

Elektrodenfälle und Bogengradienten in der Quecksilber-Hochdruckentladung.

Von

P. GERTHSEN und P. SCHULZ.

Mit 6 Figuren im Text.

(Eingegangen am 30. Januar 1955.)

In Quecksilber-Hochdruckbogen zwischen Wolframelektroden wurden die Kathoden- und Anodenfälle sowie die Gradienten der positiven Säule gemessen. Die Versuche wurden durchgeführt mit einem kugelförmigen Quarzentladungsgefäß, bei dem der Elektrodenabstand variiert werden konnte. Gemessen wurde bei Drucken von 3 bis 30 Atm und Stromstärken zwischen 5 und 25 Amp. Die Kathodenfälle erreichen bei hohen Stromstärken den vom Druck unabhängigen Wert 9,5 V. Für kleinere Stromstärken ist der Kathodenfall bei geringem Druck wesentlich höher als bei großem. Aus einem Wiederanstieg der Abstand-Spannungscharakteristik unterhalb von etwa 10^{-2} cm bei niederen Drucken wird geschlossen, daß man hier in Bereiche gelangt, die für den kathodenseitigen Mechanismus maßgeblich sind. Eine theoretische Abschätzung führt zu einer Ausdehnung des Ionisationsgebietes von derselben Größenordnung. Der Strom innerhalb des Ionisationsgebietes kann durch Elektronendiffusion getragen werden.

Für die Gradienten ergeben sich über dem Strom aufgetragen Minima, die nur wenig vom Druck abhängig bei 10 bis 12 Amp liegen. Die Minimalgradienten lassen sich oberhalb von 10 Atm in Abhängigkeit vom Druck durch eine Gerade wiedergeben.

In einer vorhergehenden Veröffentlichung [1] wurden Ergebnisse von Bestimmungen der Gradienten und Elektrodenfälle in Xenon-Hochdruckentladungen für verschiedene Drucke und Stromstärken mitgeteilt. Diese Größen wurden aus Messungen der Bogenspannungen in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand bei jeweils festgehaltenen Werten für Druck und Strom erhalten. Da auch für Quecksilberentladungen keine exakten Messungen unter Berücksichtigung des sich im Kontraktionsgebiet vor der Kathode ändernden Säulengradienten und insbesondere keine genauen Messungen über die Abhängigkeit der Elektrodenfälle von der Stromstärke bei verschiedenen Drucken vorliegen, sollen im folgenden die Untersuchungen auf dieses Gas ausgedehnt werden.

Die Bogenspannung zeigt in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand l den in Fig. 1 schematisch wiedergegebenen Verlauf. Bei Elektrodenabständen $> l_1$ ändert sich nur die Länge des ziemlich gleichmäßig ausgebildeten mittleren Säulenbereichs, so daß aus der Steigung der Kurve für $l > l_1$ der Gradient in diesem Teil bestimmt werden kann. Bei Verkürzung des Elektrodenabstandes auf Werte $l < l_1$ nimmt die

Spannung rascher mit l ab, weil nunmehr die Anode in den stark kontrahierten Teil der Säule vor der Kathode eintaucht und der Säulengradient hier bis auf den etwa fünffachen Wert ansteigt [2]. Die Länge des Übergangsgebietes beträgt etwa 1 mm. In Quecksilberhochdruckentladungen ist die Gradientenerhöhung schwächer ausgeprägt und das inhomogene Übergangsgebiet kürzer. Ebenso hat es den Anschein, daß mit abnehmendem Druck die maximale Gradientenaufteilung im Kontraktionsgebiet vor der Kathode kleiner wird. Jedenfalls wurden bei den vorliegenden Messungen in Hg-Entladungen bei kleineren Drucken und hohen Stromstärken ein konstanter Säulengradient bis unmittelbar vor der Kathode beobachtet.

Für die Bogenspannung kann man nach obigem schreiben:

$$U = U_K + U_A + U_S + E \cdot l. \quad (1)$$

Darin bedeuten: U_K den Kathodenfall; U_A den Anodenfall; U_S den Spannungsüberschuß des kontrahierten Teils der Säule vor der Kathode über den Wert den die Extrapolation des ungestörten Säulengradienten E ergibt; l den Elektrodenabstand. Die durch Gl. (1) beschriebene Spannungsverteilung zwischen den Elektroden ist in Fig. 1 wiedergegeben.

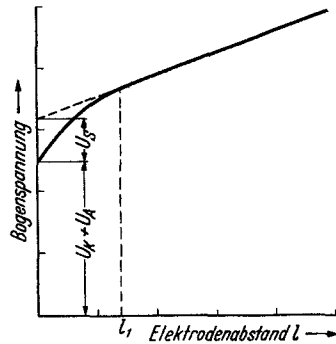


Fig. 1. Räumliche Spannungsverteilung (schematisch) in einem elektrodenstabilisierten Hg-Hochdruckbogen.

Bei Verkleinerung des Elektrodenabstandes wird zunächst der mittlere Teil, bei noch weiterer Verkleinerung der kathodische Teil der positiven Säule von seinem anodischen Ende her abgebaut, ohne daß dabei der verbleibende Rest wesentlich in seiner Struktur geändert wird. Die Bogenspannungen, die für verschiedene Elektrodenabstände gemessen werden, stellen somit gleichzeitig die Spannungsverteilung einer voll ausgebildeten Entladung dar.

