

Zur Kapazität des Selengleichrichters*.

Von

WERNER OLDEKOP.

Mit 4 Figuren im Text.

(Eingegangen am 29. August 1952.)

Bei Wechselstrommessungen entsteht im Gleichrichter eine thermisch bedingte Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, die zu der durch die Kapazität hervorgerufenen Phasenverschiebung hinzutritt und mitgemessen wird. Beschreibt man den Gleichrichter durch ein Ersatzschaltbild, bestehend aus einem Ohmschen Widerstand R_w mit parallelgeschalteter Kapazität C_w , so äußert sich diese zusätzliche Phasenverschiebung als negative Zusatzkapazität. Dadurch kann der von S. POGANSKI und A. HOFFMANN bei höheren Sperrspannungen beobachtete anormale Abfall der Kapazität C_w erklärt werden.

I. Einleitung und Problemstellung.

Nach unseren heutigen Vorstellungen spielen sich die Gleichrichtungsvorgänge in einer Halbleiter-Metallanordnung vorwiegend in einer dünnen, der Metallelektrode vorgelagerten Randschicht des Halbleiters ab. Physikalisch zeichnet sich die Randschicht (auch im stromlosen Falle) durch das Vorhandensein von Raumladungen und elektrischen Feldern aus. Bezeichnen wir mit Q die Gesamtladung der Halbleiterschicht und mit U die am Gleichrichter liegende Spannung, so ist die (differentielle) Kapazität des Gleichrichters definiert durch die Gleichung

$$C(U) = \frac{dQ}{dU}. \quad (1)$$

Für den Fall homogener Störstellenverteilung und unter einigen anderen Voraussetzungen, auf die wir hier nicht näher eingehen, findet SCHOTTKY¹ für die Kapazität pro Flächeneinheit:

$$C = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot N \cdot e}{8\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varphi_D + U}}. \quad (2)$$

Hierbei ist N die Störstellenkonzentration, ε die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters, e die Elementarladung und φ_D die sog. Diffusionsspannung¹.

Diese Formel hat sich bei den meisten Selengleichrichtern im Gebiet nicht zu hoher Sperrspannungen qualitativ gut bewährt. Bei höheren

* Auszug aus einer Göttinger Dissertation.

¹ SCHOTTKY, W.: Z. Physik 118, 553 (1941).

Sperrspannungen hat jedoch POGANSKI¹ bei vielen Gleichrichtern erhebliche Abweichungen von der SCHOTTKYSchen Formel beobachtet. Die mit einer Wechselstrombrücke gewonnenen Meßergebnisse zeigen bei Sperrspannungen von mehreren Volt einen relativ schnell einsetzenden Kapazitätsabfall, der innerhalb eines Spannungsintervalls von wenigen Volt zum völligen Verschwinden der Kapazität führt (vgl. Fig. 2a und Fig. 3 a).

Oszillographische Untersuchungen von HOFFMANN² haben zu ähnlichen Ergebnissen geführt. HOFFMANN fand darüber hinaus, daß der anormale Kapazitätsabfall bei tiefen Frequenzen früher einsetzt als bei hohen und in einigen Fällen sogar zu negativen Werten der „Kapazität“ führt (vgl. Fig. 4).

Namentlich letztere Beobachtung weist darauf hin, daß es sich hierbei nicht um ein anormales Verhalten der durch Gl. (1) definierten Gleichrichterkapazität $C = dQ/dU$ handeln kann. Nach neueren Untersuchungen von SCHOTTKY³ können zwar Trägheits- und Relaxationseffekte in der Randschicht eine Frequenzabhängigkeit der Kapazität C zur Folge haben, indem die den Spannungsschwankungen δU entsprechenden Ladungsschwankungen δQ in ihrem Betrage frequenzabhängig werden; doch müßte bei derartigen Vorgängen die Kapazität mit wachsender Frequenz abnehmen, wogegen HOFFMANN bei höheren Sperrspannungen gerade den umgekehrten Frequenzgang beobachtet hat. Das Auftreten negativer „Kapazitäten“ wäre zudem völlig unverständlich.

Es ist vielmehr zu vermuten, daß hier Zusatzeffekte wirksam werden, die mit einer Kapazität im Sinne der Definition (1) nichts zu tun haben, bei den Messungen aber störend in Erscheinung treten.

POGANSKI und HOFFMANN legen bei der Auswertung ihrer Messungen für den Gleichrichter ein Ersatzschaltbild zugrunde, welches aus einem OHmschen Widerstand R_w mit parallelgeschalteter Kapazität C_w besteht.

