

## Über die kosmologische Konstanz der Feinstrukturkonstanten.

Von P. Jordan in Rostock.

(Eingegangen am 7. Juli 1939.)

Nach Erwägungen von Dirac ist es als denkbar anzusehen, daß  $e^2/hc$  nicht absolut konstant sei, sondern innerhalb kosmologischer Zeiträume langsam variere. Es wird darauf hingewiesen, daß diese Frage empirisch entscheidbar ist, und daß die bisherige Erfahrung für absolute Konstanz von  $e^2/hc$  spricht. Ferner scheint sich auch das Massenverhältnis Proton:Elektron empirisch als absolut konstant zu erweisen.

Die Erörterung der kosmologischen Probleme ist von Dirac<sup>1)</sup> durch eine interessante Idee bereichert worden. Danach sollen die *großen dimensionslosen Konstanten*, wie das Verhältnis der Coulombschen Wechselwirkung zweier Elektronen zu ihrer Gravitationswechselwirkung, *nicht* als wirkliche Konstanten angesehen werden, sondern als Funktionen des Weltalters; sie werden also auch in der Gegenwart eine gewisse *räumliche* Inkonstanz zeigen.

Dirac hat in diesem Zusammenhange auch die „kleinen“ dimensionslosen Konstanten, wie die Feinstrukturkonstante und das Massenverhältnis Proton:Elektron, als *möglicherweise* kosmologisch inkonstant bezeichnet; sie könnten eine geringfügige (z. B. annähernd logarithmische) Abhängigkeit vom Weltalter zeigen.

Es wird danach die Frage dringlich, ob man *empirisch* etwas hierüber sagen kann. Eine einfache Überlegung — deren kurze Mitteilung trotz ihres fast trivialen Charakters erlaubt sein mag — zeigt nun, daß die von Dirac aufgeworfene Frage in der Tat beantwortbar ist. Soweit die Genauigkeit unserer spektroskopischen Beobachtung ferner Himmelsobjekte reicht, ist die Konstanz der Feinstrukturkonstanten empirisch gesichert.

Wir können ja nach den grundsätzlichen empirischen Ergebnissen folgendes Prinzip aussprechen<sup>2)</sup>:

Mindestens in derjenigen Approximation, in welcher bei der Berechnung der Spektraltermine eines Atoms von der Mitbewegung des Kernes abgesehen werden kann, geht das Spektrum eines raumzeitlich entfernten Atoms aus dem eines gleichartigen nahen (und ruhenden) hervor durch Multiplikation aller Frequenzen mit ein und derselben Konstanten. Dieser Faktor ist be-

---

<sup>1)</sup> P. A. M. Dirac, Nature **139**, 323, 1001, 1937; Proc. Roy. Soc. London (A) **165**, 199, 1938. — <sup>2)</sup> Vgl. hierzu auch: P. Jordan, Naturwiss. **25**, 513, 1937; **26**, 417, 1938.

stimmt durch die Bewegung des Atoms (Doppler- bzw. Hubble-Effekt) und durch das Gravitationspotential.

Im Sinne einer bekannten Argumentation folgt hieraus, daß die Weltgeometrie eine Riemannsche ist (oder jedenfalls eine Geometrie mit integraler Längenübertragung — nicht etwa eine Weylsche). Man kann z. B. die Reziproke  $\lambda_0$  der Rydbergschen Wellenzahl  $R_\infty$ :

$$R_\infty = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{2 \pi^2 m_0 e^4}{c h^3}$$

als *universelles Längenmaß* benutzen <sup>1)</sup>.

Unsere Frage nach der Konstanz von  $e^2/hc$  kann deshalb auch so formuliert werden: Sind die atomphysikalisch definierten Längenmaße  $h/m_0c$  und  $e^2/m_0c^2$  *einzeln* als kosmologisch konstant anzusehen? Würde uns *nur* das H-Spektrum zur Verfügung stehen, so wäre keine Beantwortung dieser Frage möglich: nur die *Verbindung* dieser beiden Längenmaße zu

$$R_\infty = 2 \pi^2 \left( \frac{m_0 c}{h} \right)^3 \cdot \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2$$

wäre als konstant zu erweisen. Durch Heranziehung von Spektren anderer Elemente ist jedoch die Entscheidung zu erreichen.

