfähigkeit von Wasserstoff zwischen 7000 und 11000 °K ermittelte. Messungen der Wärmeleitfähigkeit bis zu einer Temperatur von 2000 °K liegen ebenfalls vor<sup>4</sup>. In dem Bereich von 2000 bis 7000 °K mit dem besonders interessanten Dissoziationsgebiet sind hingegen bis jetzt keine Messungen veröffentlicht worden. Die experimentelle Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit des Wasserstoffs in diesem Temperaturbereich ist daher Gegenstand der vorliegenden Untersuchung.

Ein wandstabilisierter  $H_2$ -Niederstrombogen mit ausgebildetem Kern stellt wegen seiner Reproduzierbarkeit und zeitlichen Konstanz ein sehr geeignetes Versuchsobjekt zur Erzeugung der gewünschten Temperaturen und Temperaturgradienten dar. Die Anwendung der Schlierenmethode auf den äußeren, nicht leuchtenden Bereich der Bogensäule liefert für die verschiedenen Stromstärken den Gradienten der Brechzahl in Abhängigkeit vom Radius. Durch Integration dieser Funktion erhält man den radialen Verlauf des Brechungsindex selbst und daraus den radialen Temperaturverlauf. Mit Hilfe der gemessenen, im Bogenkern umgesetzten Leistung kann dann die Wärmeleitfähigkeit von Wasserstoff zwischen 2000 und 4500 °K ermittelt werden. Im Temperaturbereich zwischen 4500 und 7000 °K können aus spektroskopischen Messungen am leuchtenden Bogenkern Besetzungstemperaturen und Elektronendichten in Abhängigkeit vom Radius gewonnen werden, wobei die Ergebnisse auf eine einheitliche Elektronentemperatur hinweisen. Die zugehörigen Gastemperaturen, die wegen der relativ hohen Feldstärke deutlich unter den Elektronentemperaturen liegen, lassen sich nicht nur abschätzen, sondern mit Hilfe einer Beziehung, die aus der kinetischen Gastheorie abgeleitet wird, auch exakt berechnen. Dazu ist die Kenntnis des integralen Stoßquerschnitts der neutralen Wasserstoffatome gegenüber Elektronen notwendig, der jedoch auch in die Formel für die elektrische Leitfähigkeit bei geringem Ionisationsgrad eingeht. Es ist daher möglich, diesen Wirkungsquerschnitt zu ermitteln, indem man die berechnete Leitfähigkeit für die gemessenen Temperaturen über den Bogenquerschnitt integriert und mit dem ebenfalls gemessenen Leitwert pro Längeneinheit  $G=I/E$  vergleicht. Aus der berechneten Gastemperatur und der radialen Verteilung des Leistungsumsatzes ergibt sich dann mit Hilfe der Energiegleichung die Wärmeleitfähigkeit von Wasserstoff auch in diesem Temperaturbereich.

<sup>3</sup> MOTSCHMANN, H.: Z. Physik **191**, 10—23 (1966).

<sup>4</sup> BLAIS, N. C., and J. B. MANN: J. Chem. Phys. **32**, 1459 (1960).

## 2. Der Bogen und seine Charakteristik

Für die Untersuchungen wird ein  $H_2$ -Bogen in einem wassergekühlten Quarzrohr von 18,5 mm  $\varnothing$  bei Atmosphärendruck zwischen zwei Wolframelektroden betrieben. Seine maximale Länge beträgt 50 cm,

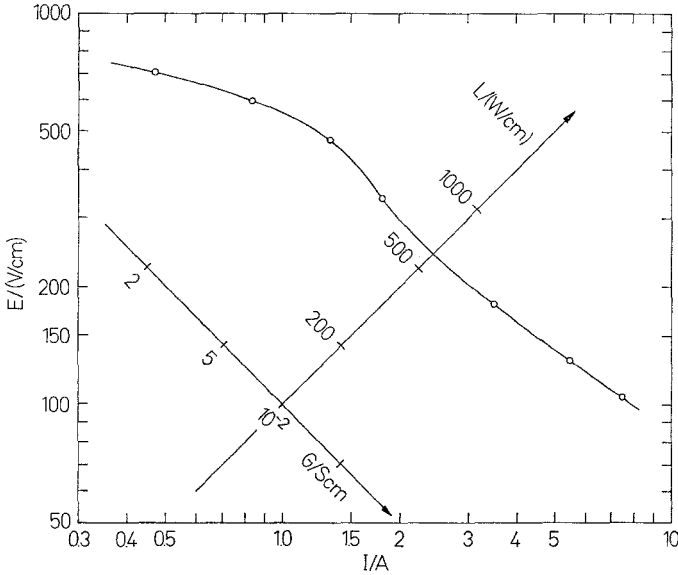


Fig. 1. Die Strom-Feldstärke-Charakteristik des untersuchten Wasserstoffbogens. In das Diagramm ist auch das um  $45^\circ$  gedrehte Leistung-Leitwert-Koordinatensystem eingetragen

so daß die Bogensäule durch die Elektrodenräume nicht gestört wird. Durch die gekühlte Rohrwand sind außerdem die thermischen Randbedingungen der Entladung eindeutig definiert. Verunreinigungen im Bogengas sind spektroskopisch nicht nachweisbar.

Bei Stromstärken unter 1,5 A ist bei den vorliegenden Versuchsbedingungen der leuchtende Kanal sehr breit und lichtschwach. In dem Strombereich zwischen 1,5 und 3 A bildet sich dann ein rötlicher, hell leuchtender Kern von etwa 2 mm  $\varnothing$  aus, wobei sich die Säulenfeldstärke ungefähr auf die Hälfte ihres vorigen Wertes reduziert. Die umgesetzte Leistung pro cm Bogenlänge steigt nun langsam mit der Stromstärke an und erreicht bei 10 A den Wert von 840  $W/cm$ . Nach Überschreitung dieses Punktes wird die Entladung instabil und der Kern bildet eine Wendel aus. Die Messungen werden daher bei Stromstärken 4; 6 und 8 A durchgeführt.

Da für die Auswertung der Temperaturmessungen die Kenntnis der umgesetzten Leistung notwendig ist, wird zunächst die Strom-Feldstärke-Charakteristik  $E(I)$  des Bogens ermittelt. Die Spannung am Lichtbogen ist der Messung unmittelbar zugänglich. Um daraus die Säulenfeldstärke zu gewinnen, genügt es jedoch nicht, diese Spannung durch die Länge des Bogens zu teilen, da die Elektrodenfälle das Ergebnis verfälschen würden. Deshalb wird zunächst die Spannung in Abhängigkeit von der Stromstärke im Bereich zwischen 0,7 und 10 A für verschiedene Längen des Bogens auf einem  $X$ - $Y$ -Schreiber registriert. Trägt man dann die gemessenen Spannungen für eine bestimmte Stromstärke als Funktion der Bogenlänge auf, so erhält man eine Gerade, deren Neigung die Säulenfeldstärke darstellt. Durch die Auswertung bei vielen Stromstärken gewinnt man so die gesamte  $E$ - $I$ -Charakteristik, die in Fig. 1 wiedergegeben ist.

### 3. Die Wärmeleitfähigkeit im nicht leuchtenden Dissoziationsgebiet

#### 3.1. Schlierenmessungen

Die Temperaturabhängigkeit des Brechungsquotienten läßt sich zu Temperaturmessungen im nicht leuchtenden Bereich des Bogens heranziehen. Dazu wird der Gradient der Brechzahl als Funktion des Radius in einer Töplerschen Schlierenapparatur gemessen. Den verwendeten Versuchsaufbau zeigt Fig. 2. Das von der Quecksilberlampe  $Q$  durch den Spalt tretende Licht wird durch den ersten Spiegel  $Sp$  parallel gemacht, durchsetzt das Bogengefäß  $B$  in Achsenrichtung und wird von dem zweiten Spiegel  $Sp$  auf die Kante der Schlierenblende  $Ph$  fokussiert. Die nachfolgende Kamera  $K$  ist scharf auf den Bogen eingestellt. Die Schlierenblende ist eine Phasenplatte nach WOLTER<sup>5</sup> und besteht aus den zwei gegeneinander geneigten Hälften einer geteilten Glasplatte, die einen Gangunterschied von  $\lambda/2$  erzeugen. Ein Interferenzfilter  $I$  für die grüne Hg-Linie sorgt für monochromatisches Licht im Strahlengang. Durch den Gradienten des Brechungsquotienten, der in der Querschnittsebene des Bogens liegt, erfährt das durchgehende Fremdlicht eine mehr oder weniger große Ablenkung, die für den jeweils wirksamen Teil des Bogens eine Verschiebung des Spaltbildes auf der Phasenplatte zur Folge hat. Während unabgelenkte Strahlenbündel, die symmetrisch die unmittelbare Umgebung der Phasenkante durchsetzen, infolge Interferenz ausgelöscht werden, können die senkrecht zur Kante abgelenkten Bündel den einen oder anderen Teil der Phasenplatte ungehindert durchdringen. In dem Bogenbild der Kamera heben sich daher Zonen ohne Ablenkungswirkung als dunkle Streifen vom hellen Untergrund der ablenkenden Zonen ab.

<sup>5</sup> WOLTER, H.: Ann. Phys. (6) 7, 341 (1950).

Infolge der Zylindersymmetrie des untersuchten Lichtbogens hat der Gradient der Brechzahl nur eine radiale Komponente  $dn/dr$ , die in voller Größe auf einem Durchmesser senkrecht zur Phasenkante wirksam wird.