Wir wollen im folgenden zeigen, daß die bei Wechselstrommessungen stets vorhandenen Temperaturschwankungen im Gleichrichter bei höheren Stromdichten eine merkliche Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung erzeugen, die zu der durch die Kapazität $C = dQ/dU$ bedingten Phasenverschiebung hinzutritt und mitgemessen wird. Diese zusätzliche Phasenverschiebung äußert sich bei dem zugrunde gelegten Ersatzschaltbild als negative Zusatzkapazität und dürfte für den oben besprochenen anormalen Abfall der experimentell bestimmten Kapazität C_w verantwortlich sein.

¹ POGANSKI, S.: Über die Existenz von Zwischenschichten an der Grenze Metall/Selen und ihre Bedeutung für den Sperrschichtmechanismus. Diss. T. H. Berlin 1949.

² HOFFMANN, A.: Z. angew. Phys. **2**, 353 (1950).

³ SCHOTTKY, W.: Z. Physik **132**, 261 (1952).

In Anlehnung an die bei Brückenmessungen vorliegende Situation behandeln wir folgendes Problem:

Am Gleichrichter liege eine konstante Vorspannung U_0 , welcher eine kleine Wechselfspannung $\Delta U = A \cdot e^{-i\omega t}$ überlagert wird. Dadurch entsteht eine Stromdichte

$$j = j_0 + \Delta j(t) = j_0 + B \cdot e^{-i\omega t},$$

wobei j_0 den der Vorspannung U_0 entsprechenden Gleichstromanteil bedeutet.

Gesucht ist der komplexe Widerstand $\mathfrak{R} = \frac{\Delta U}{\Delta j} = \frac{A}{B}$, den wir unter Berücksichtigung der in der Randschicht vorhandenen Temperaturschwankungen berechnen und auf die Form

$$\frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{R'} - i\omega C'$$

bringen. Dann muß wegen des bei den Messungen zugrunde gelegten Ersatzschaltbildes $R' = R_w$ und $C' = C_w$ sein.

Wir zeigen, daß die Kapazität C' neben der durch Gl. (1) definierten wahren Kapazität $C = dQ/dU$ noch ein thermisch bedingtes, negatives und frequenzabhängiges Glied enthält, mit dessen Hilfe die experimentell gefundenen C_w -Kurven befriedigend gedeutet werden können.

Trägheitseffekte der Ladungsträger und dergleichen werden im folgenden nicht berücksichtigt.

Einige Besonderheiten des HOFFMANN'Schen Meßverfahrens werden in Abschnitt III näher diskutiert.

II. Die Berechnung der Wechselstromkapazität.

Da die im Gleichrichter auftretenden Strom- und Temperaturschwankungen sich gegenseitig beeinflussen, gehen wir in zwei Schritten vor:

1. Wir berechnen zunächst aus der Wärmeleitungsgleichung den zu einer gegebenen Spannung $U = U_0 + A \cdot e^{-i\omega t}$ und zu einer gegebenen Stromdichte $j = j_0 + B \cdot e^{-i\omega t}$ gehörigen Temperaturverlauf im Gleichrichter.

2. Wir betrachten die durch elektrische Vorgänge bedingte Rückwirkung der Temperaturschwankungen auf die Stromdichte.

Aus den sich ergebenden Strom/Spannungs/Temperaturbeziehungen können wir dann die Temperaturschwankungen eliminieren und den komplexen Widerstand $\mathfrak{R} = A/B$ eindeutig berechnen.

Für den Temperaturverlauf im Gleichrichter setzen wir an:

$$T(x, t) = T_0(x) + \vartheta(x) \cdot e^{-i\omega t},$$

wobei $T_0(x)$ die zur Vorspannung U_0 gehörige „Gleichstromtemperatur“ sei.

Wir setzen voraus, daß der gesamte Spannungsabfall U an der Randschicht liegt (s. Fig. 1) und daß quadratische Glieder in den „Störampplituden“ A, B und ϑ vernachlässigt werden können.

Eine genauere Behandlung des vorliegenden Wärmeleitungsproblems ergibt, daß in den praktisch vorkommenden Fällen folgende vereinfachende Annahmen zur Bestimmung der Temperaturschwankungen gemacht werden können.

