

Über den Verlauf der Magnetisierungskurve in starken Feldern.

Von N. S. Akulov in Moskau.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 21. April 1931.)

Die Suszeptibilität ferromagnetischer Materialien bei hohen Feldstärken läßt sich in der Form $\chi = \frac{dJ}{dH} = a_1 + \frac{a_2}{H^3}$ darstellen. Der erste Summand ist eine Folge der Zunahme des absoluten Betrags von J mit wachsendem H in den Einkristallen, aus denen das Ferromagnetikum aufgebaut ist. Er berechnet sich aus der Heisenbergschen Theorie. Der zweite Summand erklärt sich durch die Tendenz des Magnetisierungsvektors im Einkristall, sich bei wachsendem H immer mehr in die Feldrichtung einzustellen. — Die Konstante N des molekularen Feldes NJ soll nach Weiss unabhängig von der Temperatur sein, nach Heisenberg von ihr abhängen. Die Beobachtungen ergeben Temperaturabhängigkeit in Übereinstimmung mit Heisenberg. Ebenso berechnet sich die Wärmeabsorption beim Durchgang durch den Curiepunkt nach der Heisenbergschen Theorie quantitativ richtig.

Die Suszeptibilität vielkristallinischer pseudoisotroper Ferromagnetika in starken Feldern setzt sich additiv aus zwei Teilen zusammen; erstens χ_d , die durch die Winkelverminderung zwischen der Feldrichtung und den Magnetisierungsvektoren in den Einkristallen, aus denen der betrachtete Vielkristall aufgebaut ist, und zweitens χ_a , die durch die Änderung des Absolutwertes des Magnetisierungsvektors verursacht ist. χ_d wird bei Benutzung des Anisotropiegesetzes und χ_a mit Hilfe der Theorie von Heisenberg ausgewertet. Beide Teile, χ_d und χ_a , können experimentell bestimmt werden. Ist χ_d bekannt, so kann man dann die Anisotropiekonstante K des Einkristalls, der den Baustein des Vielkristalls bildet, auswerten. Unter Benutzung von χ_a kann man die Hauptergebnisse der Quantentheorie des Ferromagnetismus, insbesondere die Temperaturabhängigkeit des Weiss'schen Faktors N , nachprüfen. Für Temperaturen, die zwar niedriger als der Curiepunkt sind, aber nicht sehr von ihm abweichen, ergibt die Theorie von Heisenberg befriedigende Übereinstimmung mit der Erfahrung.

§ 1. Einleitung. Bei hohen Feldstärken sind die ferromagnetischen Substanzen bekanntlich „paramagnetisch“, d. h. bei Veränderung des äußeren Feldes um ΔH bei konstanter Temperatur T ändert sich auch die Magnetisierung J um eine Größe ΔJ , so daß $\chi = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta J}{\Delta H} \right)$ positiv und im allgemeinen von derselben Größenordnung wie bei sämt-

lichen Paramagnetika wird. Allerdings nimmt χ mit immer weiter wachsenden Feldern ab und nähert sich für $H \rightarrow \infty$ der Null.

Außerdem besteht noch ein anderer wichtiger Unterschied. Bei gewöhnlichen Paramagnetika, z. B. bei Pt, Pd, nimmt die Suszeptibilität mit wachsender Temperatur gemäß dem Curiegesetz $\chi T = \text{const ab}$; bei Alkalien ist χ von T unabhängig (in Übereinstimmung mit der Paulischen Theorie). Anders bei ferromagnetischen Substanzen unterhalb des Curiepunktes: Hier wächst χ mit der Temperatur, erreicht ungefähr im Curiepunkt ein Maximum und nimmt erst oberhalb dieser Temperatur gemäß dem Weiss-schen Gesetz $\chi (T - \Theta) = \text{const ab}$. In dieser Mitteilung wollen wir den Verlauf von χ unterhalb des Curiepunktes in Abhängigkeit von der Feldstärke und von der Temperatur betrachten. Dabei ergibt sich die Möglichkeit, das wichtige Resultat der Heisenbergschen Theorie, nämlich die Abhängigkeit des Weiss-schen Faktors N von der Temperatur, zu verifizieren.