Durch stetige Verringerung des Elektrodenabstandes kann die positive Säule einschließlich des kathodischen Kontraktionsgebietes nahezu zum Verschwinden gebracht werden. Für die minimale Brennspannung, die bei Elektrodenabständen von 0,05 bis 0,1 mm erreicht wird, ergibt sich dann:

$$U_{\min} = U_K + U_A + U_R. \quad (2)$$

U_R ist die Spannung an einem verbleibenden Säulenrest, der möglicherweise mit dem für den Kathodenmechanismus erforderlichen Ionisationsgebiet vor der Kathode weitgehend identisch ist. In Xenon wurde eine Restsäule von 0,07 bis 0,2 mm gefunden, die bei weiterer Verringerung

des Elektrodenabstandes durch ein seitliches Ausweichen erhalten blieb. In einer Quecksilberentladung ist die Ausdehnung dieser Restsäule noch geringer als in Xenon und ein seitliches Ausweichen selbst bei noch kleineren Abständen konnte in der Regel nicht beobachtet werden. Aus der Extrapolation des Gradienten kann geschlossen werden, daß U_R unter einem halben Volt liegt. Weiter unten wird noch gezeigt werden, daß unter Umständen der Stromtransport in dem verbleibenden Säulenteil durch Elektronendiffusion getragen werden kann. In diesem

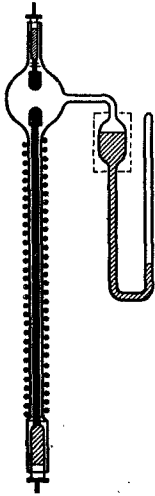


Fig. 2. Versuchsröhre.

Fall wird dieses Gebiet im Mittel feldfrei sein. Allgemein wird sich ein vorhandener Diffusionsstromanteil im Sinne einer Feldschwächung auswirken. Der extrapolierte Wert für den Säulenrest stellt also einen Maximalwert dar. Praktisch kann die minimale Bogen-spannung gleich der Summe von Kathoden- und Anodenfall gesetzt werden.

Über das Verhalten des Anodenfalles bei den kleinsten Elektrodenabständen läßt sich zur Zeit nur wenig aussagen. Es ist möglich, daß er ähnlich wie in Niederdruckentladungen verschwindet, sobald die Anode in Gebiete eintaucht, die bestimmend sind für den kathodenseitigen Mechanismus [3]. Da aber, wie gleichfalls später gezeigt wird, der Anodenfall wie in der Xenon-Hochdruckentladung [1] nur etwa 1V beträgt, soll in diesem Zusammenhang nicht näher auf diese Frage eingegangen werden.

Die Messungen wurden durchgeführt an einer elektrodenstabilisierten Entladung, die in einem kugelförmigen Entladungsgefäß aus Quarzglas von 28 mm Innendurchmesser brannte. Der Bogen wurde in vertikaler Brennlage zwischen zwei massiven Wolframelektroden, deren Abstand von 4,5 mm bis zur Berührung variiert werden konnte, betrieben. Der Durchmesser der sich oben befindenden Anode betrug 8 mm, derjenige der Kathode 5 mm. Die Messungen wurden bei Stromstärken zwischen 5 und 25 Amp und Drucken von 3 bis 29 Atm gemacht. Die Druckeinstellung und Messung in der Röhre erfolgte nach einem früher beschriebenen Verfahren [4]. Die Einstellung des Druckes wurde dabei durch Aufheizung eines mit der Röhre kapillar verbundenen Quecksilber-vorratsgefäßes vorgenommen. Gemessen wurde der Druck mit einem an das Vorratsgefäß angesetzten Kompressionsmanometer, wobei die Röhre durch das Quecksilbervolumen gegen das Füllgas des Manometers abgesichert war. Die Änderung des Elektrodenabstandes wurde durch die in Fig. 2 skizzierte Anordnung erreicht. Die Stromzuführung zur Kathode erfolgte durch einen 130 cm langen 2,4 mm starken Wolframstab, der in einer an das Entladungsgefäß angesetzten Quarzkapillare

geführt wurde. Der Stab war nur an seinem unteren Ende fest mit der Röhre verbunden, wo wie üblich die Stromzuleitung durch eine im Quarz eingeschmolzene Mo-Banddurchführung erfolgte. Die Kapillare war mit einer Heizspirale umwickelt, wodurch eine thermische Längenänderung des Wolframstabes ermöglicht wurde und der Elektrodenabstand variiert werden konnte. Zur Messung des Elektrodenabstandes wurde der Bogen im Verhältnis 1:15 vergrößert abgebildet. Die Aufnahme der Spannungs-Elektrodenabstandes-Charakteristiken erfolgte zunächst punktweise durch Einstellung des jeweils gewünschten Elektrodenabstandes. Dieses im Hinblick auf die Eigenarten der benutzten Entladungsröhre (Trägheit der Druck- und Elektrodenabstandseinstellung) sehr langwierige Verfahren wurde durch eine dynamische Methode abgelöst. Dabei wurde bei konstantem Druck und Strom der Elektrodenabstand kontinuierlich über den ganzen Meßbereich verändert. Wegen der festen Lage der Anode in der Röhre war dann die Änderung der Kathodenlage ein Maß für die Elektrodenabstandsänderung. Die Kathodenbewegung im Bild wurde durch Einstellung eines Zeigers verfolgt, der mit einer Registriertrommel gekuppelt war. Auf die Registriertrommel wurde mit einem Spiegelgalvanometer die Röhrenspannung aufgeschrieben. Auf diese Weise wurde unmittelbar eine Kurve der Röhrenspannung in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand erhalten.

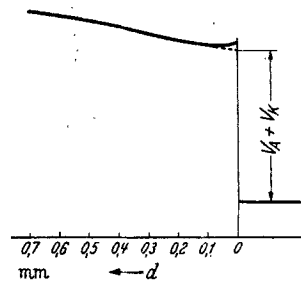


Fig. 3. Abstand-Spannungscharakteristik bei geringem Elektrodenabstand ($p = 3 \text{ Atm}$; $I = 10 \text{ Amp}$).

Zur Messung des Gradienten wurde der Elektrodenabstandsbereich zwischen 4 und 1 mm verwandt. Für die Messung der Elektrodenfälle wurden die Elektroden aus Abständen von etwa 1 mm zur Berührung gebracht. Bei diesen Messungen kam es besonders darauf an, den Druck in der Röhre während der Messungen, die jeweils 2 bis 3 min dauerten, konstant zu halten. Durch einen regulierbaren Kühlluftstrom, mit dem die Röhre angeblasen wurde, wurde eine Konstanz des Druckes bis auf weniger als eine $\frac{1}{4}$ Atm während des Meßvorganges erreicht.