1. Die Wärme erzeugende Randschicht kann als unendlich dünn angesehen werden, da bei Frequenzen unterhalb

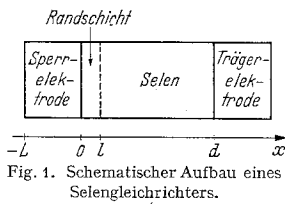


Fig. 1. Schematischer Aufbau eines Selengleichrichters.

Tabelle 1. Einige Materialkonstanten.

	Selen	Wismut	Cadmium
$\lambda \frac{\text{cal}}{\text{cm sec } ^\circ\text{K}}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0,02	0,23
$s \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	4,8	9,8	8,64
$c \frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{K}}$	0,08	0,03	0,06
$\mu \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,07	0,44

von etwa 10^6 Hz und den in Tabelle 1 angegebenen Materialkonstanten die Wellenlänge der Temperaturwellen groß gegenüber der etwa 10^{-5} cm betragenden Randschichtdicke ist.

2. Die gesamte Selenschicht kann als unendlich dick angesehen werden, da die Reichweite der aus der Randschicht eindringenden Temperaturwellen bei Frequenzen oberhalb von etwa 50 Hz klein gegenüber der etwa $5 \cdot 10^{-3}$ cm betragenden Dicke der Selenschicht bleibt.

3. Der Wechselstromanteil des Wärmestroms, der die Sperr-elektrode in Richtung des umgebenden Mediums (etwa Zimmerluft) verläßt, kann vernachlässigt werden, da die Wärmeleitfähigkeit der Sperr-elektrode im allgemeinen viel größer ist als die des umgebenden Mediums und der Einfluß etwaiger Zuführungsdrähte normalerweise keine Rolle spielt¹.

Dann gilt für die Temperaturamplitude $\vartheta(x)$ (vgl. Fig. 1):

$$\left. \begin{aligned} -i\omega\vartheta(x) &= \mu_{Me} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} & \text{für} & \quad -L < x < 0, \\ -i\omega\vartheta(x) &= \mu_{Se} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} & \text{für} & \quad 0 < x. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Hierbei ist $\mu = \frac{\lambda}{c \cdot s}$, wenn λ = Wärmeleitfähigkeit; s = Dichte; c = spezifische Wärme. Die Indizes Se bzw. Me beziehen sich auf das Selen

¹ Andernfalls denke man sich die Sperr-elektrode entsprechend verdickt.

bzw. auf das Metall der Sperrelektrode. Tabelle 1 gibt einige Zahlenwerte¹.

Bezeichnen wir mit

$$q = j \cdot U \approx j_0 \cdot U_0 + (U_0 \cdot B + j_0 \cdot A) e^{-i\omega t} = q_0 + G \cdot e^{-i\omega t} \quad (4)$$

die in der Randschicht entwickelte Stromwärme, so sind folgende *Randbedingungen* zu wählen:

1. Stetigkeit von ϑ bei $x = 0$.
2. Wegen Annahme 1:

$$\lambda_{Me} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_{Se} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = q$$

bei $x = 0$; oder, da sich die Gleichstromglieder herausheben:

$$\lambda_{Me} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \lambda_{Se} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = G$$

bei $x = 0$.

3. $\vartheta(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$ wegen Annahme 2.
4. $\partial \vartheta / \partial x = 0$ für $x = -L$ wegen Annahme 3.

Die gesuchte Lösung lautet:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \frac{a}{\cos K_M L} \cdot \cos K_M(x + L) && \text{für } x < 0, \\ \vartheta &= a \cdot e^{iK_S x} && \text{für } x > 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

wobei

$$\begin{aligned} K_S &= \sqrt{\frac{\omega}{2\mu_{Se}}} (1 + i), & K_M &= \sqrt{\frac{\omega}{2\mu_{Me}}} (1 + i), \\ a &= \vartheta(x = 0) = \frac{G}{-\lambda_M K_M \cdot \operatorname{tg} K_M L - i \lambda_S K_S}. \end{aligned} \quad (6)$$

Wir diskutieren zwei Spezialfälle:

a) Es sei $|K_M \cdot L| \ll 1$, dann folgt für die Temperaturamplitude in der Randschicht

$$\vartheta_R = \vartheta(x = 0) \approx \frac{G}{-i \lambda_S K_S} = \frac{U_0 \cdot B + j_0 A}{\sqrt{2\omega(\lambda c s)_{Se}}} (1 + i) \quad (7a)$$

[wegen der Definitionsgleichungen (4) und (6)].

