

Über den Koeffizienten der diffusen Reflexion von Magnesiumoxyd.

Von **F. Henning** und **W. Heuse** in Charlottenburg.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Mit drei Abbildungen. (Eingegangen am 5. Mai 1922.)

Einleitung.

Das diffuse Reflexionsvermögen eines weißen Körpers ist seinem absoluten Betrage nach nur durch eine schwierige Untersuchung bestimmbar, während Vergleichsmessungen an zwei verschiedenen weißen Körpern verhältnismäßig leicht durchführbar sind. Aus diesem Grunde ist es wünschenswert, einen weißen Normalkörper, der leicht und einwandfrei reproduzierbar ist, festzulegen und dessen diffuses Reflexionsvermögen mit möglichster Genauigkeit zu ermitteln. Als Normalweiß dieser Art eignet sich Magnesiumoxyd, das man nach dem Vorgange von Kundt aus brennendem Magnesiummetall gewinnt und das sich auf jedem Körper, den man unmittelbar über die Magnesiumflamme hält, ohne Bindemittel in beliebig dicker Schicht absetzt.

Außerhalb des Gebietes der reinen Photometrie ist ein weißer Körper von bekanntem Reflexionsvermögen für die Zwecke der optischen Pyrometrie von Bedeutung. An Strahlern sehr hoher Flächenhelligkeit, wie etwa dem positiven Krater einer Bogenlampe oder der Sonne, kann die Bestimmung ihrer schwarzen Temperatur auf optischem Wege nur durchgeführt werden, wenn die Intensität der Strahlung auf den zehntausendsten Teil oder stärker geschwächt wird. In leicht meßbarer Weise läßt sich diese Schwächung erzielen, wenn man die Helligkeit einer weißen Fläche beobachtet, die der glühende Körper beleuchtet und die in gegebenem Abstand von ihm angeordnet ist¹⁾, oder wenn man mittels einer Linse bekannter Öffnung und bekannter Durchlässigkeit den leuchtenden Gegenstand auf dem weißen Schirm abbildet.

Im folgenden wird eine neue Methode zur Ermittlung des bisher nicht genügend bekannten diffusen Reflexionsvermögens von Magnesiumoxyd beschrieben und für rotes Licht durchgeführt. Nach einer anderen Methode konnten auch einige Daten über die Reflexion im grünen Licht gewonnen werden. Wir bedienen uns bei diesen Beobachtungen vorteilhaft eines Holborn-Kurlbaumschen²⁾

¹⁾ F. Kurlbaum, Berl. Ber. 1911, S. 544 (Temperatur der Sonne).

²⁾ Ann. d. Phys. **10**, 225—241, 1903.

Pyrometers mit Mikroskopoptik (Mikropyrometer), bei dem der Bügel der Glühlampe etwa in natürlicher Größe, das Objekt aber in 23facher linearer Vergrößerung erscheint. Mit diesem Instrument ist es möglich, die schwarze Temperatur an Strahlern von nur 0,2 mm Durchmesser unschwer zu ermitteln.

Definition des Reflexionsvermögens.

Es ist wichtig, von vornherein zwischen dem Gesamtreflexionsvermögen und dem Teilreflexionsvermögen einer weißen Fläche zu unterscheiden. Es soll hierbei nur der Fall berücksichtigt werden, daß der einfallende Strahl in Richtung der Flächennormalen verläuft. Fällt unter dieser Voraussetzung monochromatische Strahlung der Intensität J auf die Flächeneinheit des diffus reflektierenden Körpers, und wird in den räumlichen Winkel $d\omega$, dessen Achse gegen die Flächennormale um den Winkel ϑ geneigt ist, die Intensität

$$J \cdot \frac{r_{\vartheta}}{\pi} \cdot \cos \vartheta \cdot d\omega$$

zurückgeworfen, so soll r_{ϑ} das Teilreflexionsvermögen unter dem Winkel ϑ heißen. Wird der Azimutwinkel zwischen der Ausfallsebene und einer festen Ebene, die durch die Normale der weißen Fläche geht, mit φ bezeichnet, so ist $d\omega = \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$ und man erhält für die gesamte reflektierte Intensität

