

Aus dem Physikalischen Institut der Universität Marburg a. d. Lahn

## Die Trägerdichte im Plasma und ihre Bestimmung mit der Impuls-Sonde\*

Von

D. KAMKE und H.-J. ROSE

Mit 7 Figuren im Text

(Eingegangen am 9. Januar 1956)

In allen Fällen, wo man gezwungen ist, unter Verzicht auf die Ermittlung des *Elektronensättigungsstromes* die Bestimmung der Trägerdichte im Plasma aus einer Messung des positiven, *stationären* Sättigungsstromes einer Sonde vorzunehmen, kommt man bei einer Deutung dieses Stromes nach den Angaben der LANGMUIR'schen Theorie, nämlich

$$Q_{PI}^+ = \frac{i}{\sqrt{kT^+/2\pi m}}$$

mit  $T^+ = T_{Gas}$  zu irreführenden Ergebnissen. Man erhält nur dann richtige Resultate, wenn man die Vorstellung der völligen Feldabschirmung am Ende der unipolaren Raumladungsschicht vor der Sonde fallen läßt und eine Übergangsschicht annimmt, in welcher ein Restfeld (penetrating-field) vorhanden ist. Durch dieses Restfeld wird die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der positiven Träger im Plasma so modifiziert, daß diese beim Eintritt in die unipolare Schicht eine Verteilungsfunktion haben, welche das BOYD'sche Schichtkriterium erfüllt; es wird gezeigt, daß von theoretischer Seite Unbestimmtheiten insbesondere bei Aussagen über den Verlauf der positiven Trägerdichte in der Übergangsschicht bestehen bleiben.

Beim Impuls-Sonden-Verfahren wird die Sondenspannung von einem Ausgangswert auf der positiven Sättigungscharakteristik — zu dem eine bestimmte Dicke der unipolaren Schicht gehört — sprunghaft um etwa 100 V erniedrigt (innerhalb weniger als 0,1  $\mu$ sec). Diese Sondenspannungsänderung führt zu einer vergrößerten Dicke der unipolaren Schicht. Daher muß das ganze Ionenpaket, welches sich am Anfang zwischen den beiden zu stationären Zuständen gehörenden Plasmagrenzen befand, zu einem Zusatzsondenstrom führen. Aus diesem Zusatzsondenstrom, der nach einigen  $\mu$ sec abgeklungen ist, läßt sich die Ladungsträgerdichte im *ungestörten* Plasma ermitteln. — Für die Strommessung wird ein besonders entwickelter Differenzverstärker benutzt.

Das Impuls-Sonden-Verfahren liefert Werte für die Trägerdichte im Plasma, welche *unabhängig* von Annahmen über die Übergangsschicht sind. Es können daher grundsätzliche Aussagen über die dort herrschenden Verhältnisse gewonnen werden. Andererseits ergibt sich für die Bestimmung der Trägerdichte aus dem stationären positiven Sättigungsstrom die Beziehung

$$Q_{PI}^+ = \frac{i \sqrt{e}}{\sqrt{kT^+/2\pi m}}$$

Das Verfahren liefert weiterhin Werte für die Einstellzeit von Sonden auf den stationären Stromwert von einigen  $\mu$ sec.

\* Im Auszug vorgetragen beim Deutschen Physikertag, Wiesbaden 1955; siehe Phys. Verh. 6, 175 (1955).

### A. Allgemeines über Sondenmessungen in Gasentladungsplasmen

1. *Die vollständige Sondencharakteristik. Grundzüge ihrer Auswertung nach der LANGMUIRSchen Theorie.* Die wichtigsten Daten der Gasentladungsplasmen sind: Die Elektronentemperatur  $T^-$ , die negative Trägerdichte  $n_{\text{Pl}}^-$ , die positive Trägerdichte  $n_{\text{Pl}}^+$  und die positive Träger-temperatur  $T^+$ . Für ihre Ermittlung ist die Aufnahme der vollständigen Charakteristik einer in das Plasma eingebrachten Sonde das bis heute gebräuchlichste Verfahren\*. Es ist zuerst von LANGMUIR [28] angegeben worden und erfordert die Ermittlung 1. des positiven Sättigungsstromes  $I^+$ , 2. der Anlaufstromkennlinie für die Elektronen und 3. des negativen Sättigungsstromes  $I^-$ . Der theoretischen Deutung der *Sättigungswerte*  $I^-$  und  $I^+$  liegt die Vorstellung zugrunde, daß sich in den entsprechenden Sonden Spannungsbereichen eine unipolare Raumladungsschicht vor der Sonde ausbildet. Diese sog. LANGMUIR-Schicht ist dadurch charakterisiert, daß an ihrer plasmaseitigen Grenzfläche sowohl das von der Sonde ausgehende elektrische Feld vollständig abgeschirmt ist, als auch Wiedereintritt der Quasineutralität erfolgt mit

$$n^+ = n^- = n_{\text{Pl}}^+ = n_{\text{Pl}}^- \quad (1)$$

Dann sind  $I^-$  und  $I^+$  reine Diffusionsströme durch die plasmaseitige Grenzfläche, also

$$I^+ = \frac{1}{4} \varrho_{\text{Pl}}^+ \bar{w}_{\text{Pl}}^+ F_{\text{Sonde}} = \varrho_{\text{Pl}}^+ \bar{v}_{\text{Pl}}^+ F_{\text{Sonde}}, \quad \varrho^+ = q n^+ \quad (2)$$

und

$$I^- = \frac{1}{4} \varrho_{\text{Pl}}^- \bar{w}_{\text{Pl}}^- F_{\text{Sonde}} = \varrho_{\text{Pl}}^- \bar{v}_{\text{Pl}}^- F_{\text{Sonde}}, \quad \varrho^- = q n^- \quad (3)$$

Die vollständige Sondencharakteristik ergibt aus der *Anlaufstromkennlinie* eine weitere Information, nämlich einen Wert für  $T^-$ . Außerdem läßt sich aus ihrem Verlauf eine Aussage über das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz der Elektronen im Plasma entnehmen\*\*\*. Damit ist die Verknüpfung von  $\bar{v}_{\text{Pl}}^-$  mit  $T^-$  möglich, und es folgt aus der Meßgröße  $I^-$

\* Über eine Mikrowellenmethode zur Bestimmung der Elektronendichte vgl. [32].

\*\* Bei Zylinder- und Kugelsonden tritt an Stelle von  $F_{\text{Sonde}}$  schon in der LANGMUIRSchen Theorie ein komplizierterer Geometriefaktor. Im übrigen verläuft die Bestimmung von  $n_{\text{Pl}}^+$ ,  $n_{\text{Pl}}^-$ ,  $T^+$  und  $T^-$  auf dieselbe Weise wie bei ebenen Sonden. Die Möglichkeit der Bestimmung der Trägerdichten aus der quadratischen Auftragung von Zylindersondenkennlinien ist nur im Rahmen der LANGMUIRSchen Theorie exakt begründbar. Wie weit durch moderne Theorien, die in Ziff. 2 geschildert werden, eine Modifikation dieses Verfahrens eintritt, ist noch nicht klar gestellt (vgl. etwa [40]).

\*\*\* Ergibt sich bei der logarithmischen Auftragung der Anlaufstromkennlinie eine Gerade, so liegt MAXWELL-Verteilung vor. Abweichungen hiervon wurden in einer Reihe von Arbeiten gefunden; in manchen Fällen ergab sich, daß Elektronengruppen mit verschiedenen mittleren Geschwindigkeiten im Plasma existieren [7], [5], [10], [13], [15], [17], [16], [21], [25], [26], [31], [33], [35] und [39].

der Wert von  $n_{\text{PI}}^-$ . Wegen der Quasineutralität des Plasmas ist damit auch  $n_{\text{PI}}^+$  bestimmt; der Meßwert von  $I^+$  legt dann  $\bar{v}_{\text{PI}}^+$  fest. Ordnet man unter der Annahme eines MAXWELLSchen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes für die positiven Träger diesen gemäß  $\bar{v}_{\text{PI}}^+$  eine Temperatur  $T^+$  zu, so führt dies zu unwahrscheinlich hohen Ionentemperaturen im Plasma, nämlich in der Größenordnung etwa der halben Elektronentemperatur. Da aber andererseits wegen der Massegleichheit von Ionen und Gasmolekülen und der damit bestehenden guten Energieaustauschmöglichkeit zwischen diesen angenommen werden muß, daß die Ionentemperatur im Plasma etwa gleich der Gastemperatur ist, führt hier die Theorie auf eine untragbare Diskrepanz\*.

Diese Diskrepanz, die bei dem oben beschriebenen Vorgehen „lediglich“ zu einem falschen Wert der positiven Trägertemperatur im Plasma führt, wirkt sich in all den Fällen besonders kraß aus, wo man aus experimentellen Gründen gezwungen ist, auf die Ermittlung des negativen Sättigungsbereiches zu verzichten\*\*. Dann kann nämlich die Bestimmung der positiven Trägerdichte (und damit auch von  $n_{\text{PI}}^-$ , Quasineutralität!) aus dem *positiven* Sättigungsstrom  $I^+$  nach Gl. (2) nur vorgenommen werden, wenn zuvor eine Angabe über die *positive* Trägertemperatur vorliegt. Hierfür steht aber eine Anlaufstromkennlinie, welche eine Aussage über die Eintrittsgeschwindigkeit der Ionen am Schichtende geben würde, nicht zur Verfügung. Man kann nur unter Annahme einer MAXWELL-Verteilung für die Ionen im Plasma mit  $T^+ = T_{\text{Gas}}$  eine mittlere Trägergeschwindigkeit  $\bar{v}^+$  für das Schichtende berechnen und damit aus Gl. (2) eine Trägerdichte  $n_{\text{PI}}^+$  bestimmen. Sie kann nach der oben geschilderten Diskrepanz grob fehlerhaft sein.

Bereits LANGMUIR selbst hat im Jahre 1929 Ansätze zur Behebung dieser Schwierigkeiten publiziert. Erst in neuerer Zeit wurde das Problem wieder in Ausführlichkeit aufgegriffen, um allein aus dem *positiven* Sättigungsstrom fehlerfreie Schlüsse auf die Trägerdichten ziehen zu können\*\*\*.

\* Aus diesem Grunde wurde fälschlicherweise auch den anderen von der LANGMUIR-Theorie gelieferten Werten wenig Vertrauen entgegengebracht.

\*\* Eine Ermittlung des Elektronensättigungsstromes ist z. B. in einer großen Zahl von Bogenentladungen nicht möglich, weil schon bei sehr geringen positiven SONDENSspannungen gegenüber dem Plasma die Entladung zur Sonde zündet oder so hohe Elektronenströme auftreten, daß von einer vernachlässigbaren Beeinflussung der Entladung nicht mehr gesprochen werden kann. Dies gilt besonders für den Fall höherer Betriebsdrucke (um 1 Torr und größer).

\*\*\* Bei Niederdruckentladungen mit Magnetfeld ist eine Ermittlung der Trägerdichten zunächst nur aus dem positiven Sättigungsstrom möglich. Denn bei Elektronenextraktion treten wegen der zu berücksichtigenden Umlaufbewegungen der Elektronen im Magnetfeld zusätzliche Schwierigkeiten in der theoretischen Deutung von  $I^-$  auf (vgl. [II]).

2. Ansätze zur Aufklärung der in der LANGMUIRSchen Theorie auftretenden Schwierigkeiten. a) All diese Ansätze gehen aus von einer Kritik der an der plasmaseitigen Grenze der LANGMUIR-Schicht vorliegenden Verhältnisse bei Ioneneinstrom (negative Sonde). Zunächst hat BOHM [II] für den Fall niedriger Drucke — ausgehend von der bereits von LANGMUIR aufgestellten Plasmagleichung — gezeigt, daß der Einfluß der Elektronen, die auf Grund ihrer thermischen Energie vom Plasma her gegen das negative Sondenfeld anlaufen, nicht vernachlässigbar ist\*. Es wird nämlich wegen ihres Einflusses auf die Raumladung das Sondenfeld am Ende der unipolaren Schicht nicht voll-

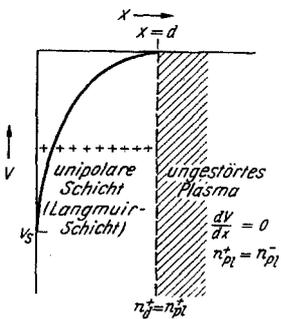


Fig. 1. Die Verhältnisse vor einer negativen Sonde nach der LANGMUIRSchen Theorie ( $V=0$  im ungestörten Plasma)

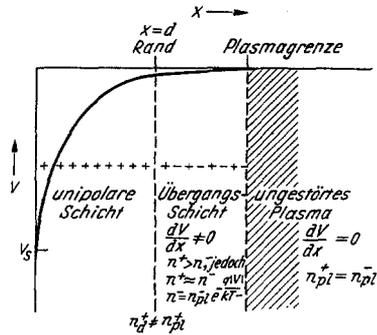


Fig. 2. Die Verhältnisse vor einer negativen Sonde nach den in Ziff. 2 durchgeführten Überlegungen ( $V=0$  im ungestörten Plasma)

ständig abgeschirmt. Die Bezeichnung „LANGMUIR-Schicht“ für diese soll daher hier durch *Unipolarschicht* ersetzt werden. Am *Rand* dieser Unipolarschicht bleibt ein *Restfeld*, so daß erst nach einer *Übergangsschicht* („Extra-Sheath“) das *ungestörte Plasma* erreicht wird. Das weitere Ergebnis ist, daß die Unipolarschicht dort beginnt, wo die Ionen eine mittlere kinetische Energie der Größe  $kT/2$  besitzen.