b) Es sei $|K_M \cdot L| \gg 1$, dann wird $\operatorname{tg} K_M L \approx i$ und wegen $\lambda_M K_M > \lambda_S K_S$ folgt:

$$\vartheta_R = \vartheta(x = 0) \approx \frac{G}{-i \lambda_M K_M} = \frac{U_0 B + j_0 A}{\sqrt{2\omega(\lambda c s)_{Me}}} (1 + i). \quad (7b)$$

Damit ist die Schwankung $\Delta T_R = \vartheta_R \cdot e^{-i\omega t}$ der Randschichttemperatur T_R durch die Spannungsschwankung $\Delta U = A \cdot e^{-i\omega t}$ und die Strom-

¹ Vgl. etwa D'ANS-LAX: Taschenbuch für Chemiker und Physiker. Die Wärmeleitfähigkeit des Selens ist in den üblichen Tabellenwerken nicht aufgeführt. Der obige Wert wird von E. BILLIG [Proc. Roy. Soc. Lond. **207**, 157 (1951)] angegeben.

schwankung $\Delta j = B \cdot e^{-i\omega t}$ ausgedrückt und der erste Teil unserer Aufgabe somit in hinreichender Näherung gelöst.

Jetzt betrachten wir die Rückwirkung der Temperaturschwankungen auf die Stromdichte.

Dabei wollen wir Relaxations- und Trägheitseffekte vernachlässigen, deren Einfluß von SCHOTTKY¹ weitgehend untersucht worden ist. Wir nehmen an, daß zu jedem Zeitpunkt der Schwingung noch ein quasi-stationärer Zustand erreicht wird. Bezeichnen wir mit j_G diejenige Stromdichte, die im Gleichstromfalle bei den jeweiligen Momentanwerten von Spannung und Temperatur fließen würde, so kann die Gesamtstromdichte j unter obiger Annahme geschrieben werden in der Form

$$j = j_G + \frac{dQ}{dt} = j_G + C \cdot \frac{dU}{dt},$$

wobei Q die Gesamtladung der Selenschicht und C die durch Gl. (4) definierte Kapazität des Gleichrichters bedeutet. j_G ist hier aufzufassen als Funktion der Momentanspannung U und der zeitabhängigen Randschichttemperatur T_R . Die Temperatur in den übrigen Teilen des Gleichrichters geht wegen der geringen Eindringtiefe der aus der Randschicht kommenden Temperaturwellen nur als konstanter Parameter ein und braucht nicht weiter berücksichtigt zu werden. Wegen $U = U_0 + A \cdot e^{-i\omega t}$, $j = j_0 + B \cdot e^{-i\omega t}$, $T_R = T_{R,0} + \vartheta_R \cdot e^{-i\omega t}$ entwickeln wir die als bekannt anzusehende Funktion $j_G(U, T_R)$ um die der konstanten Vorspannung U_0 entsprechenden Werte und erhalten:

$$\begin{aligned} j &= j_0 + \left(\frac{\partial j_G}{\partial U}\right)_0 A \cdot e^{-i\omega t} + \left(\frac{\partial j_G}{\partial T_R}\right)_0 \vartheta_R e^{-i\omega t} - i\omega C \cdot A e^{-i\omega t} \\ &= j_0 + B \cdot e^{-i\omega t}, \\ B &= \left(\frac{\partial j_G}{\partial U}\right)_0 \cdot A + \left(\frac{\partial j_G}{\partial T_R}\right)_0 \vartheta_R - i\omega C \cdot A. \end{aligned} \quad (8)$$

Aus (8) und (7a) bzw. (7b) kann man jetzt ϑ_R eliminieren und den komplexen Widerstand $\Re = A/B$ berechnen.

Da wir nach Abschnitt I den Widerstand \Re auf die Form

$$\frac{1}{\Re} = \frac{1}{R'} - i\omega C'$$

mit reellem R' und C' zu bringen haben, folgt für die gesuchte Kapazität C' nach elementarer Rechnung:

$$\left. \begin{aligned} C' &= \frac{C(1 - \eta U_0) - \frac{\eta}{\omega} \left(j_0 + \frac{\partial j_G}{\partial U} \cdot U_0 \right)}{1 - 2\eta U_0 + 2\eta^2 U_0^2} \\ \eta &= \frac{\partial j_G}{\partial T_R} (2\omega \lambda c s)^{-\frac{1}{2}}, \quad C = \frac{dQ}{dU}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

¹ Vgl. Fußnote 3, S. 67.