Die Energiewerte eines Atoms mit  $N$  Elektronen sind zu berechnen aus der Schrödinger-Gleichung:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{2m_0} \sum_{k=1}^N \Delta_k + e^2 \sum_{k \neq l} \frac{1}{r_{kl}} - e^2 Z \sum_k \frac{1}{r_k} \right) \varphi = W \varphi;$$

$$\Delta_k = \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_k^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_k^2}.$$

In bekannter Weise kann man diese Gleichung auf dimensionslose Größen umschreiben, indem etwa die Koordinaten im Maßstab  $h/m_0c$  gemessen werden:  $x_k = \frac{h}{m_0c} x'_k$  usw. Ist  $\Delta'_k$  entsprechend gleich  $\left( \frac{h}{m_0c} \right)^2 \Delta_k$ ,

so wird  $\left( -\frac{1}{8\pi^2} \sum_k \Delta'_k + \frac{e^2}{hc} \sum_{k \neq l} \frac{1}{r'_{kl}} - \frac{e^2 Z}{hc} \sum_k \frac{1}{r'_k} \right) \varphi = \frac{W}{m_0 c^2} \varphi;$

für einen bestimmten Zustand ist also  $W/m_0 c^2$  eine Funktion von  $e^2/hc$ , und der entsprechende spektroskopische *Term* wird

$$\frac{W}{hc} = \frac{m_0 c}{h} f\left(\frac{e^2}{hc}\right).$$

---

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu die ausführliche Erörterung a. a. O., wo auch die Ablehnung einer (nicht unmöglichen, aber unzumutbaren) definitorischen Konstantsetzung des Weltradius, mit inkonstant angenommenem  $h$  (Sambursky), begründet ist.

Kombination mit dem oben ausgesprochenen empirisch begründeten Prinzip ergibt dann, daß  $e^2/hc$  kosmologisch konstant sein muß: *Andernfalls müßten die spektralen Frequenzen eines entfernten Nebels nicht einfach um einen konstanten Faktor geändert, sondern in komplizierterer Weise gegeneinander verschoben sein.*

Das Versagen dieser Beweisführung bei Beschränkung auf den zu speziellen Fall des H-Spektrums ergibt sich dadurch, daß hier die spezielle Gestalt  $f(\xi) = \frac{\text{const}}{\xi^2}$  vorliegt, was jedoch bei einer Elektronenzahl  $N > 1$  nicht mehr der Fall ist.

Wir möchten also die von Dirac aufgeworfene Frage als beantwortet ansehen, soweit es sich um die Feinstrukturkonstante handelt. Was das Massenverhältnis Proton:Elektron betrifft, so wäre zwar eine spektroskopische Entscheidung auch hier prinzipiell möglich, durch Vergleich von H-Linien mit He<sup>+</sup>-Linien, doch liegt sie weit außerhalb des praktisch Durchführbaren. Die empirische Entscheidung dieser Frage muß deshalb auf einem anderen Gebiet gesucht werden.

Der Wert von  $m_p/m_0$  hängt wohl sicherlich mit den *Kernbindungskräften* engstens zusammen; und wir können deshalb die diskutierte Frage allgemeiner als Frage nach der kosmologischen Konstanz der Kernbindungskräfte fassen. Diese Frage ist nun angreifbar durch genauere Prüfung der Aussagen radioaktiver „Uhren“ bezüglich sehr alter Gesteine und Meteoriten: etwaige langsame Veränderung der Kernkräfte würde sich in Unstimmigkeiten zwischen den Resultaten *verschiedenartiger* Uhren bemerkbar machen. Ob das heute verfügbare Material für eine begründete Beurteilung dieses Punktes ausreicht, bleibe dahingestellt. Auf alle Fälle sprechen aber die Erfahrungen an radioaktiven *Verfärbungshöfen* stark für kosmologische Konstanz der Kernkräfte, da sie die Unveränderlichkeit der  $\alpha$ -Reichweiten für Zeitdauern von annähernd  $10^9$  Jahren beweisen<sup>1)</sup>. Daraufhin möchten wir auch für die Kernkräfte und für  $m_p/m_0$  die kosmologische Konstanz für sehr wahrscheinlich halten.

Jedoch liegen die Verhältnisse anders beim  $\beta$ -Zerfall: Die Fermische Konstante könnte ihrem Zahlwert nach vielleicht mit der vierten Wurzel aus der *Gravitationskonstanten* proportional sein; die Zerfallstendenz des Mesotrons scheint nach Blackett<sup>2)</sup> sogar für die zweite Wurzel zu sprechen.

---

<sup>1)</sup> Vgl. O. Hahn, Naturwiss. 18, 1013, 1930. — <sup>2)</sup> P. M. S. Blackett, Nature 144, 30, 1939.