In Fig. 1 haben wir die Verhältnisse skizziert, wie sie auf Grund der einfachen LANGMUIRSchen Theorie (Ziff. 1) vorliegen. Fig. 2 zeigt, wie sie sich auf Grund der BOHMSchen und der anderen in dieser Ziffer zu behandelnden Überlegungen ergeben.

b) Um die in Fig. 2 dargestellten Verhältnisse zu ergänzen, knüpfen wir an die von BOYD [9] gegebene Darstellung an. Wenn sich vor der Sonde ein stabiler Strömungszustand (Ioneneinstrom) ausbilden soll, so muß das Potential zur Sonde hin monoton abfallen. Das bedeutet, daß zumindest am Rand (vgl. Fig. 2) der Potentialverlauf mit negativer Krümmung ansetzt, also von dort an die positive Ladungsdichte über-

\* Dagegen ist der Einfluß der gegen ein positives Sondenfeld anlaufenden Ionen zu vernachlässigen, weil ihre thermische Energie im Plasma wesentlich kleiner ist als die der Elektronen.

wiegt. BOYD zeigt, daß damit für die Geschwindigkeitsverteilung  $f(v_d^+)$  [bzw.  $f(\varepsilon)$ , mit  $\varepsilon = \frac{1}{2} m (v_d^+)^2$ ] am Rand die Bedingung besteht

$$\frac{\int_0^\infty f(\varepsilon) \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon}{\int_0^\infty f(\varepsilon) \varepsilon^{-\frac{1}{2}} d\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty f\left(\frac{m}{2} v_d^{+2}\right) \frac{m}{2} v_d^{+2} dv_d^+}{\int_0^\infty f\left(\frac{m}{2} v_d^{+2}\right) dv_d^+} \geq \frac{1}{2} kT^- \quad (4)$$

d.h. beim Eintritt in die Unipolarschicht muß die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen so beschaffen sein, daß ihre mittlere kinetische Energie  $\geq \frac{1}{2} kT^-$  ist\*. Diese von BOYD als „Schichtkriterium“ bezeichnete Bedingung (4) gilt unabhängig vom Verhältnis von mittlerer freier Weglänge zu Schichtdicke. Die Bedingung (4) kann nicht erfüllt werden, wenn für die Ionen eine einkomponentige MAXWELL-Verteilung

$$f(\varepsilon) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{m v_d^{+2}}{2 kT^+}\right) \quad (5)$$

eingesetzt wird, wie dies im Rahmen der einfachen LANGMUIRSchen Theorie zu fordern wäre. Denn im Rahmen dieser Theorie müßte am Rand bereits wieder ungestörtes Plasma beginnen (vgl. Fig. 1) mit  $T^+ = T_{\text{Gas}}$ , obwohl aus (4) folgt  $T^+ \geq T^-$ . Dies ist der schon in Ziff. 1 geschilderte Widerspruch.

c) Um (4) zu erfüllen, muß die Existenz eines durchgreifenden Feldes (penetrating-field) in einer Übergangsschicht (s. Fig. 2) gefordert werden. BOYD macht für die Übergangsschicht folgende Annahmen\*\*:

1. Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung durch die ganze Übergangsschicht unter Beibehaltung des ebenen Ansatzes\*\*\*, d.h.

$$n^+(x) \bar{v}^+(x) = n_{\text{PI}}^+ \bar{v}_{\text{PI}}^+. \quad (6)$$

\* Die Bedingung (4) ist hier und bei BOYD für den eindimensionalen ebenen Fall formuliert. Bei anderer Geometrie wäre  $v_d^+$  zu ersetzen durch die Normalkomponente der Ionengeschwindigkeit am Rand.

\*\* Wir beziehen uns nur auf den bei BOYD als „high pressure case“ bezeichneten Fall. Im sog. „low pressure case“ verweist BOYD ebenfalls auf die Untersuchungen LANGMUIRS aus dem Jahre 1929 (vgl. Ziff. 2a). Die später zu behandelnde Größe  $V_d$  ergibt sich in diesem Fall zu  $0,7 kT^-$ .

\*\*\* Bei Kugel- und Zylindersonden kann man ihrer Geometrie wegen die Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung unter Beibehaltung des entsprechenden geometrischen Ansatzes immer fordern, ohne sich damit sonderlich fest zu legen; denn man hat durch Einführung einer geeigneten „wirksamen Sondenoberfläche“ immer die Möglichkeit, den positiven Sättigungsstrom zu deuten, ohne damit eine einschränkende Verknüpfung zwischen  $\bar{v}_d^+$  und  $\bar{v}_{\text{PI}}^+$  einzuführen. — Es sei bemerkt, daß der Fall der ebenen Geometrie bei der Annahme von über die Unipolarschicht hinausgreifenden Feldern und der damit wahrscheinlich verbundenen Störung gerade dieser ebenen Geometrie rechnerisch wesentlich unzugänglicher ist.

2. Dichteverteilung der Elektronen nach dem BOLTZMANN-Prinzip, d.h.

$$n^-(x) = n_{\text{Pl}}^- \exp\left(-\frac{q|V(x)|}{kT^-}\right), \quad (7)$$

wobei  $V(x)$  für das Plasma zu Null normiert ist.

3. Die Ionenbewegung gehorcht einem bestimmten Beweglichkeitsansatz.

4. Quasineutralität in der Übergangsschicht, d.h. auch die Dichteverteilung der Ionen ist gegeben durch

$$n^+(x) = n_{\text{Pl}}^+ \exp\left(-\frac{q|V(x)|}{kT^-}\right). \quad (8)$$

Mit diesen Annahmen kommt man nun zwar zu Aussagen über den Potentialverlauf in der Übergangsschicht und damit zu einem Wert des Potentials am Rand ( $V_d$ )\*. BOYD prüft aber nicht, ob die so erhaltene Funktion  $V(x)$  außerdem in diesem Gebiet auch die Potentialgleichung befriedigt. Zum anderen erscheint uns die Annahme der Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung durch die ganze Übergangsschicht hin bis zum ungestörten Plasma unter Beibehaltung des ebenen Ansatzes nicht statthaft. Mit einer solchen Annahme wäre nämlich der experimentell ermittelte Sättigungsstrom wieder zu deuten als

$$I^+ = q n_{\text{Pl}}^+ \bar{v}_{\text{Pl}}^+ F_{\text{Sonde}} \quad (9)$$

und  $\bar{v}_{\text{Pl}}^+$  wäre zu berechnen als

$$\bar{v}_{\text{Pl}}^+ = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8kT^+}{\pi m}} \quad (10)$$

mit  $T^+ = T_{\text{Gas}}$ . Damit stehen wir vor derselben Schwierigkeit, die den Anlaß zur Kritik der alten LANGMUIRSchen Theorie ergab.

Zieht man außerdem in Betracht, daß in der Übergangsschicht wegen der noch in großer Zahl vorhandenen Elektronen Ionisationsprozesse stattfinden können, so wird klar, daß die Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung (6) auch aus diesem Grunde nicht mehr angenommen werden kann. Wir haben daher die Kontinuitätsgleichung im Ansatz des ebenen Problems nur vom Rand bis zur Sonde hin gefordert. Es wird sich zeigen, daß auch der ebene Ansatz für die hier durchgeführten Überlegungen gerechtfertigt ist, da die auftretenden Schichtdicken  $d$  der Unipolar-schicht klein sind gegen den Sondendurchmesser (vgl. Ziff. 13).

d) Für das ganze Problem lassen sich überhaupt nur wenige physikalisch unmittelbar einsichtige Forderungen angeben:

1. Wenn es überhaupt ein Gebiet gibt, welches als „ungestörtes Plasma“ zu bezeichnen ist\*\*, so muß von dort an bis zur Sonde  $V(x)$

\* Ebenfalls gewinnt man Angaben über die Ausdehnung der Übergangsschicht.

\*\* Sonst übt die Sonde einen so großen Einfluß auf die Entladung aus, daß sie nicht mehr als „Sonde“ zu bezeichnen ist.

monoton und ohne Vorzeichenwechsel der Krümmung auf den Wert  $V_s$  absinken, wie dies in Fig. 2 bereits dargestellt wurde. Die Anwendung dieser Forderung am Rand führte schon zum BOYD'schen Kriterium (4).

2. Aus dieser Forderung resultiert sofort, daß von der Plasmagrenze bis zur Sonde  $n^+ > n^-$  sein muß\*.

3. Vor der Sonde existiert eine unipolare Schicht, in welcher der überwiegende Anteil des Sondenfeldes abgeschirmt wird. Der Übergang von der Unipolarschicht zum ungestörten Plasma, d.h. der Potentialverlauf und die Trägerdichte in der Übergangsschicht werden nur durch Eigenschaften des ungestörten Plasmas bestimmt.

4. In der Übergangsschicht wird das Energiespektrum der positiven Ionen gerade so modifiziert, daß die Ionen beim Eintritt in die Unipolarschicht das BOYD'sche Kriterium (4) erfüllen.

5. Wie schon oben betont, soll nur in der Unipolarschicht die Kontinuitätsgleichung gelten:

$$\varrho^+(x) \bar{v}^+(x) = \varrho_d^+ \bar{v}_d^+ \quad (6a)$$

e) Wir erfüllen zunächst die Bedingung (4), indem wir die Forderung  $T^+ = T_{\text{Gas}}$  am Rand fallen lassen und ansetzen

$$f(\varepsilon) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{m v_d^{+2}}{2 k T}\right). \quad (11)$$

Diesem Ansatz liegt zugrunde, daß im Feld der Übergangsschicht die mittlere Energie der Ionen von ihrem Wert im Plasma  $k T_{\text{Gas}}$  auf  $k T$  an der Stelle  $d$  (Rand) erhöht worden ist. Zu der Verteilungsfunktion (11) gehört als Mittelwert der Ionenenergie am Rand

$$\frac{m}{2} \bar{v}_d^{+2} = \frac{1}{2} k T \quad (12)$$

und als Mittelwert der Geschwindigkeit in  $(-x)$ -Richtung (auf die Sonde zu)

$$\bar{v}_d^+ = \sqrt{\frac{k T}{2 \pi m}}. \quad (13)$$

Da wir die Kontinuitätsgleichung nur von  $x=0$  bis  $x=d$  benutzen wollen (Forderung 5) und wir jetzt eine Aussage über  $\bar{v}_d^+$  haben, fehlt uns nunmehr zur Deutung des positiven Sättigungsstromes  $I^+ = \varrho_d^+ \bar{v}_d^+ F_{\text{Sonde}}$  noch ein Wert für  $\varrho_d^+$ . Ein solcher ist aber nicht durch die bisher aufgestellten Forderungen allein zu erhalten. Man muß eine zusätzliche Angabe über die Dichteverteilung der positiven Träger in der Übergangsschicht gewinnen: Zunächst nimmt man an, daß die Elektronen im Felde der Übergangsschicht, gegen das sie anlaufen, einer BOLTZMANN-Verteilung gehorchen, also

$$\varrho^-(x) = \varrho_{\text{Pl}}^- \exp\left(-\frac{q|V(x)|}{k T^-}\right) \quad (14)$$

\*  $n^+ = n^-$  soll nur im Plasma gelten.

ist. Da nach Forderung 3 nur noch ein *Restfeld* in die Übergangsschicht hinausgreift, dürfen sich die Trägerdichten in dieser nur wenig voneinander unterscheiden. Das heißt  $n^+$  wird zwar größer sein als  $n^-$ , sein Verlauf aber wenig von dem von  $n^-$  verschieden sein. Wir setzen daher an

$$\varrho^+(x) = \varrho_{\text{PI}}^+ \exp\left(-\frac{\gamma q |V(x)|}{kT^-}\right), \quad (15)$$

wobei  $0 < \gamma \leq 1$  ist und  $\gamma$  als Funktion von  $x$  an der Grenze des ungestörten Plasmas den Wert 1 annimmt, also dort  $\varrho^+ = \varrho^-$  ist. Um  $\varrho^+$  bei  $x=d$  zu erhalten, muß noch eine Aussage über  $V_d$  gewonnen werden: einerseits sollen in der Unipolarschicht wesentlich nur positive Träger vorhanden sein, andererseits sollen in der Übergangsschicht, und zwar vom Plasma bis zum Rand, beide Trägersorten merklich zur Raumladung beitragen. Es erscheint daher sinnvoll, die Grenze\* zwischen Unipolarschicht und Übergangsschicht dort zu ziehen, wo  $qV_d = kT^-$  ist\*\*. Damit folgt als Wert für die positive Trägerdichte am Rand

$$\varrho_d^+ = e^{-\gamma d} \varrho_{\text{PI}}^+; \quad 0 < \gamma d < 1. \quad (16)$$

f) Die obigen Ausführungen zeigen, daß man nur zu wenig quantitativ befriedigenden Aussagen gelangt, wenn man sich nur auf die physikalisch unmittelbar einsichtigen Forderungen stützt.

WENZL [40] hat speziell für den Fall niedriger Drucke und bei kugelsymmetrischer Geometrie von etwas anderen Gesichtspunkten ausgehend das Problem aufgegriffen. Er konnte in diesem Fall auf die Form der Ionenbahnen zurückgreifen und unter Einführung *mehrerer* Übergangsschichten Korrekturfaktoren für die Deutung des positiven Sättigungsstromes  $I^+$  gewinnen. Diese aber hängen selbst teilweise von den noch unbekanntem Plasmadaten ab, so daß das Ergebnis stets ähnliche Unsicherheiten für die quantitative Auswertung der Charakteristik enthält, wie sie sich bei uns durch den unbekanntem Wert von  $\gamma$  bei  $x=d$  äußern. Aber auch bei ihm finden sich Aussagen über die Ionengeschwindigkeit an der von ihm eingeführten Plasmagrenze: dort ist die mittlere Ionengeschwindigkeit (auf die Sonde zu) gegeben durch

$$\frac{1}{2} m (\bar{v}^+)^2 = \frac{1}{2} kT^-. \quad (17)$$

Desgleichen erfolgt in den Übergangsschichten ein exponentielles Absinken der Trägerdichten gemäß dem BOLTZMANNschen Ansatz.

g) Nach diesen Darlegungen ist ersichtlich, daß die Bestimmung der Trägerdichte im Plasma einer Gasentladung auf Grund stationärer

\* Natürlich ist diese Grenze physikalisch nicht scharf.

\*\* Man kann auch auf anschaulichere Weise einen Zugang zu dem Wert von  $V_d$  gewinnen: Wie schon von BOYD bemerkt, hat nämlich  $V_d$  im Rahmen der vollständigen Sondencharakteristik eine physikalische Bedeutung. Es ist die Differenz zwischen dem Sondenpotential, bei dem der Elektronensättigungsstrom erscheint und dem Sondenpotential, bei dem sich eine positive Ionenschicht ausbildet, also beim Eintritt in den positiven Sättigungsstrom. Das heißt  $V_d$  ist festgelegt durch den Spannungsbereich, über den sich der Anlaufstrom erstreckt, also durch  $kT^-$ .

Sondenmessungen nur dann mit genügender Genauigkeit durchführbar ist, wenn eine Messung des *Elektronensättigungsstromes* möglich ist. Ein Weg, der vom *positiven* Sättigungsstrom ausgeht, ist wegen der geschilderten quantitativen Unsicherheit in der theoretischen Deutung des Ionensättigungsstromes kaum gangbar.

Wir haben daher versucht, an Stelle der stationären Methode ein nichtstationäres Verfahren zu entwickeln (*Impuls-Sonden-Verfahren*). In diesem wird zwar auch von der Vorstellung der Ausbildung einer Unipolarschicht Gebrauch gemacht, es erweist sich aber in erster Näherung als unabhängig von besonderen Annahmen über die Übergangsschicht und über die Verhältnisse am Ende der Unipolarschicht.

## B. Theorie des neuen Meßverfahrens (Impuls-Sonden-Verfahren) zur Bestimmung der Trägerdichte im Plasma

3. *Grundgedanken des Verfahrens und Definition von Abbauladung, Abbauzeit und Rekonvaleszenzzeit.* In den vorhergehenden Ziffern wurde gezeigt, daß sich bei Erfüllung des BOYD'schen Kriteriums (4) eine *unipolare* positive Trägerschicht bei negativen Sondenspannungen gegenüber dem Plasma ausbildet. Diese Unipolarschicht entspricht der alten LANGMUIR-Schicht.