Dabei ist für $\lambda c s$ der Selenwert oder der Metallwert zu nehmen, je nachdem ob $L \cdot \sqrt{\omega \left(\frac{c \cdot s}{\lambda}\right)_{Me}}$ klein oder groß gegen 1 ist. L war die Dicke der Sperrelektrode¹.

Die so gefundene Kapazität C' muß nach Abschnitt I gleich der experimentell bestimmten Kapazität C_w sein.

Für einen Vergleich mit den Experimenten ist die Kenntnis des Differentialquotienten $\partial j_G / \partial T_R$ erforderlich. Dieser Ausdruck läßt sich nicht ohne weiteres aus gemessenen Gleichstromisothermen entnehmen, da bei derartigen Messungen die Temperatur im gesamten Gleichrichter praktisch konstant ist, und die gesuchte (alleinige) Abhängigkeit der Stromdichte von der Randschichttemperatur durch temperaturabhängige Effekte im Gleichrichterinneren überdeckt werden kann. Eine theoretische Berechnung ist vorzuziehen. Da nach der Diffusionstheorie² die Abhängigkeit der Gleichstromsperrkennlinie von der Randschichttemperatur im wesentlichen durch einen Exponentialfaktor $e^{-\frac{e\varphi_D}{kT_R}}$ bestimmt wird, wo φ_D die sog. Diffusionsspannung und k die BOLTZMANN-Konstante bedeutet, setzen wir:

$$\frac{\partial j_G}{\partial T_R} \approx j_G \cdot \frac{e\varphi_D}{kT_R^2}.$$

Mit Hilfe dieser Beziehung überlegt man sich dann leicht, daß in allen praktisch vorkommenden Fällen die in Gl. (9) enthaltene Größe $\eta \cdot U_0 \ll 1$ ist, so daß man statt (9) auch schreiben kann³:

$$C' \approx C - \frac{1}{\sqrt{2\lambda c s}} \cdot \frac{1}{\omega^{\frac{3}{2}}} \cdot j_G \left(j_G + \frac{\partial j_G}{\partial U} \cdot U \right) \cdot \frac{e\varphi_D}{kT_R^2}. \quad (10)$$

Damit ist gezeigt, daß die Ersatzschaltgröße C' neben der eigentlichen Kapazität $C = dQ/dU$ noch ein thermisch bedingtes negatives Glied enthält, welches mit wachsender Stromstärke zu- und steigender Frequenz abnimmt.

III. Der Vergleich mit den Experimenten.

Die Fig. 2a und 2b sowie Fig. 3a und 3b zeigen Meßergebnisse von POGANSKI⁴. Die Kapazität C_w wurde unter Benutzung des in Abschnitt I erwähnten Ersatzschaltbildes (bestehend aus einer Parallelschaltung von C_w mit einem OHMSchen Widerstand R_w) aus Brückenmessungen ermittelt; die zugehörige Stromdichte wurde aus Gleichstrommessungen

¹ Vgl. die auf S. 70 betrachtete Fallunterscheidung $|K_M \cdot L| \ll 1$ oder $|K_M \cdot L| \gg 1$ mit $|K_M \cdot L| = L \cdot \sqrt{\omega \left(\frac{c \cdot s}{\lambda}\right)_{Me}}$.

² Vgl. etwa SCHOTTKY, W.: Z. Physik **118**, 545 (1941).

³ Den auf die Vorspannung hinweisenden Index 0 lassen wir im folgenden fort.

⁴ POGANSKI, S.: l. c.

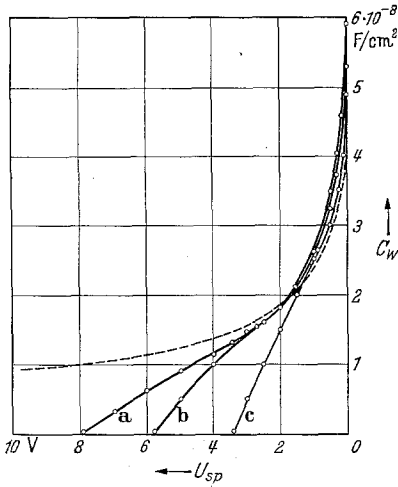


Fig. 2 a.

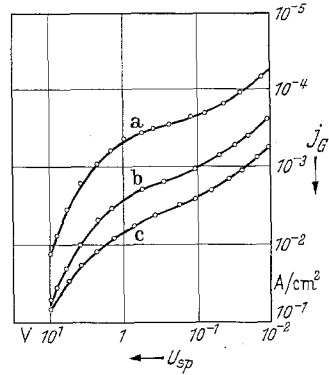


Fig. 2 b.