Außerdem wird gezeigt, daß die Kenntnis der Funktion $\chi(H)$ oder mit anderen Worten des Verlaufs der Magnetisierungskurve des Polykristalls in starken Feldern die folgende Aufgabe lösen läßt: *Aus den bekannten Eigenschaften des Vielkristalls kann man die magnetischen Eigenschaften des Einkristalls in Abhängigkeit von der Magnetisierung relativ zu seinen Hauptachsen berechnen.*

§ 2. Um das folgende klarzumachen, wollen wir zunächst einen kurzen Überblick über die drei möglichen Arten der Magnetisierungsprozesse geben.

1. Das gegebene endliche Teilgebiet des Einkristalls besitzt eine remanente Magnetisierung J_R (resultierendes Spinnmoment), die längs s_1 gerichtet ist. Unter dem Einfluß des äußeren Feldes „schrumpft“ J_R bis 0 und „wächst“ in einer anderen Richtung s_2 , die einen kleineren Winkel mit H bildet als die Anfangsrichtung s_1 (Inversionsprozeß):

$$J_R \parallel s_1 \rightarrow 0 \rightarrow J_R \parallel s_2. \quad (I)$$

Dabei sind s_1 und s_2 Richtungen der leichteren Magnetisierung im Einkristall. Da in undeformierten oder fast undeformierten Teilgebieten die Koerzitivkraft verschwindet oder sehr klein ist, *geht dieser Prozeß schon in sehr schwachen äußeren Feldern vor sich.*

Der Prozeß der Inversion spielt demzufolge bei der Erklärung der magnetischen Eigenschaften der Ferromagnetika in schwachen Feldern eine sehr wichtige Rolle. Sein Vorhandensein ist durch quantitative Auswertung der Magnetisierungskurven und besonders durch Berechnung

der Magnetostriktion des Eisenkristalls in Abhängigkeit von der Magnetisierungsintensität bewiesen.

2. Nachdem die Inversion beendet ist, dreht sich der Magnetisierungsvektor J_R , ohne daß dabei sein Absolutwert sich ändert (Drehprozeß):

$$J_R \parallel \mathfrak{s}_2 \xrightarrow{\curvearrowright} J_R \parallel \mathfrak{s}_3. \quad (\text{II})$$

Hier ist \mathfrak{s}_3 schon keine Richtung der leichteren Magnetisierung mehr. Die innere Energiedichte des Kristalls ist also für $J_R \parallel \mathfrak{s}_3$ größer als für den Anfangszustand $J_R \parallel \mathfrak{s}_2$. Dieser Prozeß geht in stärkeren Feldern als die Inversion vor sich. In sehr starken Feldern von der Größenordnung 10^4 Gauß für vielkristallinisches Fe und Ni wird dieser Prozeß beinahe beendet, und J_R wird dann praktisch mit der Feldrichtung \mathfrak{S} zusammenfallen.

Die Rolle, die diese beiden Prozesse in dem Verlauf der Magnetisierungskurven der Einkristalle spielen, wurde schon früher ausführlich dargestellt*.

3. In sehr starken Feldern hat man noch einen dritten Prozeß. Man sagt, daß die Sättigung $J_{\text{Sätt}}$ erreicht ist, wenn die Magnetisierungskurve parallel der H -Achse verläuft. Bevor dieser Zustand vollkommen eingetreten ist, hängt also J außer von der Temperatur immer noch von der Feldstärke ab.

Da in sehr starken Feldern nicht nur die Inversion, sondern auch der Drehprozeß bereits beendet ist, so kann man die Änderung von J in Abhängigkeit von H , d. h. die Nichtparallelität der Magnetisierungskurve mit der H -Achse, ausschließlich durch die Änderung des Absolutwertes der Magnetisierung J_R erklären. Diesen Prozeß, der im allgemeinen nur in ziemlich starken Feldern vor sich geht, bezeichnen wir als dritten Prozeß (Paraprozeß):

$$J_R \rightarrow J_{R'}. \quad (\text{III})$$

Die magnetische Suszeptibilität, die durch diesen dritten Prozeß verursacht ist, bezeichnen wir durch χ_a . Wenn die äußere Feldstärke nicht stark genug ist, so wird der Drehprozeß noch nicht beendet sein, und dann erhält man einen zusätzlichen Teil der Suszeptibilität χ_d . Man hat also

$$\chi = \chi_a + \chi_d. \quad (1)$$

Die Berechnung von χ_d führen wir mit Hilfe des Anisotropiegesetzes und die Berechnung von χ_a unter Benutzung der Theorie von Heisen-

* N. S. Akulov, ZS. f. Phys. **67**, 794, 1931.

berg durch. Was die Inversion anbetrifft, so ist sie schon in schwachen Feldern beendet und spielt also bei der Berechnung der Suszeptibilität in starken Feldern keine Rolle.