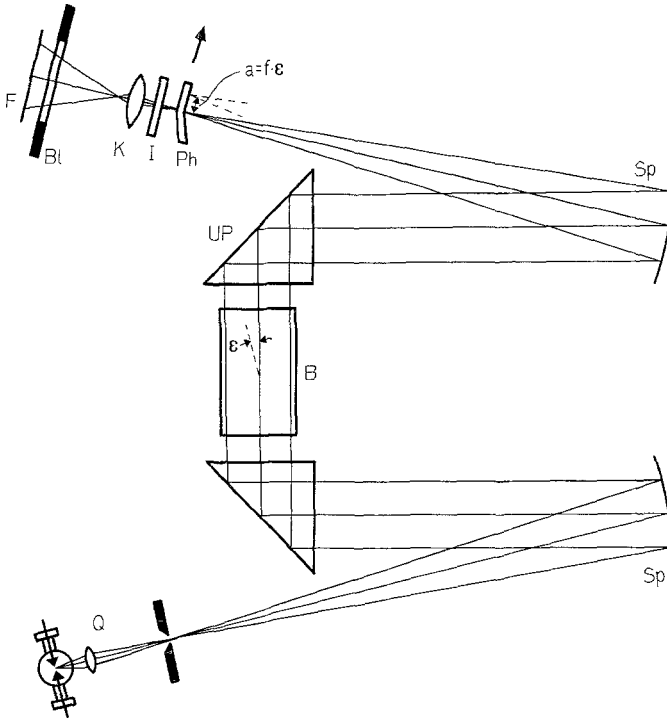


Fig. 2. Schlierenapparatur. *Q* Hg-Höchstdrucklampe mit Kondensator und Spaltblende. *Sp* Spiegel, Brennweite  $f = 5$  m. *UP* Umlenkprisma. *B* Entladungsgefäß. *Ph* Woltersche Phasenplatte. *I* Interferenzfilter. *K* Kameralinse. *Bl* Spaltblende. *F* Film.  $\epsilon$  Ablenkungswinkel des Parallellichtbündels. Die Phasenplatte wird in Richtung des Pfeils, der Film senkrecht dazu in Richtung der Phasenkante bewegt

Deshalb genügt es, das Bogenbild durch eine Spaltblende vor dem Film auf diesen Durchmesser zu begrenzen. Auf der Geraden, die nun beobachtet wird, erscheinen dann ein oder mehrere dunkle Punkte, die direkt den Radien zugeordnet sind, an denen keine Ablenkung erfolgt. Wird die Phasenplatte jetzt um eine bestimmte Strecke verschoben, so sind auf der  $x$ -Achse des Films hinter der Spaltblende diejenigen Radien des Bogens durch Dunkelheit gekennzeichnet, die das Licht auf die neue Stellung der Phasenkante abgelenkt haben.

Die Ablenkung des Spaltbildes auf der Phasenplatte  $a$ , bzw. die Verschiebung der Phasenkante aus der Nulllage hängt mit dem Ablenkungs-

winkel im Bogenmaß und mit der Brennweite  $f$  (5 m) des zweiten Spiegels folgendermaßen zusammen:

$$a = \varepsilon \cdot f. \quad (1)$$

Bewegt man nun den Film senkrecht zur Spaltblende vor dem Film und synchron dazu die Phasenplatte quer zur Kante, so ist die  $y$ -Achse in

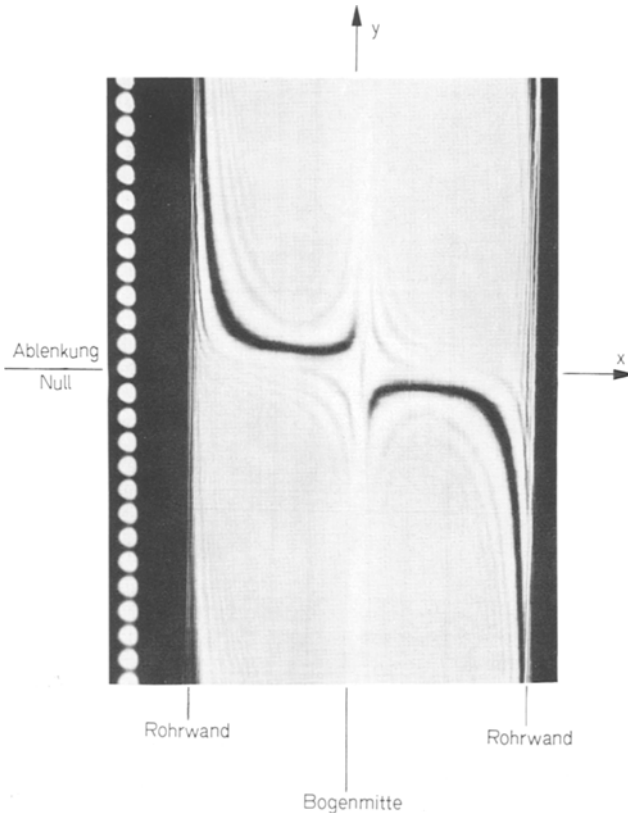


Fig. 3. Mit dem Schlierenverfahren registrierte Ablenkcurve eines 11 cm langen Wasserstoffbogens (4A). Der Abstand zweier benachbarter Lichtmarken am Bildrand entspricht einem Ablenkungsunterschied  $\Delta a = 1$  mm

Bewegungsrichtung des Films fest mit der Verschiebung der Phasenplatte  $a$  und daher mit einem bestimmten Ablenkungswinkel  $\varepsilon$  gekoppelt.

Durch eine fotografische Registrierung erhält man so den Gesamtverlauf der Ablenkung  $a$  als Funktion des Abstandes von der Bogenachse als dunkle Kurve auf hellem Grund. Fig. 3 zeigt eine Meßkurve, die mit der beschriebenen Schlierenapparatur an einem Wasserstoffbogen auf-

gezeichnet wurde. Da sich die Ablenkungen zu beiden Seiten der Bogenachse nur durch ihr Vorzeichen unterscheiden, sind die beiden Kurvenäste der Fig. 3 symmetrisch zum Koordinatenursprung, der in der Mitte des Bildes liegt. Die Ablenkungen steigen nahe der Bogenachse und zur Rohrwand hin steil an, während sie in dem dazwischen liegenden Bereich klein und nahezu konstant sind, was charakteristisch für das Dissoziationsgebiet ist. Die Aufhellung der Meßkurve im Bogenkern ist auf das Eigenlicht des Bogens zurückzuführen, das als ungerichtete Strahlung nicht von der Phasenplatte ausgelöscht werden kann. Um die end-on Untersuchungen durchführen zu können, sind die Elektrodenhalterungen entlang eines Durchmessers mit Schlitzfenstern versehen, und die Elektroden selbst etwas zur Seite gerückt.

Die Ablenkung des Lichtes, das in den Bogen achsenparallel eingestrahlt wird, läßt sich mit Hilfe der Gleichung für die Krümmung eines Lichtstrahls in einem inhomogenen Medium berechnen<sup>6</sup>. Für die folgende Betrachtung sei die Bogenachse die  $z$ -Richtung eines Zylinderkoordinatensystems. Die Bahnkurven der Strahlen liegen aufgrund der Symmetrie in Ebenen durch die Bogenachse. Der Ablenkwinkel  $\varepsilon$  des Lichtes ergibt sich aus der Aufintegration der differentiellen Richtungsänderungen auf dem Wege durch die Bogensäule zu:

$$\varepsilon = \int_{\text{Bogenlänge}} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} dz. \quad (2)$$

Hinzu kommen Änderungen der Strahlrichtung durch die inhomogenen Schichten in den Elektrodenräumen, die das Ergebnis zunächst verfälschen. Durch Subtraktion der Meßwerte an einem langen und einem kurzen Rohr läßt sich jedoch der Beitrag der inhomogenen Schichten eliminieren, und man erhält als Resultat den Ablenkwinkel  $\varepsilon$ , den eine Bogensäule der Differenzlänge  $z_2 - z_1$  erzeugen würde.

Für nicht zu große Änderungen des Gradienten auf der Bahnkurve des Lichtstrahls kann in das Integral für  $\frac{1}{n} \frac{dn}{dr}$  ein konstanter Mittelwert eingeführt werden, so daß die Gleichung für den Ablenkwinkel  $\varepsilon$  einer homogenen Bogensäule der Länge  $z_2 - z_1$  dann lautet:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} (z_2 - z_1). \quad (3)$$

Die Annahme  $\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} = \text{const}$  entlang der Bahnkurve ist für eine Zone mittlerer Bogenradien weitgehend erfüllt, wie die Abschätzung eines

<sup>6</sup> SOMMERFELD, A.: Vorl. über theor. Phys., Bd. 4, 1. Aufl., S. 348ff. Wiesbaden: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung 1950.

Korrekturgliedes zeigt und am flachen Verlauf von  $a$  in der Registrierkurve der Fig. 3 auch unmittelbar zu erkennen ist. In diesem Bereich erhält man also  $dn/dr$  direkt aus dem Ablenkwinkel  $\varepsilon$ , der aus der Differenzbildung zwischen zwei verschiedenen langen Rohren zu entnehmen ist. Vor allem in der Zone steiler Gradienten nahe der Rohrwand ist jedoch die Voraussetzung für Gl. (3) nicht mehr richtig. Der Gradient dieser Gebiete muß deshalb mit einer Formel höherer Näherung, die  $d^2n/dr^2$  enthält, um kleine Beträge korrigiert werden. In den entsprechenden Bereichen wurde in der Auswertung die höhere Näherung berücksichtigt.

Ist der Gradient  $dn/dr$  in Abhängigkeit vom Radius bekannt, so liefert die Integration über den Radius den Brechungsindex  $n(r)$  selbst bis auf eine additive Konstante  $c$ . Um nun aus  $n(r)+c$  den radialen Temperaturverlauf  $T(r)$  und später die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa(T)$  zu bestimmen, muß sowohl die Temperaturabhängigkeit des Brechungsquotienten  $n(T)$  als auch die Integrationskonstante  $c$  bekannt sein.

