

Beziehungen der empirischen Atom- und Ionenradien zu der Thomas-Fermischen Ladungsverteilung im Atom.

Von **Werner Braunbek** in Stuttgart.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 10. November 1932.).

Es wird versucht, den Gang der empirischen Atom- und Ionenradien mit der Kernladungszahl Z innerhalb vertikaler Reihen im periodischen System, wie z. B. Li, Na, K, Rb, Cs, aber auch Li^+ , Na^+ , K^+ , Rb^+ , Cs^+ usw. mit der Ladungsverteilung in Beziehung zu setzen, die nach Thomas-Fermi in den Atomen und Ionen herrscht. Es zeigt sich, daß man mit großer Annäherung den richtigen Gang erhält, wenn man den Wirkungsradius als den Radius einer Kugel definiert, *außerhalb* deren die Thomas-Fermische Ladungsverteilung eine *konstante*, von Z unabhängige Ladung ergibt. Diese Ladung erweist sich für die verschiedenen berechneten Reihen etwas verschieden, ist aber jedesmal von der Größenordnung von *einem* Elektron.

1. Einleitung. Die Ladungsverteilung, die Thomas¹⁾ und Fermi²⁾ auf Grund der Statistik eines entarteten Elektronengases für Atome errechnet haben, ergibt bekanntlich für das *neutrale Atom* eine Ladungswolke, die sich bis ins Unendliche erstreckt, für das *positive Ion*³⁾⁴⁾ dagegen (das negative Ion läßt sich nach der Thomas-Fermischen Methode nicht behandeln) eine endlich begrenzte Ladungswolke. Sommerfeld⁵⁾ hat gezeigt, daß der Radius dieser Ladungswolke, in erster Näherung *unabhängig* von der Kernladungszahl Z , sich z. B. für einfach geladene Ionen zu 4,6 Å ergibt.

Weder im Fall der Atome noch in dem der Ionen läßt das Ergebnis eine Beziehung zu den *empirischen* Wirkungsradien erkennen, die aus den Gitterabständen der Kristalle erschlossen werden (als Radien von Kugeln, die in dichtester Kugelpackung das betreffende Gitter bilden würden) und z. B. von Goldschmidt⁶⁾ weitgehend zusammengestellt worden sind.

Im Fall der Atome, bei einer unendlich ausgedehnten Ladungswolke, weiß man überhaupt zunächst nicht, wie man einen Wirkungsradius definieren soll. Im Fall der Ionen liefert zwar die Theorie einen definierten „Ionenradius“, der aber mit 4,6 Å erstens viel zu groß ist (die Radien der Alkaliionen bewegen sich z. B. zwischen 0,8 und 1,6 Å), und zweitens

¹⁾ L. H. Thomas, Proc. Cambridge Phil. Soc. **23**, 542, 1926.

²⁾ E. Fermi, ZS. f. Phys. **48**, 73, 1928; Leipziger Vorträge 1928 (Hirzel).

³⁾ E. B. Baker, Phys. Rev. **36**, 360, 1930.

⁴⁾ E. Fermi, Cim. (N. S.) **8**, 7, 1931.

⁵⁾ A. Sommerfeld, ZS. f. Phys. **78**, 283, 1932.

⁶⁾ V. M. Goldschmidt, Die Gesetze der Kristallochemie, Oslo 1926.

infolge seiner Unabhängigkeit von Z den empirischen Ionenradien nicht gerecht wird, die ja in vertikalen Reihen des periodischen Systems, wie z. B. Li^+ , Na^+ , K^+ , Rb^+ , Cs^+ oder Be^{++} , Mg^{++} , Co^{++} , Sr^{++} , Ba^{++} , eine ziemlich regelmäßige *Zunahme* mit Z zeigen.

Betrachten wir zunächst den Fall des neutralen Atoms. In einer unendlich ausgedehnten, kugelsymmetrischen Ladungswolke können wir auf zweierlei Art versuchen, einen „charakteristischen Radius“ in einfacher Weise zu definieren.

Entweder (Definition I) wir definieren ihn als Radius einer Kugel, außerhalb deren die gegebene Ladungsverteilung einen bestimmten von Z unabhängigen Bruchteil α der Gesamtladung Ze ergibt.

Oder (Definition II) wir definieren ihn als Radius einer Kugel, außerhalb deren nach der gegebenen Ladungsverteilung eine bestimmte, von Z unabhängige absolute Ladung ne liegt. (Die Zahl n braucht natürlich nicht ganzzahlig zu sein, da wir ja das Bild einer kontinuierlichen Ladungswolke gebrauchen.)

