

Aus dem I. Physikalischen Institut der Technischen Universität Berlin

Elastische und unelastische Streuung von Elektronen an Gasen

I. Streuung an Helium

Von

J. GEIGER

Mit 6 Figuren im Text

(Eingegangen am 6. Juni 1963)

The theoretical differential cross section for the elastic scattering and for the excitation of optical transitions in helium by electron impact has been refined in Born approximation by use of the two parameter Eckart eigenfunction for the ground state and for the excited states.

The angular distributions of 25 keV electrons scattered elastically and inelastically by helium were measured in the angular range $2.3 \cdot 10^{-4} \leq \vartheta \leq 4 \cdot 10^{-2}$. The intensity distribution of the elastically scattered electrons is in accordance with the theoretical curve for $\vartheta > 7 \cdot 10^{-3}$ and is disturbed at smaller angles by the primary beam.

Normalization of the experimental values to the theoretical elastic differential cross section leads to agreement between the experimental differential cross section for the excitation of the 2^1P and 3^1P state and the scattering formulae given in this paper. There are small systematic deviations ($< 20\%$) for the 2^1P differential cross section in the angular range $3 \cdot 10^{-3} < \vartheta < 1 \cdot 10^{-2}$ only. The oscillator strength of these two transitions has been determined from the scattering measurements: $f_{21} = 0.312 \pm 0.04$ and $f_{31} = 0.0898 \pm 0.006$.

1. Einführung

Die Winkelabhängigkeit der elastischen und unelastischen Streuung mittelschneller Elektronen (20 bis 60 keV) in Festkörpern wurde in letzter Zeit häufig untersucht, über entsprechende Messungen an Gasen wird nur in zwei Arbeiten berichtet: SWICK¹ untersucht die Streuung an Molekülen, ARAI² die an Edelgasen. Wegen des schlechten Winkelauflösungsvermögens haben die Messungen von ARAI nur qualitativen Charakter.

In der vorliegenden Arbeit wird quantitativ die Winkelverteilung der elastischen und unelastischen Streuung von 25 keV-Elektronen am Heliumatom im Winkelbereich $2 \cdot 10^{-4}$ bis $4 \cdot 10^{-2}$ * untersucht.

* Alle Winkelangaben sind im Bogenmaß gemacht. Die in dieser Arbeit vorkommenden Winkel sind durchweg so klein, daß ohne großen Fehler der Sinus des Winkels durch den Winkel selbst ersetzt werden kann.

¹ SWICK, D.A.: Rev. Sci. Instr. **31**, 525 (1960).

² ARAI, S.: Sci. Repts. Tôhoku Univ. [1] **42**, 51, 123 (1958).

Den Meßergebnissen kommt insofern besondere Bedeutung zu, als sie mit Ergebnissen der Streutheorie in 1. Bornscher Näherung verglichen werden können.

Streuversuche an Helium wurden schon früher durchgeführt³. Sie beschränkten sich jedoch auf Elektronen mit Primärenergien bis zu einigen 100 eV und Streuwinkeln zwischen 10 und 150°.

2. Theorie

Innerhalb des Gültigkeitsbereichs der 1. Bornschen Näherung ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ je Atom und Raumwinkelement $d\Omega$ nach BETHE⁴

$$d\sigma = \frac{\hbar_{nl}}{k_0} \frac{4}{a_0^2 K^4} |\varepsilon_{nl}(a_0 K)|^2 d\Omega. \quad (1)$$

Es bedeuten $a_0 = \hbar^2/m e^2 = 0,53 \text{ \AA}$ den Radius der 1. Bohrschen Bahn im Wasserstoffatom, ξ_0, ξ_{nl} die Ausbreitungsvektoren des stoßenden Elektrons vor und nach dem Stoß (wegen $k_0 - k_{nl} = \Delta k_{nl} \ll k_0, k_{nl}$ wird im folgenden $k_{nl}/k_0 = 1$ gesetzt) und $\mathfrak{R} = \xi_0 - \xi_{nl}$ den Stoßvektor.

Für den Zusammenhang zwischen dem Betrag des Stoßvektors und dem Streuwinkel ϑ gilt ($\vartheta \ll 1$)

$$K^2 = k_0^2 \left[\left(\frac{\Delta E_{nl}}{2E} \right)^2 + \vartheta^2 \right]. \quad (1a)$$

$\Delta E_{nl} = \hbar^2(k_0^2 - k_{nl}^2)/2m$ ist die an das Heliumatom übertragene Anregungsenergie, die Differenz zwischen der Energie des Zustandes nl und der des Grundzustandes ($\Delta E_{0,0} = 0$ für die elastische Streuung). E ist die Energie der einfallenden Elektronen.

Für das Heliumatom lautet das Matrixelement der elastischen Streuung

$$\varepsilon_0(a_0 K) = 2 - \int \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_1)} + e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_2)}) \Psi_0^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2)$$

und das Matrixelement der unelastischen Streuung

$$\varepsilon_{nl}(a_0 K) = \int \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_1)} + e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_2)}) \Psi_{nl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d\tau_1 d\tau_2, \quad (3)$$

oder nach BATES, FUNDAMINSKI und MASSEY⁵

$$\varepsilon_{nl}(a_0 K) = i \int \frac{\hbar^2 (e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_1)} + e^{i(\mathfrak{R}, \mathbf{r}_2)})}{2m \Delta E_{nl}} (\mathfrak{R}, [\Psi_{nl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (\text{grad}_1 + \text{grad}_2) \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \Psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (\text{grad}_1 + \text{grad}_2) \Psi_{nl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)]) d\tau_1 d\tau_2. \quad (4)$$

³ MASSEY, H. S. W., and E. H. S. BURHOP: *Electronic and Ionic Impact Phenomena*, p. 84ff. Oxford: Oxford University Press 1952. — BATES, D. R.: *Atomic and Molecular Processes*, p. 374ff. New York and London: Academic Press 1962.