Fig. 2a und 2b. Kapazität C_w und Stromdichte j_G als Funktionen der am Gleichrichter liegenden Sperrspannung U_{sp} für einen Se-Gleichrichter mit aufgedampfter Bi-Elektrode nach verschiedenartiger Vorbehandlung. a Gemessen im Anschluß an den Aufdampfvorgang; b 6 Monate gelagert; c 3 Std bei 75° C getempert. (Nach POGANSKI, Abb. 20 und 21.) --- Nach Gl.(2) zu erwartender Verlauf von C bei $\varphi_D = 0,5 \text{ V}$; $N = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

bestimmt. Die Messungen erfolgten bei Zimmertemperatur. Die Frequenz der überlagerten Wechselfspannung betrug bei allen C_w -Messungen 1000 Hz. Die gestrichelte Kurve gibt den nach der SCHOTTKYSCHEN Gl. (2) zu erwartenden Kapazitätsverlauf wieder, wobei $\epsilon = 6$ gesetzt wurde und für N und φ_D die jeweils angegebenen Zahlenwerte gewählt wurden.

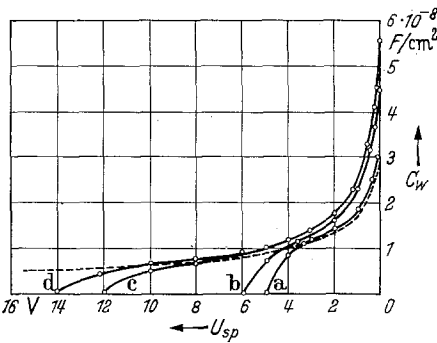


Fig. 3 a.

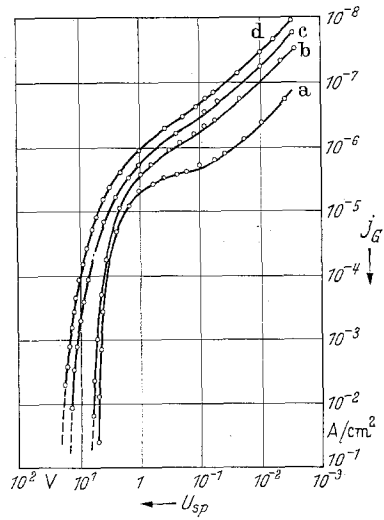


Fig. 3 b.

Fig. 3a und 3b. $C_w(U_{sp})$ und $j_G(U_{sp})$ für einen Se-Gleichrichter mit aufgespritzter Cd-Elektrode. a Unmittelbar nach dem Aufspritzen der Elektrode; b nach 6tägiger Lagerung; c 2 Std bei 30 V formiert; d 2 Std bei 40 V formiert. (Nach POGANSKI, Abb. 29 und 30.) --- Kapazität C nach Gl. (2) mit $\varphi_D = 0,5 \text{ V}$; $N = 1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Offenbar stimmen bei kleinen Sperrspannungen alle experimentellen C_w -Kurven qualitativ gut mit der SCHOTTKYSchen Kurve überein, wobei die angenommenen Zahlwerte von N , ε und φ_D durchaus den üblichen Vorstellungen entsprechen. Daher liegt es nahe anzunehmen, daß die wahre Kapazität $C = dQ/dU$ auch noch bei höheren Sperrspannungen durch die SCHOTTKYSche Kurve hinreichend gut beschrieben wird, und daß die beobachteten Abweichungen davon, dem Einfluß des zweiten (thermischen) Gliedes der Gl. (10) zuzuschreiben sind¹. (Ein abrupter Abfall der wahren Kapazität $C = dQ/dU$ ohne jegliche Andeutung eines asymptotischen Verschwindens wäre schwerlich zu verstehen, zumal ein plötzliches Verschwinden der Raumladungsschicht wegen des immer noch sehr hohen Sperrwiderstandes kaum in Frage kommt.)