Daß ein charakteristischer Radius nach Definition I *keine* Parallele zu den empirischen Wirkungsradien erlaubt, zeigt eine ganz einfache Rechnung (wobei gleich die vollständige Serie der Grundformeln auch für die späteren Rechnungen zusammengestellt sein möge).

Die Differentialgleichung des Thomas-Fermischen Atoms lautet:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = x^{-1/2} \varphi^{3/2} \quad (1)$$

und gilt sowohl für das neutrale Atom wie für das Ion.

Für das neutrale Atom sind die Randbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0) &= 1, \\ \varphi(\infty) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

[$\varphi'(\infty) = 0$ ist dann von selbst erfüllt].

Die Lösung sei hier $\varphi_1(x)$.

Für ein Ion vom Ionisationsgrad σ (σ ist die Anzahl der zur Neutralisation fehlenden Elektronen) sind die Randbedingungen

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0) &= 1, \\ \varphi(x_0) &= 0, \\ x_0 \varphi'(x_0) &= -\frac{\sigma}{Z}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

wodurch der „Gesamtradius“ x_0 des Ions mitbestimmt ist. Die Lösung hat hier die Form

$$\varphi_2\left(x, \frac{\sigma}{Z}\right).$$

Die physikalische Bedeutung der Größen ist folgende: x ist eine reduzierte Variable für den Abstand r irgendeines Punktes der Ladungswolke von ihrem Mittelpunkt, und zwar ist:

$$r = \mu x, \tag{4}$$

wo

$$\mu = a \sqrt[3]{\frac{9 \pi^2}{129 Z}} \tag{5}$$

ist (a Wasserstoffradius). Numerisch gilt also:

$$\mu = 0,471 \cdot 10^{-8} Z^{-1/3}. \tag{6}$$

Die Ladungsdichte ϱ an irgendeiner Stelle ist:

$$\varrho = \frac{e Z}{4 \pi \mu^3} \left(\frac{\varphi}{x} \right)^{3/2}. \tag{7}$$

Die Gleichungen (4) bis (7) gelten sowohl für das neutrale Atom wie für das Ion, weshalb der Index bei φ weggelassen wurde.

Der Ausdruck für das Potential V ist in beiden Fällen etwas verschieden, und zwar gilt für das neutrale Atom:

$$V = \frac{e Z \varphi_1}{\mu x}, \tag{8}$$

für das Ion:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } x < x_0: V = \frac{e Z \varphi_2}{\mu x} + \frac{e \sigma}{\mu x_0}, \\ \text{für } x > x_0: V = \frac{e \sigma}{\mu x}, \end{array} \right\} \tag{9}$$

wo x_0 durch (3) bestimmt ist.

Für das neutrale Atom ergibt sich nun die Ladung *außerhalb einer Kugel vom Radius r* (mit der Definition $\bar{x} = \bar{r}/\mu$):

$$Q_r^\infty = \int_{\frac{r}{\mu}}^\infty \varrho 4 \pi r^2 dr.$$

Mit (7) und (4):

$$Q_r^\infty = e Z \int_{\frac{x}{\mu}}^\infty x^{1/2} \varphi_1^{3/2} dx. \tag{10}$$

Sollte dies nach Definition I ein fester Bruchteil α der Gesamtladung eZ sein, so erhielte man für x die Bestimmungsgleichung

$$\int_{\frac{x}{\mu}}^\infty x^{1/2} \varphi_1^{3/2} dx = \alpha,$$

d. h. \bar{x} würde, da in φ_1 die Größe Z nicht vorkommt, eine reine Funktion von α , unabhängig von Z . Das bedeutete aber wegen (4) und (5), daß \bar{r} mit $Z^{-1/3}$ ginge. Ein so definierter charakteristischer Radius würde also mit wachsendem Z *abnehmen*, während die empirischen Wirkungsradien *zunehmen*. Eine Parallele ist daher nicht möglich, und es bleibt nur übrig, die Definition II zu untersuchen. Dies erfordert eine etwas umständlichere Rechnung, die im folgenden getrennt für das neutrale Atom und für das Ion durchgeführt werden soll.