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} J \frac{r_{\vartheta}}{\pi} \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi.$$

Das Gesamtreflexionsvermögen folgt nach Ausführung der Integration über φ zu

$$R = \int_0^{\pi/2} r_{\vartheta} \sin 2\vartheta \cdot d\vartheta.$$

Es ist für die weitere Untersuchung zweckmäßig,

$$r_{\vartheta} = r_0 \cdot f(\vartheta) \quad (1)$$

und

$$\sigma = \int_0^{\pi/2} f(\vartheta) \cdot \sin 2\vartheta \cdot d\vartheta \quad (2)$$

einzuführen, dann erhält man

$$R = \sigma \cdot r_0, \quad (3)$$

und σ bzw. $\sigma \cdot r_0$ ist der Mittelwert von $f(\vartheta)$ bzw. des Teilreflexionsvermögens r über alle Winkel des Halbraumes.

Ältere Beobachtungen.

Der Koeffizient der diffusen Reflexion von Magnesiumoxyd ist von Coblentz¹⁾ für verschiedene Wellenlängen bestimmt worden, indem er sich einer von Paschen angegebenen und zuerst von Royds²⁾ erprobten Methode bediente. Diese besteht darin, daß die zu untersuchende Fläche und ein Bolometer in die konjugierten Punkte einer versilberten Halbkugelschale gebracht werden und Strahlung bestimmter Wellenlänge durch ein Loch in der Kugelschale abwechselnd auf das Bolometer und den Probekörper fällt. Das von der weißen Fläche unter allen Winkeln zurückgestrahlte Licht wird auf dem Bolometer wieder vereinigt. So ergibt diese Methode nach Berücksichtigung des Energieverlustes infolge der Ausstrahlung durch das Loch und infolge der Absorption an der versilberten Fläche das Gesamtreflexionsvermögen R . Für pulverisiertes und mit geringen Mengen von Klebstoff vermisches Magnesiumoxyd fand Coblentz bei $\lambda = 0,60 \mu$ $R = 0,863$.

Von den zahlreichen Stoffen, welche untersucht wurden, zeigte Bleicarbonat den höchsten Wert, nämlich $R = 0,87$ bis $0,90$ bei $\lambda = 0,60 \mu$.

Ohne nähere Angabe der Methode hat Kurlbaum (l. c.) im Jahre 1911 für das Reflexionsvermögen von Magnesiumoxyd, das frisch durch Verbrennen des Metalls hergestellt wurde, den Wert $0,870$ angegeben. Er sieht diese Zahl innerhalb des sichtbaren Gebietes als unabhängig von der Wellenlänge an und benutzte sie für den Fall, daß das Licht unter 45° gegen die Normale auf die weiße Fläche fällt und die Intensität des auf der anderen Seite der Normalen unter 45° zurückgeworfenen Strahles beobachtet wird.

Die von Kurlbaum gefundene Zahl, welche mit derjenigen von Coblentz nahe übereinstimmt, ist mit dieser jedoch nicht ohne weiteres vergleichbar, da das Magnesiumoxyd dem Lambertschen Gesetz nicht folgt, und also die Intensität des zurückgeworfenen Lichtes sowohl vom Einfallswinkel als auch vom Austrittswinkel abhängt.

Für die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens vom Winkel liegen bisher nur für die Gesamtstrahlung eines Argandbrenners bzw. des Sonnenlichtes Beobachtungen von Ångström³⁾ bzw. Hutchins⁴⁾ vor. Beide Autoren untersuchten das durch Verbrennen des Metalls frisch gewonnene Magnesiumoxyd und fanden bei senkrechter Inzidenz des Lichtes die reflektierte Intensität bei Reflexionswinkeln von 30 und 40°

¹⁾ W. W. Coblentz, Bull. Bur. of Standards **9**, 283, 1913.

²⁾ Royds, Phil. Mag. **21**, 167, 1911; Phys. ZS. **11**, 316, 1910.

³⁾ K. Ångström, Wied. Ann. **26**, 253, 1885.