Wenn keine Rede von der Änderung des Absolutwerts von J im Einkristall ist, bezeichnen wir diese Größe durch J_0 . Dabei kann J_0 als die Sättigung im absoluten Nullpunkt betrachtet werden.

§ 3. Die Berechnung des Teiles der Suszeptibilität, die durch den Drehprozeß verursacht wird. Wir bezeichnen mit Θ den Winkel zwischen dem äußeren Felde und dem Magnetisierungsvektor J_R . Den absoluten Betrag dieses Vektors J_R werden wir bei der Berechnung des Drehprozesses als von der Feldstärke unabhängige Größe betrachten. Dabei kann man $J_R = J_0$ setzen. Die Berechnung führen wir zuerst für den Einkristall durch.

Für die Projektion der Magnetisierungsintensität auf die Feldrichtung erhält man also

$$J = J_0 \cos \Theta. \quad (2)$$

Um die Richtungen des Feldes \mathfrak{H} bzw. des Magnetisierungsvektors J_R bezüglich der Kristallachsen zu bestimmen, führen wir die Polarkoordinaten φ', ϑ' und φ, ϑ ein. Man hat also

$$\cos \Theta = \cos \vartheta' \cos \vartheta + \sin \vartheta' \sin \vartheta \cos (\varphi - \varphi'). \quad (2')$$

Zieht man in Betracht, daß bei hohen Feldstärken der Winkel Θ sehr klein wird, so kann man sich bei den weiteren Berechnungen auf die zweiten Potenzen der Differenzen

$$\vartheta - \vartheta' \equiv \alpha, \quad \varphi - \varphi' \equiv \beta$$

beschränken. Es ergibt sich dann aus (2')

$$\cos \Theta = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{1}{2} \beta^2 \sin^2 \vartheta'. \quad (2'')$$

Die Größen α und β kann man aus der Bedingung bestimmen, daß im Falle des Gleichgewichts die Summe der äußeren Energie ($-H J_0 \cos \Theta$) und der inneren Energie T des Kristalls ein Minimum sein muß, d. h.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (T - H J_0 \cos \Theta) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} (T - H J_0 \cos \Theta) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Mit Berücksichtigung von (2'') ergibt sich aus (3)

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{HJ_0} \frac{\partial T}{\partial \vartheta}, \\ \beta &= -\frac{1}{HJ_0} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin^2 \vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (3')$$

Setzt man die so erhaltenen Größen α und β in (2') ein, so erhält man gemäß (2)

$$J = J_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2H^2 J_0} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \vartheta} \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \right\}. \quad (1')$$

Für die innere Energie des Kristalls in Polarkoordinaten hat man bekanntlich

$$T = T_{100} + 2K (\cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta + \sin^4 \vartheta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi); \quad (4)$$

daraus ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= 4K \sin^4 \vartheta \cos \varphi \sin \varphi (2 \cos^2 \varphi - 1), \\ \frac{\partial T}{\partial \vartheta} &= 4K \sin \vartheta \cos \vartheta (2 \cos^2 \vartheta + 2 \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi - 1). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Setzt man (5) in (1') ein, so erhält man für die dem Felde parallele Komponente der Magnetisierung

$$J = J_0 \left[1 - c \frac{K^2}{H^2 J_0^2} \right], \quad (6)$$

wo

$$\begin{aligned} c &= 8 \sin^6 \vartheta' \cos^2 \varphi' \sin^2 \varphi' (2 \cos^2 \varphi' - 1)^2 \\ &+ 8 \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta' (2 \cos^2 \vartheta' + 2 \sin^2 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' - 1)^2. \end{aligned} \quad (6')$$

Dabei wurden in (6') statt ϑ und φ die Größen ϑ' und φ' gesetzt, denn für hohe Feldstärken ist K/HJ_0 klein, so daß man höhere Potenzen als die zweite vernachlässigen kann.