2. *Das neutrale Atom.* Definieren wir nach der Definition II einen charakteristischen Radius \bar{r} bzw. \bar{x} , so liefert die Grundgleichung (10):

$$eZ \int_{\frac{\bar{x}}{Z}}^{\infty} x^{1/2} \varphi_1^{3/2} dx = en,$$

d. h. als Bestimmungsgleichung von x kommt:

$$\int_{\frac{\bar{x}}{Z}}^{\infty} x^{1/2} \varphi_1^{3/2} dx = \frac{n}{Z}. \quad (11)$$

Die Abhängigkeit des \bar{x} von Z läßt sich hieraus nicht ohne weiteres ablesen, sondern muß durch numerische Auswertung gewonnen werden. Wir formen zunächst mit Hilfe der Differentialgleichung (1) das Integral etwas um. Es wird:

$$\int x^{1/2} \varphi_1^{3/2} dx = \int x \frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} dx = x \frac{d \varphi_1}{dx} - \varphi_1. \quad (12)$$

Damit wird (11) mit Benutzung von (2)

$$\varphi_1(\bar{x}) - \bar{x} \left(\frac{d \varphi_1}{dx} \right)_{x=\bar{x}} = \frac{n}{Z}. \quad (13)$$

Man braucht also nur die Funktion φ_1 und deren erste Ableitung an der Stelle \bar{x} , und da diese Stelle, wie nachher sich herausstellen wird, schon ziemlich weit außen im Atom liegt, kann man für φ_1 eine asymptotische Näherung für große x benutzen. Eine solche, die übrigens bis zu ziemlich kleinen x -Werten noch recht gut stimmt, ist von Sommerfeld¹⁾ angegeben worden und lautet:

$$\text{mit} \quad \left. \begin{aligned} \varphi_1 &= (1+z)^{-\frac{\lambda_1}{2}} \\ z &= 12^{-\frac{2}{3}\lambda} x^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Dabei sind λ_1 und $(-\lambda)$ die Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$\alpha^2 - 7\alpha - 6 = 0,$$

¹⁾ A. Sommerfeld, l. c.

und zwar speziell:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\sqrt{73} + 7}{2} = 7,772, \\ \lambda &= \frac{\sqrt{73} - 7}{2} = 0,772. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Mit der neu eingeführten Größe [analog zu (14)]

$$\bar{z} = 12^{-\frac{2}{3}\lambda} \bar{x}^\lambda \quad (16)$$

erhält man aus (13) durch Einsetzen der Sommerfeldschen Näherung (14) die Gleichung:

$$\frac{1 + 4\bar{z}}{(1 + \bar{z})^{\frac{\lambda_1}{2} + 1}} = \frac{n}{Z}, \quad (17)$$

die bei gegebenem n auf graphischem oder numerischem Wege die Auf-
findung der Abhängigkeit $\bar{z}(Z)$ oder mittels (16) auch $\bar{x}(Z)$ und endlich
mittels (4) und (6) $\bar{r}(Z)$ gestattet.

Die Auswertung habe ich graphisch durchgeführt, was für den vor-
liegenden Zweck genügende Genauigkeit liefert. Die noch verfügbare
Größe n ist jeweils dem *zweiten* Element der betreffenden Reihe an-
gepaßt. (Das *erste* hat ein so niederes Z , daß man die Gültigkeit
irgendwelcher Ergebnisse, die aus einer statistischen Methode gewonnen
sind, überhaupt nicht erwarten darf. Bei den schwersten Elementen sind
die empirischen Daten zu unsicher.)

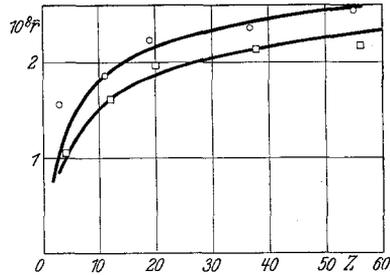


Fig. 1. Wirkungsradien der Alkali- und Erdalkaliatome.

Man muß für die Reihen der Alkalien $n = 0,90$, für die Reihe der Erdalkalien $n = 1,16$ wählen, um für Na bzw. Mg den empirischen r -Wert zu erhalten. Die Resultate der Auswertung sind in Tabelle 1 und 2 gegeben und in Fig. 1 graphisch aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven sind dabei

Tabelle 1. $n = 0,90$.