Befindet sich also eine ebene Sonde (nur dieser Fall wird hier rechnerisch durchgeführt und meßtechnisch benutzt) auf einem Ausgangs- oder „Ruhe“-Potential  $V_{S1}$ , so gehört dazu eine ganz bestimmte Dicke der Unipolarschicht  $d_1$ .  $V_{S1}$  soll so gewählt sein, daß wir uns gerade im Bereich des positiven Sättigungsstromes befinden, also einige Volt negativ gegen das Plasma. Wir ändern jetzt sprunghaft die Sondenspannung von  $V_{S1}$  auf den weiter im Negativen liegenden Wert  $V_{S2}$ . Dann gehört zu  $V_{S2}$  ein neuer stationärer Zustand mit einer neuen Unipolarschichtdicke  $d_2$ . Die Zeit, die bis zur Ausbildung dieses neuen stationären Zustandes benötigt wird, nennen wir die *Abbauzeit*. Wird  $V_{S2}$  nur klein genug gegen  $V_{S1}$  gewählt, so ist auch  $d_2$  groß gegen  $d_1$ . Damit sich der zu  $V_{S2}$  gehörende neue stationäre Zustand ausbilden kann, müssen die Elektronen, die sich zwischen  $d_1$  und  $d_2$  befanden, Kräfte erfahren, die sie aus diesem Gebiet hinaustreiben. Für die dort sitzende Ionenwolke bedeutet dies, daß sie auf die Sonde hin bis auf den zu dem neuen stationären Zustand gehörenden Rest abgebaut wird. Während der Abbauzeit muß also ein zum stationären Strom *zusätzlicher* Strom an der Sonde auftreten, welcher als *Abbaustrom* zu bezeichnen ist. Die Schichtdicken  $d_1$  und  $d_2$  sind berechenbare Größen (vgl. Ziff. 4 bis 7).

Zur Berechnung dieser Werte braucht man lediglich die Kontinuitätsgleichung, die POISSON-Gleichung, einen bestimmten Ansatz für die Bewegung der Ionen in der Schicht und die Vorgabe der Werte für die elektrische Feldstärke, das Potential und die Ionengeschwindigkeit am Rand. Nur in diese Randwerte gehen die in

Ziff. 2 dargestellten Unsicherheiten ein. Aber es ergibt sich, daß selbst bei ungünstigsten Abschätzungen diese Größen keinen merklichen Einfluß auf die Schichtdickenwerte haben.

Ebenfalls werden wir die Raumladungsverläufe, die zu den beiden stationären Zuständen gehören, angeben können\*. Zur Berechnung dieser Kurven werden dieselben Angaben benötigt wie bei der Schichtdickenberechnung. Jedoch ist hier durch die Abschätzung des Wertes

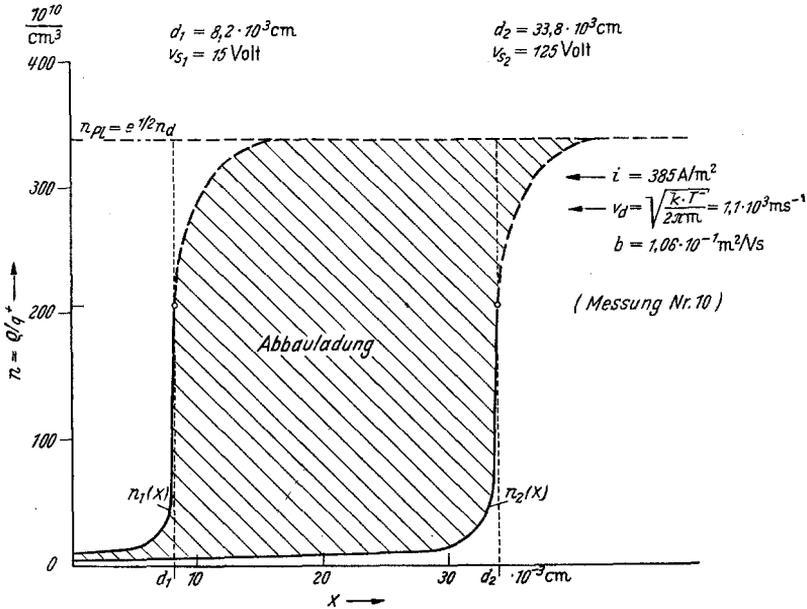


Fig. 3. Verlauf der positiven Trägerdichte vor einer negativen Sonde für zwei verschiedene Sondenspannungen (Rechnung mit dem  $b$ -Ansatz, Ziff. 5b)

von  $\bar{v}_d^+$  wegen der Gültigkeit der Kontinuitätsgleichung in der Unipolarschicht ( $q_d^+ \bar{v}_d^+ = i$ ) der Wert von  $q_d^+$  mit derselben Unsicherheit behaftet wie  $\bar{v}_d^+$ . Zunächst können wir aber nach Vorgabe eines bestimmten, abgeschätzten  $\bar{v}_d^+$  den Wert von  $q_d^+$  angeben und den Verlauf von  $q$  in der Unipolarschicht aufzeichnen. Dies ist in Fig. 3 geschehen (ausgezogene Kurven; sie sollen zunächst nur als schematische Darstellungen gewertet werden). Will man schließlich  $q_{PI}^+$  berechnen, so findet man hier natürlich gerade die Schwierigkeit wieder, welche bei der stationären Methode auftrat: die Berechnung von  $q_{PI}^+$  erfordert die Kenntnis von  $\gamma_d$ , und die Berechnung des ganzen Raumladungsverlaufes durch die Übergangsschicht bis zum Plasma erfordert die Kenntnis von  $\gamma$  in diesem Gebiet.

\* Die Beschränkung auf die Berechnung nur dieser beiden stationären *Begrenzungszustände* entspricht der Unmöglichkeit, eine exakte Lösung der den gesamten Vorgang beschreibenden nichtstationären Gleichungen angeben zu können.

Für  $\gamma$  besitzen wir aber nur die Abschätzung  $0 < \gamma \leq 1$ , wenn auch tatsächlich  $\gamma$  durch das ganze Problem implizit festgelegt ist. Die Fortsetzung der Raumladungskurven bis zum ungestörten Plasma hin ist also mit gewissen Willkürlichkeiten behaftet. Nach Ziff. 2 ist aber der Raumladungsverlauf dort nur durch Eigenschaften des Plasmas bestimmt. Das heißt  $q_d$  und der Verlauf von  $q$  in der Übergangsschicht ist unabhängig vom Sondenpotential  $V_S$ : für zwei verschiedene  $V_S$  handelt es sich um parallel verschobene Kurvenstücke. Für die beiden Sonden Spannungswerte  $V_{S_1}$  und  $V_{S_2}$  beträgt die Verschiebung  $d_2 - d_1$  (Fig. 3, gestrichelte Kurvenstücke). Wären auch die beiden ausgezogenen Kurvenstücke lediglich gegeneinander parallel verschoben, so wäre also die Differenzfläche zwischen den beiden Kurven unabhängig von allen Annahmen über die Randwerte bei  $x = d$ , also unabhängig von speziellen Annahmen über die Übergangsschicht. Zwar sind die ausgezogenen Kurven nicht streng parallel, aber die hierdurch noch übrigbleibenden Unsicherheiten sind zu vernachlässigen (vgl. Ziff. 5 b). — Die Fläche zwischen den beiden Kurven, wie sie eben beschrieben wurden, bestimmt eine Ladung. Sie ist gerade diejenige Ionenwolke, welche bei einem Übergang der Sonden spannung von  $V_{S_1}$  nach  $V_{S_2}$  abgebaut wird und welche daher als *Abbauladung* bezeichnet wird. Das zeitliche Integral des Abbaustromes liefert den *Meßwert* für die Abbauladung. Ihr theoretischer Wert hängt von  $d_2 - d_1$  ab und wird in genügender Näherung gegeben sein durch

$$Q_A = F_{\text{Sonde}} q_A = F_{\text{Sonde}} q_{\text{Pl}}^+ (d_2 - d_1), \quad (18)$$

also durch das in Fig. 3 gestrichelt eingezeichnete Rechteck. Wie oben betont, ist dabei im Einzelfall zu prüfen, ob die Verläufe der beiden Funktionen  $q_1^+$  und  $q_2^+$  auch *innerhalb* der Schichten genügend wenig voneinander abweichen.

Wir haben damit im *Impuls-Sonden-Verfahren* eine Methode zur Bestimmung von  $q_{\text{Pl}}$ , bei welcher die in Abschnitt A dargelegten Unsicherheiten vermieden sind. Das Verfahren kann deshalb zur Prüfung der stationären Methoden dienen.

Die zur Anwendung des Verfahrens noch durchzuführenden *Berechnungen* sind: 1. Schichtdicken, 2. Raumladungsverläufe und Prüfung der Näherungsformel für  $Q_A$  [Gl. (18)].

Die *experimentelle* Anwendung der Methode erfordert: 1. Herstellung von Sonden spannungsänderungen, die für den Abbauvorgang als unendlich kurz gelten können, 2. Messung des Abbaustromes.

Abschließend sei bemerkt, daß bei Rückgängigmachen der Spannungsänderung  $V_{S_2} \rightarrow V_{S_1}$  der Vorgang umgekehrt verlaufen muß. Die dabei auftretende *Rekonvaleszenzzeit* braucht mit der Abbauzeit nicht übereinzustimmen, hingegen muß das Integral des auftretenden „Fehl-

stromes“ eine „Fehlladung“ ergeben, die in ihrer Größe der Abbauladung gleich ist.

4. *Schichtdickenberechnungen. Zusammenstellung der Ansätze.* Die zur Verfügung stehenden Beziehungen und Ansätze sind folgende: In der Unipolarschicht muß das Potential der Poisson-Gleichung

$$\Delta V = \frac{1}{\epsilon_0} \rho^+ \quad (19)$$

gehörchen. Ferner gilt dort die Kontinuitätsgleichung

$$\operatorname{div} \rho v^+ = 0, \quad (20)$$

wie wir in Ziff. 2 ausführlich besprochen haben. Für die Bewegung der Ladungsträger durch die Unipolarschicht, d.h. für den Zusammenhang von mittlerer Trägergeschwindigkeit  $v^+$  mit elektrischer Feldstärke  $\mathcal{E}$ , bzw. elektrischem Potential  $V$  sind folgende Ansätze möglich:

a) Normaler Beweglichkeitsansatz (*b-Ansatz*)

$$v^+ = \frac{b^+}{p_0} \mathcal{E} = b \mathcal{E}. \quad (21)$$

b) SENA-WANNIERSCHER Beweglichkeitsansatz ( $\mu$ -Ansatz)\*

$$v^+ = \frac{\mu^+}{\sqrt{p_0}} \sqrt{|\mathcal{E}|} e = \mu \sqrt{|\mathcal{E}|} e, \quad \text{mit } e = \frac{\mathcal{E}}{|\mathcal{E}|}. \quad (22)$$

c) Freier Fall-Ansatz.

Die numerischen Werte für  $b$  und  $\mu$  sind der Arbeit von HORNBECK [20] entnommen, gehen also auf neuere Messungen zurück. Weitere experimentelle und theoretische Angaben daselbst und [6], [7], [12], [18], [19], [30], [37], [41] und [42]. — Für  $p_0$  ist nach HORNBECK einzusetzen

$$p_0 = \frac{273 p [^\circ\text{K}]}{T},$$

wobei  $p$  der gemessene Druck und  $T$  die Gastemperatur ist.  $b^+$  und  $\mu^+$  haben die in Tabelle 1 angegebenen Werte. Nach HORNBECK ist mit dem  $\mu$ -Ansatz zu rechnen bei

He für  $E/p_0 > 0,2 \cdot 10^3$  V/cm Torr,

Ne für  $E/p_0 > 0,4 \cdot 10^3$  V/cm Torr,

A für  $E/p_0 > 0,6 \cdot 10^3$  V/cm Torr.

Tabelle 1. *Ionenbeweglichkeiten*

	$b^+$ cm/sec V/cm Torr	$\mu^+$ cm/sec (V/cm Torr) $^{\frac{1}{2}}$
He <sup>+</sup> in He	$8,21 \cdot 10^3$	$4,0 \cdot 10^4$
Ne <sup>+</sup> in Ne	$3,34 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^4$
A <sup>+</sup> in A	$1,24 \cdot 10^3$	$0,82 \cdot 10^4$

Der  $b$ -Ansatz gilt streng natürlich nur für  $E/p_0 \rightarrow 0$ . In die Formeln für die Schichtdicken gehen die Beweglichkeiten in der Form  $b^{\frac{1}{2}}$  und  $\mu^{\frac{1}{2}}$  ein. Die Endergebnisse sind damit unempfindlich gegen Unsicherheiten in den Zahlenangaben von  $b$  und  $\mu$ .

Unter diesen Ansätzen sind im Druckbereich über 1 Torr und bei den bei uns vorkommenden Trägerdichten lediglich der  $b$ - und  $\mu$ -Ansatz

\* Siehe [34] und [38].

zu verwenden\*. Denn die Schichtdicken ergeben sich als wesentlich größer als die bei diesen Drucken vorliegenden freien Weglängen der positiven Träger. Wir werden deshalb die aus Ansatz c (Freier-Fall-Ansatz) folgende Schichtdickenformel nur der Vollständigkeit halber angeben.

5. Der *b*-Ansatz. a) *Schichtdickenberechnung*. Die ebene Sonde befinde sich bei  $x=0$  (Richtung der  $x$ -Achse positiv von der Sonde zum Plasma). In der Unipolarschicht ist das Potential  $V(x)$  negativ, bei  $x=0$  sei sein Wert mit  $V_s$ , bei  $x=d$  (Rand) mit  $V_a$  bezeichnet, und im ungestörten Plasma nehme  $V(x)$  den Wert Null an. Die Randbedingungen für  $x=d$  sollen vorläufig offen gelassen werden, insbesondere wird dort also weder Feldfreiheit noch Quasineutralität gefordert.

Beim ebenen Problem ist das Integral der Gl. (20)

$$\varrho v^+ = i. \quad (23)$$

Mit  $i = -i$  und  $v^+ = -\bar{v}^+$ , und somit  $\varrho^+ = i/\bar{v}^+$  lautet unter Berücksichtigung von (21) die Differentialgleichung für das Potential nach Gl. (19)

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{i}{\varepsilon_0 b} \left( \frac{dV}{dx} \right)^{-1}. \quad (24)$$

Hieraus errechnet man als Lösung für den Potentialverlauf in der Unipolarschicht

$$V(x) - V_a = -\frac{\varepsilon_0 b}{2i} \frac{2}{3} \left[ \frac{2i}{\varepsilon_0 b} (d-x) + E_a^2 \right]^{\frac{3}{2}} + \frac{\varepsilon_0 b}{2i} \frac{2}{3} E_a^3. \quad (25)$$

Damit wird die elektrische Feldstärke  $\mathfrak{E} = -E = -\frac{dV}{dx}$

$$E = \left[ \frac{2i}{\varepsilon_0 b} (d-x) + E_a^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (26)$$

und somit die Driftgeschwindigkeit der Träger in der Unipolarschicht

$$\bar{v}^+ = b \left[ \frac{2i}{\varepsilon_0 b} (d-x) + E_a^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Aus Gl. (23) folgt damit für den Raumladungsverlauf innerhalb der Unipolarschicht

$$\varrho^+ = \frac{i}{b} \left[ \frac{2i}{\varepsilon_0 b} (d-x) + E_a^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Auf Grund der Beziehung (24), welche auch für das Schichtende  $x=d$  gilt, folgt, daß  $E_a$  und  $\bar{v}_a^+$  nicht unabhängig voneinander wählbar sind, sondern daß

$$\bar{v}_a^+ = b E_a. \quad (29)$$

\* In den Ansätzen a) und b) müßte bei voller Allgemeinheit noch ein reiner Diffusionsanteil berücksichtigt werden. Nach den Rechnungen von BORONIS [8] zeigt sich aber schon für den *b*-Ansatz, daß bereits bei Sondenspannungen von einigen Volt die Bewegung der Träger im wesentlichen durch das in der Schicht herrschende Feld bestimmt ist und daß für die Berechnung der Schichtdicke der Diffusionsanteil vernachlässigbar ist.