### 3.2. Brechungsindex und Wärmeleitfähigkeit

Der Brechungsindex ist von der Teilchendichte abhängig und damit bei konstantem Druck eine reine Temperaturfunktion. Für Wasserstoff im Dissoziationsgebiet erhält man den Ausdruck:

$$n - 1 = c_{H_2} N_{H_2}(T) + c_H N_H(T). \quad (4)$$

Die Teilchendichten  $N_H$  und  $N_{H_2}$  sind aus dem Massenwirkungsgesetz mit den bekannten Moleküldaten zu berechnen<sup>7</sup>.  $c_H$  und  $c_{H_2}$  sind die mit  $2\pi$  multiplizierten Polarisierbarkeiten der einzelnen Wasserstoffatome und Moleküle und nur von der Wellenlänge abhängig. Die Konstante  $c_H$  für atomaren Wasserstoff ist aus der Dispersionstheorie mit Hilfe tabellierter Oszillatorenstärken<sup>8</sup> berechnet worden. Das Ergebnis  $c_H = 4,36 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$  für  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$  stimmt mit dem experimentellen Wert von BRINKSCHULTE<sup>9</sup> gut überein. Für die Größe  $c_{H_2}$  des molekularen Wasserstoffs wurde der Zahlenwert benutzt, den man aus der Brechzahl bei Zimmertemperatur erhält<sup>10</sup>:  $c_{H_2} = 5,2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$  für  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ . Der Einfluß der Elektronen auf den Brechungsindex ist im vorliegenden Temperaturbereich zu vernachlässigen.

Mit den von FRIE<sup>11</sup> berechneten Teilchendichten für Atmosphärendruck (München 715 Torr) kann nun die Brechzahl von Wasserstoff im

<sup>7</sup> BURHORN, F., u. R. WIENECKE: Z. phys. Chem. **215**, 285 (1960).

<sup>8</sup> UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären, 2. Aufl., S. 344ff. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955.

<sup>9</sup> BRINKSCHULTE, H.: Diss. T. H. München (1965).

<sup>10</sup> D'ANS-LAX: Taschenbuch f. Chemiker u. Physiker, Bd. 1. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1967.

<sup>11</sup> FRIE, W.: Priv. Mitteilung, s. auch Z. Physik **201**, 269—294 (1967).



Dissoziationsgebiet in Abhängigkeit von der Temperatur nach Gl. (4) bestimmt werden. Mit Hilfe der Funktion  $n(T)$  könnte nun, wenn die Integrationskonstante  $c$  festgelegt wäre, aus dem gemessenen Verlauf  $n(r)$  der radiale Temperaturverlauf  $T(r)$  ermittelt werden.

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten  $c$  muß der Brechungsindex oder die Temperatur an irgendeiner Stelle des Meßbereiches gegeben sein. Bekannt sind die Temperatur des Kühlwassers, die umgesetzte Leistung sowie die Wärmeleitfähigkeit von Quarzglas und von Wasserstoff bis 2000 °K. Mit diesen Daten könnte der radiale Temperaturverlauf in der Umgebung der Innenwand des Rohres berechnet und ein Anschluß an die Meßkurven gewonnen werden. Aber gerade in diesem Gebiet sind die Schlierenmessungen mit dem relativ größten Fehler behaftet. Eleganter und genauer ist es bei dissoziierenden Gasen, das für sie charakteristische Maximum in der Wärmeleitfähigkeit zur Festlegung der Integrationskonstanten auszunützen.

Im Dissoziationsgebiet kommt nämlich zur Ruhewärmeleitfähigkeit (frozen conductivity), die mit wachsender Temperatur nur langsam zunimmt, als überwiegender Anteil die Reaktionswärmeleitfähigkeit (reaction conductivity) hinzu. Infolge der Partialdruckgradienten im Temperaturfeld diffundieren laufend Moleküle in das heißere Gebiet, wo sie dissoziiert werden. Als Atome diffundieren sie wieder zurück und rekombinieren in den kälteren Bereichen. Die transportierte Dissoziationsenergie leistet den erwähnten Beitrag zur Wärmeleitfähigkeit. Er übertrifft beim Wasserstoff den ersten Term um eine Größenordnung.

Die Reaktionswärmeleitfähigkeit läßt sich nach VANDERSLICE et al.<sup>12</sup> formelmäßig darstellen durch folgenden Ausdruck:

$$\kappa_{\text{reakt}} = \frac{N_H N_{H_2}}{(N_H + 2 N_{H_2})^2} \frac{3}{8} \sqrt{\frac{3\pi}{4 m_H kT}} \frac{(\Delta h)^2}{Q_{H H_2}^{11} \cdot T}. \quad (5)$$

Für  $\Delta h$  ist die Reaktionsenthalpie pro Rekombination von zwei Atomen zu setzen, für die man bei voller Anregung der beiden Schwingungsfreiheitsgrade im Molekül  $\Delta h = kT/2 + u_D$  erhält, wobei  $u_D$  die Dissoziationsenergie ist. Dies gilt für  $T > 3500$  °K.<sup>12</sup>  $Q_{H H_2}^{11}$  ist ein Stoßintegral der Impulsübertragung, das für zwei elastische Kugeln aufgrund der Normierung gerade  $(r_1 + r_2)^2 \pi$  ergibt.

Als Funktion der Teilchendichten hat die Reaktionswärmeleitfähigkeit ein ausgeprägtes Maximum bei einer Temperatur  $T_0$ , die sich auch ohne Kenntnis des nur schwach von der Temperatur abhängigen Stoßquerschnittes sehr genau berechnen läßt.

<sup>12</sup> VANDERSLICE, J. T., STANLEY WEISSMAN, E. A. MASON, and R. J. FALLON: Phys. Fluids **5**, 155 (1962).

Mit den Beziehungen

$$\frac{dN_H}{dT} = \frac{N_H \cdot N_{H_2}}{N_H + 2N_{H_2}} \cdot \frac{\Delta h}{kT^2} - \frac{N_H}{T}; \quad (6a)$$

$$\frac{dN_{H_2}}{dT} = -\frac{N_H \cdot N_{H_2}}{N_H + 2N_{H_2}} \cdot \frac{\Delta h}{kT^2} - \frac{N_{H_2}}{T} \quad (6b)$$

die sich aus dem Massenwirkungsgesetz ergeben, erhält man aus  $d\kappa_{\text{reakt}}/dT=0$  folgende Bestimmungsgleichung für die Maximumstemperatur:

$$\frac{(2N_{H_2} - N_H)(N_{H_2} + N_H)}{(2N_{H_2} + N_H)^2} = \frac{kT_0}{\Delta h} \left( \frac{3}{2} - 2 \frac{T_0}{\Delta h} \cdot \frac{d\Delta h}{dT} \right) \quad (7)$$

mit der Lösung  $T_0 = 3740$  °K für  $p = 715$  Torr. Die Temperatur des Maximums in der Gesamtleitfähigkeit wird durch die Ruhewärmeleitfähigkeit praktisch nicht verändert. Die Integrationskonstante  $c$  wird nun so bestimmt werden, daß das Maximum der ausgewerteten Wärmeleitfähigkeit bei der Temperatur  $T_0 = 3740$  °K erscheint. Vorläufig wird aber  $c$  noch als Parameter beibehalten.

### 3.3. Radialer Temperaturverlauf und gemessene Wärmeleitfähigkeit

Für die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  erhält man aus der Integration der Energiegleichung des zylindrischen Lichtbogens folgenden Ausdruck:

$$\kappa = -E^2 \frac{\int_0^r \sigma \rho d\rho}{r} \cdot \frac{dr}{dT}. \quad (8)$$

$2\pi E^2 \int_0^r \sigma \rho d\rho$  ist die in dem Zylinder vom Radius  $r$  und der Höhe eins umgesetzte elektrische Leistung, die außerhalb der elektrisch leitenden Zone des Bogenkerns den Wert der gesamten Bogenleistung  $L$  pro Einheitslänge hat. Der reziproke Temperaturgradient in Gl. (8) läßt sich direkt durch den gemessenen Gradienten der Brechzahl ausdrücken. Nach der Kettenregel ist:

$$\frac{dr}{dT} = \frac{dr}{dn}(r) \cdot \frac{dn}{dT}(T). \quad (9)$$

Die reine Temperaturfunktion  $dn/dT$  wurde aus Gl. (4) berechnet. Setzt man Gl. (9) in Gl. (8) ein, so ließe sich die Wärmeleitfähigkeit als Funktion des Radius  $\kappa(r)$  berechnen, wenn die Temperaturfunktion  $dn/dT(T)$  den richtigen Radien zugeordnet werden könnte, d.h. wenn der radiale

Temperaturverlauf bekannt wäre. Wählt man nun zunächst einen willkürlichen Wert der als Parameter verfügbaren Integrationskonstanten  $c$  und berechnet damit aus  $n(r)+c$  über  $n(T)$  die zugehörige radiale Temperaturverteilung, dann ergibt sich nach Gl. (8) der radiale Verlauf der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa(r)$  und mit dem radialen Temperaturverlauf auch deren Temperaturabhängigkeit  $\kappa(T)$ , aber ihr Maximum wird noch nicht bei dem geforderten Wert von  $T_0 = 3740$  °K liegen. Daher wird dieses Verfahren mit anderen Versuchswerten für den Parameter  $c$  fortgesetzt, bis die genannte Forderung erfüllt ist. Dann ist gleichzeitig die richtige Integrationskonstante  $c$  gefunden, der radiale Temperaturverlauf endgültig ermittelt und die Wärmeleitfähigkeit als Funktion der Temperatur bestimmt.