Fig. 3 zeigt eine mit dieser Anordnung gewonnene Spannungs-Abstandskurve zur Bestimmung der Elektrodenfälle bei kleinem Druck (3 Atm). Dem monotonen Abfall der Spannung mit abnehmendem Elektrodenabstand folgt bei ganz geringem Abstand von 0,05 mm noch ein schwacher Wiederanstieg der Röhrenspannung. Da bei diesen geringen Abständen ein seitliches Ausweichen der Restsäule, wodurch die Säulenlänge wieder erhöht werden könnte, im allgemeinen nicht auftritt, folgern wir ein Anwachsen der Spannung mit abnehmendem Abstand. Das Verhalten ähnelt der Erscheinung des behinderten Kathodenfalles

in einer Glümlentladung. Dieser tritt dann auf, wenn der Kathodenfall in seiner räumlichen Ausbildung eingeschränkt ist, z. B. durch das Verlegen der Anode in den kathodischen Dunkelraum. Es liegt daher der Schluß nahe, daß man für $p=3$ Atm mit Elektrodenabständen um 0,05 mm in für den Kathodenmechanismus maßgebende Bereiche kommt. Zwar beträgt die Größe des Fallgebietes, an dem im wesentlichen die Spannung des Kathodenfalles liegt, nur etwa eine mittlere freie Weglänge; jedoch benötigt der Kathodenfall zu seiner ungestörten Entfaltung ein Ionisationsgebiet von der Ausdehnung einiger freier Weglängen.

Bei der Betrachtung der Vorgänge vor der Kathode gehen wir davon aus, daß im eigentlichen Kathodenfallgebiet der Strom überwiegend durch Elektronen getragen wird, die durch Thermoemission nach der RICHARDSON-Gleichung verstärkt durch das dort herrschende starke elektrische Feld (SCHOTTKYSche \sqrt{E} -Korrektur) aus der Kathode verdampfen [5]. Die Dichte des Elektronenstromes ist dann gegeben durch:

$$j_T = A T^2 \exp\left(-\frac{e}{kT} (\Phi - 3,78 \cdot 10^{-4} \sqrt{E_{\text{eff}}})\right). \quad (3)$$

Darin bedeuten: T die Kathodentemperatur in Bogenansatz; Φ die Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Kathodenmaterial; E_{eff} die an der Kathodenoberfläche unter Berücksichtigung ihrer Rauheit tatsächlich herrschende elektrische Feldstärke. Die reine Feldemission spielt in dem hier interessierenden Bereich noch eine untergeordnete Rolle. Der positive Ionenstrom in Richtung zur Kathode hat zwar dieselbe Größenordnung, ist aber im übrigen merklich kleiner und liegt etwa bei 25 % des Elektronenstromes. Das eigentliche Kathodenfallgebiet hat die Ausdehnung einer freien Weglänge. Am kathodenseitigen Ende dieses Gebietes fliegen die Elektronen in Form eines Elektronenstrahls in Richtung zum anschließenden Ionisationsgebiet. Sie beginnen aber bald in Wechselwirkung zu treten mit dem thermisch ungeordneten Gas aus Atomen, Elektronen und positiven Ionen. Wir idealisieren den tatsächlich stetig verlaufenden Übergang durch ein Modell, nach dem im eigentlichen Fallgebiet von der Ausdehnung einer freien Weglänge ein Elektronenstrahl vorliegt und dieser anschließend in das Ionisationsgebiet eintritt. Infolge Wechselwirkung mit den anderen Plasmapartnern nehmen die Elektronen des eintretenden Strahles rasch eine ungeordnete MAXWELL-Verteilung an. Die Relaxationsstrecke zur Einstellung der ungeordneten Geschwindigkeitsverteilung ist im wesentlichen durch die Wechselwirkung mit den anderen Elektronen bedingt. Die Elektronenkonzentration im Ionisationsgebiet beträgt etwa 10^{18} bis 10^{19} im cm^3 . Bei diesen hohen Elektronenkonzentrationen gewinnen die ins Ionisationsgebiet eintretenden Elektronen auf so kurzen Strecken eine thermische

Geschwindigkeitsverteilung, daß praktisch für das gesamte Ionisationsgebiet mit einer MAXWELL-Verteilung der Elektronen zu rechnen ist.

Für die Relaxationsstrecke S finden verschiedene Autoren [6] einen Ausdruck von der Form

$$S = C \cdot \frac{(k T)^2}{e^4 n_e} \quad (4)$$

C hängt dabei etwas von der speziellen Art der Ableitung ab, jedoch streuen die angegebenen Werte nur wenig um $C = 1/10$ als Mittelwert. Gl. (4) gilt für kleine Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht. Für den aus dem Fallgebiet in das Plasma eintretenden Elektronenstrahl wird, da seine Dichte klein gegenüber der Elektronendichte im Plasma ist, die Relaxationsstrecke jedoch auch durch Gl. (4) größenordnungsmäßig richtig beschrieben.

Mit $n_e \approx 10^{18}$ pro cm^3 und $T_e \approx 20000^\circ$ erhält man $S \approx 10^{-5}$ cm. Die Relaxationsstrecke spielt hier die Rolle einer Ersatzweglänge für einen richtungsändernden Stoß. Sie ist klein im Vergleich zur Weglänge für einen ionisierenden Stoß. Setzen wir zur Abschätzung $p = 10$ Atm; $T_g = 10000^\circ$ und den Stoßquerschnitt für ionisierende Stöße zu q_i ; 10^{-16} cm^2 , so ergibt sich die mittlere Weglänge für ionisierende Stöße zu: $\lambda_i = 1/N \cdot q_i \approx 10^{-3}$ cm. Die Relaxationsstrecke für die Einstellung einer MAXWELL-Verteilung ist also um zwei Größenordnungen kleiner als die freie Weglänge für Ionisierung. Dabei stellt die Relaxationsstrecke nach Gl. (4) noch einen Maximalwert dar. Wie gleich gezeigt werden soll, können Abweichungen bei Entfaltung von Plasmaschwingungen auftreten, und zwar im Sinne einer erhöhten Energiedissipation und damit weiteren Verkleinerung der Relaxationsstrecke.