Nach Gl. (10) muß dann sein:

$$C_{\text{Schottky}} - C_w = C - C' \approx \frac{1}{\sqrt{2\lambda c s}} \cdot \frac{1}{\omega^{\frac{3}{2}}} \cdot j_G \cdot \left(j_G + \frac{\partial j_G}{\partial U} \cdot U \right) \cdot \frac{e \varphi_D}{k T_R^2}.$$

Wegen der geringen rund 10^{-3} cm betragenden Dicke L der Sperrelektrode ist bei $\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$ und den in Tabelle 1 angegebenen Materialkonstanten $L \cdot \sqrt{\omega \left(\frac{c \cdot s}{\lambda} \right)_{\text{Me}}} < 1$. Daher setzen wir gemäß S. (72) in obiger Formel für $\lambda \cdot c \cdot s$ die Selenwerte ein, zumal die an der Grenzfläche Metall/Selen meist noch vorhandenen schlecht wärmeleitenden Zwischenschichten² den Wärmeabfluß zur Sperrelektrode behindern³. Da ferner in dem interessierenden Spannungsbereich der differentielle Widerstand $(\partial U / \partial j)_G$ der Kennlinien rund um einen Faktor 2 kleiner ist als der lineare Widerstand⁴, setzen wir noch $j_G + \frac{\partial j_G}{\partial U} \cdot U = 3 \cdot j_G$. Dann erhält man mit $\varphi_D = 0,5 \text{ V}$, $T_R = 300^\circ \text{ K}$ und den angegebenen Werten von ω , λ , c und s :

$$C_{\text{Schottky}} - C_w = 5 \cdot 10^{-6} \cdot j_G^2 \left[\frac{\text{Farad}}{\text{cm}^2} \right],$$

sofern j_G in Amp/cm² eingesetzt wird.

Da C_{Schottky} in dem interessierenden Spannungsbereich praktisch konstant und von der Größenordnung $1 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Farad}}{\text{cm}^2}$ ist, müßten die gemessenen Kapazitäten demnach verschwinden, wenn die zugehörigen Stromdichten den Wert von etwa $4,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Amp}}{\text{cm}^2}$ erreicht haben. Wie ein Blick auf die Figuren zeigt, ist ein derartiger Zusammenhang größenordnungsmäßig in der Tat vorhanden.

¹ Die Betrachtung der HOFFMANNschen Meßergebnisse wird dies noch deutlicher machen.

² Vgl. POGANSKI: l. c.

³ Vgl. die auf S. 70 betrachteten Fälle $|K_M \cdot L| \ll 1$ und $|K_M \cdot L| \gg 1$.

⁴ Vgl. Fig. 2b und Fig. 3b.

Die Frequenzabhängigkeit des Kapazitätsabfalls ist von POGANSKI nicht untersucht worden. Negative Werte der „Kapazität“ C' können mit der von POGANSKI benutzten Brückenmethode nicht nachgewiesen werden. Hierzu können jedoch Kapazitätsmessungen von HOFFMANN herangezogen werden, die auf einem anderen Verfahren beruhen¹. HOFFMANN bestimmte die Kapazität aus der Aufspaltung der auf einem Oszillographenschirm beobachtbaren Strom-Spannungsschleife, die man erhält, wenn Stromstärke und Spannung in der üblichen Weise in zwei zueinander senkrechten Richtungen aufgeschrieben werden. Da HOFFMANN bei der Auswertung seiner Messungen gleichfalls das besprochene Ersatzschaltbild verwendet, ist grundsätzlich auch hier die experimentell bestimmte Kapazität mit der von uns berechneten Kapazität C' zu vergleichen. Der Deutlichkeit wegen wollen wir jedoch den Nachweis noch direkt erbringen, indem wir die von HOFFMANN zur Kapazitätsbestimmung benutzte Formel unmittelbar aus unseren Gleichungen herleiten.

Zu diesem Zweck berechnen wir die zu erwartende Strom/Spannungskurve, wenn am Gleichrichter eine Spannung $U = U_0 + \Delta U(t)$ liegt ($U_0 =$ konstante Vorspannung, $\Delta U =$ überlagerte Wechselspannung). Die komplexe Spannungsschwankung $\Delta U \sim e^{-i\omega t}$ und die Stromschwankung $\Delta j \sim e^{-i\omega t}$ sind verknüpft durch die Beziehung $\Delta j = \frac{1}{\Re} \cdot \Delta U$, wobei wir $\frac{1}{\Re}$ auf die Form $\frac{1}{\Re} = \frac{1}{R'} - i\omega C'$ gebracht haben und R' ebenso wie C' eindeutig aus den Gln. (7) und (8) berechnet werden kann. Geht man hier zum Realteil über, und bedeutet im folgenden $\Delta U = A \cdot \cos \omega t$ die *reelle* Spannungsschwankung und Δj die *reelle* Stromschwankung, so erhält man:

$$\Delta j = \frac{1}{R'} A \cdot \cos \omega t - \omega C' A \cdot \sin \omega t; \quad \Delta U = A \cdot \cos \omega t.$$