Prinzipiell wäre es auch möglich, den Ort des Maximums aus einer einfach herzuleitenden analytischen Formel zu ermitteln. Da aber in die Bestimmungsgleichung die Ableitung des Gradienten  $dn/dr$  eingeht, wirken sich Meßfehler sehr stark aus und beeinträchtigen die Genauigkeit der Rechnung. In dem hier verwendeten Verfahren dagegen brauchen keine Differentiationen durchgeführt zu werden, da  $dn/dr(r)$  direkt gemessen und  $dn/dT(r)$  durch analytische Differentiation zu berechnen ist. Diese Auswertung liefert für den 8 A-Bogen das Maximum der Wärmeleitfähigkeit bei dem Radius  $r=3,5$  mm, für 6 A bei  $r=3$  mm und für 4 A bei  $r=2,6$  mm. Die Festlegung des Maximums bei 4 A ist etwas unsicher, da außerhalb von  $r_{\max}$  noch ein nicht ganz vernachlässigbarer Teil der Leistung umgesetzt wird.

Die Ergebnisse sind in Fig. 6 für die Temperatur und Fig. 7 für die Wärmeleitfähigkeit aufgetragen. Zu höheren Temperaturen ist in der Rechnung die Leistung  $L$  um den Betrag zu verringern, der außerhalb des betreffenden Radius umgesetzt wird. Diese Korrektur ergibt sich aus den radialen  $\sigma$ -Verteilungen, welche die Auswertung der spektroskopischen Messungen liefert, und ist an den  $\kappa$ -Werten in Fig. 7 bereits ausgeführt.

Die Schärfe und damit die Ablesegenauigkeit der registrierten  $dn/dr$ -Kurve ist einmal begrenzt durch das endliche Auflösungsvermögen der Schlierenapparatur infolge der Beugung. Zum anderen durchläuft das Licht am Rand und im Bogenkern mehrere Schichten verschiedener Ablenkung, was eine Verbreiterung und Verschiebung des Interferenzminimums zur Folge hat. Die Verschiebung konnte zwar weitgehend korrigiert werden, trotzdem nimmt die Genauigkeit der Messungen in diesen Gebieten erheblich ab. Durch Differenzbildung zwischen den Meßwerten an einem langen und einem kurzen Rohr werden systematische Fehler durch die Bogenenden beseitigt, die übrigen Fehler jedoch verdoppelt.

Die Unsicherheiten der Messung gehen unmittelbar in den Verlauf der Temperatur und der Wärmeleitfähigkeit ein, sie können aber auch

eine Verschiebung des „Aufhängepunktes“ bewirken. Die resultierenden Fehlergrenzen der  $\kappa$ - und der  $T$ -Werte sind für 8 Å in den Fig. 6 und 7 eingetragen.

#### 4. Die Wärmeleitfähigkeit im selbstleuchtenden Gebiet schwacher Ionisation

##### 4.1. Spektroskopische Messungen

Im leuchtenden Kern des Bogens kann das Eigenlicht zu spektroskopischen Messungen herangezogen werden. Durch eine Registrierung der Absolutintensitäten werden die Emissionskoeffizienten der Balmerlinie  $H_\beta$  und des Wasserstoffkontinuums bei 5000 Å bestimmt. Dieses Kontinuum besteht im vorliegenden Temperaturbereich zu etwa 90 % aus dem frei – gebundenen – Kontinuum des negativen Wasserstoffions. Außerdem ergibt das Linienprofil von  $H_\beta$  Aufschluß über die radiale Verteilung der Elektronendichte. Die Beobachtung erfolgt side-on, so daß die unmittelbaren Meßergebnisse über die Abelsche Integralgleichung auf radiale Abhängigkeit umgerechnet werden müssen. Im Gegensatz zum Bogenradius  $r$  ist die Koordinate, über die registriert wird, im folgenden mit  $x$  bezeichnet.

Zur Messung der Absolutintensitäten wird ein Leiss-Quarzdoppelmonochromator verwendet, dessen beide Systeme gegenläufige Dispersion haben, d. h. das zweite Prisma macht die spektrale Zerlegung des Lichtes wieder rückgängig. Ein Mittelspalt, der auf einer Präzisionsspindel gelagert ist, schneidet aus dem Spektrum das gewünschte Intervall aus. Er kann von einem Synchronmotor über das Spektrum bewegt werden. Der Bogenkern wird von einem Quarzachromaten auf den Eintrittsspalt abgebildet, der parallel zur Bogenachse ausgerichtet ist. Durch Verschieben der Linse senkrecht zur optischen Achse und senkrecht zum Spalt wird das Bogenbild über diesen hinweg gezogen und somit eine radiale Abtastung erreicht. Diese Verschiebung erfolgt ebenfalls durch einen Synchronmotor. Hinter dem Austrittsspalt ist ein Photomultiplier montiert, dessen Strom von einem Kompensationschreiber angezeigt wird. Mit der beschriebenen Anordnung ist also sowohl eine Registrierung über die Wellenlänge  $\lambda$  als auch über den Bogenradius in Richtung  $x$  möglich. Um Fremdlicht und Dunkelstrom zu eliminieren, wird das Licht der Bogenentladung durch eine rotierende Sektorblende zerhackt und die entsprechenden Stromimpulse wieder phasenetreu gleichgerichtet.

Den Ausschnitt des Spektrums, den der Mittelspalt begrenzt, vereinigt das zweite System des Monochromators wieder auf der Kathode des SEV. Befindet sich in diesem Intervall eine Spektrallinie, so ist das Multipliersignal ein Maß für deren Gesamtintensität, d. h. das Gerät führt eine echte Integration über  $\lambda$  durch, ohne jedoch die Ortsauflösung,

die durch den Vorderspalt gegeben ist, zu verlieren. Eine Registrierung über  $\lambda$  zeigt nur dann ein Plateau, wenn die gesamte Linie vom Mittelspalt erfaßt wird. Gleichzeitig gibt die Halbwertsbreite der entstehenden Figur die Breite des durchgelassenen Frequenzbandes an. Fig. 4a zeigt

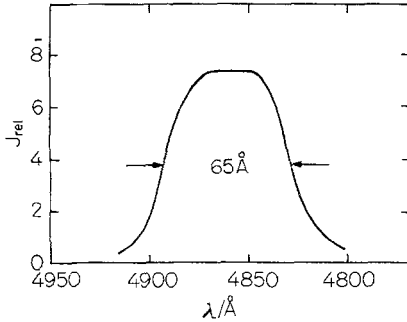


Fig. 4a

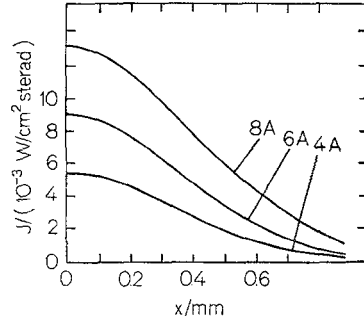


Fig. 4b

Fig. 4a. Selbständige Integration über  $\lambda$  der Wasserstofflinie  $H_\beta$  durch den Doppelmonochromator. Die Registrierung der Intensität  $I$  über  $\lambda$  zeigt das gewünschte Plateau. Die Halbwertsbreite gibt das ausgeschnittene Wellenlängenintervall an

Fig. 4b. Quer zum Bogen registrierte Absolutintensität von  $H_\beta$  bei Stromstärken von 4; 6 und 8 A

ein Beispiel für die Integration der Wasserstofflinie  $H_\beta$ , Fig. 4b gibt die quer zum Bogen registrierten Absolutintensitäten von  $H_\beta$  bei verschiedenen Stromstärken wieder. Zur Intensitätseichung des Monochromators wurde ein Normalkohlebogen nach EULER mit den Meßwerten von MAGDEBURG<sup>13</sup> verwendet.

Zur Messung der Linienprofile von  $H_\beta$  in Abhängigkeit vom Radius diente ein Steinheil-Industriespektrograph. Die Registrierung erfolgte auf einer photographischen Platte. Da die Verbreiterung der Linie auf die Mikrofelder der geladenen Teilchen zurückzuführen ist, kann man die Ladungsträgerdichten ( $N_i = N_e$ ) aus den gemessenen Linienprofilen ermitteln. Dazu wurden sie mit den bei DRAWIN und FELENBOK<sup>14</sup> tabellierten theoretischen Werten von GRIEM, KOLB und SHEN verglichen.

Als Ergebnis der spektroskopischen Messungen erhält man also die Emissionskoeffizienten  $\varepsilon_L$  und  $\varepsilon_v$  und die Elektronendichte in Abhängigkeit vom Radius. Unter der Annahme lokalen thermischen Gleichgewichts könnte man die radialen Temperaturverteilungen aus den gemessenen Größen unmittelbar bestimmen. Eine überschlägige Rechnung

<sup>13</sup> MAGDEBURG, H.: Z. Naturforsch. 20a, 980 (1965).

<sup>14</sup> DRAWIN, H.W., et P. FELENBOK: Groupe de Recherche de l'Assoz. EURATOM-C.E.A. sur la Fusion Fontenay-aux-Roses (1962).

mit Hilfe der bekannten Abschätzungsformel<sup>15</sup>:

$$\frac{T_e - T_g}{T_e} = \frac{m_H}{4 m_e} \left[ \frac{e E}{3/2 k T_e (N_e Q_{ei} + N_H Q_{eH})} \right]^2 \quad (10)$$

zeigt jedoch, daß die Abweichung der Elektronen- von der Gastemperatur etwa 30% beträgt und daher nicht mehr vernachlässigt werden kann. Bei der Berechnung wurde für  $Q_{eH}$  ein theoretischer Wirkungsquerschnitt von  $25 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  eingesetzt<sup>2</sup>. Die Auswertung der Messungen verlangt also eine Theorie, die das thermische Nichtgleichgewicht berücksichtigt.