Die Gl. (4) ergibt einen um etwa drei Zehnerpotenzen zu kleinen Wert bei der Anwendung auf die LANGMUIRSCHEN [7] Messungen der Relaxationsstrecke in einem Niederdruckplasma der Elektronendichte von etwa 10^{10} cm^{-3} . Bereits LANGMUIR vermutete einen Zusammenhang mit Plasmaschwingungen. BOHM und GROSS [8] wiesen nach, daß eine Anisotropie in der Geschwindigkeitsverteilung, wie sie beispielsweise die aus dem Fallgebiet eintretenden Elektronen ergeben, zu einer Entfaltung von Plasmaschwingungen führen kann. Diese Schwingungen entziehen der anisotropen Komponente Energie und beschleunigen damit den Bremsvorgang auf thermische Energie herab.

Damit dieser Dämpfungsprozeß für die schnellen Elektronen neben der durch Gl. (4) beschriebenen Stoßdämpfung wirksam wird, muß sich eine Plasmawelle ausbilden können, die eine ganze Reihe von Wellenzügen enthält. Da die Plasmawelle durch das nichtthermische Elektronenbündel geführt wird, ist das nur möglich, wenn die Elektronen die Strecke mehrerer Wellenzüge im wesentlichen unabgelenkt durchfliegen. Die unabgelenkt durchmessene Länge ist nun aber wieder etwa die durch (4) gegebene Strecke. Mit anderen Worten: eine Relaxationsstrecke muß eine ganze Reihe von Plasmawellenzüge enthalten, damit Plasmaschwingungen maßgeblich an der Energiekopplung zwischen nichtthermischen Elektronen und dem Plasma beteiligt sein können. Nun ist aber die minimale Wellenlänge, die bei

geordneten Plasmaschwingungen überhaupt auftreten kann, höchstens gleich der DEBYESchen Länge

$$\lambda_{\min} \cong \sqrt{\frac{kT}{4\pi e^2 n_e}} = D.$$

Damit Plasmaschwingungen intensiv am Energieumsatz der Elektronen beteiligt sein können, muß gelten, wenn die Richtungsstreuung der Elektronen im wesentlichen durch die geladenen Teilchen erfolgt:

$$C \cdot \frac{(kT)^2}{e^4 n_e} \gg \sqrt{\frac{kT}{4\pi e^2 n_e}}; \quad n_e \ll 4\pi C \left(\frac{kT}{e^2}\right)^3.$$

Der entgegengesetzte Fall, daß keine Plasmaschwingungen mehr angefacht werden, tritt ein, wenn minimale Wellenlänge und unabgelenkt durchflogene Strecke (das ist im wesentlichen die Relaxationsstrecke) einander gleich sind. Hier ist aber die Plasmadichte bereits so groß, daß die mittlere potentielle Energie eines Elektrons im Plasmafeld von der Größenordnung kT ist. Ebenso ist die Anzahl der Elektronen in einer DEBYE-Kugel nur noch ≈ 1 und diese Größe verliert damit ihre Bedeutung. Wenn diese Verhältnisse bisher in Gasentladungen auch noch nicht realisiert wurden, so sind sie unter den extremen Bedingungen, die an der Grenze von Ionisationsraum und Fallraum herrschen, doch schon weitgehend approximiert. So ist dort mit $T_e = 20000^\circ$ und $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

$$S \approx 10^{-5} \text{ cm}; \quad D \approx 10^{-6} \text{ cm}.$$

Wohl können auch in diesem Fall Plasmaschwingungen auftreten, wenn auch sicher nicht so intensiv wie für sehr große S/D . Aber es ist nicht anzunehmen, daß sie einen wesentlichen Beitrag zur Energiedissipation des aus dem Fallraum eintretenden Elektronenstrahls liefern. Die Anwendung von Gl. (4) für die Berechnung der Relaxationsstrecke, nach der sich diese Elektronen der thermischen Verteilung im Ionisationsgebiet eingeordnet haben, ergibt daher sicherlich ein größenordnungsmäßig richtiges Ergebnis.

Unsere Modellvorstellung vom Mechanismus im kathodennahen Gebiet können wir nunmehr mit einiger Berechtigung folgendermaßen idealisieren. Die Elektronen durchlaufen frei das eigentliche Kathodenfallgebiet von etwa einer freien Weglänge. Im anschließenden Ionisationsgebiet nehmen sie praktisch unmittelbar eine MAXWELL-Verteilung unter sich an. Die Temperatur des Elektronengases liegt allerdings am Beginn des Ionisationsgebietes wesentlich über der Gastemperatur. Es besteht an dieser Stelle auch noch keineswegs Gleichgewicht zwischen Elektronentemperatur und Ionisierung. Die Elektronentemperatur ist hier sicherlich erheblich über 10000° und andererseits aber auch wesentlich unterhalb des Temperaturäquivalentes des Kathodenfalls.

Bei der Wanderung dieses Elektronengases in Richtung zur Anode unter Einwirkung des elektrischen Feldes oder infolge Diffusion beginnt nun durch Energieaustausch die Angleichung von Elektronentemperatur und Gas- bzw. Ionisationstemperatur, bis am Ende einer Strecke, die wir sinngemäß als Dicke des Ionisationsgebietes bezeichnen, Gleichgewicht zwischen den Teilmperaturen herrscht. Hier erfolgt in einem stark kontrahierten Ansatz der Übergang in die positive Säule. Das

sichtbar in Erscheinung tretende Kontraktionsgebiet ist bereits als Teil der positiven Säule aufzufassen. Die Abkühlung des Elektronengases im Ionisationsgebiet auf die Gastemperatur von rund 10000° , wird bei der relativ großen Anzahl von schnellen Elektronen vorwiegend durch unelastische Stöße, d.h. im wesentlichen durch Energieentzug infolge von Ionisierungs- und Anregungsprozessen geschehen, wobei sich die MAXWELL-Verteilung des Elektronengases wegen ihrer kurzen Relaxationsstrecke trotz des dauernden Entzuges von schnellen Elektronen praktisch immer sofort wieder einstellt.