Wie wir in Ziff. 2 ausführlich dargelegt haben, ist der Zahlenwert von  $\bar{v}_d^+$  nur durch Plasmaeigenschaften bestimmt und wir haben in den Formeln (13) und (17) Beziehungen vor uns, die eine Abschätzung von  $\bar{v}_d^+$  erlauben, da wir in unseren Messungen jeweils durch eine zusätzliche stationäre Sondenmessung die Elektronentemperatur  $T^-$  ermittelt haben\*. Wir schlossen uns der von WENZL gegebenen Abschätzung (17) an, weil damit  $E_d$  größere Werte bekommt als nach Gl. (13), nämlich

$$E_d = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{kT^-}{m}} \quad ** \quad (29a)$$

Damit haben wir eine Abschätzung, die die Maximalwerte für die Korrekturterme in den Gln. (25) bis (28) liefert, also eine obere Schranke für den Einfluß, den diese Terme gewinnen können.  $E_d$  hat die Bedeutung der in Ziff. 2 besprochenen Restfeldstärke am Rand. Man erkennt aus Gl. (22) ( $\mu$ -Ansatz) unmittelbar, daß die Restfeldstärke bei Zugrundelegung des  $\mu$ -Ansatzes einen anderen Wert als beim  $b$ -Ansatz erhält. Es zeigt sich aber bei der numerischen Durchrechnung, daß beide sich nur unwesentlich voneinander unterscheiden\*\*\*.

Die Unipolarschichtdicke  $d$  ergibt sich in ihrer Abhängigkeit vom Sondenpotential aus Gl. (25), wenn dort  $V = V_s$  gesetzt wird:

$$d = \left(\frac{\epsilon_0 b}{2i}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \left\{ \left[ (-V_s + V_d) + \frac{\epsilon_0 b}{2i} \frac{2}{3} E_d^3 \right]^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{\epsilon_0 b}{3i}\right)^{\frac{2}{3}} E_d^2 \right\}. \quad (30)$$

*Fehlerdiskussion* für den Ersatz von Formeln (30) (Unipolarschichtdicke) durch den vereinfachten Ausdruck (32):

Für  $V_d$  haben wir in Ziff. 2 die Größenordnung  $kT^-$  abgeschätzt, also bei Elektronentemperaturen bis zu 30000° K (Maximalwert in den von uns untersuchten Entladungen) etwa 3 V. Lassen wir als kleinste Werte des Sondenspannungsbetrags 15 bis 20 V zu, so liegt die durch  $V_d$  bewirkte Korrektur der Unipolarschichtdicke unter 10%. Man kann aber durch eine sehr einfache Methode sogar noch den

\* Die Elektronentemperatur wurde vermittels des von JOHNSON und MALTER [23] entwickelten Doppelsondenverfahrens bestimmt. Die große Brauchbarkeit dieses Verfahrens beruht auf seiner Arbeitsweise beim statischen Sondenpotential (floating-potential). Es treten nur Maximalströme auf, die gleich den positiven Sättigungsströmen der Einzelsonden sind. Das Übergangsgebiet wird durch anlaufende Elektronen bestimmt, aus ihm läßt sich die Elektronentemperatur auf einfache Weise ermitteln. Daher kann dieses Verfahren auch angewandt werden, wo vermittels der Einzelsonde eine Aufnahme der vollständigen Charakteristik nicht möglich ist. Will man aber darüber hinaus noch Rückschlüsse auf die Trägerdichten im Plasma ziehen, so sind erneut Annahmen über die Deutung des Ionensättigungsstromes erforderlich. Man steht dann vor denselben Schwierigkeiten, wie sie in Ziff. 1 geschildert wurden.

\*\* Wählt man den Ansatz des freien Falles durch die Schicht, so bleiben zunächst  $v_d$  und  $E_d$  unabhängig voneinander wählbar, da hier die Geschwindigkeit der Träger nicht mit  $E$  sondern mit  $V$  verknüpft ist. Man hat zwar Abschätzungen für  $v$  und  $V$ , eine unmittelbare Abschätzung für  $E$  ist nicht möglich.

\*\*\* Mit der Abschätzung nach Gl. (13) würde sich ergeben:  $E_d = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{kT^-}{2\pi m}}$ .

Einfluß von  $V_d$  annähernd eliminieren, wenn man  $V_S$  nicht vom Plasmapotential an mißt, sondern vom statischen Sondenpotential an (denn dies ist  $\approx V_d$ )\*. Dies bedeutet obendrein noch meßtechnisch eine große Erleichterung, da es nicht mehr nötig ist, das Plasmapotential zu bestimmen und man bei allen Messungen die Sondenspannungen auf den experimentell leicht zu ermittelnden Wert des statischen Sondenpotentials beziehen kann.

Setzt man in Gl. (30) den Wert von  $E_d$  aus Gl. (29a) ein, so wird die Schichtdicke

$$d = \left(\frac{\epsilon_0 b}{2i}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \left[ (-V_S + V_d) + \frac{\epsilon_0 b}{3i b^3} \left(\frac{kT^-}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} - \left[ \frac{\epsilon_0}{3i b^2} \left(\frac{kT^-}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} \right\}. \quad (31)$$

Für die von uns vorgenommenen Untersuchungen an Bogenentladungen in He, Ne und A in einem Druckbereich von 1 bis 40 Torr bei Entladungsströmen von 0,4 bis 4 Amp ergibt sich für die mit  $T^-$  behafteten Korrekturglieder folgendes: sie liegen im Druckbereich von 1 bis 12 Torr in der Größenordnung von einigen  $10^{-2}$  V bis etwa 1 V, sind also bei Werten von  $V_S \leq -20$  V zu vernachlässigen; lediglich bei drei der von uns durchgeführten Messungen bei dem extrem hoch gewählten Druck von 40 Torr an Entladungen in Ne (4 Amp), Ne (2 Amp) und A (3 Amp) bekommen die Korrekturterme mit der von uns gewählten *ungünstigsten* Abschätzung Werte zwischen 1,9 und 10 V. Da das Impuls-Sonden-Verfahren eine *Differenzmethode* ist, so bleiben die Fehler in der Schichtdickendifferenz unterhalb 10%. Wegen der noch später zu schildernden experimentellen Schwierigkeiten bei der Anwendung des Impuls-Sonden-Verfahrens werden wir uns insgesamt mit einer Meßgenauigkeit von etwa 30% zufrieden geben müssen. Daher spielen die Korrekturterme in Gl. (31) keine Rolle. Der Wert von 30% für die Meßgenauigkeit des Impuls-Sonden-Verfahrens — wie es von uns angewandt wurde — ist eine für Trägerdichtebestimmungen durchaus als „groß“ zu bezeichnende Genauigkeit, wenn man bedenkt, daß nach dem LANGMUIRSchen Verfahren mit Ungenauigkeiten bis zu einem Faktor 5 (vgl. [1]) gerechnet werden mußte (s. dazu auch Ziff. 15).

Das *Ergebnis* der Fehlerdiskussion ist: Für die Berechnung der Unipolarschichtdicken kann hier die bereits von BORGNIS [8] angegebene Formel

$$d = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\epsilon_0 b}{2i}\right)^{\frac{1}{2}} |V_S|^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

benutzt werden\*\*. Bei Sondenspannungsänderungen von etwa 100 V (ausgehend von etwa  $-20$  V) betragen die theoretischen *Maximalfehler* bei der mit dieser Formel berechneten Schichtdickendifferenz etwa 10%. Das Impuls-Sonden-Verfahren erweist sich also als unempfindlich gegen Korrekturen, die bei der Berechnung der Schichtdickendifferenz aus speziellen Annahmen über die Übergangsschicht auftreten.

b) *Vereinfachte Formel für die Abbauladung.* In Fig. 3 ist der Raumladungsverlauf in der Unipolarschicht für zwei verschiedene Sondenspannungen dargestellt. Die *ausgezogenen Kurven* wurden nach Gl. (28) berechnet unter Verwendung der Abschätzung Gl. (29a) für  $E_d$  und

\* Vgl. Fußnote 2, S. 90.

\*\* Es ist darauf hinzuweisen, daß neben  $d$  auch die positive Sättigungsstromdichte  $i$  nur mit der Potenz  $\frac{1}{2}$  eingeht, so daß auch bezüglich Unsicherheiten in der Ermittlung von  $i$  wenig Empfindlichkeit besteht.

mit Benutzung der Meßdaten für die Sondenstromdichte  $i$  und die Elektronentemperatur  $T^-$ . Der Verlauf der Trägerdichte vom Rand bis zum ungestörten Plasma ist der Rechnung nicht zugänglich (vgl. Ziff. 3). Die *gestrichelten Fortsetzungen* der ausgezogenen Kurven sind daher qualitative Extrapolationen, die aber den quantitativen Verhältnissen nahe kommen dürften. Ferner wurde  $\gamma_d = \frac{1}{2}$  gesetzt, ein Wert, der aus den späteren Messungen ermittelt wurde (Ziff. 15). Aber es genügt bereits für unser Verfahren, daß die gestrichelten  $\varrho$ -Kurven parallel verschobene Äste sind. Die spezifische Abbauladung ist dann gegeben durch

$$\frac{Q_A}{F_S} = q_A = \varrho_{PI}^+ (d_2 - d_1) - \left[ \int_0^{d_2} \varrho_2(x) dx - \int_0^{d_1} \varrho_1(x) dx \right]. \quad (33)$$

*Fehlerdiskussion* für den Ersatz von Formel (33) durch den vereinfachten Ausdruck (18): gegenüber Formel (18) treten in der vollständigen Gl. (33) zwei Zusatzterme auf, die die Bedeutung der in der jeweiligen Schicht sitzenden „Restladung“ haben. Diese Restladungen

$$q_{R_1} = \int_0^{d_1} \varrho_1(x) dx, \quad q_{R_2} = \int_0^{d_2} \varrho_2(x) dx$$

schirmen das Sondenfeld jeweils bis zum Wert  $E_d$  ab. Wäre ihre Differenz gleich Null, so wäre die Abbauladung exakt durch das in Fig. 3 gestrichelt eingezeichnete Rechteck gegeben. Man entnimmt anschaulich dieser Figur, daß der durch ein solches Vorgehen entstehende Fehler wegen des starken Absinkens der Trägerdichte in der Unipolarschicht sehr klein sein wird. Dies läßt sich auch rechnerisch zeigen: Durch Einführung von (28) in (33) lassen sich die Zusatzterme  $q_{R_1}$  und  $q_{R_2}$  berechnen. Man erhält

$$\left. \begin{aligned} q_A &= \varrho_{PI}^+ (d_2 - d_1) - (q_{R_2} - q_{R_1}) \\ &= \varrho_{PI}^+ (d_2 - d_1) - \varepsilon_0 \left[ \left( \frac{2i}{\varepsilon_0 b} d_2 + E_d^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{2i}{\varepsilon_0 b} d_1 + E_d^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Eine Ausrechnung mit der bereits für die Schichtdickenberechnung (Ziff. 5a) benutzten Abschätzung für  $E_d$  gemäß (29a) für die von uns durchgeführten Messungen ergibt: die Restladungsdifferenz hat Werte in der Größenordnung von 1 bis 5% der gemessenen  $q_A$ , d. h. die Benutzung der vereinfachenden Gl. (18) kann maximal einen Fehler von 5% erbringen.

Das *Ergebnis* der Fehlerdiskussion ist: Trotz der bestehenden Unsicherheiten in der Angabe der *Einzelverläufe* der Trägerdichten in den beiden *stationären* Begrenzungszuständen erweist sich das Impuls-Sondenverfahren als unempfindlich gegen diese Unsicherheiten; es gilt die für die Bestimmung der Trägerdichte im Plasma fundamentale Formel [Gl. (18)]

$$\varrho_{PI}^+ = \frac{q_A}{d_2 - d_1}. \quad (35)$$

Dieser *Zusammenhang* gilt mit einem Fehler von weniger als 5%. Die *Schichtdickendifferenz* selbst läßt sich aus stationären Meßdaten [Gl. (32)] mit einer Genauigkeit von 10% errechnen, so daß insgesamt mit einem Maximalfehler von 15% zu rechnen ist.