⁴⁾ Hutchins, Amer. Journ. of Sc. **6**, 373, 1898.

gegen die Normale dem Cosinusetz streng folgend. Für größere Reflexionswinkel nahm die Intensität rascher ab als der Cosinus des Winkels und betrug bei Winkeln von 80° nur noch etwa 70 Proz. des idealen Wertes.

Es bedarf einer besonderen Prüfung, ob diese für die Gesamtstrahlung gültigen Ergebnisse quantitativ auf das Gebiet der sichtbaren Strahlung übertragen werden dürfen.

Schließlich ist noch auf eine Arbeit von A. H. Taylor¹⁾ hinzuweisen, der sich einer Art Kugelphotometer mit teilweise auswechselbarer Wand bediente. Er bestimmte den Koeffizienten der diffusen Reflexion für weißes Licht an Magnesiumcarbonat zu 0,99 und vertritt die Ansicht, daß die früher für das Reflexionsvermögen weißer Pigmente beobachteten Werte erheblich zu niedrig sind.

Die Rohrmethode.

a) Theoretisches. Unsere Methode zur Bestimmung des diffusen Reflexionsvermögens, die wir kurz als Rohrmethode bezeichnen wollen, besteht darin, daß ein im Innern nach dem Kundtschen Verfahren mit Magnesiumoxyd geweißtes Rohr durch einen in seiner Achse ausgespannten glühenden Platindraht beleuchtet und die Helligkeit des Platindrahtes mit der Helligkeit der weißen Wand verglichen wird. Die Beobachtung erfolgt durch ein kleines Loch in der Rohrwand. Die Theorie dieser Methode schließt sich an Überlegungen an, welche Christiansen²⁾ zur Ermittlung der Gesamtstrahlung verschiedener Körper anstellte.

Bezeichnet man mit K die spezifische Strahlung, d. h. die Strahlungsenergie, welche die Flächeneinheit eines Körpers senkrecht zu seiner Oberfläche in der Zeiteinheit in den räumlichen Winkel $\Omega = 1$ sendet, so gelten unter der Annahme strenger Gültigkeit des Cosinusetzes für die gegenseitige Zustrahlung zweier Flächenelemente dF_1 und dF_2 , deren Normalen gegen die gemeinsame Verbindungslinie von der Länge a um die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 geneigt sind, folgende Beziehungen:

$$dF_1 \text{ strahlt auf } dF_2 \text{ den Betrag } dS_1^{(2)} = K_1 \cdot dF_1 \cdot \cos \vartheta_1 \cdot d\Omega_1, \quad (4)$$

$$dF_2 \text{ „ „ } dF_1 \text{ „ „ } dS_2^{(1)} = K_2 \cdot dF_2 \cdot \cos \vartheta_2 \cdot d\Omega_2. \quad (5)$$

Hierbei ist

$$d\Omega_1 = \frac{1}{a^2} \cdot dF_2 \cdot \cos \vartheta_2 \quad \text{und} \quad d\Omega_2 = \frac{1}{a^2} \cdot dF_1 \cdot \cos \vartheta_1,$$

so daß also

$$d\Omega_1 \cdot dF_1 \cos \vartheta_1 = d\Omega_2 \cdot dF_2 \cdot \cos \vartheta_2 \quad (6)$$

¹⁾ A. H. Taylor, Journ. Opt. Society America 4, 9—23, 1920.

²⁾ Christiansen, Wied. Ann. 19, 267, 1883.

ist. Durch Integration von (4) und (5) folgt, daß bei unserer Rohrmethode die konzentrischen Zylinder 1 und 2 mit den Flächen F_1 und F_2 einseitig pro Sekunde die Energie $S_1 = F_1 K_1 \pi$ und $S_2 = F_2 K_2 \pi$ ausstrahlen, falls alle Punkte desselben Zylinders gleiche spezifische Strahlung K besitzen. Setzt man (6) in (5) ein, so ergibt sich

$$dS_2^{(1)} = K_2 \cdot dF_1 \cdot \cos \vartheta_1 d\Omega_1$$

als Strahlung, welche dF_1 aus dem räumlichen Winkel $d\Omega_1$ empfängt, und durch Integration erhält man die Strahlung, welche der Zylinder 1 aus dem ganzen Raum oder aus dem unendlich ausgedehnt gedachten Zylinder 2 erhält, als

$$S_2^{(1)} = K_2 F_1 \pi = S_2 \frac{F_1}{F_2}.$$

Dieser Betrag ist gleich der Ausstrahlung von 2 auf 1. Die Differenz

$$S_2 - S_2^{(1)} = \pi K_2 (F_2 - F_1) = S_2 \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right) \quad (7)$$

strahlt Zylinder 2 auf sich selbst aus.