Die Driftgeschwindigkeit u des Elektronengases im Ionisationsgebiet läßt sich aus der Beziehung:

$$j = e \cdot n_e \cdot u \quad (5)$$

abschätzen. Diese Gleichung gilt unabhängig davon, ob der Strom durch Bewegung von Elektronen im elektrischen Feld oder durch Diffusion verursacht wird. Die Zeit, während der das Ionisationsgebiet der Dicke δ durchlaufen wird, beträgt:

$$t = \frac{\delta}{u} = \frac{\delta e n_e}{j} \quad (6)$$

Wird die Anode in diesen Bereich hineingebracht, so wird wegen der dort herrschenden höheren Elektronentemperatur dem Kathodenraum eine Energie entzogen, die zur Ionenerzeugung fehlt. Der Kathodenfall muß dann bei weiterer Verringerung des Elektrodenabstandes wieder ansteigen. Die Dicke des Ionisationsgebietes ergibt sich, wie aus der anschließenden Abschätzung folgt, zu etwa $3 \cdot 10^{-3}$ cm. Auf eine Ausdehnung des Ionisationsgebietes von dieser Größe wurde bereits bei den obigen Messungen aus dem Wiederanstieg der Spannung bei extrem kleinen Abständen geschlossen.

Wir berechnen nun die Zeit, in der sich die Elektronentemperatur von ihrem anfänglichen Wert von einigen 10^4 Grad auf etwa $1 \cdot 10^4$ Grad abkühlt. Als Energie entziehende Prozesse beachten wir dabei nur die Stoßionisation. Wiedergewinn von Energie durch Rekombination im Dreierstoß können wir auf der Übergangsstrecke wegen ihrer relativen Seltenheit vernachlässigen. Für die zeitliche Änderung der Energiedichte E des Elektronengases gilt dann:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{2} n_e \cdot k \cdot \frac{dT}{dt} = -e \cdot V_i \cdot Z, \quad (7)$$

wo Z die Anzahl der ionisierenden Stöße, V_i die Ionisierungsspannung bedeuten.

Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß bei Stößen von Atomen mit Elektronen, die eine zur Ionisierung ausreichende Energie haben ($\frac{1}{2} m v_e^2 \geq e \cdot V_i$; V_i Ionisierungsspannung), der für die Ionisierung maßgebende Querschnitt q_i konstant $\approx 10^{-16}$ cm² ist. In Wirklichkeit steigt der Ionierungsquerschnitt in dem fraglichen Geschwindigkeitsbereich von Null bei der Grenzgeschwindigkeit v_i ($\frac{1}{2} m v_i^2 = e V_i$) etwa linear mit weiter wachsender Geschwindigkeit an. Für unsere größenordnungsmäßige Abschätzung ist aber $q_i = 10^{-16}$ cm² ein genügend genauer Mittelwert. Die

Anzahl der Stöße von Elektronen, deren Geschwindigkeit $\geq v_i$ ist, mit Atomen der Querschnitte q_i berechnet sich aus dem MAXWELLSCHEN Geschwindigkeitsverteilungsgesetz zu:

$$Z_i = Z \int_{v_i}^{\infty} = \frac{n_e}{\lambda_e} \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_e v_i^2}{2kT_e}\right) \left(1 + \frac{m_e v_i^2}{2kT_e}\right) \quad (8)$$

oder unter Berücksichtigung von $\frac{1}{2} m_e v_i^2 = eV_i$ und $\lambda_e = \frac{1}{Nq_i}$ (N Anzahl der Atome in cm^3):

$$Z = n_e N q_i \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{eV_i}{kT_e}\right) \left(1 + \frac{eV_i}{kT_e}\right). \quad (9)$$

Hiermit folgt aus Gl. (7)

$$dt = - \frac{3k}{2eV_i N q_i \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{eV_i}{kT_e}\right)} \exp\left(\frac{eV_i}{kT_e}\right) dT. \quad (10)$$

Mit der Substitution $\frac{eV_i}{kT_e} = x$; $dT_e = -\frac{kT_e^2}{eV_i} dx$ wird hieraus:

$$dt = \frac{3}{2} \left(\frac{kT_e}{eV_i} \right)^2 \frac{1}{Nq_i} \frac{1}{\left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{eV_i}{kT_e}\right)} e^x dx. \quad (11)$$

Für die folgende Abschätzung macht es wenig aus, wenn für T_e außerhalb des Exponenten ein konstanter mittlerer Wert \bar{T} eingesetzt wird. Liegt zwischen dem Endwert von etwa 10^4 Grad und dem Anfangswert T_a , der sicher kleiner ist als das Temperaturäquivalent des Kathodenfalls ($\frac{3}{2} kT = eV_K$). Durch Integration der Gl. (10) wird dann erhalten:

$$t = \frac{3}{2} \left(\frac{k}{eV_i} \right)^2 \frac{1}{Nq_i} \frac{1}{\left(\frac{8k}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}}} \bar{T}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{eV_i}{k\bar{T}}\right)} \int_{T_e=T_a}^{T_e=10000^\circ} \exp\left(\frac{eV_i}{kT_e}\right) d\left(\frac{eV_i}{kT_e}\right). \quad (12)$$