Der Koeffizient c hängt in dieser Annäherung nur von der Richtung des äußeren Magnetfeldes relativ zu den Kristallachsen, nicht aber von der Feldstärke ab.

Der Ausdruck (6) gilt für einen Einkristall. Nimmt man an, daß im Polykristall die sämtlichen möglichen Richtungen der Kristallachsen der verschiedenen Körner gleich wahrscheinlich sind, so braucht man für den Polykristall nur den folgenden Mittelwert von c auszuwerten:

$$\bar{c} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi c \sin \vartheta' d\vartheta' d\varphi'. \quad (7)$$

Setzt man (6') in (7) ein, so ergibt sich nach einer einfachen Integration

$$\bar{c} = \frac{32}{105}. \quad (7')$$

Für die Magnetisierungskurve des Polykristalls in starken Feldern und niedrigen Temperaturen ergibt sich also

$$\text{wo} \quad \left. \begin{aligned} J &= J_0 \left(1 - \frac{a}{H^2} \right), \\ a &= \frac{32}{105} \frac{K^2}{J_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Für die magnetische Suszeptibilität χ_a erhält man also nach (8)

$$\chi_a = \frac{64}{105} \frac{K^2}{J_0} \cdot \frac{1}{H^3}. \quad (9)$$

Da die Anisotropiekonstante K mit wachsender Temperatur sehr rasch abnimmt und nahe dem Curiepunkt verschwindet, so wird dann χ_a auch verschwinden.

§ 4. Die Berechnung des Teiles der Suszeptibilität, die durch Änderung des absoluten Betrages des Magnetisierungsvektors verursacht ist. Zur Berechnung von χ_a braucht man eine ganz andere Methode. Wir können dazu die Theorie von Heisenberg* oder von Bloch** benutzen. Erstere ist für hohe Temperaturen, diese für Temperaturen nahe dem absoluten Nullpunkt gültig.

Da χ_a bei starken Feldern und niedrigen Temperaturen sehr klein ist, berechnen wir χ_a für die Temperaturen, die zwar unterhalb des Curiepunktes, aber nicht weit von ihm entfernt liegen; dazu benutzen wir die Heisenbergsche Theorie.

Sei μ_B das Bohrsche Magneton, A das Austauschintegral, Z die Zahl der Nachbarelektronen; dann hat man (mit Vernachlässigung der Quadrate von J/J_0 im Ausdruck für N)

$$\frac{J}{J_0} = \operatorname{tgh} \alpha \quad (10)$$

mit

$$\alpha = \frac{\mu_B}{kT} (H + NJ) \quad (11)$$

und

$$N = \frac{ZA}{2\mu_B J_0} \left(1 - \frac{A}{kT} \right). \quad (11')$$

* W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **49**, 619, 1928.

** F. Bloch, ZS. f. Phys. **57**, 545, 1929.

Differenziert man (10) und (11) nach H bei konstantem T und eliminiert die Ableitung $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial H}\right)_T$, so ergibt sich

$$\frac{1}{J_0} \left(\frac{\partial J}{\partial H}\right)_T = \frac{\mu_B}{kT} \left[1 + N \left(\frac{\partial J}{\partial H}\right)_T\right] \operatorname{tgh}' \alpha; \quad (12)$$

daraus folgt

$$\chi_a = \left(\frac{\partial J}{\partial H}\right)_T = \frac{J_0 \mu_B \operatorname{tgh}' \alpha}{kT - \mu_B J_0 N \operatorname{tgh}' \alpha}. \quad (13)$$

Berücksichtigt man die Beziehung

$$\operatorname{tgh}' \alpha = (1 - \operatorname{tgh}^2 \alpha),$$

so erhält man aus (13) bei Benutzung von (10) die einfache Formel

$$\chi_a = \frac{\mu_B (J_0^2 - J^2)}{J_0 kT - \mu_B N (J_0^2 - J^2)}. \quad (13')$$