6. Der  $\mu$ -Ansatz. a) *Schichtdickenberechnung.* Unter Benutzung derselben Bezeichnungen wie in Ziff. 5 ergibt sich für das Potential

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = - \frac{i}{\varepsilon_0 \mu} \left( \frac{dV}{dx} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (36)$$

Aus ihr folgt die der Gl. (25) entsprechende Lösung

$$V - V_d = - \frac{2\varepsilon_0 \mu}{3i} \left[ \frac{3}{2} \frac{i}{\varepsilon_0 \mu} (d - x) + E_d^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} + \frac{2\varepsilon_0 \mu}{5i} E_d^{\frac{5}{2}} \quad (37)$$

und statt der Gln. (26), (27) und (28) für Feldstärke, Geschwindigkeit und Raumladungsverlauf in der Unipolarschicht erhält man:

$$E = \left[ \frac{3}{2} \frac{i}{\varepsilon_0 \mu} (d - x) + E_d^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}, \quad (38)$$

$$\bar{v}^+ = \mu \left[ \frac{3}{2} \frac{i}{\varepsilon_0 \mu} (d - x) + E_d^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (39)$$

$$\varrho_{Pl}^+ = \frac{i}{\mu} \left[ \frac{3}{2} \frac{i}{\varepsilon_0 \mu} (d - x) + E_d^{\frac{3}{2}} \right]^{-\frac{1}{3}}. \quad (40)$$

Setzt man in (37) wiederum für  $x=0$  den Wert  $V=V_S$  ein und löst nach  $d$  auf, so ergibt sich für die Unipolarschichtdicke

$$d = \left( \frac{5}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\varepsilon_0 \mu}{i} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ \left[ -V_S + V_d + \frac{2\varepsilon_0 \mu}{5i} E_d^{\frac{5}{2}} \right]^{\frac{3}{2}} - \left[ \frac{2\varepsilon_0 \mu}{5i} E_d^{\frac{5}{2}} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}. \quad (41)$$

Für die Randfeldstärke  $E_d$  kann man entweder die Abschätzung (29) benutzen; dann nimmt man an, daß die Randfeldstärke so klein ist, daß dort der  $b$ -Ansatz gilt; oder man legt auch der Abschätzung von  $E_d$  noch den  $\mu$ -Ansatz zugrunde und erhält dann aus  $\bar{v}_d^+ = \mu \sqrt{E_d}$  für die Randfeldstärke den Wert

$$E_d = \left( \frac{\bar{v}_d^+}{\mu} \right)^2 = \frac{kT^-}{m\mu^2}. \quad (42)$$

Man erhält mit dieser Abschätzung Werte für  $E_d$ , die sich nur unwesentlich von den aus (29a) zu berechnenden unterscheiden; im allgemeinen liegen sie etwas höher. Führt man (42) in (41) ein, so erhält man die der Gl. (31) entsprechende Beziehung für die Unipolarschichtdicke bei Gültigkeit des  $\mu$ -Ansatzes

$$d = \left( \frac{5}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\varepsilon_0 \mu}{i} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ \left[ -V_S + V_d + \frac{2\varepsilon_0 \mu}{5i} \left( \frac{kT^-}{m\mu^2} \right)^{\frac{5}{2}} \right]^{\frac{3}{2}} - \left[ \frac{2\varepsilon_0 \mu}{5i} \left( \frac{kT^-}{m\mu^2} \right)^{\frac{5}{2}} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}. \quad (43)$$

*Fehlerdiskussion* für den Ersatz von (43) durch den vereinfachten Ausdruck (44): Genau wie in (31) erweisen sich bei der numerischen Durchrechnung auch hier die mit  $T^-$  behafteten Glieder als vernachlässigbar. Nur bei den drei bereits im Anschluß an Gl. (31) erwähnten Messungen bewirken die Korrekturen der Schichtdickendifferenz eine Verkleinerung von maximal 25% bei den von uns angewandten SONDENSPIEGELÄNDERUNGEN.

Das Ergebnis der Fehlerdiskussion entspricht dem der Ziff. 5a. Für die Berechnung der Unipolarschichtdicken kann die Formel

$$d = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\epsilon_0 \mu}{i}\right)^{\frac{2}{3}} |V_S|^{\frac{2}{3}} \quad (44)$$

benutzt werden; bei Sondenspannungsänderungen von etwa 100 V (ausgehend von etwa -20 V) können aber die theoretischen *Maximalfehler*

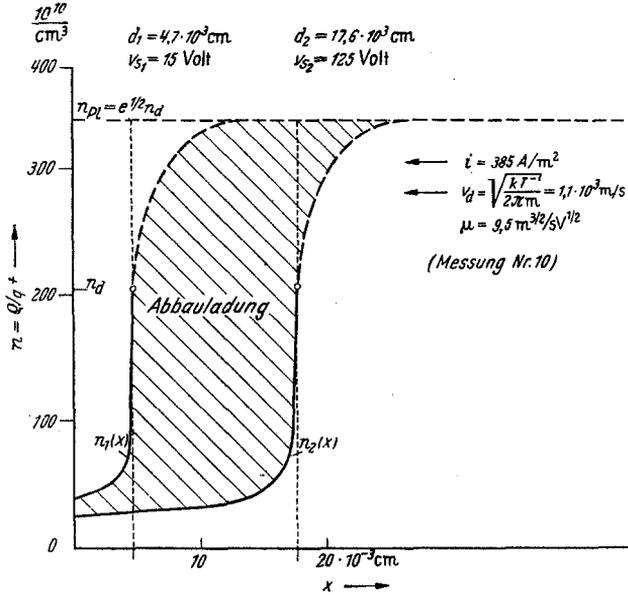


Fig. 4. Verlauf der positiven Trägerdichte vor einer negativen Sonde für zwei verschiedene Sondenspannungen (Rechnung mit dem  $\mu$ -Ansatz)

bei der mit dieser Formel berechneten Schichtdickendifferenz im *ungünstigsten* Falle nunmehr bis zu 25% betragen.

b) *Vereinfachte Formel für die Abbauladung.* In Fig. 4 haben wir für dasselbe Beispiel wie in Fig. 3 den Raumladungsverlauf in der Unipolarschicht mit dem  $\mu$ -Ansatz aufgezeichnet. Alles unter Ziff. 5b Gesagte gilt hier entsprechend. Insbesondere ergibt die Durchrechnung der Gl. (33) in diesem Falle

$$\left. \begin{aligned} q_A &= Q_{P1}^+(d_2 - d_1) - (q_{R2} - q_{R1}) \\ &= Q_{P1}^+(d_2 - d_1) - \epsilon_0 \left\{ \left[ \frac{2i}{3\mu\epsilon_0} d_2 + E_d^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} - \left[ \frac{2i}{3\epsilon_0\mu} d_1 + E_d^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

*Fehlerdiskussion* für den Ersatz von Formel (45) (spezifische Abbauladung) durch den vereinfachten Ausdruck (18): Die Abschätzung der Restladungsdifferenz ergibt, daß der durch (18) gegebene Zusammenhang zwischen Abbauladung, Trägerdichte im Plasma und Schichtdickendifferenz mit einem Maximalfehler von etwa 10% gilt.

Das *Ergebnis* der Fehlerdiskussion für den  $\mu$ -Ansatz ist: Für eine Ermittlung der Trägerdichte im Plasma aus einer Messung der spezifischen Abbauladung kann wieder die Näherungsformel (35) benutzt werden.

Jener *Zusammenhang* gilt hier mit einem Fehler von weniger als 10%. Die *Schichtdickendifferenz* läßt sich wieder aus stationären Meßdaten [Gl. (44)] berechnen, nur kann in den *ungünstigsten* Fällen hier der Fehler aus Annahmen über die Übergangsschicht *maximal* 25 % betragen.

7. *Freier-Fall-Ansatz*. Der Ansatz ergibt für die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit der Träger

$$\bar{v}^{\pm 2} = -\frac{2q}{m} (V - V_d) + \bar{v}_d^{\pm 2} \quad (46)$$

und liefert mit der jetzt gültigen Potentialgleichung

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{i}{\epsilon_0} \left[ -\frac{2q}{m} (V - V_d) + \bar{v}_d^{\pm 2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (47)$$

als Zusammenhang zwischen Potential und Ortskoordinate  $x$  in der Unipolarschicht

$$d - x = 2 \left\{ \begin{aligned} &\sqrt{\frac{m \epsilon_0}{8 i q}} \left\{ \frac{2}{3} \left[ \sqrt{-\frac{2q}{m} (V - V_d) + \bar{v}_d^{\pm 2}} - \bar{v}_d^{\pm} + \frac{q \epsilon_0}{2 i m} E_d^2 \right]^{\frac{3}{2}} - \right. \\ &- 2 \bar{v}_d^{\pm} \sqrt{\frac{q \epsilon_0}{2 i m} E_d^2} + 2 \left( \bar{v}_d^{\pm} - \frac{q \epsilon_0}{2 i m} E_d^2 \right) \left[ \sqrt{-\frac{2q}{m} (V - V_d) + \bar{v}_d^{\pm 2}} - \right. \\ &\left. \left. - \bar{v}_d^{\pm} + \frac{q \epsilon_0}{2 i m} E_d^2 \right]^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3} \left( \frac{q \epsilon_0}{2 i m} E_d^2 \right)^{\frac{3}{2}} \right\}. \end{aligned} \right. \quad (48)$$

Die Rechnungen verlaufen analog den in Ziff. 5 und 6 durchgeführten und enthalten wie dort keine Voraussetzungen über die Randwerte. Für diese müßten entsprechende Abschätzungen durchgeführt werden, aber für  $E_d$  ist eine solche nicht ohne weiteres möglich (vgl. Fußnote 2, S. 96). Setzt man in (48)  $V = V_S$ , so erhält man wieder eine Schichtdickenformel, welche als Näherung die bekannte, von LANGMUIR hergeleitete Gleichung

$$d = \frac{2}{3} \left( \frac{2q}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \sqrt{\frac{\epsilon_0}{i}} |V_S| \right]^{\frac{3}{2}} \quad (49)$$

enthält. Über die Güte der Näherung läßt sich wegen der fehlenden unmittelbaren Abschätzungsmöglichkeit für  $E_d$  keine Aussage gewinnen. Man kann aber die Gl. (49) benutzen, um festzustellen, ob eine Berücksichtigung des Freien-Fall-Ansatzes für die bei unseren Messungen vorliegenden Verhältnisse überhaupt sinnvoll wäre. Die Ausrechnung ergibt, daß die nach (49) berechneten Schichtdicken sich in der Größenordnung nicht von den auf Grund des  $b$ - oder  $\mu$ -Ansatzes berechneten unterscheiden. Ein Vergleich mit den mittleren freien Weglängen zeigt dann, daß die Ionen in jedem Fall noch viele Stöße in der Unipolarschicht ausführen, so daß hier dem Ansatz des freien Falles keine Bedeutung zukommt. Wir haben deshalb auch auf genaue Untersuchungen über eine Abschätzungsmöglichkeit für  $E_d$  in diesem Falle verzichtet. Natürlich ist die Anwendung des Impuls-Sonden-Verfahrens nicht auf die in dieser Arbeit vorliegenden Verhältnisse beschränkt. Seine Anwendung für solche Entladungen, in denen der Freie-Fall-Ansatz als gültig angesehen werden muß, kann vielmehr auch zu einer experimentellen Prüfung der von BOHM und

WENZL entwickelten Vorstellungen dienen. Untersuchungen darüber haben wir einer weiteren Arbeit vorbehalten.

8. *Die Abbauzeit.* Sie ist theoretisch nur angebbar, wenn der Abbauvorgang in seinem zeitlichen Verlauf bekannt ist. Um einen gewissen Anhaltspunkt zu erhalten (der ja maßgebend für die Auslegung des Impulsgenerators ist) haben wir an Hand folgenden vereinfachten Modelles eine Abschätzung durchgeführt:

Nachdem die Sondenspannung sprunghaft von  $V_{S1}$  nach  $V_{S2}$  geändert ist, reicht die zu  $V_{S1}$  gehörende stationäre positive Raumladung der Unipolarschicht 1 nicht mehr aus, um das neue von der Sonde ausgehende elektrische Feld abzuschirmen\*. Das Feld greift also weiter in den Raum hinaus und führt im Plasma wegen der großen Elektronenleitfähigkeit sofort zu einer Polarisierung. Damit wird das Feld in weiter außen liegenden Bereichen erneut abgeschirmt. Die als Polarisationsladungen frei gewordenen positiven Träger unterliegen dem Sondenfeld und werden zur Sonde hin abgeführt. Die entsprechende Zahl von Elektronen schließt durch Abwanderung an die Entladungsanode den Stromkreis, so daß schließlich, nachdem mehrere solche Polarisations- und Abbauvorgänge abgelaufen sind, der neue stationäre Zustand mit der neuen Unipolarschichtdicke  $d_2$  ausgebildet ist.

Man kann die Laufzeit eines Ions im Feld der bereits ausgebildeten Unipolarschicht 2 berechnen. Diese würde der Laufzeit des „letzten“ Paketes in unserem Modell entsprechen. Da die Laufzeit des „ersten“ Paketes im Vergleich zu der des letzten mehr als eine Größenordnung kleiner ist, kann man als mittlere Laufzeit aller Ionenpakete die Hälfte der Laufzeit des letzten Paketes benutzen. Aus den vorgegebenen Sondenspannungen kann man weiterhin die Dicke des ersten und des letzten Paketes abschätzen. Da man die gesamte Schichtdickenvariation kennt, so läßt sich die Anzahl der Pakete, die zusammen die Abbauladung ergeben, berechnen und damit auch die Abbauzeit. Sie ergibt sich bei diesem Modell sowohl für den  $b$ - wie für den  $\mu$ -Ansatz zu wenigen  $10^{-7}$  sec. Die später experimentell ermittelten Werte liegen etwa eine Größenordnung höher. Da die Abhängigkeit der Abbauzeit von den Betriebsdaten und besonders von der Höhe der Sondenspannungsänderungen noch nicht genauer untersucht wurde, läßt sich vorerst nicht entscheiden, in welchen Zügen das obige Modell zu modifizieren ist.

Die Abschätzung der Abbauzeit zu wenigen  $10^{-7}$  sec ergab für den Impulsgenerator die Notwendigkeit, eine Umklappzeit  $V_{S1} \rightarrow V_{S2}$  von weniger als  $1 \cdot 10^{-7}$  sec einzuhalten.

### C. Das Experiment und seine Ergebnisse

9. *Entladungsrohr und Sonde.* Zur Herstellung des trägerreichen Plasmas dient eine Bogenentladung, welche in einem Glasrohr von etwa 400 mm Länge und 20 mm  $\varnothing$  brennt. Die Anode ist ein Chromnickelzylinder, die Kathode eine sog. Aufheizkathode. Der Elektrodenabstand

\* Das Restfeld in der Übergangsschicht ist hier ohne Bedeutung.

beträgt etwa 250 mm. Die Entladungsströme sind bei He, Ne und A zwischen 0,4 und 4 Amp gewählt worden, die verwendeten Drucke zwischen 1 und 40 Torr; die auftretenden Brennspannungen betragen etwa 50 V. In das Entladungsgefäß ist die für die Messungen verwendete ebene Sonde (Fläche 12,5 mm<sup>2</sup>, Kreisscheibe aus Chromnickelblech) mit rückseitiger Glasabschirmung eingeführt. In der gleichen Höhe des Entladungsgefäßes und im gleichen Abstand von der Achse befinden sich ferner ein Thermoelement (Pt—PtRh) und eine Zylinderdoppelsonde. Eine weitere Sonde — angeschlossen an einen Oszillographen — dient zur Kontrolle der Entladungsstabilität, d.h. zur Kontrolle des schwingungsfreien Zustandes der Entladung, welcher für einwandfreie Messungen notwendig ist. Durch diese Bedingung sind die scheinbar planlos gewählten Entladungsdrucke und Stromstärken ausgesondert.

10. *Der Impuls-generator.* Wir haben in Teil B die gestellten Aufgaben dargelegt: Danach ist die Messung der *Abbauladung* nur möglich über die Messung des *Abbaustromes*, d.h. des *Zusatzstromes*, welcher auf die Sonde fließt, nachdem die Sondenspannung von  $V_{S1}$  auf  $V_{S2}$  erniedrigt wurde (vgl. Ziff. 3). Um genügend große Schichtdickendifferenzen und damit meßbare *Abbauladungen* zu bekommen, muß man die Sondenspannungsänderungen an der Sonde möglichst groß wählen. Ferner haben wir in Ziff. 8 geschildert, daß die Sondenspannungsänderungen innerhalb einer Zeit von weniger als  $10^{-7}$  sec beendet sein müssen, damit sie als „unendlich kurz“ im Vergleich zur *Abbauzeit* zu bezeichnen sind. In Fig. 5 ist als Blockschaltbild die von uns gewählte Gesamtanordnung aufgezeichnet. Der Impuls-generator G liefert Rechteckimpulse einer einstellbaren Dachlänge zwischen 1 und 20  $\mu$ sec und einer einstellbaren Folgezeit zwischen 100 und einigen 1000  $\mu$ sec. Die Anstiegszeit der Impulse ( $V_{S1} \rightarrow V_{S2}$ ) ist etwa  $8 \cdot 10^{-8}$  sec, ihre Höhe 110 V negativ gegenüber einem wählbaren Gleichspannungswert ( $V_{S1}$ ) zwischen 350 und 250 V, um  $V_{S1}$  auf einen passenden Arbeitspunkt von etwa  $-20$  V gegenüber dem statischen Sondenpotential auf der positiven Sättigungscharakteristik einstellen zu können\*.