	Z	\bar{z}	$10^8 \bar{r}_{\text{Formel}}$	$10^8 \bar{r}_{\text{exp.}}$	d
Li	3	0,67	1,02	1,56	- 33 %
Na	11	1,48	1,86	1,86	—
K	19	1,90	2,12	2,23	- 5
Rb	37	2,50	2,42	2,36	+ 2½
Cs	55	2,90	2,58	2,55	+ 1

Tabelle 2. $n = 1,16$.

	Z	z	$10^8 \bar{r}_{\text{Formel}}$	$10^8 \bar{r}_{\text{exp.}}$	Δ
Be	4	0,69	0,96	1,05	— 9 %
Mg	12	1,36	1,62	1,62	—
Ca	20	1,74	1,87	1,97	— 5
Sr	38	2,28	2,13	2,13	0
Ba	56	2,67	2,30	2,17	+ 6

durch Gleichung (17) gegeben; die Punkte sind die empirischen Wirkungsradien, und zwar die runden für die Alkalien, die viereckigen für die Erdalkalien.

Die Tabellen 1 und 2 enthalten die aus (17) bestimmten Radien als \bar{r}_{Formel} und in der nächsten Spalte als $\bar{r}_{\text{exp.}}$ die empirischen Wirkungsradien nach der Zusammenstellung von Goldschmidt¹⁾. Die Wirkungsradien von Sr und Ba, die bei dieser Zusammenstellung noch nicht bekannt waren, sind einer Arbeit von Ebert und Hartmann²⁾ entnommen. Es ist zu erkennen, daß außer bei Li und Be, deren Herausfallen durch ihr niedriges Z erklärlich ist, der Gang der Wirkungsradien mit Z innerhalb weniger Prozente durch die Formel (17) dargestellt wird. Es ist als Resultat festzustellen, daß innerhalb der untersuchten Reihen eine Definition des charakteristischen Radius einer Thomas-Fermischen Ladungswolke nach Art der Definition II den empirisch beobachteten Gang der Wirkungsradien mit der Kernladungszahl befolgt, daß also für den Zusammenbau im Kristallgitter der nach Definition II festgelegte Radius maßgebend ist.

3. *Das positive Ion.* Da die Definition II beim neutralen Atom befriedigende Ergebnisse liefert, während andererseits die „Gesamtradien“, die für die Ionen aus der Thomas-Fermischen Theorie folgen, als Unterlage für die empirischen Wirkungsradien unbrauchbar sind, ist es nahelegend, auch auf die Ionen die Definition II versuchsweise anzuwenden, d. h. denjenigen Radius auszurechnen, der eine Kugel bestimmt, außerhalb deren eine in einer Vertikalreihe des periodischen Systems von Z unabhängige Ladung ne sitzt. Diese Definition ist allerdings beim Ion für $n = 0$ mit der Definition des „Gesamtradius“ identisch; trotzdem ist es denkbar, daß sie für von Null verschiedenes n die richtige Z -Abhängigkeit liefert. Die Rechnung ist völlig analog derjenigen beim neutralen Atom; nur werden die Formeln etwas komplizierter.

¹⁾ V. M. Goldschmidt, l. c.

²⁾ F. Ebert u. H. Hartmann, ZS. f. anorg. Chem. **179**, 418, 1929.

Die Ladung außerhalb einer Kugel vom Radius \bar{r} wird an Stelle von (10) (unter $\bar{r}_0, \bar{x}_0, \bar{z}_0$ sind die „Gesamtradien“ in den verschiedenen Maßsystemen verstanden):

$$\left. \begin{aligned} Q_r^{r_0} &= \int_r^{r_0} \varrho \, 4 \pi r^2 \, dr, \\ &= e Z \int_{\frac{\bar{x}}{x}}^{\frac{z_0}{x}} x^{1/2} \varphi_2^{3/2} \, dx. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Mit Hilfe der Umformung (12) (nur mit dem Index 2 statt 1) wird unter Berücksichtigung von (3) die Bestimmungsgleichung für den der Definition II entsprechenden Radius \bar{r} bzw. \bar{x} :

$$\varphi_2(\bar{x}) - \bar{x} \left(\frac{d\varphi_2}{dx} \right)_{x=\bar{x}} = \frac{n + \sigma}{Z}. \quad (19)$$

Wir benutzen jetzt die von Sommerfeld¹⁾ angegebene Näherungsformel für φ_2 :

$$\varphi_2 = (1 + z)^{-\frac{\lambda_1}{2}} \left\{ 1 - \left(\frac{1 + z}{1 + z_0} \right)^{\lambda_1/\lambda} \right\}, \quad (20)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} z &= 12^{-2/3 \lambda} x^2, \\ z_0 &= 12^{-2/3 \lambda} x^2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ist und z_0 sich aus der Gleichung

$$\frac{z_0}{(1 + z_0)^{\frac{\lambda_1}{2} + 1}} = \frac{\sigma}{\lambda_1 Z} \quad (22)$$

bestimmt. λ und λ_1 sind durch (15) gegeben.