⁴ BETHE, H.: *Ann. Physik* (5) **5**, 325 (1930). — BETHE, H.: In H. GEIGER, K. SCHEEL, *Handbuch der Physik*, Bd. XXIV/1. Berlin: Springer 1930.

⁵ BATES, D. R., A. FUNDAMINSKI and H. S. W. MASSEY: *Phil. Trans. Roy. Soc. A* **243**, 93 (1950).

Ψ_0 und Ψ_{nl} sind die Eigenfunktionen des Heliumatoms im Grundzustand und im angeregten Zustand, r_1 und r_2 die Ortsvektoren der Atomelektronen 1 und 2. Die Integration erstreckt sich über den Konfigurationsraum der beiden Atomelektronen. Gl. (4) geht aus Gl. (3) hervor, wenn von der aus der Schrödinger-Gleichung folgenden Transformation

$$\psi_q \psi_p^* = \frac{\hbar^2 (\psi_p^* \Delta \psi_q - \psi_q \Delta \psi_p^*)}{2m(E_q - E_p)}$$

Gebrauch gemacht wird.

Wären die Eigenfunktionen Ψ_0 und Ψ_{nl} exakt bekannt, so würden Gl. (3) und (4) identische Resultate geben. Praktisch liegen aber nur Näherungen vor, so daß die nach (3) oder (4) berechneten Matrixelemente voneinander abweichen werden.

Für die Berechnung von $|\varepsilon|$ nach Gl. (2), (3) und (4) werden hier die zweiparametrischen Heliumeigenfunktionen von ECKART⁶ angesetzt. Sie lauten für den Grundzustand

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0(r_1, r_2) &= N[\psi_0(\gamma, r_1) \psi_0(\delta, r_2) + \psi_0(\gamma, r_2) \psi_0(\delta, r_1)] \\ \text{mit} \quad N &= \left[2 + \frac{2^7 (\gamma \delta)^3}{(\gamma + \delta)^6} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \gamma = 2,14 \quad \delta = 1,19 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

und für angeregte Zustände ($l \neq 0$)

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{nl}(r_1, r_2) &= 2^{-\frac{1}{2}} [\psi_0(\alpha, r_1) \psi_{nl}(\beta, r_2) + \psi_0(\alpha, r_2) \psi_{nl}(\beta, r_1)], \\ \alpha &= 2,003 \quad \beta = 0,965 \quad \text{für } n=2, \quad \alpha=2 \quad \beta=1 \quad \text{für } n>2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ψ_0 und ψ_{nl} sind normierte Wasserstoffeigenfunktionen.

Mit der Eigenfunktion (5) errechnet sich der differentielle Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung

$$d\sigma = \frac{4}{[(\gamma + \delta)^6 + 2^6 (\gamma \delta)^3]^2} \left\{ \frac{(\gamma + \delta)^6 [2(2\delta)^2 + a_0^2 K^2]}{[(2\delta)^2 + a_0^2 K^2]^2} + \frac{(\gamma + \delta)^6 [2(2\gamma)^2 + a_0^2 K^2]}{[(2\gamma)^2 + a_0^2 K^2]^2} + \frac{2^7 (\gamma \delta)^3 [2(\gamma + \delta)^2 + a_0^2 K^2]}{[(\gamma + \delta)^2 + a_0^2 K^2]^2} \right\} a_0^2 d\Omega. \quad (7)$$

Im Grenzfalle sehr kleiner $a_0 K$ folgt aus Gl. (7) ein differentielles Wirkungsquerschnitt von $0,70 a_0^2$. Dieser Wert ist gegenüber dem nach LENZ⁷ mit Hilfe des experimentellen Wertes der diamagnetischen Suszeptibilität⁸ $\chi_{\text{mol}} = -1,93 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ berechenbaren differentiellen Wirkungsquerschnitt von $0,66 a_0^2$ um 6% zu groß*.

* SHULL und LÖWDIN⁹ haben die Parameter der Eigenfunktion (5) nochmals berechnet: $\gamma = 2,1832$ und $\delta = 1,1889$. Es ergibt sich damit ein verbesserter Wert $d\sigma(a_0 K \ll 1) = 0,68 a_0^2 d\Omega$.

⁶ ECKART, C.: Phys. Rev. **36**, 878 (1930).

⁷ LENZ, F.: Z. Naturforsch. **9a**, 185 (1954).

⁸ BETHE, H.A., and E.E. SALPETER: Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms, S. 357. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957.

⁹ SHULL, H., and P.-O. LÖWDIN: J. Chem. Phys. **25**, 1035 (1956).