Die Formeln (13') und (10) gestatten, χ_a für beliebige T und H auszuwerten, wenn N bekannt ist. Zuerst findet man nämlich J nach den Formeln (10) und (11) für gegebene T und H (durch Scherung), und dann erhält man χ_a nach Formel (13'). Zieht man in Betracht, daß für $H \ll NJ$ die Größe α und damit auch J von der Feldstärke H in erster Annäherung unabhängig ist, so ergibt sich nach (13), daß auch χ_a von H unabhängig ist*. Berücksichtigt man also die Formeln (1) und (9), so folgt, daß die Suszeptibilität χ eine lineare Funktion von $1/H^3$ sein muß:

$$\left. \begin{array}{l} \chi = a_1 + a_2 H^{-3}, \\ \text{wo} \quad a_1 = \chi_a \quad \text{und} \quad a_2 = \frac{64}{105} \frac{K^2}{J_0}. \end{array} \right\} \quad (14)$$

Ist also χ für zwei H gemessen, so kann man nach (14) a_1 eliminieren und a_2 auswerten. So läßt sich dann die Anisotropiekonstante K des Einkristalls bestimmen.

§ 5. Zur empirischen Prüfung der Heisenbergschen Theorie des Ferromagnetismus. Eines der interessantesten Resultate der Heisenbergschen Theorie, das diese Theorie auch in den Endformeln von der Weiss'schen Theorie unterscheidet, ist die Temperaturabhängigkeit des Faktors N . Wir wollen hier auf eine Möglichkeit hinweisen, dieses wichtige Resultat

* Die Bedingung $\chi_a(H) = \text{const}$ gilt nur für $H \ll NJ$. Nahe dem Curiepunkt wird χ_a schon von H abhängig, und zwar nimmt es mit wachsendem H ab. Für $H \rightarrow \infty$ erhält man nach (13) $\chi_a = 0$.

zu verifizieren. Differenziert man die beiden Seiten von (11) nach T bei konstantem J , so ergibt sich:

$$0 = -\frac{\alpha}{T} + \frac{\mu_B}{kT} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_J + \left(\frac{\partial N}{\partial T} \right)_J \cdot J \right]. \quad (15)$$

Die linke Seite ist dabei gleich Null, denn wegen $J = \text{const}$ ist nach (10) auch $\alpha = \text{const}$. Für diesen Schluß braucht nicht einmal die spezielle durch (10) ausgedrückte funktionelle Abhängigkeit zwischen α und J zu gelten, sondern wir brauchen nur zu wissen, daß α eine Funktion von J ist, die T nicht explizit enthält.

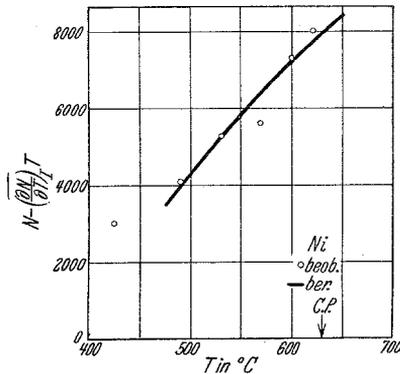


Fig. 1.

Aus (15) und (11) erhält man

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_J = \frac{1}{T} (H + N J) - J \left(\frac{\partial N}{\partial T} \right)_J. \quad (16)$$

Da aber

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_J = - \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_H : \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_T, \quad (17)$$

so ergibt sich aus (16) mit Vernachlässigung von H neben NJ

$$-\frac{T\eta}{J\chi_a} = N - T \left(\frac{\partial N}{\partial T} \right)_J, \quad (18)$$

wo

$$\eta = \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_H.$$

Ist also N von der Temperatur unabhängig, so muß auch der Ausdruck $-\frac{T\eta}{J\chi_a}$ von der Temperatur unabhängig sein. Das stimmt aber mit der Erfahrung (siehe Figur) nicht überein, sondern die Figur zeigt, daß der Ausdruck $-\frac{T\eta}{J\chi_a}$ eine mit der Temperatur sehr schnell zunehmende Größe ist;

dabei wurden zur Berechnung von η und χ_a die Messungsergebnisse von P. Weiss und R. Forrer* für J als Funktion von H und T benutzt, und zwar für $H > 8000$ Gauß, denn dann wird nach (9) schon praktisch $\chi_a = 0$, also $\chi_a = \chi$.