Das Einsetzen dieser Näherung in die Bestimmungsgleichung (19) liefert nach einigen Umformungen:

$$\frac{1 + 4\bar{z}}{(1 + \bar{z})^{\frac{\lambda_1}{2} + 1}} \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda_1 \bar{z}}{1 + 4\bar{z}} - 1 \right) \left(\frac{1 + \bar{z}}{1 + z_0} \right)^{\lambda_1/\lambda} \right\} = \frac{n + \sigma}{Z} \quad (23)$$

Ein Vergleich dieser Gleichung mit der Gleichung (17), die die entsprechende Bedeutung für das neutrale Atom hatte, zeigt, daß sich (23) von (17) nur auf der linken Seite durch die geschweifte Klammer, auf der rechten Seite dadurch unterscheidet, daß $n + \sigma$ statt n steht. Für $\sigma = 0$ und $z_0 = \infty$ geht ja auch tatsächlich (23) in (17) über.

Die Auswertung der Gleichung (23) führt ähnlich wie bei (17) auf die Abhängigkeit $\bar{z}(Z), \bar{x}(Z)$ und $\bar{r}(Z)$, nur daß diese Abhängigkeit getrennt

¹⁾ A. Sommerfeld, l. c.

für $\sigma = 1$, $\sigma = 2$ usw. ausgewertet werden muß, da σ ja sowohl auf der rechten Seite von (23) steht, als auch gemäß (22) in dem z_0 in der geschweiften Klammer steckt. Für die Auswertung ist es übrigens sehr bequem, daß diese geschweifte Klammer im ganzen in Betracht kommenden Gebiet nur um wenige Prozente den Wert 1 übersteigt. Für besonders kleine \bar{z}

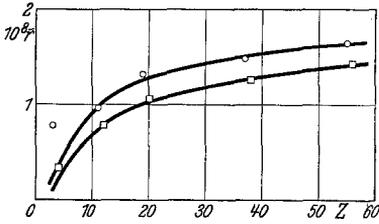


Fig. 2. Wirkungsradien der Alkali- und Erdalkalitionen.

kann sie sogar ein klein wenig unter 1 sinken, was aber an der Art der Näherung liegt, weshalb in diesen Fällen mit dem Wert 1 gerechnet wurde.

Das n wird wieder dem zweiten Element der betreffenden Reihe angepaßt und muß für die Alkaliionen ($\sigma = 1$) zu 1,18, für die Erdalkalitionen ($\sigma = 2$) zu 1,03 gewählt werden, um den empirischen Wirkungsradius für Na^+ bzw. Mg^{++} zu erhalten.

Die Ergebnisse zeigen in analoger Weise wie bei den neutralen Atomen die Tabellen 3 und 4 und die Fig. 2, in der die runden Punkte die Alkaliionen, die viereckigen die Erdalkalitionen darstellen, während die ausgezogenen Kurven die Gleichung (23) in beiden Fällen wiedergeben.

Tabelle 3. $\sigma = 1$. $n = 1,18$.

	Z	z	$10^8 \bar{r}_{\text{Formel}}$	$10^8 \bar{r}_{\text{exp.}}$	Δ
Li^+	3	0,20	0,22	0,78	- 72 %
Na^+	11	0,90	0,98	0,98	—
K^+	19	1,26	1,25	1,33	- 6
Rb^+	37	1,73	1,51	1,49	+ 1½
Cs^+	55	2,04	1,64	1,65	- ½

Tabelle 4. $\sigma = 2$. $n = 1,06$.