Unter Verwendung der Eigenfunktionen (5) und (6) kann ein für alle Übergänge vom Grundzustand zum Zustand nl ($l \neq 0$) geltendes Matrixelement nach Gl. (3) angegeben werden. Die Integration von (3) erfolgt in analoger Weise wie bei MASSEY und MOHR¹⁰ und ergibt

$$|\varepsilon_{nl}| = (a_0 K)^l N 2^{2l+1/2} \beta^{-(l+3/2)} (\alpha \gamma \delta)^{3/2} n^{l+1} \times \left. \begin{aligned} & \times \sqrt{\frac{(n-l-1)!(2l+1)}{(n+l)!}} (l+1)! \left\{ \frac{Q_\gamma}{(\alpha+\delta)^3} + \frac{Q_\delta}{(\alpha+\gamma)^3} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

mit

$$Q_\gamma = \frac{\{(n'-1)^2 + \eta^2\}^{1/2} (n-l-3)}{\{(n'+1)^2 + \eta^2\}^{1/2} (n+l+3)} \left\{ (n'+1) [(n'-1)^2 + \eta^2] C_{n-l-1}^{l+2}(\xi) - \right. \\ \left. - 2n' \sqrt{[(n'-1)^2 + \eta^2][(n'+1)^2 + \eta^2]} C_{n-l-2}^{l+2}(\xi) + \right. \\ \left. + (n'-1) [(n'+1)^2 + \eta^2] C_{n-l-3}^{l+2}(\xi) \right\}$$

und

$$\xi = \frac{n'^2 - 1 + \eta^2}{\sqrt{[(n'-1)^2 + \eta^2][(n'+1)^2 + \eta^2]}}, \quad \eta = \frac{na_0 K}{\beta}, \quad n' = \frac{\gamma}{\beta} n.$$

Q_δ ist durch Q_γ gegeben, wenn überall statt $\gamma \delta$ geschrieben wird; die $C_m^v(\xi)$ sind die Funktionen von GEGENBAUER (vgl. z. B.¹¹). Wird $\alpha = 2$, $\beta = 1$ und $\gamma = \delta = 1,69$ gesetzt, so geht Gl. (8) in die bekannte Formel von MASSEY und MOHR¹⁰ über.

Speziell für $n=2$ und $l=1$ folgt aus (8)

$$|\varepsilon_{21}| = \frac{2^{11} (\gamma + \delta)^3 \beta^3 (\alpha \gamma \delta)^{3/2}}{\sqrt{2(\gamma + \delta)^6 + 2^7 (\gamma \delta)^3}} \times \left. \begin{aligned} & \times \left\{ \frac{\beta + 2\gamma}{(\alpha + \delta)^3 [(\beta + 2\gamma)^2 + 4a_0^2 K^2]^3} + \frac{\beta + 2\delta}{(\alpha + \gamma)^3 [(\beta + 2\delta)^2 + 4a_0^2 K^2]^3} \right\} a_0 K. \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

Mit denselben Eigenfunktionen, jedoch unter Verwendung der Gl. (4), wurde für $n=2$ und $l=1$ das Matrixelement $|\varepsilon_{21}|$ berechnet zu

$$|\varepsilon_{21}| = \frac{(\gamma + \delta)^3}{\sqrt{2(\gamma + \delta)^6 + 2^7 (\gamma \delta)^3}} \frac{8\hbar^2 \beta^3 (\alpha \gamma \delta)^{3/2}}{a_0^2 m \Delta E_{21}} \times \left. \begin{aligned} & \times \left\{ \frac{2\gamma(\gamma + \beta/2)^2 - 2(\gamma - \beta)a_0^2 K^2}{(\alpha + \delta)^3 [(\gamma + \beta/2)^2 + a_0^2 K^2]^3} + \frac{2\delta(\delta + \beta/2)^2 - 2(\delta - \beta)a_0^2 K^2}{(\alpha + \gamma)^3 [(\delta + \beta/2)^2 + a_0^2 K^2]^3} \right\} a_0 K. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Diskussion der theoretischen Ergebnisse. Die hier angegebenen Streuformeln und, zum Vergleich, entsprechende Streuformeln anderer Autoren wurden für die Streuung von 25 keV-Elektronen ausgewertet und die theoretischen differentiellen Wirkungsquerschnitte in Einheiten

¹⁰ MASSEY, H. S. W., and C. B. O. MOHR: Proc. Roy. Soc. (London) A **132**, 605 (1931); A **140**, 613 (1933).

¹¹ MAGNUS, W., u. F. OBERHETTINGER: Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1948.

von a_0^2 , dem Quadrat des Bohrschen Wasserstoffradius, als Funktion des Streuwinkels aufgetragen.

In die Fig. 1 sind eingezeichnet die differentiellen Wirkungsquerschnitte

1. für die elastische Streuung nach Gl. (7) und nach MASSEY und MOHR¹⁰,

2. für die Anregung der Resonanzlinie $1^1S \rightarrow 2^1P$ nach Gl. (8a) und (9) mit $\alpha = 2,003$ und $\beta = 0,965$ und nach MASSEY und MOHR¹⁰,

3. für die Anregung der Übergänge nach 3^1P und 4^1P nach Gl. (8) mit $\alpha = 2,00$ und $\beta = 1,00$,

4. für die Anregung des verbotenen Übergangs $1^1S \rightarrow 2^1S$ nach MASSEY und MOHR¹⁰ und nach ALTSHULER¹².