#### 4.2. Elektronen- und Gastemperatur

Eine im Rahmen der kinetischen Gastheorie korrekte Beziehung zwischen Elektronen- und Gastemperatur läßt sich aus einer Arbeit über „Die Transporteigenschaften eines teilweise ionisierten Gases im Nichtgleichgewicht“ von CHMIELESKI und FERZIGER<sup>16</sup> ableiten. Diese Autoren lösen die Boltzmann-Gleichungen mit einer modifizierten Chapman-Enskog-Methode. Wegen des Massenverhältnisses  $m_e/m_s \ll 1$  zwischen Elektronen und schweren Teilchen sind in den Lösungen für beide Teilchensorten eigene Temperaturen erlaubt. Das führt zu neuen Gliedern in den Momentengleichungen der verschiedenen Teilchen.

Für die Messungen interessiert nur der stationäre Fall ohne Schwerpunktströmung. Aus der zitierten Arbeit erhält man dann für die Energiebilanz der Elektronen, wenn nur das elektrische Feld  $E$  als makroskopische äußere Kraft wirksam ist, folgenden Ausdruck:

$$\nabla \mathbf{q}_e - \mathbf{j}_e \cdot \mathbf{E} = \sum_{\nu} E_{e\nu}. \quad (11)$$

$\mathbf{q}_e$  ist die Wärmestromdichte, die dem Gradienten der Elektronentemperatur proportional ist,  $\mathbf{j}_e$  ist die elektrische Stromdichte. Beide werden von den Elektronen getragen.  $\nabla \mathbf{q}_e$  kann für unsere geringen Ionisationsgrade vernachlässigt werden.  $\sum_{\nu} E_{e\nu}$  beschreibt die Energieübertragung auf die verschiedenen Arten schwerer Teilchen durch elastische Stöße der Elektronen. Für diesen Übertragungsterm ergibt sich aus der Theorie:

$$\sum_{\nu} E_{e\nu} = -8 k (T_e - T_g) \cdot \left( \frac{2 k T_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{\nu} \frac{m_e}{m_{\nu}} N_e N_{\nu} Q_{e\nu}^{11}(T_e). \quad (12)$$

$Q_{e\nu}^{11}$  sind die anschließend an Gl. (5) erläuterten Stoßquerschnitte, hier zwischen den Elektronen und den verschiedenen schweren Teilchen. Die

<sup>15</sup> FINKELNBURG, W., u. H. MAECKER: Handbuch der Physik, Bd. 22, Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956.

<sup>16</sup> CHMIELESKI, R. M., and J. A. FERZIGER: Phys. Fluids **10**, 364 (1964).

Stromdichte  $j_e$  in Gl. (11) wird nun noch durch  $\sigma E$  ersetzt, wobei man für die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  die aus der Chapman-Enskog-Theorie abgeleitete Langevin-Formel schreiben kann:

$$\sigma = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2 m_e k T_e}} \cdot \frac{e^2 N_e}{\sum_v N_v Q_{ev}^{11'}} \cdot \rho_\sigma \quad (13)$$

$\rho_\sigma$  ist ein Korrekturfaktor, der die höheren Näherungen der Theorie berücksichtigt<sup>17</sup>. Der Coulombquerschnitt in der Langevin-Formel muß von dem in Gl. (12) unterschieden werden und wird in den folgenden Formeln als  $Q_{ei}^{11'}$  bezeichnet.

Die Energiegleichung (11) enthält jetzt neben den Teilcheneigenschaften und den Teilchendichten nur noch die Elektronentemperatur  $T_e$  und die Gastemperatur  $T_g$ . Man kann deshalb mit dieser Beziehung die Gastemperatur aus der Elektronentemperatur berechnen. In einer der Gl. (10) entsprechenden Form geschrieben, lautet sie für ein Wasserstoffgas:

$$\frac{T_e - T_g}{T_e} = 0,66 \cdot \rho_\sigma \frac{m_H}{4 m_e} \cdot \left( \frac{e E}{\frac{3}{2} k T_e} \right)^2 \cdot \frac{1}{(N_H Q_{eH}^{11} + N_i Q_{ei}^{11'} + N_{H_2} Q_{eH_2}^{11}) \cdot (N_H Q_{eH}^{11} + N_i Q_{ei}^{11} + \frac{1}{2} N_{H_2} Q_{eH_2}^{11})} \quad (14a)$$

Für die Auswertung ist es vorteilhaft, in die Gleichung den Partialdruck der Neutralteilchen  $p_g$  einzuführen und sie nach  $T_e/T_g$  aufzulösen:

$$2 \frac{T_e}{T_g} - 1 = \left\{ 1 + \rho_\sigma \frac{3 \pi m_H e^2 E^2}{32 m_e p_g^2} \cdot \left( \frac{N_H}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{eH}^{11} + \frac{N_i}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{ei}^{11'} + \frac{N_{H_2}}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{eH_2}^{11} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{N_H}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{eH}^{11} + \frac{N_i}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{ei}^{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{N_{H_2}}{N_H + N_{H_2}} \cdot Q_{eH_2}^{11} \right)^{-1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (14b)$$

In dem Ausdruck Gl. (14b) erscheinen die Teilchendichten  $N_e = N_i$ ,  $N_H$  und  $N_{H_2}$ , für die sich folgende weitere Gleichungen aufstellen lassen: Der Zusammenhang mit dem Gasdruck  $p$ :

$$p = N_e \cdot k T_e + (N_i + N_H + N_{H_2}) k T_g \quad (15)$$

die Sahagleichung für die Atome:

$$N_e^2 = N_H \cdot \frac{2}{Z_H} \cdot \left( \frac{2 \pi m_e k T_e}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp(-E_i/kT_e) \quad (16)$$

<sup>17</sup> HERMANN, W., u. A. MONTERDE-GARCIA: Z. Physik **205**, 313 (1967).

mit der erniedrigten Ionisationsenergie  $E_i$  und das Massenwirkungsgesetz für die Dissoziation.

Unter den gegebenen Versuchsbedingungen sind eine Reihe von Vereinfachungen zulässig. Bei den vorliegenden geringen Ionisationsgraden kann der Beitrag der Ladungsträger zum Gesamtdruck vernachlässigt werden. Die Neutralteilchendichte hängt dann nurmehr von der Gastemperatur ab, was das Gleichungssystem wesentlich vereinfacht. Der Anteil der Moleküle am Ionisationsgleichgewicht darf wegen ihrer höheren Ionisierungsenergie und ihrem kleinen Partialdruck unberücksichtigt bleiben. Die Zahl der Moleküle läßt sich in guter Näherung aus dem Massenwirkungsgesetz in Abhängigkeit von  $T_g$  bestimmen, da die Elektronen wegen ihrer geringen Dichte praktisch keinen Einfluß auf das Dissoziationsgleichgewicht haben. Aus den Gln. (14), (15), (16) und dem Massenwirkungsgesetz können dann bei gegebener Feldstärke und bekannten Wirkungsquerschnitten die Größen  $T_e/T_g$ ,  $N_i = N_e$ ,  $N_H$  und  $N_{H_2}$  z. B. abhängig von der Elektronentemperatur berechnet werden.

Sind die Teilchendichten bekannt, so erhält man aus der Langevin-Formel (Gl. (13)) die elektrische Leitfähigkeit abhängig von der Elektronentemperatur und der Feldstärke.  $\sigma$  ist keine reine Temperaturfunktion mehr und muß für jede Feldstärke im Bogen neu berechnet werden.

Vor allem ist es jetzt möglich, die Temperaturabhängigkeit der Emissionskoeffizienten für den Fall schwacher Ionisation und unterschiedlicher Gas- und Elektronentemperatur anzugeben. Für den Linienemissionskoeffizienten von  $H_\beta$  erhält man:

$$\varepsilon_{H_\beta} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{g_4}{Z_H} \cdot N_H(T_g) \cdot h \nu \cdot A_{42} \cdot \exp(-E_4/kT_e). \quad (17)$$

Für den spektralen Emissionskoeffizienten des  $H^-$ -Kontinuums pro Frequenzeinheit im Bereich  $\nu$  bis  $\nu + \Delta\nu$  ergibt sich:

$$\varepsilon_\nu \Delta\nu = \frac{1}{4\pi} N_e(v_e) \Delta v_e \cdot N_H(T_g) \cdot v_e \cdot Q_{eH}^{Anl} \cdot h \nu. \quad (18)$$

Dabei ist  $Q_{eH}^{Anl}$  der Anlagerungsquerschnitt für die Bildung negativer Ionen.  $N(v_e) \Delta v_e$  stellt die Anzahl der Elektronen im Geschwindigkeitsintervall  $v_e$  bis  $v_e + \Delta v_e$  dar.

Wegen des großen Coulombquerschnittes reduzieren die elastischen Stöße zwischen Ionen und Elektronen die Abweichung der Gas- von der Elektronentemperatur erheblich. Zur Auswertung ist deshalb eine genaue



Kenntnis der Coulombquerschnitte notwendig. Für den Ausgleich zwischen Elektronen- und Ionen-Temperatur im vollionisierten Plasma haben KIHARA et al.<sup>18</sup> mit der Methode der Diffusionskoeffizienten folgenden Coulombquerschnitt berechnet:

$$Q_{ei}^{11} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{e^4}{(kT_e)^2} \cdot \ln \Lambda = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{e^4}{(kT_e)^2} \left( \ln \frac{4 kT_e}{\gamma^2 e^2} \lambda_D - \frac{1}{2} \right);$$

$$\text{mit } \lambda_D = \left( \frac{kT_e}{4\pi e^2 N_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \gamma = 1,781 \dots \quad (19)$$

Zu der durch  $\lambda_D$  gegebenen Debye-Abschirmung tragen nur die Elektronen bei.