Mit $N = 3 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$; $q_i = 10^{-16} \text{ cm}^2$; $\bar{T} = 15000^\circ$ wird:

$$t = 3 \cdot 10^{-13} \exp\left(\frac{eV_i}{kT_e}\right) \Big|_{T_e > 20000^\circ}^{T_e = 10000^\circ} \quad (13)$$

und somit:

$$t \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Als Mittelwert der Elektronenkonzentration, die im Ionisationsgebiet von über 10^{18} pro cm^3 auf rund 10^{17} pro cm^3 am säulenseitigen Ende herabgeht, setzen wir $5 \cdot 10^{17}$ pro cm^3 ein. Mit einer angenommenen Stromdichte von 10^4 Amp/ cm^2 ergibt sich damit für die Driftgeschwindigkeit der Elektronen nach Gl. (5):

$$u = 1,3 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}$$

und als Dicke des Fallgebietes:

$$\delta = u \cdot t \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

Es soll nun gezeigt werden, daß der Stromtransport im Ionisationsraum durch Diffusion der Elektronen getragen werden kann. In diesem Fall ist das Ionisationsgebiet im wesentlichen feldfrei, unter Umständen wird die Feldstärke sogar leicht negativ. Wenn unsere Abschätzung auch keine quantitative Bestimmung der Feldverhältnisse im Ionisations-

gebiet erlaubt, so folgt doch, daß zumindest eine Schwächung des elektrischen Feldes im Vergleich zur anschließenden stark kontrahierten positiven Säule wahrscheinlich ist.

Damit im Ionisationsraum die Feldstärke verschwindet, und demgemäß der Säulenrest spannungsfrei ist, muß dort eine negative Überschuldung bestehen, die den eingepprägten Gradienten der Säule kompensiert. Diese Ladungsdichte wird aus der Gleichung $dE/dx = 4\pi\rho$ berechnet. Näherungsweise gilt:

$$\frac{\Delta E}{\delta} = 4\pi e \Delta n_e, \quad (14)$$

wobei δ die Tiefe des Ionisationsgebietes und Δn_e der Mittelwert des Elektronenüberschusses pro cm^3 im Ionisationsraum ist. Es folgt dann:

$$E = E_0 - 4\pi e \Delta n_e \cdot \delta,$$

wo E_0 die Feldstärke am anschließenden Ende der positiven Säule bedeutet. Die Anzahl der Elektronen, die die mittlere Anzahl der positiven Ionen im cm^3 übersteigt, wenn das Feld E verschwinden soll, ergibt sich damit zu

$$\Delta n_e = \frac{E_0}{4\pi e \delta}. \quad (15)$$

Bei einer Länge des Ionisationsraumes von rund $5 \cdot 10^{-3}$ cm und einer Feldstärke von $E_0 = 30 \text{ V/cm} = 10^{-1}$ elektrostatische Feldstärkeeinheiten am Ende der positiven Säule ist danach der erforderliche Elektronenüberschuß pro cm^3 :

$$\Delta n_e \approx 10^{10} \text{ Elektronen im cm}^3.$$

Andererseits kann der Elektronenüberschuß im Ionisationsraum abgeschätzt werden. Hierzu gehen wir aus von der Beziehung für die Dichte des Elektronenstromes

$$j_- = -e \cdot n_e b_e E + e \cdot D \frac{dn_e}{dx}. \quad (16)$$

Darin berücksichtigt das erste Glied die Elektronendrift im elektrischen Feld und zweite die Elektronendiffusion. Durch Differentiation nach x unter Berücksichtigung der Raumladungsgleichung $dE/dx = 4\pi\rho$ erhält man:

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{e \cdot n_e b_e} \frac{dj_-}{dx} - \frac{D}{n_e b_e} \frac{d^2 n_e}{dx^2} \right)$$

oder mit der TOWNSENDschen Beziehung $\frac{e \cdot D}{b_e} = k T_e$:

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{e \cdot n_e b_e} \frac{dj_-}{dx} - \frac{k T_e}{e \cdot n_e} \frac{d^2 n_e}{dx^2} \right). \quad (17)$$

Der Elektronenstrom steigt innerhalb des Ionisationsgebietes vom fallraumseitigen Ende, wo er rund 80% des Gesamtstromes ausmacht, bis zum Beginn der kontrahierten positiven Säule, wo er wegen $i_e/i_+ = b_e/b_+ \gg 1$ praktisch den gesamten Strom trägt, stetig an.

Den Verlauf der Kurve des Elektronenstromes approximieren wir durch eine Gerade. Im Rahmen dieser Näherung gilt:

$$\frac{dj_-}{dx} = \alpha \frac{j_-}{\delta} = \alpha \frac{e \cdot n_e \cdot u}{\delta}. \quad (18)$$

Hierin bedeutet δ die Länge des Ionisationsgebietes. α ist die Steigung des Elektronenstromes innerhalb des Ionisationsgebietes. Es ist $\alpha = 0,2$.

Zur Abschätzung von $d^2 n_e / dx^2$ gehen wir davon aus, daß die Elektronendichte im Ionisationsgebiet erheblich größer ist (etwa eine Zehnerpotenz) als in der Säule. Das Maximum der Elektronendichte wird irgendwo im Ionisationsgebiet — wahrscheinlich nicht sehr weit vom fallraumseitigen Ende entfernt — liegen. Die Elektronendichte fällt dann monoton zur positiven Säule hin ab. In erster Näherung können wir setzen:

$$\frac{dn_e}{dx} = -\frac{n_e}{\delta}; \quad \frac{d^2 n_e}{dx^2} = \frac{n_e}{\delta^2}, \quad (19)$$

wobei für n_e der Mittelwert der Elektronendichte im Ionisationsgebiet angesetzt werden kann. Werden die Ausdrücke für dj_-/dx und $d^2 n_e/dx^2$ nach Gl. (18) und (19) in Gl. (17) eingesetzt, so ergibt sich für die mittlere Ladungsdichte im Ionisationsraum:

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi} \left(\alpha \frac{u}{b_e \delta} - \frac{k T_e}{e \delta^2} \right)$$

oder mit

$$b_e \approx \frac{e \cdot \lambda_e}{m \cdot v_e} \approx \frac{e \lambda}{3 k T_e} \frac{v_e}{u},$$

$$\varrho = -\frac{k T_e}{4\pi e \delta} \left(\frac{3\alpha}{\lambda_e} \cdot \frac{u}{v_e} - \frac{1}{\delta} \right).$$

Mit $\varrho = -e \cdot \Delta n_e$ folgt somit für den Ladungsüberschuß durch Elektronen:

$$\Delta n_e = \frac{k T_e}{4\pi e^2 \delta} \left(\frac{3\alpha}{\lambda_e} \frac{u}{v_e} - \frac{1}{\delta} \right). \quad (20)$$

Setzen wir die vorher abgeschätzten Werte für $\delta = 5 \cdot 10^{-3}$ cm, $\alpha = 0,2$; $\lambda_e = 10^{-5}$ cm; $u = 2,6 \cdot 10^5$ cm/sec und $v_e = 7 \cdot 10^7$ cm/sec entsprechend einer Elektronentemperatur $T_e = 15000^\circ$, so ergibt sich wieder ein Wert von der Größenordnung 10^{10} cm $^{-3}$.

Zur Bestimmung der Summe von Anoden- und Kathodenfall gelangt man einfach aus der Extrapolation der regulär verlaufenden Kurve bis etwa 0,1 mm auf Elektrodenberührung. Die auf diese Art erhaltene minimale Röhrenspannung ist jedoch noch nicht mit der minimalen Bogenspannung identisch. Die gemessene Röhrenspannung enthält noch den Spannungsabfall am Widerstand der Durchführungen. Dieser ist aber im wesentlichen durch den Spannungsabfall an der Röhre bei kurzgeschlossenen Elektroden gegeben. Ein kleiner Fehler, der aus der Differenz von Kurzschlußstrom und Bogenstrom resultiert, ist im betrachteten Meßbereich bei einer Klemmenspannung von 220 V kleiner als 0,1 V und ist daher zu vernachlässigen. Der Widerstand der Durchführungen betrug etwa 0,08 Ω .

Die Bestimmung des Anodenfalles in der Hg-Hochdruckentladung erfolgte nach dem in [I] angegebenen Verfahren aus der Aufheizung der Elektroden. Die dazu benutzte Entladungsröhre hatte symmetrische Elektroden von 6 mm Durchmesser. Die Meßergebnisse für den Anodenfall sind in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1. Der Anodenfall für verschiedene Drücke und Stromstärken.

| | I (Amp) | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
|---------------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $p = 3$ Atm | U_A | 1,5 | 1,0 | 0,7 | 1,4 | 0,8 |
| $p = 6,5$ Atm | U_A | 0,7 | 0,7 | 1,3 | 0,9 | 0,5 |

Die Meßergebnisse streuen ziemlich stark; doch ergibt sich der Anodenfall hier in Übereinstimmung mit den Beobachtungen in Xenon bei 35 Atm innerhalb der Fehlergrenzen zu etwa 1 V unabhängig von der Stromstärke.

In Fig. 4 sind die Meßwerte für die Summe von Kathoden- und Anodenfall für Drücke zwischen 3 und 23 Atm bei Stromstärken

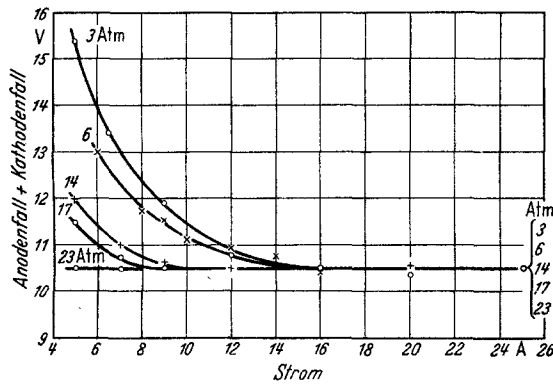


Fig. 4. Summe von Anoden- und Kathodenfall in Abhängigkeit von der Stromstärke für verschiedene Drücke.

zwischen 6 und 25 Amp aufgetragen. Da der Anodenfall unabhängig von Druck und Stromstärke etwa 1 V beträgt, sind obige Werte um 1 V zu erniedrigen, um den Kathodenfall zu erhalten. Der Kathodenfall nimmt zunächst bei festgehaltenem Druck mit wachsender Stromstärke ab und erreicht bei hinreichend hohen Stromstärken den Wert von 9,5 V, der offenbar nicht unterschritten wird. Dieser Minimalwert ist innerhalb der Fehlergrenzen der Messung unabhängig vom Gasdruck. Je höher der Druck ist, desto geringer ist die erforderliche Stromstärke, um diesen minimalen Kathodenfall zu approximieren. Der Abfall des Kathodenfalles bei kleinen Stromstärken erfolgt um so steiler, je höher der Gasdruck ist. Die Druckabhängigkeit des Kathodenfalls wird qualitativ dadurch charakterisiert, daß bei dieser Röhre der Endwert für $p = 3$ Atm erst oberhalb von 15 Amp erreicht wird, während er für den höchsten hier untersuchten Druck von 23 Atm bis zu der kleinsten gemessenen Stromstärke von 6 Amp herab auf seinem Minimalwert verharrt.

Für größere Kathoden verschiebt sich dieses Bild nach höheren Stromstärken. Der Endwert beträgt dort — wie bei einer Röhre mit einer 6 mm dicken Kathode festgestellt wurde — auch 9,5 V, er

wird aber erst bei einer etwas höheren Stromstärke erreicht. Es liegt daher die Verallgemeinerung nahe, daß der minimale Kathodenfall von 9,5 V eine allgemeine Eigenschaft einer Bogenentladung in Quecksilberdampf mit einer Wolframkathode ist. Individuelle Röhreneigenheiten — vornehmlich Größe und Gestalt der Kathode — äußern sich im Verhalten des Kathodenfalls nur bei relativ geringen Drucken und Stromstärken, bei denen der Kathodenfall seinen Extremwert noch nicht erreicht hat.