11. *Die Messung des Abbaustromes; Differenzverstärker mit spezieller Kompensationsstufe.* Nachdem wir in der Lage sind, an der ebenen Sonde im Plasma Spannungsänderungen der gewünschten Art vorzunehmen, bleibt noch die Messung des *Abbaustromes* als experimentelle Aufgabe bestehen. Sie bietet die größten Schwierigkeiten: die Zuleitungen zur Sonde sowie die Sonde selbst besitzen eine endliche Schaltkapazität  $C_S$ ,

\* Als Impulserzeuger innerhalb des Generators dient ein stark asymmetrisch gekoppelter Multivibrator. Aus Gründen dieser Impulserzeugungsart ist die Rückklappzeit  $V_{S2} \rightarrow V_{S1}$  länger als die der steilen Vorderkante (vgl. Fig. 6a, auf welcher der Spannungsverlauf, wie er auf dem Oszillographenschirm erscheint, zu sehen ist). Generatorausgang: LD2 in Kathodenverstärkerschaltung,  $R_d \approx 1/S \approx 100 \Omega$ .

die erfahrungsgemäß kaum unter 10 bis 20 pF gedrückt werden kann; zwar ist wegen des niederohmigen Ausganges von  $G$  eine Verformung der Generatorausgangsimpulse völlig zu vernachlässigen. Aber es muß zur Messung des Abbaustromes in die Sondenzuleitung ein sich zum Ausgangswiderstand  $R_a$  des Generators addierender Widerstand  $R_m$  geschaltet werden, an welchem der Umladungsstrom von  $C_S$  bereits ohne brennende Entladung einen Spannungsabfall hervorruft, welcher die

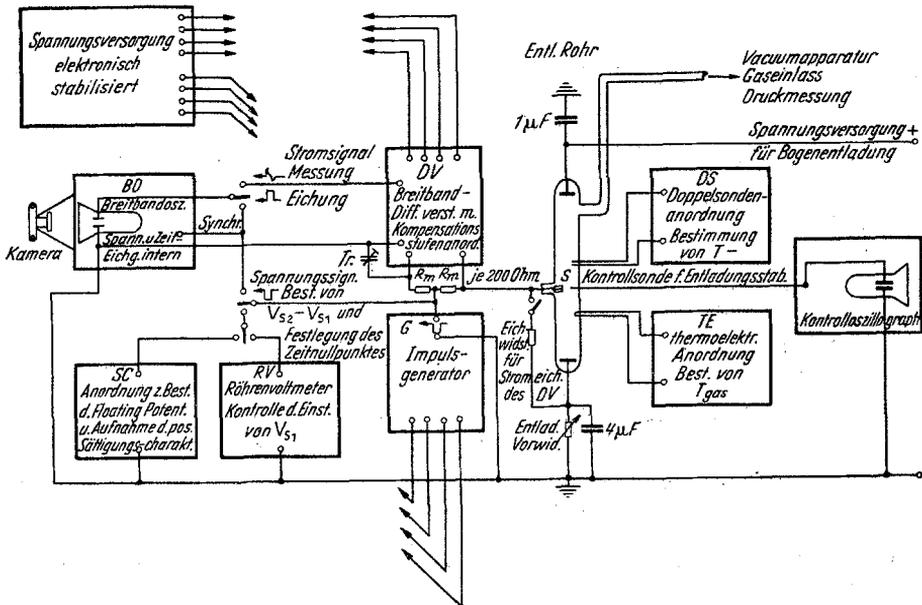


Fig. 5. Blockschaltbild der verwendeten Gesamtanordnung zur experimentellen Durchführung des Impuls-Sonden-Verfahrens

richtige Messung des Abbaustromes bei brennender Entladung völlig unmöglich machen würde: eine Abschätzung der Spannungsabfälle durch den Umladungsstrom und den Abbaustrom ergibt nämlich dieselbe Größenordnung.

Will man also an einem ohmschen Widerstand  $R_m$ , der in die Sondenzuleitung zwischen Generatorausgang und Sonde eingebracht wird, durch die an ihm auftretende Differenzspannung ein getreues Abbild der aus der Entladung auf die Sonde fließenden Ströme messen, so muß

$$(R_a + R_m) C_S \ll 10^{-7} \text{ sec} \quad (50)$$

sein. Berücksichtigt man, daß an  $R_m$  ein Differenzspannungsmesser anzuschließen ist, so hat man für  $C_S$  sogar mit etwa 30 pF zu rechnen. Mit  $R_a = 100 \Omega$  ergibt sich damit  $R_m = 200 \Omega$ , wenn die linke Seite der

Ungleichung (50) etwa den Wert  $10^{-8}$  sec haben soll. Bei diesem niedrigen Widerstand  $R_m$  ist man damit gleichzeitig sicher, daß die an ihm auftretenden Spannungen, welche vom Abbaustrom herrühren, klein sind gegenüber dem Wert  $|V_{S_2} - V_{S_1}|$ , daß also  $V_{S_2}$  innerhalb  $10^{-7}$  sec einen praktisch konstanten Wert annimmt. Leider steht man aber damit vor der Aufgabe, einen Breitband-Differenzverstärker mit Einschwingzeiten von etwa  $10^{-7}$  sec zu entwickeln, der bei Spannungsänderungen von 100 V an *beiden* Eingängen eine Differenzspannung zwischen diesen von etwa 1 V (also etwa 1 %) sauber zu messen gestattet.

Die Lösung des Problems gelang auf eine Weise, wie sie im Blockschaltbild angedeutet ist. *Beide* Eingänge des Differenzverstärkers DV wurden über einen Widerstand von 200  $\Omega$  vom Generator gespeist. Auf der einen Seite wurde dann die Sonde (ohne brennende Entladung) mit gespeist, während die nunmehr ungleiche Eingangskapazität der beiden DV-Eingänge durch zusätzliches Anbringen eines kleinen Trimmerkondensators Tr wieder abgeglichen werden konnte. Damit ist gewährleistet, daß beide Eingänge bei gelöschter Entladung gleiche Eingangssignale bekommen. Verfolgt man die Weitergabe dieser Signale rechnerisch, so ergibt sich, daß wegen der Nichtidealität des constant-current-device in der gemeinsamen Kathode der ersten Differenzstufe an beiden Anoden dieser Stufe phasengleiche und kongruente Signale auftreten, deren Amplitude bestimmt ist durch das in der ersten Stufe noch große  $dU/dt$  der beiden (gleichen) Eingangssignale. Bei den angegebenen Werten der Eingangssignale (110 V in  $8 \cdot 10^{-8}$  sec) haben die Restsignale selbst unter Beachtung aller Anordnungs- und Verdrahtungsrichtlinien für Breitbandschaltungen und Anbringung von DV direkt am Entladungsrohr immer noch die Größe von einigen Volt. Wir haben mit diesen Signalen nun nochmals in einer zweiten Stufe eine subtraktive Mischung vorgenommen, womit es gelang, sie nahezu (bis auf weniger als 1 V) völlig wegzukompensieren. Die verwendeten Anodenwiderstände beider Stufen wurden dabei aus Bandbreitegründen kleiner als 1 k $\Omega$  gehalten, so daß beide Stufen lediglich als Abtrennstufen für die hohen (kongruenten) Eingangssignale dienten und kaum mehr verstärkende Eigenschaften hatten. Tritt nunmehr in der so abgeglichenen Anordnung in einem der beiden Widerstände  $R_m$  ein Zusatzstrom auf (Entladung gezündet), so hat das dadurch entstehende Eingangssignal die Eigenschaft, nicht — wie die eben besprochenen — phasengleich, sondern phasenverkehrt aber amplitudengleich an den beiden Anoden der ersten DV-Stufe aufzutreten. Die subtraktive Mischung der nächsten Stufe *addiert* sie somit zu einem Signal doppelter Amplitude, welches an einer der Anoden der zweiten Stufe abgegriffen werden kann und direkt proportional ist dem in dem *einen* Widerstand  $R_m$  fließenden *Zusatzstrom*, also dem Abbaustrom.

Man kann das dann erhaltene Signal ohne Schwierigkeiten mit normalen Breitbandverstärkern auf eine Größe bringen, die es der Beobachtung zugänglich macht und damit einen in den beiden ersten Stufen möglicherweise aufgetretenen Amplitudenverlust wieder ausgleichen. Hat man das Signal dann schließlich auf dem Oszillographenschirm, so wird bei festgehaltener Einstellung der gesamten Anordnung die Entladung gelöscht und die Strecke Sonde—Kathode (vgl. Fig. 5) durch einen bekannten kapazitätsarmen ohmschen Widerstand ersetzt, womit man ein rechteckiges Stromsignal auf den Schirm bekommt, welches wegen der bekannten Größe des Spannungsimpulses, der nunmehr an

einem bekannten ohmschen Widerstand liegt, eine direkte Stromeichung für die jeweilige Messung ergibt.

12. *Durchführung des Experimentes.* Die Durchführung des Experimentes schildern wir an Hand des Blockschaltbildes in Fig. 5. Nach Zündung der Entladung und nachdem diese schwingungsfrei eingebrannt ist (was durch den Kontrolloszillographen beobachtet werden kann), werden der Reihe nach folgende Messungen durchgeführt:

a) Mit dem Thermoelement TE ermittelt man die Gastemperatur im Plasma.

b) Man nimmt mit DS eine Doppelsondenkennlinie auf und bestimmt daraus  $T^-$ .

c) Man mißt bei abgeschalteter Impulsapparatur mit SC das statische Sondenpotential und den Verlauf der positiven Sättigungscharakteristik derselben Sonde, die auch zur Impulsmessung verwendet wird. Daraufhin kann der Arbeitspunkt  $V_{S_1}$  gewählt werden.

d) Man schaltet den Impulsgenerator  $G$  ein und stellt mit Hilfe des Röhrenvoltmeters den Arbeitspunkt des Generatorsausganges auf den gewünschten Wert ein. RV wird alsdann wieder abgeschaltet, da es eine zusätzliche kapazitive Belastung bringt. Die Generatorsignale werden dann zur festen Synchronisation auf den Breitbandoszillographen\* gegeben.

e) Man schaltet jetzt den Differenzverstärker DV ein (der vor der Messung, wie in Ziff. 11 besprochen, abgeglichen wurde) und wählt die Dachlänge der Spannungsimpulse von  $G$  so, daß der von der Abbauladung herrührende Stromimpuls in der zur Verfügung stehenden Zeit abklingen kann.

f) Man photographiert sodann nacheinander auf eine Platte bei festgehaltener Synchronisation (fester Zeitnullpunkt!) das Spannungssignal, ein Spannungseichsignal, das Abbaustromsignal und das Stromeichsignal, welches nach Löschung der Entladung durch Anschalten des Eichwiderstandes auftritt.

Fig. 6a zeigt eine so zustande gekommene Aufnahme. Würde die Sonde gleichzeitig mit der Annahme des neuen Spannungswertes  $V_{S_2}$  auch den neuen Stromwert  $I_2$  (bzw.  $i_2$ ) annehmen, so würde sich ein Stromverlauf ergeben, wie er durch die gestrichelte Kurve in Fig. 6b angedeutet ist. Der im Vergleich zu diesem Strom *zusätzlich* fließende Strom muß durch die Abbauladung hervorgerufen sein. Die der in Fig. 6b schraffiert eingezeichneten Fläche entsprechende Fläche auf der Originalaufnahme (zeitliches Integral des Abbaustromes) liefert daher unmittelbar  $Q_A$  (bzw.  $q_A$ ). Man hat nun lediglich noch an Hand der

\* Type OBF der Firma Rohde und Schwarz, München. Das Gerät wird bei den hier gestellten Anforderungen an der Grenze seiner Leistungsfähigkeit benützt.

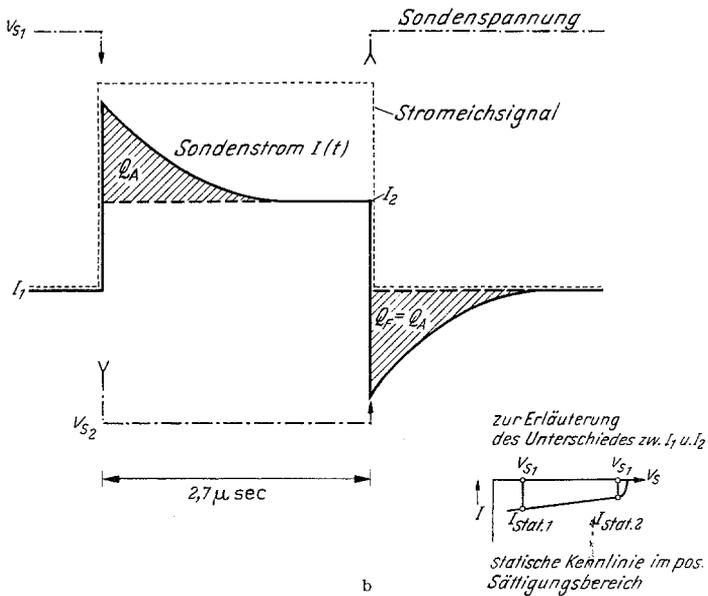
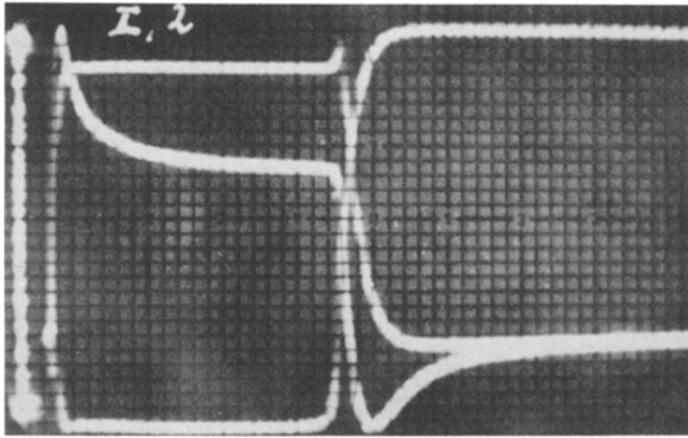


Fig. 6a u. b. a Photographische Aufnahme des Spannungs-, Strom- und Stromzeichensignales der Sonde. Die Reproduktion gibt die auf den einzelnen Kurven befindlichen Zeiteichensignale nicht mehr aufgelöst wieder. Das am linken Rand der Aufnahme sichtbare Signal dient zur Eichung für die Ausmessung des Sondenstroms. Es entspricht in der Höhe 100 V. Die Stromsignale wurden mit höherer Spannungsempfindlichkeit des Eingangsverstärkers aufgenommen, für sie hat das Spannungssignalsignal keine Bedeutung. Die rechteckige Stromkurve ergibt eine direkte Stromeichung (hier etwa 5 mA). b Schematische Zeichnung für die in Fig. 6a wiedergegebenen Vorgänge

Stromeichung und der Zeiteichung eine Abszissen- und Ordinatenzeichnung vorzunehmen und kann dann sofort auf der photographischen Vergrößerung die planimetrische Integration des Abbaustromes durchführen.