Von MASON et al.<sup>19</sup> wurden numerische Berechnungen des Stoßintegrals  $Q_{ei}^{11}$  mit dem Debye-Radius als Parameter für die hier benutzte Chapman-Enskog-Theorie angegeben. Die Zahlenwerte  $Q_{ei}^{11}$  stimmen bei gleichem  $\lambda_D$  mit denen von KIHARA überein. Deshalb haben wir in dem Term  $\sum_v E_{ev}$  in Gl. (11) für  $Q_{ei}^{11}$  den Ausdruck von KIHARA bzw. die Werte von MASON mit einer Debye-Abschirmung nur durch die Elektronen verwendet.

Mit den Stoßintegralen von MASON et al. für eine Debye-Abschirmung durch Ionen und Elektronen ( $N_e + N_i$ ) erzielten PLANTIKOW und STEINBERGER<sup>20</sup> völlige Übereinstimmung zwischen der theoretischen und experimentellen elektrischen Leitfähigkeit eines vollionisierten Plasmas. Deshalb wurde in der Formel für die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  ein Wirkungsquerschnitt  $Q_{ei}^{11'}$  benutzt, den man aus<sup>19</sup> mit einer Debye-Abschirmung durch  $N_e + N_i$  erhält. Der Unterschied zu  $Q_{ei}^{11}$  beträgt maximal 8%.

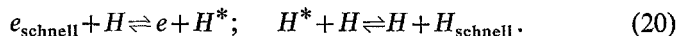
Die Gültigkeit der Beziehungen zwischen Elektronen- und Gastemperatur ist an die Voraussetzung geknüpft, daß die Übertragung von Elektronenenergie auf die schweren Teilchen durch unelastische Stöße vernachlässigt werden kann. Die gleiche Voraussetzung muß erfüllt sein, damit trotz der Abweichung der Gastemperatur alle Anregungszustände der Elektronen nach einer einheitlichen Temperatur  $T_e$  besetzt sind und z. B. die Elektronendichte in Gl. (14) mit der Saha-Gleichung berechnet werden kann. Außerdem müssen Abweichungen vom Gleichgewicht durch Strahlungsemission in Erwägung gezogen werden.

<sup>18</sup> KIHARA, T., and O. AONO: J. Phys. Soc. Japan **18**, 837 (1963).

<sup>19</sup> MASON, E. A., R. J. MUNN, and F. J. SMITH: Phys. Fluids **10**, 1827 (1967).

<sup>20</sup> PLANTIKOW, U., u. S. STEINBERGER: Priv. Mitteilung. Veröffentlichung in Vorbereitung.

Die Übertragung von Elektronenenergie auf die schweren Teilchen durch unelastische Stöße erfolgt in zwei Stufen:



Liegt die Elektronentemperatur über der Gastemperatur, so ergibt sich ein Überschuß von Atomstößen zweiter Art, durch den die Zahl der angeregten Atome vermindert und Elektronenenergie irreversibel auf die schweren Teilchen übertragen wird. Da aber bei merklicher Ionisation die Zahl der unelastischen Atomstöße klein gegenüber den elastischen und unelastischen Elektronenstößen ist, kann bei geringer Abweichung vom thermischen Gleichgewicht ihr Anteil an der Energieübertragung und der Einfluß auf die Zahl der angeregten Atome vernachlässigt werden. Es ist jedoch möglich, daß Atomstöße, die zu Übergängen kleiner Energieänderung zwischen hoch liegenden Anregungszuständen der Elektronen führen, die relative Besetzung der Niveaus nahe der Ionisierungsgrenze beeinflussen. Die Überlegungen für die Anregungsprozesse sind auf die Ionisationsvorgänge sinngemäß zu übertragen.

Da theoretisch nur durch umfangreiche Rechnung entschieden werden kann, ob der Unterschied zwischen Gas- und Elektronentemperatur im Bogenkern hinreichend klein ist, werden verschiedene Messungen zur Bestimmung der Elektronentemperatur durchgeführt. Aus der Übereinstimmung der unabhängig voneinander gemessenen Temperaturen kann auf eine nahezu einheitliche Elektronentemperatur geschlossen werden.

Aufgrund von Strahlungsprozessen, die wegen der Emission aus optisch dünner Schicht nicht im detaillierten Gleichgewicht stehen, sind Störungen der Besetzung der verschiedenen Anregungszustände nach einer einheitlichen Elektronentemperatur möglich. Nach den Berechnungen von BATES et al.<sup>21</sup> können diese aber bei unseren Bedingungen ( $T_e = 8000 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $N_e = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ) vernachlässigt werden. Die Linien  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$  und  $L_\gamma$  sind im untersuchten Bogenplasma optisch dick.

#### 4.3. Radiale Temperaturverteilungen, Wärmeleitfähigkeit und Stoßquerschnitt $Q_{eH}^{11}$

Aus den gemessenen Emissionskoeffizienten und Elektronendichten können jetzt die radialen Temperaturverteilungen mit den Gln. (14) bis (18) ermittelt werden. Zunächst hat man dazu das temperaturabhängige  $T_e/T_g$ -Verhältnis für die verschiedenen Bogenfeldstärken bzw. -stromstärken aus den Gln. (14) bis (16) zu berechnen, was bei den vorliegenden geringen Ionisationsgraden auf iterativem Wege durchgeführt werden kann. Die Teilchenzahlen der Moleküle wurden den numerischen Rech-

<sup>21</sup> BATES, D. R., F. R. S., A. E. KINGSTON, and R. W. P. MC WHIRTER: Proc. Roy. Soc. (London) 267A, 297 (1962).

nungen von FRIE<sup>11</sup> entnommen. Ihr Partialdruck ist im betrachteten Temperaturbereich meistens klein, und spielt nur die Rolle eines Korrekturterms. In die Rechnung geht als noch unbekannte Größe der elastische Stoßquerschnitt  $Q_{eH}^{11}$  zwischen Elektronen und Wasserstoffatomen ein. Hierfür werden zwar in der Literatur zahlreiche experimentelle und theoretische Werte<sup>22-24</sup> angegeben, sie weichen jedoch beträchtlich voneinander ab. Der Querschnitt muß deshalb ebenfalls aus den Messungen ermittelt werden, was mit Hilfe des Gesamtleitwertes pro cm Bogensäule möglich ist.

Für die Auswertung wird zunächst willkürlich ein konstanter Querschnitt  $Q_{eH}^{11}$  angenommen und mit diesem für jede Stromstärke das temperaturabhängige Verhältnis  $T_e/T_g$  berechnet. Dann können  $\varepsilon_L$ ,  $\varepsilon_v$  und  $N_e$  abhängig von  $T_e$  und  $T_g$  entsprechend den Gln. (16) bis (18) ermittelt und daraus schließlich mit Hilfe der gemessenen Größen die vorläufigen Temperaturen  $T_e(r)$  bzw.  $T_g(r)$  gewonnen werden. Für die Auswertung der Kontinuumsmessung werden Tabellen des spektralen Emissionskoeffizienten von Wasserstoff mit  $T_e$  und  $N_e$  als Parameter von EBERHAGEN und LÜNOW benutzt<sup>25</sup>. Mit der Langevin-Formel für  $\sigma$  (Gl. (13)) ergibt sich nun aus dem Verlauf der Elektronentemperatur und der Teilchendichten die radiale Verteilung  $\sigma(r)$  und durch Integration der Gesamtleitwert  $G$ . Dieser wird mit dem durch die gemessene Charakteristik bestimmten Wert verglichen. Durch Veränderung der Ausgangsgröße  $Q_{eH}^{11}$  und Wiederholung der Berechnung kann eine Übereinstimmung des errechneten und des gemessenen Leitwertes erreicht und somit der richtige Wirkungsquerschnitt ermittelt werden. Da die spektroskopischen Messungen nicht den ganzen leitfähigen Bereich überdecken, müssen in den Randzonen des Kerns die Elektronentemperaturen rückwärts über die Gastemperaturen aus dem Schlieren-Verfahren bestimmt werden.

Der sehr gute Anschluß von direkt gemessenen und aus der Gastemperatur berechneten Elektronentemperaturen, der das Auswerteverfahren erst ermöglichte, ist ein weiteres Kriterium für die Richtigkeit des ermittelten Wirkungsquerschnittes. Im äußeren Bereich der leitfähigen Zone hat man die Moleküle in der Rechnung mit zu berücksichtigen, für deren elastischen Wirkungsquerschnitt gegen Elektronen der Wert  $16,5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  (26,27) eingesetzt wurde.

<sup>22</sup> KÜHN, V., u. H. MOTSCHMANN: Z. Naturforsch. **19a**, 658 (1964).

<sup>23</sup> KOLESNIKOV, V. N., and V. V. OBUKLOV-DENISOV: Sh. exp. teor. Fis. **42**, 1001 (1962).

<sup>24</sup> WIESE, W. L.: Comptes rendus de la VI<sup>e</sup> conférence internat. sur les phénomènes d'ionisation dans les gaz. I A 2, Paris: 1963.

<sup>25</sup> EBERHAGEN, A., u. W. LÜNOW: IPP/1/23 und IPP/6/20 Garching 1964.

<sup>26</sup> Theoretical and Experimental Investigation of Arc Plasma-Generation Technology, ASD-TDR-62-729, part II, vol. 2 (1963).

<sup>27</sup> CROMPTON, R. W., and P. J. SUTTON: Proc. Roy. Soc. (London) **A21**, 467 (1952).