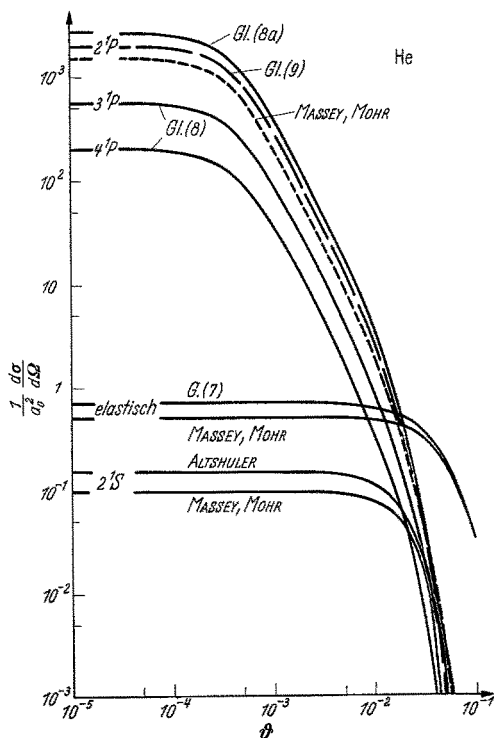


Fig. 1. Theoretische differentielle Wirkungsquerschnitte für die elastische und unelastische Streuung von 25 keV-Elektronen am Heliumatom, berechnet nach verschiedenen Streuformeln

nach Gl. (4) berechneten in ein ϑ^{-10} -Gesetz über. In Analogie zur Streuung am Wasserstoffatom wäre ϑ^{-14} zu erwarten⁴.

Der von ALTSHULER¹³ berechnete differentielle Wirkungsquerschnitt für die Anregung des 2^1P -Niveaus unterscheidet sich von dem aus

¹² ALTSHULER, S.: Phys. Rev. **89**, 1093 (1953).

¹³ ALTSHULER, S.: Phys. Rev. **87**, 992 (1952).

Gl. (9) folgenden nur wenig (vgl. Tabelle 2, Zeile 2, 8 und 10) und ist daher nicht in die Fig. 1 aufgenommen worden.

Bei $\vartheta = 2,6 \cdot 10^{-2}$ stimmen die theoretischen differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Anregung des 2^1P -Niveaus nahezu überein. Der differentielle Wirkungsquerschnitt nach MASSEY und MOHR ist im ungünstigsten Falle, also für sehr kleine Winkel, etwa um den Faktor $\frac{1}{2}$ kleiner als der mittels Gl. (8a) berechnete (vgl. Tabelle 2, Zeile 1 und 9).

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung ist bis $\vartheta \approx 10^{-2}$ vom Streuwinkel unabhängig und geht dann in das Rutherfordsche Streugesetz mit ϑ^{-4} über. Für kleine Streuwinkel ist der elastische differentielle Wirkungsquerschnitt von MASSEY und MOHR im Vergleich zu dem nach Gl. (7) berechneten genaueren Wirkungsquerschnitt um 30% zu klein. Für genügend große Streuwinkel ($a_0K \gtrsim 2$, $\vartheta \gtrsim 5 \cdot 10^{-2}$ für 25 keV-Elektronen) verschwindet der Unterschied zwischen Gl. (7) und dem elastischen differentiellen Wirkungsquerschnitt von MASSEY und MOHR.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Anregung des verbotenen Übergangs $1^1S \rightarrow 2^1S$ verläuft zuerst über einen relativ großen Winkelbereich unabhängig vom Streuwinkel ähnlich wie bei der Winkelverteilung der elastischen Streuung, folgt aber bei größeren Streuwinkeln einem ϑ^{-12} - bzw. ϑ^{-14} -Abfall (bei Wasserstoff ϑ^{-12}).

3. Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung (Fig. 2) besteht aus der Elektronenquelle, der Stoßkammer und dem Energieanalysator.

Die auf 25 keV beschleunigten Elektronen treten durch die enge Lochblende B_1 in die mit Gas gefüllte Stoßkammer ein. Nach der Wechselwirkung mit den Gasatomen verlassen die Elektronen die Stoßkammer durch die Spaltblende B_2 und durchlaufen den Eintrittsspalt B_3 und den Energieanalysator. Die Energieverteilung der Elektronen als Funktion des Streuwinkels wird auf einer Photoplatte registriert.

Die Stoßkammer ist gegen das Vakuum in der Apparatur durch zwei Drosselblenden B_1 und B_2 abgegrenzt. Die obere Lochblende B_1 dient gleichzeitig als Aperturblende für den Elektronenstrahl. Beide Blenden sind justierbar, die untere Spaltblende B_2 ist auch drehbar, so daß sie parallel zum Eintrittsspalt B_3 eingestellt werden kann. Wird in der Stoßkammer ein Druck von 1 Torr Helium eingestellt, so beträgt der Druck in der Apparatur $8 \cdot 10^{-5}$ Torr (Luftäquivalent, gemessen mit einem Ionisationsmanometer).

Die Stoßkammer ist 6 mm lang. Das ergibt bei einem Abstand Stoßkammer—Photoplatte von 300 mm einen relativen Streuwinkelfehler von 2%.

Zur Untersuchung der Energie- und Winkelverteilung von Elektronen nach der Wechselwirkung mit Gasen wurde die gleiche Anordnung verwendet, mit der früher¹⁴ Energieverluste von Elektronen in Festkörpern gemessen worden waren.