Der Gradient in der Hg-Hochdruckentladung wurde für verschiedene Stromstärken und Drücke zwischen 6 und 30 Atm bzw. 6 und 20 Amp gemessen. Dabei wurde die

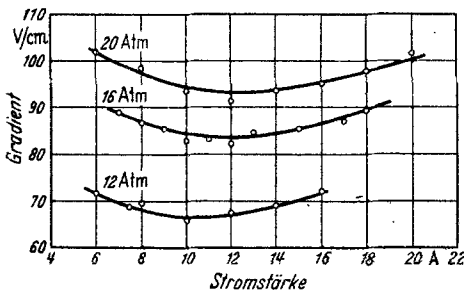


Fig. 5. Gradient der positiven Säule in Abhängigkeit von Strom für verschiedene Drücke.

Stromstärkeabhängigkeit des Gradienten eingehend für die Drücke $p = 12; 16; 20$ Atm untersucht. Die Meßwerte sind in Fig. 5 aufgetragen. Demnach ist hier der Gradient nur sehr schwach von der Stromstärke abhängig, jedenfalls wesentlich schwächer als in Xenon [1] und anderen Edelgasen [9]. Mit

zunehmender Stromstärke fällt der Gradient zunächst ab, erreicht in der Gegend von 10 Amp ein Minimum und steigt dann wieder schwach an. Das Minimum verschiebt sich offenbar mit zunehmendem Druck geringfügig nach höheren Stromstärken, ganz analog dem in Arbeit [1] beobachteten Verhalten des Gradienten in Xenon.

Die Ursache für die im Hg-Hochdruckbogen offenbar besonders ausgeprägte Unempfindlichkeit des Gradienten gegenüber Stromstärkeänderungen sehen wir in der Unabhängigkeit der Bogenbreite von der Stromstärke sowie der Proportionalität von Elektronenkonzentration und Stromstärke. Der Gradient hat mit der Stromstärke den Zusammenhang

$$E = \frac{J}{\pi \cdot R^2 e n_e b_e}; \quad b_e \approx \frac{e \lambda_e}{m_e \cdot v} = \frac{e}{m_e v} \frac{1}{NQ + n_+ Q_+}.$$

Dabei ist: R = Bogenradius; n_e = Elektronenkonzentration; b_e = Elektronenbeweglichkeit. Letztere ist bei diesen relativ schwach belasteten Entladungen im wesentlichen bestimmt durch den Wirkungsquerschnitt NQ der Neutralteilchen. Der Beitrag der positiven Ionen mit dem Wirkungsquerschnitt $n_+ Q_+$ zur Beweglichkeit hält sich hier wegen der relativ schwachen Ionisierungsgrade in geringen Grenzen, so daß man in gewisser Näherung auch die Elektronenbeweglichkeit als

zumindest sehr geringfügig von der Stromstärke abhängig betrachten darf. Hieraus ergibt sich eine Konstanz des Gradienten in der Näherung, in der diese Beobachtungen erfüllt sind.

Fig. 6 gibt die Gradienten bei 10 Amp in Abhängigkeit vom Druck wieder. Da das Minimum des Gradienten in diesem Druckbereich in der Gegend von 10 Amp liegt, stimmen die Meßwerte praktisch mit dem Minimalgradienten überein. Dieser steigt demnach zwischen 10 und 30 Atm innerhalb der Meßgenauigkeit linear mit dem Druck an. Bei kleineren Drucken unterhalb von 10 Atm waren die Gradienten durchweg geringer, als aus der Extrapolation der Werte bei höherem Druck zu erwarten ist. Außerdem sind dort die Meßwerte schlecht reproduzierbar. So betragen innerhalb einer Röhre die relativen Schwankungen der Meßwerte bis zu 100%, während sie bei den höheren Drucken innerhalb der Meßgenauigkeit reproduzierbar waren.

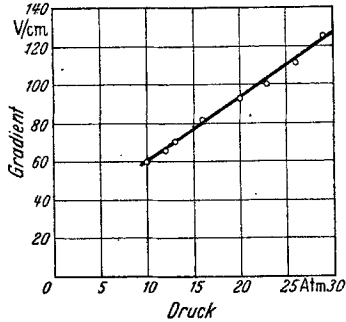


Fig. 6. Gradient der positiven Säule bei 10 Amp in Abhängigkeit vom Druck.

Die Durchführung der Untersuchungen wurde ermöglicht durch Leihgaben der Deutschen Forschungsgemeinschaft, wofür auch an dieser Stelle unser bester Dank ausgesprochen werden soll.

Literatur.

- [1] BAUER, A., u. P. SCHULZ: Z. Physik **139**, 197 (1954). — [2] Vgl. z. B. ECKER, G.: Z. Physik **132**, 248 (1952). — LARCHÉ, K.: Z. Physik **136**, 81 (1953). — [3] Zum Verschwinden des Anodenfalles in Niederdruckentladungen bei kleinen Elektrodenabständen s. M. J. DRUYVENSTEIN u. M. PENNING: Rev. Mod. Phys. **12**, 128 (1940), weitere Lit. dort. — [4] GERTHSEN, P.: Z. Physik **138**, 515 (1954). — [5] Vgl. hierzu BAUER, A., u. P. SCHULZ: Physik. Verh. **4**, 111 (1953). — BAUER, A.: Z. Physik **138**, 35 (1954). — [6] Literaturzusammenfassung s. R. ROMPE u. M. STEENBECK: Ergebn. exakt. Naturw. **18**, 273 (1939). — [7] LANGMUIR, J., and H. MOTTSMITH: Gen. Electr. Rev. **27**, 766 (1924). — [8] BOHM, D., and E. P. GROSS: Phys. Rev. **75**, 1851, 1864 (1949). — [9] SUITS, C. G.: Phys. Rev. **55**, 561 (1939).

Karlsruhe, Lichttechnisches Institut der Technischen Hochschule.