Aus der Auswertung der Messungen bei den verschiedenen Stromstärken ergaben sich für  $Q_{eH}^{11}$  folgende Ergebnisse:

$$\text{für } 8 \text{ A: } Q_{eH}^{11} = 29 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2;$$

$$\text{für } 6 \text{ A: } Q_{eH}^{11} = 31 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2;$$

$$\text{für } 4 \text{ A: } Q_{eH}^{11} = 34 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2.$$

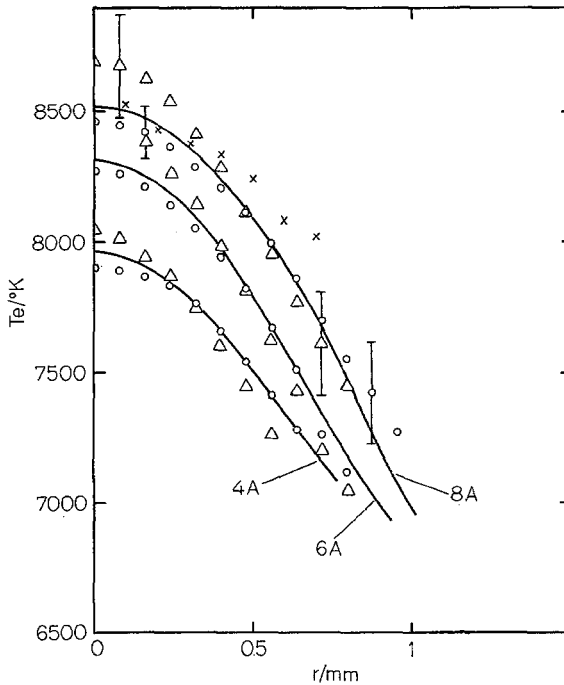


Fig. 5. Die radiale Verteilung der Elektronentemperaturen in Wasserstoffbögen für die Stromstärken 4; 6 und 8 A, ermittelt aus  $\varepsilon_L$  von  $H_\beta$  (o), aus  $\varepsilon_v$  des Kontinuums ( $\Delta$ ) und aus der Elektronendichte ( $\times$ )

Nach der Bestimmung des richtigen Wirkungsquerschnittes ist auch das Verhältnis  $T_e/T_g$  und damit aus den gemessenen Emissionskoeffizienten die Temperaturverteilung  $T_e(r)$  und  $T_g(r)$  im leuchtenden Bogenkern bekannt. Für 8 A kommen zu den Werten aus dem Emissionskoeffizienten noch die Temperaturen aus den direkt gemessenen Elektronendichten hinzu. Fig. 5 zeigt die Elektronentemperaturen für 4; 6 und 8 A. Die umgerechneten Gastemperaturen sind zusammen mit den Ergebnissen aus dem Schlieren-Verfahren in Fig. 6 aufgetragen.

Der Linienemissionskoeffizient von  $H_\beta$  ist wesentlich stärker temperaturabhängig als der Emissionskoeffizient des Kontinuums. Deshalb sind die über  $H_\beta$  ermittelten Temperaturen mit dem kleineren Fehler behaftet. Das Auseinanderlaufen der Meßkurven in der Achse ist hauptsächlich eine Folge der Abel-Inversion. Die Temperaturkurven weisen

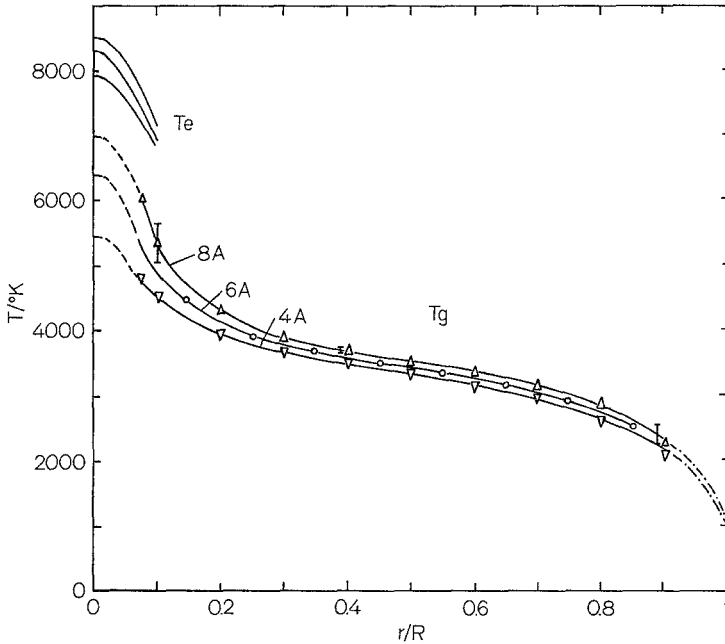


Fig. 6. Radialer Verlauf der Gas- und Elektronentemperaturen in Wasserstoffbögen mit Stromstärken von 4; 6 und 8 A. Die ausgezogenen Kurven geben Meßwerte wieder, der gestrichelte Teil der  $T_g$ -Kurve wurde aus  $T_e$ , der strichpunktierte mit Hilfe der Wandtemperatur berechnet

außerdem kleine systematische Fehler auf, da die schwache Temperaturabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes  $Q_{eH}^{11}$  vernachlässigt wurde und die Energieübertragung von den Elektronen auf die schweren Teilchen durch unelastische Stöße unberücksichtigt geblieben ist. Die Fehlergrenzen der Temperaturmessung sind für 8 A in Fig. 5 angegeben.

Die Auswertung liefert über die elektrische Leitfähigkeit auch die radiale Verteilung des Leistungsumsatzes im Bogen. Da mit der Gas-temperatur der Gradient  $dT_g/dr$  im Bogenkern ebenfalls bekannt ist, läßt sich die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa(T)$  nach Gl. (8) aus den gemessenen Größen berechnen. Der Wärmetransport durch die Elektronen, der dem Gradienten der Elektronentemperatur proportional ist, darf wegen des geringen Ionisationsgrades vernachlässigt werden. Die  $\kappa$ -Werte, die den

Temperaturen kleiner Radien zugeordnet sind, haben eine Unsicherheit von etwa 25%, da sich die Fehler der Temperaturkurve durch die Differentiation noch stärker auswirken. Das Ergebnis ist zusammen mit den Werten aus der Schlierenmessung aus Fig. 7 zu ersehen. Dieser Abbildung sind auch die Fehlergrenzen zu entnehmen.

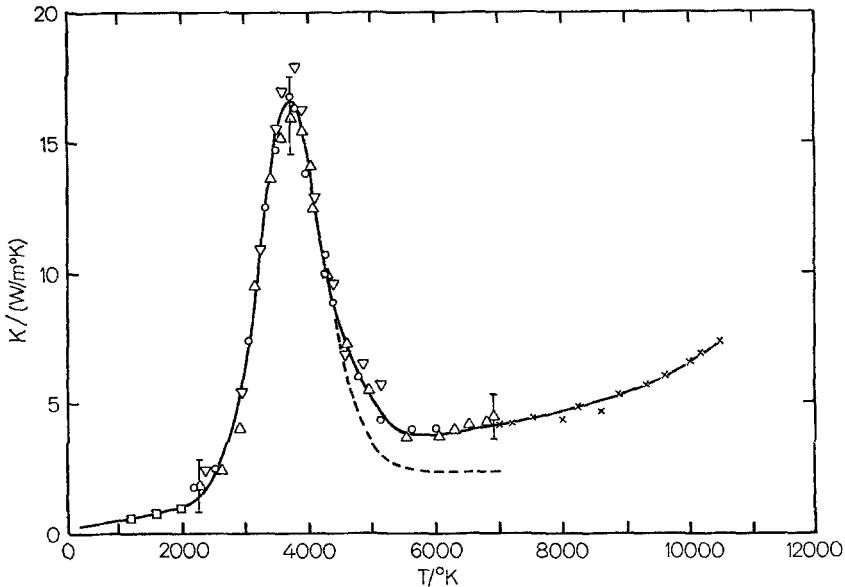


Fig. 7. Wärmeleitfähigkeit von Wasserstoff bei Atmosphärendruck in Abhängigkeit von der Temperatur. Aufgetragen sind die Ergebnisse der Messungen bei 4 A ( $\nabla$ ), 6 A ( $\circ$ ) 8 A ( $\Delta$ ), außerdem die experimentellen Werte von BLAIS und MANN ( $\square$ ) und MOTSCHMANN ( $\times$ ). Die theoretische Kurve von VANDERSLICE et al. (gestrichelt) deckt sich bis 4300 °K mit dem experimentellen Verlauf

Ist der Partialdruck der Moleküle im Wasserstoffgas vergleichbar mit dem der Atome, so sind die Voraussetzungen der Auswertung nicht mehr ausreichend erfüllt, da die Moleküle viel wirksamer als die Atome Anregungsenergie in kinetische Energie der schweren Teilchen verwandeln können. Dies trifft für den 4 A-Bogen zu, bei dem der größte Teil der Leistung im Gebiet der Moleküldissoziation umgesetzt wird. Bei dieser Stromstärke bereitet die Auswertung auch tatsächlich Schwierigkeiten. Deshalb wird den Resultaten der 4 A-Messung für das Gesamtergebnis nur geringes Gewicht beigemessen. Bei 6 A wird nur ein kleiner Teil der Leistung in einem Bereich mit Molekülen umgesetzt, bei 8 A erfolgt der gesamte Leistungsumsatz in einer Kernzone ohne Moleküle, so daß die Ergebnisse der beiden höheren Stromstärken als zuverlässig angesehen werden können.