Elimination der Zeit gibt dann eine quadratische Gleichung für Δj mit den beiden Lösungen:

$$\Delta j_{1,2} = \frac{\Delta U}{R'} \pm \omega C' \sqrt{A^2 - \Delta U^2}.$$

Die beiden Vorzeichen der Wurzel entsprechen den beiden Hälften der auf dem Oszillographenschirm beobachtbaren Stromschleife. Aus der Aufspaltung der Schleife läßt sich C' bestimmen:

$$C' = \frac{j_1 - j_2}{2\omega \sqrt{A^2 - \Delta U^2}}.$$

¹ HOFFMANN, A.: I. c.

Diese Gleichung stimmt aber mit der HOFFMANNschen Bestimmungsgleichung (10) überein, wenn man die bei HOFFMANN stehende Kapazität C durch unser C' ersetzt¹.

Nun wurden zwar unsere Formeln nur für kleine Spannungsschwankungen ($A \ll U_0$) hergeleitet, während HOFFMANN bei seinen Messungen (um überhaupt eine ausmeßbare Schleife zu erhalten) relativ große Spannungsamplituden ($A \approx U_0$) benutzte; sieht man aber von diesem

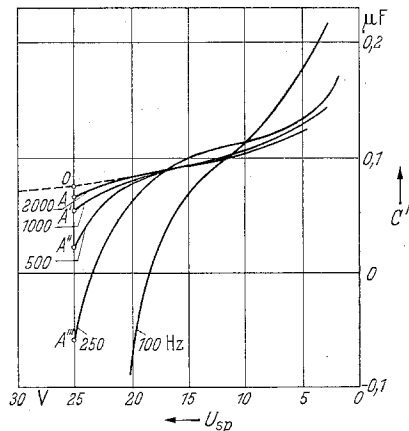


Fig. 4. (Nach HOFFMANN, Abb. 9.) — Kapazitätsverlauf nach HOFFMANN für verschiedene Frequenzen; --- vermutlicher Verlauf der „wahren“ Kapazität C .

Unterschied ab, so muß die von HOFFMANN ermittelte Kapazität gleich der von uns berechneten Kapazität C' sein:

$$C' = C - \text{const} \cdot \frac{1}{\omega^{\frac{3}{2}}} \cdot j_G \left(j_G + \frac{\partial j_G}{\partial U} \cdot U \right).$$

Fig. 4 zeigt die HOFFMANNschen Meßergebnisse². Nimmt man auch hier an, daß die wahre Kapazität C keinen besonderen Abfall aufweist, so wird der beobachtete Frequenzgang des Kapazitätsabfalls qualitativ und auch quantitativ durch unsere Formel befriedigend wiedergegeben.

Es müßten sich etwa die Strecken $OA:OA':OA'':OA'''$ verhalten wie die zugehörigen $\omega^{-\frac{3}{2}}$, also wie 0,044:0,125:0,35:1. Innerhalb der Zeichengenauigkeit stimmt das mit dem experimentellen Befund recht gut überein. Negative Kapazitätswerte, die in dem entsprechenden Oszillogramm eine Überkreuzung in der Stromschleife hervorrufen³, können zwanglos gedeutet werden. Der umgekehrte Frequenzgang der

¹ Es entspricht das HOFFMANNsche U_0 unserem A und HOFFMANNs $u - U_-$ unserem ΔU .

² Gleichstrommessungen sind bei HOFFMANN nicht angegeben.

³ Vgl. HOFFMANN, Fig. 8.

Kapazität bei kleinen Sperrspannungen kann durch die vorstehenden Betrachtungen dagegen nicht erklärt werden. Hier mögen die von SCHOTTKY behandelten Trägheitseffekte eine Rolle spielen, deren Einfluß bei höheren Sperrspannungen durch den Temperatureffekt überdeckt wird.

Wir hoffen aber gezeigt zu haben, daß die beobachteten Anomalien im Verhalten der Kapazität zu einem guten Teil durch die thermisch bedingte Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gedeutet werden können.

Die Anregung zu vorliegenden Untersuchungen verdanke ich Herrn Prof. Dr. F. SAUTER. Ihm sowie Herrn Dr. S. POGANSKI danke ich für wertvolle Diskussionen und Hinweise.

Göttingen, Institut für Theoretische Physik.