Das energetische Auflösungsvermögen ist im wesentlichen gegeben durch die anomale Energieverbreiterung¹⁵ der Primärelektronen. Die anomale Energieverbreiterung ist eine Funktion der Strahlstromdichte. Bei den hier durchgeführten Untersuchungen mußte eine anomale Verbreiterung bis zu 1 eV in Kauf genommen werden, weil schon die Zahl

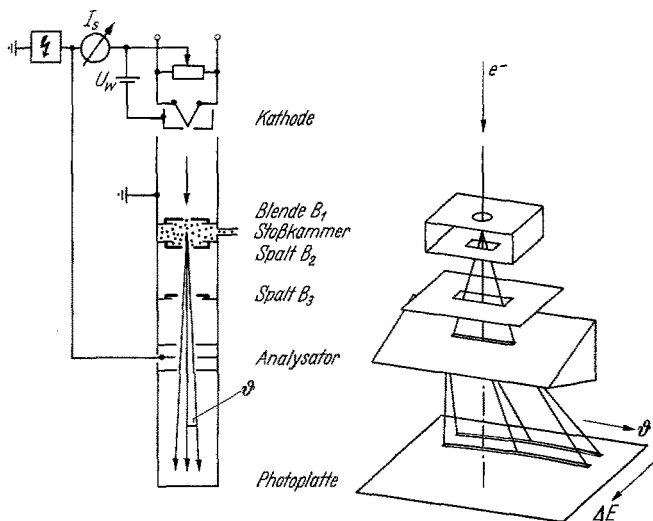


Fig. 2. Versuchsanordnung

der in kleine Streuwinkel unelastisch gestreuten Elektronen um Größenordnungen abnimmt. Da nur Belichtungszeiten bis 20 min in Frage kommen, war ein minimaler Strahlstrom (10^{-6} bis 10^{-5} Amp) vorgegeben.

Das Winkelaufhebungsvermögen — unabhängig vom energetischen Auflösungsvermögen $2 \cdot 10^{-4}$ — ist einerseits gegeben durch die (Winkel-) Halbwertsbreite des Primärstrahls, andererseits durch den senkrecht zum Eintrittsspalt B_3 integral erfaßten Streuwinkelbereich.

Die Breite des Primärstrahls hängt ab vom Durchmesser des Cross-overs, von der Öffnung der den Strahl begrenzenden Lochblende B_1 und von den Abbildungseigenschaften des Analysators senkrecht zur Dispersionsrichtung; außerdem aber auch noch von der Intensität der an der Blende B_1 und am Eintrittsspalt B_3 elastisch gestreuten Elektronen.

¹⁴ GEIGER, J.: Physik. Verhandl. **11**, 181 (1960); — Z. Physik **161**, 243 (1961).

¹⁵ BOERSCH, H.: Z. Physik **139**, 115 (1954).

Die Größe des senkrecht zum Eintrittsspalt integral erfaßten Streuwinkelbereichs ist durch die Öffnung der Blende B_1 und ihren Abstand vom Eintrittsspalt B_3 bestimmt.

Die an Blende, Spalt und an den Molekülen des Restgases unelastisch gestreuten Elektronen können vernachlässigt werden. Sie verfälschen die Spektren nicht.

4. Versuchsergebnisse und Diskussion

Das Spektrum von 25 keV-Elektronen nach dem Durchgang durch die mit Helium gefüllte Stoßkammer ($p=4$ Torr) bei einem Streuwinkel von $9,4 \cdot 10^{-3}$ zeigt Fig. 3.

Das erste Maximum im Spektrum entsteht durch die am Heliumatom elastisch gestreuten Elektronen. Nach einem Bereich, in dem die Schwärzung nur durch den Plattenschleier gegeben ist, folgt ein scharfes und intensives Maximum bei 21,3 eV und ein weiteres bei 23,4 eV. Diesem schließt sich ein monotoner Intensitätsabfall in Richtung größerer Energieverluste an (Ionisationskontinuum), dem schwache Maxima bei 43,0 eV und bei 60,8 eV (in Fig. 3 nicht mehr eingezeichnet) überlagert sind.

In die Fig. 3 b sind ferner gestrichelt die theoretisch zu erwartenden intensivsten Energieverluste mit den relativen Intensitäten nach Gl. (8), normiert auf die Resonanzlinie 21,3 eV, mit der apparativen Linienbreite eingezeichnet.

In der Tabelle 1 werden die Energieverluste an Helium mit den Messungen anderer Autoren verglichen. Bei der Interpretation der Energieverluste konnte mit Hilfe der theoretischen Überlegungen und der Messung der später diskutierten Winkelverteilung die Zahl der verschiedenen Deutungsmöglichkeiten eingeschränkt werden.

Im Bereich der oberhalb der Ionisierungsenergie ($\Delta E > 24,47$ eV) liegenden Energieverluste befindet sich das Spektrum in Übereinstimmung mit den Energieverlustspektren von PRIESTLEY und WHIDDING-

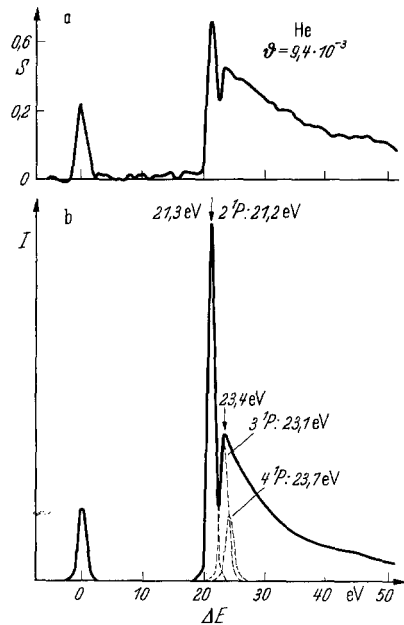


Fig. 3 a u. b. Spektrum von 25 keV-Elektronen nach dem Durchgang durch Helium bei einem Streuwinkel von $9,4 \cdot 10^{-3}$. a Photometerkurve; b Spektrum in Intensitäten umgerechnet, theoretische Kurve gestrichelt eingezeichnet