### 5. Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der spektroskopischen und der Schlierenmessungen gemeinsam diskutiert werden. Die Schlierenmessung liefert den Temperaturverlauf der Wärmeleitfähigkeit im Dissoziationsgebiet von 2000 bis 4500 °K mit dem Maximum der Dissoziationswärmeleitfähigkeit. Für die anschließenden Temperaturen von 4500 bis 7000 °K ergeben die spektroskopischen Untersuchungen die thermische Leitfähigkeit von der Flanke des Dissoziationsberges bis hinein in das Gebiet der Kontaktleitfähigkeit der Atome zwischen 6000 und 7000 °K. Die so ermittelte  $\kappa$ -Kurve setzt die von BLAIS und MANN<sup>4</sup> gemessene Wärmeleitfähigkeit zu höheren Temperaturen hin fort und geht nahezu stetig in die Werte von MOTSCHMANN<sup>3</sup> über. Die Kontaktwärmeleitfähigkeit für den atomaren Wasserstoff liegt deutlich über den Berechnungen von VANDERSLICE et al.<sup>12</sup>, welche trotz der Unsicherheit der spektroskopischen Messungen von 20 bis 25% außerhalb der Fehlergrenzen liegen. Der experimentelle Wert der Kontaktwärmeleitfähigkeit führt auf ein Stoßintegral  $Q_{H^2}^{22} = 5,6 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  im Temperaturbereich zwischen 6000 und 7000 °K, während die Theorie<sup>12</sup> rund  $10^{-15} \text{ cm}^2$  ergibt. Im Dissoziationsgebiet ist die Übereinstimmung der Ergebnisse mit der Theorie dagegen außerordentlich gut. Nach Gl. (5) wird dadurch vor allem der Wirkungsquerschnitt  $Q_{H^2}^{11}(T)$  der Autoren<sup>12</sup> bestätigt.

Außerdem erhalten wir für den elastischen Stoßquerschnitt der Impulsübertragung zwischen Elektronen und Wasserstoffatomen den Wert  $Q_{eH}^{11} = (30 \pm 4) \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  bei einer mittleren Elektronentemperatur von ca. 7500 °K. Dieses Resultat liegt nahe bei dem theoretischen Querschnitt von  $26 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ , den KOLESNIKOV<sup>2</sup> aus dem differentiellen Streuquerschnitt von BRANSDEN et al.<sup>28</sup> berechnet hat. Das Ergebnis deckt sich auch mit dem experimentellen Befund von MOTSCHMANN und KÜHN<sup>22</sup>, wobei jedoch die Fehlergrenze erheblich verkleinert werden konnte. Der gefundene Querschnitt  $Q_{eH}^{11}$  wird nicht nur durch die Bilanz für den Leitwert, sondern auch durch den Anschluß der gemessenen Elektronen- und Gastemperatur am Rand des Bogenkerns gestützt. Mit Hilfe von  $Q_{eH}^{11}$  und dem theoretischen Coulombquerschnitt kann die elektrische Leitfähigkeit im Wasserstoffplasma sowohl für den Gleichgewichtsfall als auch für kleine Abweichungen zwischen Elektronen- und Gastemperatur nach Gl. (13) berechnet werden.

Für die Abweichung von Gas- und Elektronentemperatur im elektrischen Feld wird eine gaskinetisch korrekte Formel angegeben und an Hand der Temperaturmessungen am Bogen geprüft. Besondere Sorgfalt ist bei der Wahl des Coulombquerschnitts notwendig. Das Problem der

<sup>28</sup> BRANSDEN, B.H., A. DALGARNO, T.L. JOHN, and M.J. SEATON: Proc. Phys. Soc. (London) **71**, 6 (1958).

Abweichung vom thermischen Gleichgewicht in Molekülgasen bedarf noch weiterer Klärung.

Als unmittelbares Ergebnis der Messungen liefern die Untersuchungen den radialen Verlauf der Gastemperatur im ganzen Bogengefäß und die Elektronentemperatur im Bogenkern. Das Resultat demonstriert den Einfluß der stark temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit auf das Profil der Gastemperatur und den günstigen Einfluß zunehmender Ionisation und sinkender Feldstärke auf den Ausgleich zwischen Elektronen- und Gastemperatur.

Die niedrige Wärmeleitfähigkeit des rein molekularen Wasserstoffs bewirkt den steilen Temperaturanstieg an der Gefäßwand, der Berg der Reaktionswärmeleitfähigkeit ist für den außerordentlich flachen Temperaturverlauf im Dissoziationsgebiet, der sich auch in dem flachen Minimum der Schlierenablenkkurve ausdrückt, verantwortlich, und die Abnahme der Wärmeleitfähigkeit mit Beendigung der Dissoziation führt zur Bildung des Kerns hoher Temperatur aus atomarem Wasserstoff.

Die hohen Feldstärken im Wasserstoffniederstrombogen sind die Ursache für die Abweichung der Elektronen- von der Gastemperatur im Atomgas ohne nennenswerte Ionisation. Mit steigender Temperatur und Ladungsträgerdichte reduziert jedoch die Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen die Abweichung und würde sie bei höherer Ionisation ganz beseitigen. Die Ausbildung des Bogenkerns und die Angleichung der Temperaturen wird deutlich aufgezeigt durch die Entwicklung der Temperaturprofile mit steigender Stromstärke.

Die an sich störende Abweichung der Elektronen- von der Gastemperatur läßt sich bei Wasserstoff im Niederstrombogen prinzipiell nicht vermeiden; denn je nach Wahl des Rohrdurchmessers haben die Feldstärken etwa die hier vorliegenden Werte oder der Bogen ist instabil. Beim Hochstrombogen ist der interessierende Bereich an den Rand gedrängt und gegenüber dem Bogenkern außerordentlich lichtschwach, so daß spektroskopische Messungen wegen des überlagerten Streulichts nicht genügend genau ausgeführt werden können. Infolge des steilen Temperaturgradienten in dieser Bogenzone ist aber auch der Einsatz anderer Meßmethoden äußerst schwierig.

Die Anwendung des Schlierenverfahrens in Verbindung mit der Fixierung des Maximums der Wärmeleitfähigkeit ist sicher mit gutem Erfolg auch bei anderen Molekülgasen möglich, bei denen die Ionisation erst nach weitgehendem Abschluß der Dissoziation einsetzt. Zur Ermittlung der Temperatur, bei der die Reaktionswärmeleitfähigkeit ihr Maximum hat, wird lediglich das Massenwirkungsgesetz und die Kenntnis der kalorischen Daten des Molekül-gases benötigt. Ein großer Vorteil des Verfahrens liegt darin, daß der Temperaturgradient, der in die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit eingeht, direkt durch den gemessenen Gra-



dienten der Brechzahl ausgedrückt werden kann. Dadurch läßt sich die Differentiation der experimentellen  $T(r)$ -Kurve, die immer eine Vergrößerung der Ungenauigkeiten zur Folge hat, vermeiden.

### Zusammenfassung

Mit dem Ziel, die Wärmeleitfähigkeit zwischen 2000 und 7000 °K zu bestimmen, wird in der Arbeit ein Wasserstoff-Niederstrombogen bei Atmosphärendruck untersucht, der mit Stromstärken von einigen Ampere in einem wassergekühlten Quarzrohr von 18,5 mm  $\varnothing$  brennt. Messungen von Strom und Spannung ergeben die  $E$ - $I$ -Charakteristik des Bogens. Mit dem Töplerschen Schlierenverfahren wird im nicht leuchtenden, äußeren Bereich des Bogens der Gradient des Brechungsquotienten bestimmt und daraus der Brechungsquotient selbst bis auf eine Integrationskonstante gewonnen. Diese Integrationskonstante läßt sich mit Hilfe des theoretischen Maximums der Dissoziationswärmeleitfähigkeit ermitteln. Die Messung liefert als Ergebnis die Wärmeleitfähigkeit zwischen 2000 °K und 4500 °K und außerdem den radialen Temperaturverlauf bis an den Rand des leuchtenden Bogenkerns.

Im Bogenkern führt die Messung der Absolutintensität von  $H_{\beta}$ , des Kontinuums bei 5000 Å und der Elektronendichte aus den Linienprofilen auf übereinstimmende Elektronentemperaturen. Die tieferliegenden Gastemperaturen werden mit Hilfe einer gaskinetisch korrekten Formel berechnet und stimmen in einem Bereich überlappender Messungen am Rand des Bogenkerns mit den aus der Schlierenmethode ermittelten überein. Aus der Langevin-Formel wird die radiale Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit im Bogenkern berechnet und daraus durch Vergleich mit dem gemessenen Leitwert der konstant gesetzte Stoßquerschnitt  $Q_{eH}^{11} = (30 \pm 4) \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  gewonnen in Übereinstimmung mit MOTSCHMANN und KÜHN. Mit der dann bekannten radialen Verteilung des Leistungsumsatzes und der Gastemperatur wird die Wärmeleitfähigkeit zwischen 4500 und 7000 °K bestimmt. Zusammen mit den Messungen von BLAIS und MANN bei niedrigeren und von MOTSCHMANN bei höheren Temperaturen liegt damit die Wärmeleitfähigkeit von Wasserstoff bis 11000 °K vor.

Die Anregung zu dieser Arbeit ging von Herrn Professor H. MAECKER aus. Hierfür und für die stetige Förderung möchten wir ihm unseren Dank aussprechen. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat die Arbeit finanziell gefördert, wofür wir ihr danken. Auch die Fa. Siemens-Erlangen (ZEF) hat diese untersuchung in großzügiger und dankenswerter Weise unterstützt.

Dipl.-Ing. K. BEHRINGER  
 Dipl.-Phys. W. KOLLMAR  
 Dipl.-Phys. J. MENDEL  
 Elektrophysikalisches Institut  
 der Technischen Hochschule München  
 8000 München 2, Arcisstraße 21