Wir haben bisher stillschweigend vorausgesetzt, daß die Ionenstromcharakteristik eine strenge Sättigung zeigt, d.h. daß der auf die Sonde stationär auffließende Ionenstrom unabhängig von der Sondenspannung ist. In Wirklichkeit zeigt sich jedoch immer ein leichter Anstieg der Ionenstromcharakteristik (Fig. 6b, Nebenzeichnung). Dieser bewirkt einen Unterschied zwischen  $I_1$  und  $I_2$ , welcher in Fig. 6 zu erkennen ist. Bei strenger Spannungsunabhängigkeit der statischen Sättigungscharakteristik würden die beiden Werte streng übereinstimmen. Der auftretende Unterschied ist aber für unser Verfahren gleichgültig, da die Abbauladung sich in einem Strom äußern muß, der *zusätzlich* zu dem Stromverlauf auftritt, welcher sich schon auf Grund der stationären Kennlinie ergeben würde.

13. *Auswertung und Ergebnisse.* Nach dem in Ziff. 12 beschriebenen Verfahren wurden die Messungen für He, Ne und A als Betriebsgase durchgeführt. Dabei wurde für jeden Betriebszustand, der gegeben ist durch Gasdruck und Entladungsstromstärke, der ganze Satz von Messungen, wie er in Ziff. 12 unter a) bis f) geschildert ist, aufgenommen. Aus den Stromverlaufkurven wurde dann durch planimetrische Integration die jeweilige Abbauladung  $Q_A$  bestimmt (vgl. Ziff. 12 und Fig. 6). Um aus diesen die Trägerdichten nach Gl. (35) (Ziff. 5 bzw. 6) zu ermitteln, muß noch die Schichtdickenvariation  $d_2 - d_1$  berechnet werden. Dies geschieht entweder mit der Gl. (32) ( $b$ -Ansatz) oder mit der Gl. (44) ( $\mu$ -Ansatz). Damit ergeben sich für jeden Betriebszustand der Entladung *zwei* Werte von  $q_{P1}^+$ . Diese Werte wurden in Fig. 7 zur Erleichterung der Übersicht in Form eines Diagrammes nebeneinander aufgezeichnet und durch die beiden dick ausgezogenen Polygonzüge miteinander verbunden. Eine Entscheidung darüber, welcher der beiden Werte der „richtige“ ist, ist erst möglich, nachdem eine Entscheidung über die Richtigkeit der beiden möglichen Ansätze getroffen ist. Aber zuvor ist zu diskutieren, mit welchen Fehlern jeder einzelne Meßpunkt einer dieser Kurven auf Grund des experimentellen Verfahrens und der Auswertung behaftet sein kann\*.

1. In die beiden Gln. (32) und (44) für die Berechnung der Unipolarschichtdicken aus stationären Daten ( $b$ -Ansatz und  $\mu$ -Ansatz) wird der Wert von  $V_{S1}$ , bzw.  $V_{S2}$  eingesetzt. Als Wert von  $i$  haben wir stets den aus der statischen Kennlinie folgenden Wert, der zu  $V_{S1}$  gehört, benutzt. Nach den Beziehungen (32) und (44) ist zunächst ersichtlich, daß Änderungen von  $i$  nur einen geringen Einfluß auf die Werte von  $d$  haben, da dort  $i$  nur mit der Potenz  $\frac{1}{3}$ , bzw.  $\frac{2}{3}$  eingeht. Andererseits braucht der stationäre Endwert von  $i$ , der bei  $V_{S2}$  im Impulsbetrieb innerhalb einiger Mikrosekunden angenommen wird, nicht genau übereinzustimmen mit dem zu  $V_{S2}$  auf Grund der statischen Kennlinie gehörenden Wert. Aber man kann

\* Die in Fig. 7 aufgezeichneten Werte von  $q_{P1}^+$  sind Mittelwerte, die unter Berücksichtigung der jeweiligen Fehlradung (S. 94) gewonnen sind und zum Teil auch aus mehreren an verschiedenen Tagen vorgenommenen Messungen stammen.

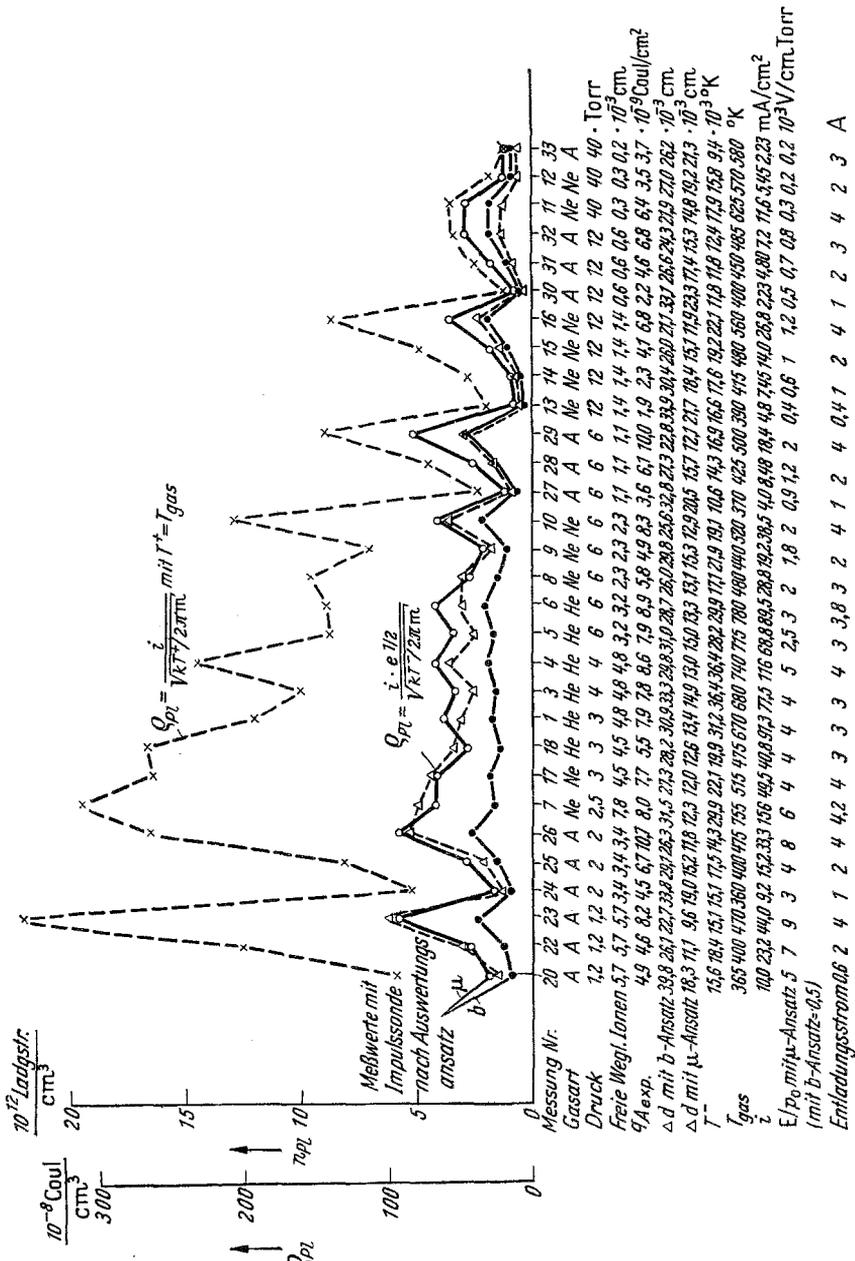


Fig. 7. Zusammenstellung der Meßergebnisse

sagen, daß im Impulsbetrieb nach Verschwinden der Abbauladung sicher der neue elektrische Gleichgewichtszustand der Sonde erreicht ist. Dieser wird natürlich auch bei der Aufnahme der stationären Kennlinie in jedem Meßpunkt erreicht, aber

dort wird jeweils noch abgewartet, bis auch das thermische (o. ä.) Gleichgewicht angenommen ist. Diese Gleichgewichtszustände haben Einstellzeiten bis zur Größenordnung von Sekunden, wie aus früheren Messungen bekannt ist\*. Daher spielen sie für *unsere* Messungen keine Rolle. Es sei aber bemerkt, daß tatsächlich einige unserer Messungen zeigen, daß die Differenz  $I_2 - I_1$  im Impulsbetrieb (siehe Fig. 6b) kleiner ist als  $I_{\text{stat. 2}} - I_{\text{stat. 1}}$  der statischen Kennlinie (s. Fig. 6b, Nebenzeichnung), wenn  $V_{S_2}$  nur wenige Mikrosekunden aufrecht erhalten wird. Jedoch liegt bei diesen Messungen im Zustand 1 immer genau der Zustand vor, wie er dem Meßpunkt der statischen Kennlinie entspricht, da die Tastverhältnisse in der Größenordnung 1:1000 liegen.

2. Fehler bei der experimentellen Ermittlung der Abbauladung können davon herrühren, daß durch die endliche Einschwingzeit des Impulses auf den neuen Wert  $V_{S_2}$  (sowie durch Fehler in der Zeit-, Strom- und Spannungseichung) und durch die Einschwingzeit der Differenzverstärkerstufen und schließlich durch das nicht völlig kompensierte Störsignal (vgl. Ziff. 11) die Stromkurve verfälscht wird. Die hierdurch entstehenden Fehler sind völlig zu vernachlässigen. Dagegen treten größere Fehler auf bei der planimetrischen Integration der photographierten Stromkurven, weil die nach Einsatz des Impulses auftretende Stromkurve sich nach einigen Mikrosekunden schließlich *asymptotisch* dem stationären Endwert anschmiegt, so daß eine gewisse Unsicherheit in der Wahl des Zeitpunktes besteht, den man als das Ende des Abbauvorganges zu definieren hat. Der dadurch verursachte Fehler kann maximal bis zu 30% betragen.

3. Die Fehler, welche bei der Berechnung der Schichtdicken auf Grund unserer vereinfachten Formeln auftreten können, sind bereits in Ziff. 5 und 6 diskutiert worden. Danach betragen sie nur in den ungünstigsten Fällen (die drei erwähnten Messungen bei extrem hohem Druck) maximal 25% bei der zugrunde gelegten ungünstigsten Abschätzung [vgl. Ziff. 5, Gl. (29a)].

4. Es sind drei Fehlerquellen zu erwähnen, welche stets auf zu große Trägerdichten führen würden.

a) Bereits in Ziff. 2 haben wir eine mögliche Störung der Ebenheit des Problems außerhalb der Unipolarschicht  $d$  erwähnt. In diesem Fall würden wir den außerhalb  $d$  liegenden Teil der Abbauladung offenbar auf eine zu kleine Fläche beziehen. Die hierdurch möglichen Fehler könnten nur dann den maximalen Faktor 2 erreichen, wenn die Übergangsschicht halbkugelförmig vor der Sonde zu denken wäre mit einem Radius, der dem der Sonde entspricht. Außerdem müßte dann die *gesamte* Abbauladung als zwischen zwei solchen Halbkugelschalen eingeschlossen gedacht werden. Wegen der geringen Größe der maximal auftretenden Schichtdicken (etwa 0,3 mm) im Vergleich zum Sondendurchmesser (4 mm) kann von einem solchen halbkugelförmigen Aufbau der Schichtbereiche, die noch wesentlich zur Abbauladung beitragen, keine Rede sein.

b) Ebenfalls auf eine zu hohe Trägerdichte würde die Ladung führen, welche eventuell trotz der Glasabschirmung sich vor der Sondenrückseite befindet. Da das die Sondenrückseite abschirmende Glasröhrchen jedoch bis auf etwa 0,5 mm an die Sonde herangezogen ist, ist dort die Trägerdichte sicher einige Zehnerpotenzen kleiner als auf der Vorderseite.

c) Schließlich muß bei den verwendeten hohen Drucken noch an die Möglichkeit einer Ionisation im Sondenfeld gedacht werden. Diese könnte durch Elektronen, welche an der Sonde durch Ionerf ausgelöst werden, herrühren. Da hier maximal Elektronenauslösungskoeffizienten von 0,03 in Frage kommen, ist auch diese Ionisation völlig zu vernachlässigen.

\* Vgl. [7], [4], [14], [39].

Nach dieser Fehlerdiskussion ist also geklärt, daß die beiden ausgezogenen Kurven der Fig. 7 wirklich verschiedene Werte für  $\varrho_{PI}^+$  darstellen. Wie im Anschluß an Tabelle 1 (Ziff. 4) berichtet, gab HORNBECK an, bei welchen  $E/p_0$ -Verhältnissen die Ionenbewegung nach dem  $\mu$ -Ansatz zu beschreiben ist. Danach haben wir etwa bis zum Druckbereich von 6 Torr (s. Fig. 7) mit Sicherheit den  $\mu$ -Ansatz für die Berechnung von  $\varrho_{PI}^+$  zugrunde zu legen. In den höheren Druckbereichen wird ein allmählicher Übergang zum  $b$ -Ansatz erfolgen. Im *ganzen* Druckbereich stellt aber die mit dem  $\mu$ -Ansatz gewonnene Kurve eine obere Grenze für die Plasmaträgerdichte dar, weil die mit dem  $\mu$ -Ansatz berechneten Schichtdickendifferenzen immer kleiner ausfallen als die mit dem  $b$ -Ansatz berechneten.

14. *Die Abbauzeit.* Aus den photographischen Aufnahmen des zeitlichen Verlaufs des Abbaustromes lassen sich unmittelbar die Abbauzeiten entnehmen. Sie liegen für die von uns verwendeten Sondenspannungsänderungen alle im Bereich weniger Mikrosekunden (1 bis 2  $\mu$ sec), und hängen natürlich sowohl von der Höhe der Impulse als auch von den Betriebsbedingungen der Entladung ab. Eine systematische Untersuchung dieser Abhängigkeiten wurde bisher von uns nicht vorgenommen.