Tabelle 1. *Energieverluste an Helium*

Übergang von 1^1S nach	Spektroskopisch ¹⁶	ΔE [eV]			
		ARAI ²	BOERSCH, SCHWEDA ¹⁷	DIETRICH ¹⁸	Autor
2^1P	21,22	20,95	20,7	20,55—21,2	21,3
3^1P	23,09	23,00	22,6	22,86	23,4
		23,6	23,3	23,35	
		24,6			
2×2^1P	42,44				43,0
$(2s\ 2p)^1P$	61,22*				60,8

TON²⁰ mit 400 eV-Elektronen. Dementsprechend wird der 43 eV-Verlust als zweimalige Anregung des Resonanzüberganges gedeutet. Der 60,8 eV-Verlust kommt wahrscheinlich durch gleichzeitige Anregung der beiden Atomelektronen in einem Stoßvorgang zum Niveau $2s\ 2p^1P$ zustande.

Um die Winkelverteilung der elastisch und unelastisch gestreuten Elektronen zu erhalten, wurden die Aufnahmen der Energieverlustspektren bei verschiedenen Streuwinkeln ausgewertet. Die Schwärzungswerte wurden in Intensitäten umgerechnet und die Fläche unter jedem Maximum bestimmt. Die in den folgenden Figuren eingezeichneten Meßpunkte sind jeweils Mittelwerte aus drei bis vier Meßpunktpaaren von drei bis vier verschiedenen Aufnahmen des Spektrums. Ein Meßpunktpaar besteht aus den bei einer Aufnahme gemessenen Werten der Elektronenintensität für Φ und $\Phi + \pi$ (Φ Azimutwinkel).

In Fig. 4 sind die Elektronenintensitäten als Funktion des Streuwinkels aufgetragen. Die Winkelverteilung der mit dem Energieverlust Null gestreuten Elektronen zeigt bei kleinen Streuwinkeln einen außerordentlich steilen Abfall der Intensität und biegt dann in einen nahezu horizontalen Verlauf um. Der steile Abfall gibt im wesentlichen die Intensitätsverteilung im Primärstrahl wieder.

Die Intensität der mit einem Energieverlust von 21,3 bzw. 23,4 eV gestreuten Elektronen überwiegt bei nicht zu kleinen Streuwinkeln die der elastisch gestreuten Elektronen bei weitem. Erst bei einem Streuwinkel von $2 \cdot 10^{-2}$ überschneiden sich die Kurven.

* Theoretischer Energiewert. Die Energieniveaus von doppelt angeregtem Helium sind in¹⁹ zusammengestellt.

¹⁶ LANDOLT-BÖRNSTEIN: Zahlenwerte und Funktionen, Bd. I/1. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950.

¹⁷ BOERSCH, H., u. S. SCHWEDA: Z. Physik **167**, 1 (1962).

¹⁸ DIETRICH, W.: Z. Physik **152**, 87 (1958).

¹⁹ BRANSDEN, B. H., and A. DALGARNO: Proc. Phys. Soc. (London) A **66**, 914 (1953).

²⁰ PRIESTLEY, H., and R. WHIDDINGTON: Proc. Leeds Phil. Lit. Soc. **3**, 84 (1935).

In Fig. 5 sind die experimentellen Ergebnisse für die elastische Streuung mit der Theorie verglichen. Die ausgezogene Kurve gibt den theoretischen Verlauf des elastischen differentiellen Wirkungsquerschnitts nach Gl. (7) an. Da keine Absolutmessungen durchgeführt wurden, sind die Meßergebnisse bei $\vartheta = 9,4 \cdot 10^{-3}$ an die theoretische Kurve angepaßt worden.

Stark verfälscht ist die Winkelverteilung der elastisch gestreuten Elektronen bei kleinen Winkeln durch den Primärstrahl. Das liegt an

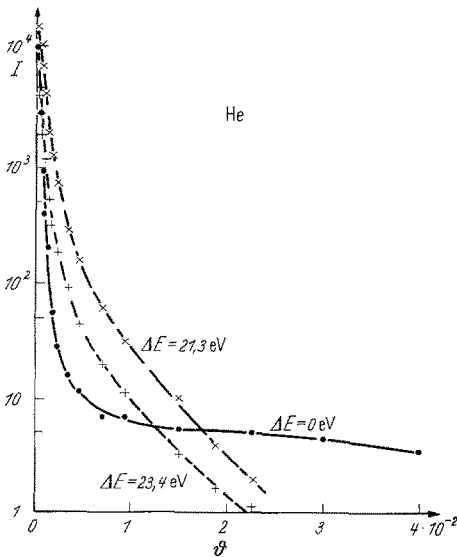


Fig. 4

Fig. 4. Winkelverteilung von an Helium elastisch und unelastisch gestreuten 25 keV-Elektronen