Schreibt man jetzt den Ausdruck (11') in der Form**

$$N = N_\infty \left(1 - \frac{b}{T}\right), \quad (19)$$

wo

$$N_\infty = \frac{ZA}{2\mu_B J_0} \quad \text{und} \quad b = \frac{A}{k} \quad (19')$$

ist, und setzt man (19) in (18) ein, so erhält man

$$-\frac{T\eta}{J\chi_a} = N_\infty \left(1 - \frac{2b}{T}\right). \quad (20)$$

Wie man sieht, ergibt die Quantentheorie des Ferromagnetismus, daß $-\frac{T\eta}{J\chi_a}$ nicht konstant bleibt, sondern mit wachsender Temperatur zunimmt.

Wählt man zur Bestimmung von Z und A die Konstanten N_∞ und b in (20) so, daß die theoretische Kurve sich im Intervall von 500 bis 600° am besten den Beobachtungen anpaßt (siehe Fig. 1), so erhält man

$$\left. \begin{aligned} N_\infty &= 2,2 \cdot 10^5, \\ b &= 2,0 \cdot 10^3 \text{ Grad.} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Dann folgt aus (19') für das Austauschintegral

$$A = 2,74 \cdot 10^{-14} \text{ Erg} \quad (21')$$

und für die Zahl der Nachbarerlektronen

$$Z \cong 7, \quad (21'')$$

bekanntlich kristallisiert Ni in flächenzentriertem Gitter, d. h. die Zahl der Nachbaratome ist $Z' = 12$.

§ 6. *Wärmeabsorption beim Durchgang durch den Curiepunkt.* Die in § 5 erhaltenen Werte für N_∞ und b benutzen wir jetzt zur Berechnung der Wärmeabsorption beim Durchgang durch den Curiepunkt.

* P. Weiss u. R. Forrer, Ann. de phys. (10) 5, 153, 1926.

** Wie man sieht, ist diese Formel für niedrige Temperaturen unanwendbar.

Aus den Messungen von Klinkhardt* für die wahre Wärmekapazität läßt sich die Wärmeabsorption Q_m beim Durchgang durch den Curiepunkt abschätzen. Es ergibt sich

$$Q_m \cong 1,1 \cdot 10^9 \text{ Erg/ccm.} \quad (22)$$

Für den magnetischen Teil der inneren Energie des Kristalls folgt ferner aus der Theorie von Heisenberg**

$$E = -n \frac{ZA}{4} \left[1 - \frac{2A}{kT} \right] \frac{J^2}{J_0^2}, \quad (23)$$

wo n die Zahl der Elektronen pro Kubikzentimeter bedeutet.

Nimmt man an, daß beim Durchgang durch den Curiepunkt Θ das Verhältnis J/J_0 sich von Eins bis Null ändert, so erhält man aus (23) für die Wärmeabsorption bei diesem Übergang

$$Q_m \cong n \frac{ZA}{4} \left(1 - \frac{2A}{k\Theta} \right). \quad (24)$$

Multipliziert und dividiert man die rechte Seite von (24) mit μ_B und berücksichtigt man, daß $n\mu_B = J_0$, so erhält man bei Benutzung von (19')

$$Q_m \cong \frac{1}{2} N_\infty \left(1 - \frac{2b}{\Theta} \right) J_0^2.$$

Setzt man in diesen Ausdruck die Zahlenwerte aus (21) ein, so wird mit $\Theta = 630^\circ K$

$$Q_m \cong 1,0 \cdot 10^9 \text{ Erg/ccm.} \quad (25)$$

Es zeigt sich also befriedigende Übereinstimmung mit dem beobachteten Wert (22).

Bedenkt man, daß die Werte (21) von N und b aus der Suszeptibilität χ_a berechnet worden sind, so sieht man, daß *bei der Erklärung des dritten Prozesses (siehe § 2) die Theorie von Heisenberg Übereinstimmung mit der Erfahrung ergibt.*

* H. Klinkhardt, Ann. d. Phys. **84**, 167, 1927.

** R. N. Fowler u. P. Kapitza, Proc. Roy. Soc. London (A) **124**, 1, 1929; E. C. Stoner, Proc. Leeds Phys. Soc. **2**, 56, 1930.