	Z	z	$10^8 \bar{r}_{\text{Formel}}$	$10^8 \bar{r}_{\text{exp.}}$	Δ
Be^{++}	4	0,18	0,17	0,34	- 50 %
Mg^{++}	12	0,78	0,78	0,78	—
Ca^{++}	20	1,10	1,02	1,06	- 4
Sr^{++}	38	1,53	1,27	1,27	0
Ba^{++}	56	1,83	1,41	1,43	- 1½

Auch hier fallen die Elemente Li und Be heraus. Abgesehen von dem Einwand der niederen Ordnungszahlen ist hier auch die Berechnung nicht ganz korrekt, da für Werte von \bar{z} in der Gegend von 0,2 die Sommerfeld-

schen Formeln keine sehr gute Näherung mehr darstellen. Bei den übrigen Ionen beträgt die Abweichung auch hier wieder nur wenige Prozente. Diese Abweichungen scheinen übrigens in allen vier Reihen fast denselben systematischen Gang zu haben, indem immer das dritte Element der Reihe eine Abweichung von etwa -5% hat, während das vierte und fünfte (mit Ausnahme der Tabelle 4) zu positiven Abweichungen tendiert.

Auch bei den Ionen liefert ein nach Definition II definierter Radius ersichtlich die richtige Abhängigkeit von der Ordnungszahl und erlaubt damit, die empirischen Wirkungsradien zur Thomas-Fermischen Ladungsverteilung in Beziehung zu setzen, was mit den bisher allein bekannten „Gesamtradien“ nicht möglich war.

4. *Schluß.* Der prinzipielle Unterschied, den die Thomas-Fermische Theorie zwischen den neutralen Atomen und den positiven Ionen fordert, indem sie den einen eine unendliche, den anderen eine endliche Ladungswolke zuordnet, und der sicher *nicht* in der Natur der Atome und Ionen liegt, sondern als wesensfremder Zug durch die *Methode* hereinkommt, wird durch die Anwendung der Definition II für Fragen des Wirkungsradius weitgehend überbrückt, weil diese Definition *gleicherweise* auf neutrale Atome wie auf Ionen anwendbar ist.

Besonders bemerkenswert ist noch der Umstand, daß die Zahl n , die immer *einem* Element jeder betrachteten Reihe angepaßt wurde, für alle vier untersuchten Reihen, und zwar gleichermaßen für neutrale Atome wie für Ionen, *sehr in der Nähe der Zahl 1* liegt. Das besagt, daß die in Definition II eingeführte konstante Ladung, die außerhalb der „Wirkungskugel“ liegt, in den untersuchten Fällen immer *rund ein Elektron* umfaßt.

Dieses bemerkenswerte Resultat besitzt allerdings keine allgemeine Gültigkeit für *alle* Atome und Ionen. Wendet man nämlich die Definition II auf weitere Elemente an, deren Atomradien empirisch bekannt sind, so muß man für n meist höhere Zahlen wählen, die bei einigen Elementen, z. B. Au, Hg usw., bis etwa 3 gehen. Die meisten Atome geben n -Werte in der Gegend von 2 bis 3. Die n -Werte um 1 herum scheinen auf die Elemente mit besonders großem Atomvolumen beschränkt zu sein.

Auch der regelmäßige Gang der Atomradien mit Z ist ja schon empirisch bei den anderen Elementen lange nicht so schön ausgeprägt, schon deswegen, weil es außer den betrachteten keine so *langen* Reihen chemisch gleichwertiger Elemente mehr gibt. Wenn schon die empirische Regelmäßigkeit fehlt, kann natürlich auch nicht die Gültigkeit der Definition II nachgeprüft werden.

Immerhin gibt es auch bei den übrigen Elementen noch einige Fälle, in denen sich die Definition II offensichtlich bewährt. So liefert die Definition II die richtigen (oder sehr nahe die richtigen) Atomradien für C (Diamant) und Si mit $n = 2,05$, für Cu und Ag mit $n = 2,65$ (Au fällt heraus), für Zn und Cd mit $n = 2,53$ (Hg fällt heraus), für As, Sb und Bi mit $n = 2,82$. Doch sind diese Fälle, wie schon betont, nicht so beweisend, da die Reihen immer nur aus zwei oder höchstens drei Elementen bestehen.

Zum Schluß möchte ich besonders darauf hinweisen, daß der eigentliche *Sinn* der Definition II noch dunkel bleibt, daß man nicht angeben kann, *warum* die Gitterabstände sich in den betrachteten Fällen so einregulieren, daß die Wirkungsradien gerade durch eine konstante Ladung außerhalb der Wirkungskugel bestimmt werden. Die ganze Betrachtung ist vielmehr nur die Feststellung einer empirischen Tatsache, die immerhin geeignet ist, zu den vielen schönen Verknüpfungen des Thomas-Fermischen Atommodells mit empirischen Größen eine weitere hinzuzufügen.

Stuttgart, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.