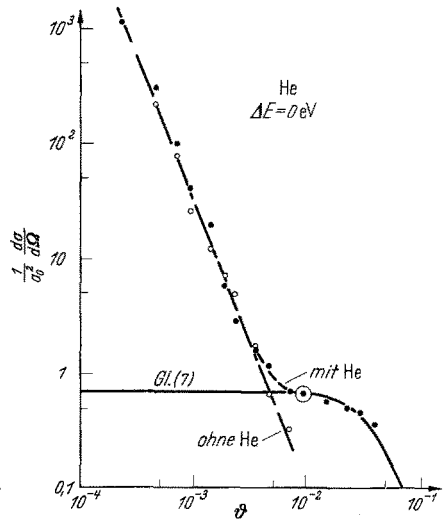


Fig. 5

Fig. 5. Vergleich der theoretischen mit den experimentellen Ergebnissen für die elastische Streuung von 25 keV-Elektronen an Helium; \odot Anpassung an die Theorie

dem sehr kleinen differentiellen Wirkungsquerschnitt des Heliumatoms. Zur Verdeutlichung wurde ein Spektrum ohne Gas in der Stoßkammer aufgenommen und die Meßpunkte für die Primärverteilung in die Figur normiert eingezeichnet. Die Kurven für die Intensitätsverteilung im Primärstrahl und für die Streuverteilung beginnen sich erst von einem Streuwinkel von $\vartheta = 4 \cdot 10^{-3}$ an zu unterscheiden. Für Streuwinkel $\vartheta > 7 \cdot 10^{-3}$ ist der Einfluß des Primärstrahls vernachlässigbar klein geworden, und die gemessene elastische Streuverteilung stimmt mit dem theoretischen differentiellen Wirkungsquerschnitt nach Gl. (7) befriedigend überein.

In Fig. 6 sind die Ergebnisse der Messung der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Anregung nach 2^1P und 3^1P , normiert auf den

elastischen differentiellen Wirkungsquerschnitt Gl. (7) bei $\vartheta = 9,4 \cdot 10^{-3}$, mit der Theorie nach Gl. (8) verglichen. Für die Anregung des 3^1P -Niveaus herrscht im gesamten untersuchten Streuwinkelbereich Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment; für die Anregung des 2^1P -Niveaus sind bei mittleren Streuwinkeln $3 \cdot 10^{-3} < \vartheta < 1 \cdot 10^{-2}$ die experimentellen Wirkungsquerschnitte bis zu 20% kleiner als die theoretischen. In diesem Winkelbereich nähern sich die Meßwerte dem aus

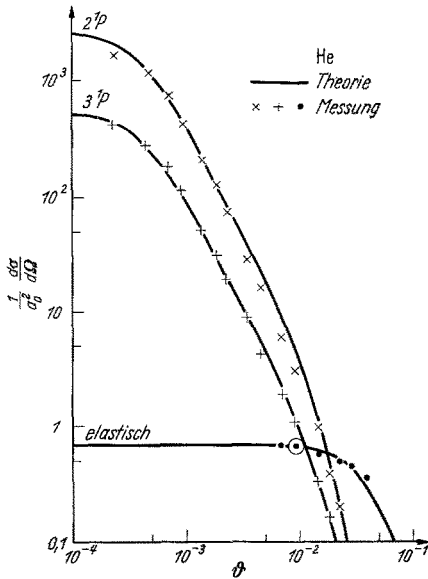


Fig. 6. Vergleich der theoretischen und experimentellen Ergebnisse bei der elastischen ($\vartheta > 7 \cdot 10^{-3}$) und unelastischen Streuung von 25 keV-Elektronen an Helium; \odot Anpassung an die Theorie

der Anregung des 3^1P -Niveaus, wobei die Anregung eng benachbarter höherer Niveaus eine Verschiebung des bei 23,1 zu erwartenden Energieverlustes zu höheren Energien verursacht.

Aus den Streumessungen können unter Umgehung einer Absolutmessung die Oszillatorenstärken $f_{r,l}$ für die beiden Übergänge $1^1S \rightarrow 2^1P$ und $1^1S \rightarrow 3^1P$ ermittelt werden. Für Dipolübergänge gilt nämlich unter der Voraussetzung $a_0 K \ll 1$ nach BETHE⁴

$$|\varepsilon_{nl}|/a_0 K = |z_{nl}|/a_0.$$

$|z_{nl}|$ ist das zu dem betreffenden Übergang gehörende Matrixelement der Koordinate, das mit der Oszillatorenstärke verknüpft ist durch

$$f_{nl} = \frac{2a_0 \Delta E_{nl}}{e^2} \frac{|z_{nl}|^2}{a_0^2}.$$

Gl. (9) folgenden differentiellen Wirkungsquerschnitt.

Von dieser Abweichung abgesehen passen sich die Meßpunkte dem charakteristischen Verlauf der theoretischen Kurven an und zeigen, daß z.B. bei kleinen Streuwinkeln die Anregung nach 2^1P gegenüber 3^1P viel stärker bevorzugt wird als bei größeren Streuwinkeln.

Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment bei der Winkelverteilung dient neben der Angabe der relativen Intensitäten als weitere Stütze dafür, daß die Zuordnung der Energieverluste, wie sie in der Tabelle 1 vorgenommen wurde, zutrifft. Die überwiegende Anzahl der Elektronen, die den bei 21,3 eV gemessenen Energieverlust erlitten haben, haben beim Stoß das 2^1P -Niveau des Heliums angeregt; der 23,4 eV-Energieverlust entspricht

Tabelle 2. Oszillatorenstärken für die Übergänge $1^1S \rightarrow 2^1P$ und $1^1S \rightarrow 3^1P$ in Helium