Aus den bisher vorliegenden Publikationen ist über die Abbauzeit nur wenig zu entnehmen. McCLURE und HOLT [11] geben in einer kurzen Notiz an, daß die „Sondeneinstellzeit“ kleiner als 2  $\mu$ sec sei. Sie benutzen ihre Sonden, um vollständige Charakteristiken von gepulsten Entladungen aufzunehmen. Eine ausführliche Publikation, aus der auch die Größe der Sondenspannungsänderungen zu entnehmen wäre, liegt nicht vor. JOHNSON, WEBSTER und MALTER [22], [23], [24] haben in einer Reihe von Arbeiten eine elektrisch gesteuerte Gasentladungsröhre, das „Plasmatron“, entwickelt. Eine Steuerung des Anodenstromes dieser Röhre läßt sich bis etwa 100 kHz ohne Änderung des Frequenzganges vornehmen. Über dieser Frequenz tritt ein Abfall der Frequenzcharakteristik auf. Die Verfasser bemerken dazu, daß dieser Abfall von einer „undurchsichtigen Kombination von Ionen- und Elektronenbewegung“ herrührt. Dieser Befund kann auf Grund der von uns gegebenen Darstellung über die Notwendigkeit des Abtransportes der Abbauladung und des Wiederaufbaus der Fehlladung qualitativ erklärt werden.

Ferner soll hier darauf hingewiesen werden, daß die endliche Einstellzeit der Sonde bei allen Verfahren zu berücksichtigen ist, bei denen durch Anlegen einer *Wechselspannung* an die Sonde eine direkte oszillographische Aufnahme der Sondencharakteristik oder ihrer Teilgebiete vorgenommen wird (vgl. etwa [1], [2], [3], [26], [27], [29], [35], [36]).

15. *Vergleichende Diskussion der mit der Impuls-sonde bestimmten Trägerdichten mit den von statischen Sondenmessungen gelieferten Werten.*

In Ziff. 13 wurde gezeigt, wie mit Hilfe des Impuls-Sonden-Verfahrens Trägerdichtebestimmungen im Plasma vorgenommen werden können, und daß die in Fig. 7 aufgetragenen Trägerdichten, die aus dem  $\mu$ -Ansatz folgen, als obere Grenzwerte anzusprechen sind. Da wir bei unseren Messungen stets auch die positive Sättigungscharakteristik\* ermitteln konnten, haben wir die Möglichkeit, auch aus ihr Trägerdichten zu bestimmen und sie mit den im Impuls-Sonden-Verfahren gewonnenen zu vergleichen. In den Ziff. 1 und 2 haben wir die verschiedenen Auswertungsmöglichkeiten des positiven Sättigungsstromes beschrieben. Nach dem einfachen LANGMUIRSchen Ansatz ist die positive Trägerdichte im Plasma gegeben durch

$$Q_{PI}^+ = \frac{i}{\sqrt{\frac{kT^+}{2\pi m}}}, \quad (51)$$

worin  $T^+ = T_{Gas}$  einzusetzen ist. Die so ermittelten Werte wurden ebenfalls in Fig. 7 eingetragen. Sie liegen fast alle weit über den von uns als Grenzwerten bezeichneten Werten. Eine Bestimmung der Trägerdichte im Plasma aus dem positiven Sättigungsstrom unter Anwendung der einfachen LANGMUIRSchen Theorie ergibt also stets viel zu hohe Werte.

Legt man hingegen für die Deutung des positiven Sättigungsstromes die Ergebnisse von Ziff. 2 zugrunde, so muß nach den Gl. (6a), (13) und (16) gelten

$$Q_{PI}^+ = \frac{i e^{\gamma_d}}{\sqrt{\frac{kT^-}{2\pi m}}}, \quad (52)$$

d. h. für den Nachlieferungsvorgang der *positiven* Träger wird die *negative* Trägertemperatur (die bei Bogenentladungen im allgemeinen um zwei Größenordnungen höher liegt!) im Plasma verantwortlich gemacht.

In Gl. (52) ist  $\gamma_d$  ein noch in den Grenzen  $0 < \gamma_d < 1$  freier Parameter (Ziff. 2), d. h. die aus (52) folgenden Werte für  $Q_{PI}^+$  sind noch unbestimmt bis auf einen Faktor  $e^{\gamma_d}$ , der zwischen 1 und 2,7 liegt. Diese „Anpassungsbreite“ allein hätte nicht genügt, um die von der LANGMUIRSchen Theorie nach Gl. (51) gelieferten Werte durch Hinzufügen des Faktors  $e^{\gamma_d}$  mit den aus dem Impuls-Sonden-Verfahren folgenden in Übereinstimmung bringen zu können. Entscheidend ist das Auftreten der Elektronentemperatur an Stelle der Gastemperatur, denn einzig diese bewirkt eine *Verkleinerung* der Werte für  $Q_{PI}^+$  nach statischen Methoden, wie sie sowohl von der theoretischen Seite (Ziff. 2) als auch von der experimentellen Seite (Ergebnisse des Impuls-Sonden-Verfahrens in Fig. 7) für die

\* Eine Ermittlung des Elektronensättigungsstromes war nicht möglich.

Deutung des stationären Meßwertes  $i$  gefordert werden muß. Der Faktor  $e^{\gamma_a}$  würde hingegen nur zu noch *größeren* Werten führen, also nur eine Anpassungsmöglichkeit in falscher Richtung bedeuten. Da die durch das Auftreten der Elektronentemperatur entstehende Gl. (52) Werte für  $\rho_{PI}^+$  liefert, die innerhalb der durch  $e^{\gamma_a}$  noch freien Anpassungsbreite mit den vom Impuls-Sonden-Verfahren gelieferten in gute Übereinstimmung gebracht werden können, bestätigt das Verfahren experimentell die in Ziff. 2 durchgeführten Überlegungen.

Die Größe  $\gamma_a$  ließ sich theoretisch nicht streng bestimmen. Lediglich die Bedingung  $0 < \gamma_a < 1$  könnte angegeben werden. Hierin spiegelte sich die Unsicherheit in den theoretischen Aussagen über die Übergangsschicht wieder. Der nunmehr mögliche experimentelle Vergleich ergibt eine genauere Festlegung des Wertes  $\gamma_a$ : man gelangt mit  $\gamma_a = \frac{1}{2}$  zu den in Fig. 7 mit  $\Delta$  eingezeichneten Werten für die Trägerdichte, die ebenfalls durch einen gestrichelten Linienzug verbunden wurden. Die so erhaltene Kurve liegt in guter Übereinstimmung mit der unter Zugrundelegung des  $\mu$ -Ansatzes aus dem Impuls-Sonden-Verfahren ermittelten. Zu höheren Drucken hin nähert sie sich mehr der  $b$ -Ansatz-Kurve, ein Verhalten, wie es nach den abschließenden Bemerkungen der Ziff. 13 zu fordern ist.

Durch die Festlegung von  $\gamma_a = \frac{1}{2}$  und die Berücksichtigung der Elektronentemperatur als „Nachlieferungstemperatur“ für die Ionen in die Unipolarschicht (eine Folge der Erfüllung der Forderungen 1 bis 5 aus Ziff. 2) ergibt sich somit eine generelle Vorschrift für die Ermittlung der Trägerdichte im Plasma aus der Kenntnis des stationären positiven Sättigungsstromes, nämlich

$$\rho_{PI}^+ = \frac{i e^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}. \quad (53)$$

*16. Abschließende Zusammenfassung.* Es wurde gezeigt, daß die alte LANGMUIRSche Theorie für die Ermittlung von Plasmadaten aus der stationären *positiven* Sättigungscharakteristik zu irreführenden Werten führt. Eine Korrektur dieser Theorie war zwar an Hand der Arbeiten von BOHM, BOYD und WENZL möglich; es wurde aber gezeigt, daß eine Klärung der vorliegenden Verhältnisse — besonders die Übergangsschicht betreffend — noch nicht zu quantitativ voll befriedigenden Aussagen führen konnte. Dagegen erlaubt das Impuls-Sonden-Verfahren eine direkte Bestimmung der positiven und damit wegen der Quasineutralität auch der negativen Trägerdichte im Plasma, ohne daß die von theoretischer Seite bestehenden Unsicherheiten in den Annahmen für die Übergangsschicht in das Verfahren eingehen. Damit sind Rückschlüsse auf die am Ende der Unipolarschicht vorliegenden Verhältnisse

möglich, die sich einstweilen aber nur in einem einzigen (allerdings dem für die Auswertung des positiven stationären Sättigungsstromes entscheidenden) Zahlenwert für die Funktion  $\gamma(x)$  (welche als eine Art „Parameterfunktion“ die Unbestimmtheiten der Übergangsschicht repräsentiert) nämlich in  $\gamma_d = \frac{1}{2}$  bemerkbar machen. Darüber hinaus aber konnte die *Elektronentemperatur* als maßgeblich für die Nachlieferung der *positiven* Träger bestätigt werden. Hierdurch und durch die Festlegung des Wertes  $\gamma_d = \frac{1}{2}$  ist gezeigt, daß gerade in den Fällen, wo man den Weg zur Bestimmung der Trägerdichte im Plasma über den Elektronensättigungsstrom nicht gehen kann, eine Bestimmung der Trägerdichte aus der Formel (53) nach Messung des stationären positiven Sättigungsstromes möglich ist.

Die experimentelle Durchführung des Impuls-Sonden-Verfahrens zur Bestimmung der Trägerdichte erforderte einen relativ großen apparativen Aufwand. Dieser ist jedoch gerade dadurch gerechtfertigt, daß der Durchführung des Experimentes eine grundsätzliche Bedeutung auch für die Bestimmung von Plasmadaten mit der üblichen stationären Sondenmethode zukommt.

Herrn Professor Dr. W. WALCHER danken wir für viele wertvolle und klärende Diskussionen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danken wir, weil sie durch die Bereitstellung apparativer Hilfsmittel und durch Vergebung eines Forschungsauftrages (H.-J. ROSE) zu einem erheblichen Teil die Durchführung der Arbeit ermöglichte. — Die Firma Ernst Leitz, Wetzlar, stellte für die photographischen Aufnahmen der Oszillogramme eine Kamera zur Verfügung, wofür auch an dieser Stelle nochmals gedankt sei.

### Literatur

- [I] ENGEL, A. v., u. M. STEENBECK: Elektrische Gasentladungen. I, II. Berlin 1934. — [II] GUTHRIE, A., and R. K. WAKERLING: The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields. New York 1949. — [III] LANGMUIR, I., and K. T. COMPTON: Electrical Discharges in Gases. Rev. Mod. Phys. **2** (1930); **3** (1931). — [IV] LOEB, L. B.: Fundamental Processes of Electrical Discharges in Magnetic Fields. New York 1939. — [V] MIERDEL, G.: Sondenmessungen in Gasentladungen. Arch. techn. Messen **1940**. — [VI] ROMPE, R., u. M. STEENBECK: Der Plasmazustand der Gase. Erg. exakt. Naturw. **18**, 257 (1939). — [VII] SEELIGER, R.: Einführung in die Physik der Gasentladungen. Leipzig 1934.
- [1] ANDERSON, T. A.: Phil. Mag. **38**, 179 (1947). — [2] BARNES, B. T.: Phys. Rev. **86**, 351 (1952). — [3] BARNES, B. T., and S. EROS: J. Appl. Phys. **21**, 1275 (1950). — [4] BERKEL, W. P. J. VAN: Physica, Haag **5**, 230 (1938). — [5] BERNSTEIN, I. B., and T. HOLSTEIN: Phys. Rev. **94**, 1475 (1954). — [6] BIONDI, M. A., and L. M. CHANIN: Phys. Rev. **94**, 910 (1954). — [7] BIONDI, M. A., and S. C. BROWN: Phys. Rev. **75**, 1700 (1949). — [8] BORGNIS, F.: Ann. Phys. **31**, 497 (1938). — [9] BOYD, R. L. F.: Proc. Roy. Soc. Lond. **201**, 329 (1950). — Proc. Phys. Soc. Lond. **64**, 795 (1951). — [10] BOYD, R. L. F., and N. D. TUDDY: Nature, Lond. **173**, 633 (1954). — [11] McCLURE, B. T., and R. B. HOLT: Phys. Rev. **83**, 878 (1951). — [12] COMPTON, K. T.: Phys. Rev. **22**, 333, 432 (1923). — [13] DRUYVESTYEN, M. J.: Z. Physik **64**, 781 (1930). — [14] DÜRRWANG, J.: Helv. phys. Acta **8**, 333 (1935). —

- [15] EASLEY, M. A.: J. Appl. Phys. **22**, 590 (1951). — [16] HAIGH, C., and R. K. McCULLOCK: Proc. Leeds Phil. Lit. Soc. **6**, 2 (1952). — [17] HAIGH, C., and T. SMITH: Phil. Mag. **41**, 557 (1950). — [18] HERSHEY, A. V.: Phys. Rev. **56**, 908 (1939). — [19] HOLSTEIN, T.: J. Phys. Chem. **56**, 832 (1952). — [20] HORNBECK, J. A.: Phys. Rev. **83**, 374 (1951); **84**, 615 (1951). — [21] HOWE, R. M.: J. Appl. Phys. **24**, 381 (1953). — [22] JOHNSON, E. O.: Electronics, N.Y., May 1951. — [23] JOHNSON, E. O., and L. MALTER: Phys. Rev. **80**, 58 (1950). — [24] JOHNSON, E. O., and W. M. WEBSTER: Proc. Instn. Radio Engrs., June 1952. — [25] IONOW, N. J.: Dokl. Akad. Nauk SSSR. **85**, 753 (1952). — [26] KAGAN, J. M., FEDOROW, W. P.: Dokl. Akad. Nauk SSSR. **76**, 215 (1951). — [27] KOCH, W.: Z. techn. Phys. **16**, 461 (1935). — [28] LANGMUIR, J., MOTT-SMITH u. a.: Phys. Rev. **15**, 456 (1913); **22**, 347 (1923); **26**, 585 (1925); **28**, 104 (1926); **34**, 876 (1929). — [29] LEDRUS, R.: Bull. class. des sci., V. Ser. **24**, 123 (1938). — [30] MASSEY, H. S. W., and C. B. O. MOHR: Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A **144**, 179 (1947). — [31] OLESON, N. L., and C. G. FOUND: J. Appl. Phys. **21**, 416 (1949). — [32] ROSE, D. J., and S. C. BROWN: J. Appl. Phys. **23**, 710, 719, 1028 (1952). — [33] SCHNEIDER, W. H.: Acta phys. Austr. **9**, 107 (1955). — [34] SÈNA, L.: J. Phys. USSR. **10**, 179 (1946). — [35] SLOANE, H. H., and E. I. R. MCGREGOR: Phil. Mag. **18**, 193 (1934). — [36] SZEKELY, A.: Acta phys. Austr. **7**, 164 (1953). — Ann. Phys. **20**, 279 (1934). — [37] TYNDALL, A., and C. F. POWELL: Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A **134**, 125 (1932). — [38] WANNIER, G. H.: Phys. Rev. **83**, 281 (1951). — [39] WEHNER, G., and G. MEDICUS: J. Appl. Phys. **23**, 1035 (1952); **25**, 698 (1954). — [40] WENZL, F.: Z. angew. Phys. **2**, 59 (1950); **3**, 332 (1951). — [41] VARNEY, R. N.: Phys. Rev. **88**, 362 (1952). — [42] YARNOLD, G. D.: Phil. Mag. **38**, 186 (1947).
-