Autor	Verwendete Eigenfunktion		Rechenmethode	f_{21}	f_{31}
	Grundzustand	angeregter Zustand			
1 KÖRWIEN ²¹	1 P. Mod. W.	2 P. Mod. W.	DL	0,189	0,0551
2 ALTSHULER ¹³	1 P. Mod. W.	2 P. Mod. W.	DV	0,263	0,0726
3	1 P. Mod. W.	2 P. Eckart	DL	0,168	
4	1 P. Mod. W.	2 P. Eckart	DV	0,233	
5 KÖRWIEN ²¹	1 P. Mod. W.	Lag. Polyn.	DL	0,169	0,0524
6 KÖRWIEN ²¹	2 P. Hyll.	Lag. Polyn.	DL	0,322	0,0864
7 KÖRWIEN ²¹	2 P. Hyll.	2 P. Mod. W.	DL	0,365	0,0891
8	2 P. Eckart	2 P. Mod. W.	DV	0,284	
9 VINTI ²²	2 P. Eckart	2 P. Eckart	DL	0,349	0,0928
10	2 P. Eckart	2 P. Eckart	DV	0,258	
11 KÖRWIEN ²¹	Lag. Polyn.	Lag. Polyn.	DL	0,295	0,0799
12 HYLLEAAS ²³	Lag. Polyn.	Lag. Polyn.	DL	0,356	0,072
13 WHEELER ²⁴	6 P. Hyll.	3 P. W.	DL	0,266	
14 MILLER, PLATZMAN ²⁵				0,277	
15 DALGARNO, LYNN ²⁶	aus Summenregeln			0,239	0,081
16 LOW, STEWART ²⁷ . . .	6 P. Hyll.	Mod. W.	DL	0,275	0,0743
17 SALPETER, ZAIDI ²⁸ . .	6 P. Hyll.	2 P. Eckart, 3 P. Var.	DV	0,272	0,0706
				$\pm 0,05$	$\pm 0,02$
18 Experimenteller Wert				0,312	0,0898
				$\pm 0,04$	$\pm 0,006$

Erläuterungen: 1 P. Mod. W. = einparametrische modifizierte Wasserstoffeigenfunktion Gl. (5) mit $\gamma = \delta = 1,69$; 2 P. Mod. W. = zweiparametrische modifizierte Wasserstoffeigenfunktion Gl. (6) mit $\alpha = 2 \beta = 1$; 2 P. Eckart = zweiparametrische Eckart-Eigenfunktion Gl. (5) und (6); 2 P. Hyll. = zweiparametrische Hylleraas-Eigenfunktion²⁹ Gl. (5) mit $\gamma = 2,2 \delta = 1,2$; 6 P. Hyll. = sechsparametrische Hylleraas-Eigenfunktion²⁹; Lag. Polyn. = Entwicklung nach Laguerreschen Polynomen³⁰; 3 P. W. = dreiparametrische Wasserstoffeigenfunktion; 3 P. Var. = dreiparametrische Variationseigenfunktion³¹. — Rechenmethoden³²: DL = Dipol-Längen-, DV = Dipol-Geschwindigkeit-Methode.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Anregung von Dipolübergängen ergibt sich also

$$d\sigma = \frac{2e^2}{\Delta E_{n1} a_0 K^2} f_{n1} d\Omega. \tag{10}$$

²¹ KÖRWIEN, H.: Z. Physik **91**, 1 (1934).
²² VINTI, J.P.: Phys. Rev. **42**, 632 (1932).
²³ HYLLEAAS, E.A.: Z. Physik **106**, 395 (1937).
²⁴ WHEELER, J.A.: Phys. Rev. **43**, 258 (1933).
²⁵ MILLER, W.F., and R.L. PLATZMAN: Proc. Phys. Soc. (London) A **70**, 299 (1957).
²⁶ DALGARNO, A., and N. LYNN: Proc. Phys. Soc. (London) A **70**, 802 (1957).
²⁷ Veröffentlicht in DALGARNO, A., and A.L. STEWART: Proc. Phys. Soc. (London) A **76**, 49 (1960).
²⁸ SALPETER, E.E., and M.H. ZAIDI: Phys. Rev. **125**, 248 (1962).
²⁹ HYLLEAAS, E.A.: Z. Physik **54**, 347 (1929).
³⁰ HYLLEAAS, E.A.: Z. Physik **83**, 739 (1933).
³¹ GOLDBERG, L., and A.M. CLOGSTON: Phys. Rev. **56**, 696 (1939).
³² Ref. ⁸, S. 248—252.

Bei der Auswertung der Meßergebnisse wurde für jeden Meßpunkt zwischen $\vartheta = 2 \cdot 10^{-4}$ und $\vartheta = 5 \cdot 10^{-3}$ (obere Gültigkeitsgrenze der Gl. (10) bei Helium für 25 keV-Elektronen) unter Benutzung der *spektroskopischen* Energiedifferenz ΔE_{nl} die Oszillatorenstärke berechnet und der Mittelwert gebildet. Das Ergebnis ist zusammen mit theoretischen Oszillatorenstärken in die Tabelle 2 eingetragen. Der angegebene Meßfehler setzt sich etwa je zur Hälfte aus dem statistischen und dem bei der Anpassung der Meßwerte an den theoretischen elastischen differentiellen Wirkungsquerschnitt auftretenden geschätzten Fehler zusammen.

Die experimentellen Oszillatorenstärken f_{21} und f_{31} sind etwas größer als die neuesten theoretischen Werte von SALPETER und ZAIDI (Tabelle 2, Zeile 17); innerhalb der Fehlergrenzen ist jedoch Übereinstimmung mit diesen Werten vorhanden.

Für das Interesse, das Herr Professor Dr. BOERSCH der Durchführung dieser Arbeit entgegenbrachte, und seine wertvollen Hinweise, bin ich ihm sehr zu Dank verpflichtet. Herrn Dr. SCHOENEBECK danke ich für anregende theoretische Diskussionen.

Die Untersuchungen wurden durch Bereitstellung von ERP-Forschungsmitteln in dankenswerter Weise gefördert.