Bei unserer Versuchsanordnung ist Zylinder 1, der glühende Platindraht, selbstleuchtend. Befände er sich im leeren Raum, so würde er pro Flächeneinheit und Sekunde die Energie $A_1 E$ aussenden, wenn man mit A_1 sein Absorptionsvermögen (das gleich dem Emissionsvermögen ist) und mit E die Energie eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur und Wellenlänge bezeichnet. Da Zylinder 1 sich aber innerhalb des Zylinders 2 befindet, der ihm die Energie $S_2^{(1)}$ zustrahlt, von der $(1 - A_1) \cdot S_2^{(1)}$ wieder reflektiert wird, so sendet Zylinder 1 im ganzen aus

$$S_1 = A_1 \cdot E \cdot F_1 + (1 - A_1) S_2 \frac{F_1}{F_2}. \quad (8)$$

Zylinder 2, dessen Absorptionsvermögen mit A_2 bezeichnet werde, sendet nur reflektierte Strahlung aus. Da er nach Gleichung (7) auf sich selbst die Energie $S_2 - S_2^{(1)}$ strahlt und von Zylinder 1 die Energie S_1 erhält, fällt im ganzen auf ihn die Strahlung $S_1 + S_2 \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)$ und er emittiert

$$S_2 = (1 - A_2) \left\{ S_1 + S_2 \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right) \right\}. \quad (9)$$

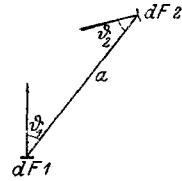


Fig. 1.

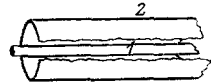


Fig. 2.

Die Größen $\frac{S_1}{F_1}$ und $\frac{S_2}{F_2}$ sind den Flächenhelligkeiten bei gegebener Wellenlänge proportional; sie mögen mit h_1 und h_2 bezeichnet werden. Dann erhält man statt (8) und (9)

$$h_1 = A_1 E + (1 - A_1) h_2 \quad (10)$$

und

$$h_2 = (1 - A_2) \left\{ h_2 + (h_1 - h_2) \frac{F_1}{F_2} \right\}. \quad (11)$$

Um den bei der Messung in Betracht kommenden Abweichungen vom Cosinusetz gerecht zu werden, ist A_1 als das Emissionsvermögen des Platins in Richtung der Normalen, in der die Beobachtung tatsächlich erfolgt, anzusehen. Bei der zylindrischen Form des Platindrahtes und der regulären Reflexion des Metalls bezieht sich auch der zweite Summand in Gleichung (10) im wesentlichen auf Licht, das in spitzem Winkel gegen die Normale reflektiert wird, so daß A_1 als konstant betrachtet werden darf. Gleichung (11) ist so zu deuten, daß jedes Flächenelement des äußeren Zylinders aus allen Raumteilen gleichmäßig von Licht der Helligkeit h_2 beleuchtet wird und daß es überdies aus dem vom Platindraht eingenommenen Raumwinkel eine der Differenz $h_1 - h_2$ proportionale zusätzliche Beleuchtung erhält. Der beobachtete Strahl ist auch hier senkrecht zur Fläche gerichtet. Bei Gleichung (11) ist vorausgesetzt, daß der Reflexionsfaktor für alle Winkel denselben Betrag besitzt wie bei nahe senkrechter Inzidenz. Eine einfache Rechnung lehrt, daß man in der Bezeichnungsweise von Gleichung (1) bis (3) die Abweichung vom Cosinusetz berücksichtigt, wenn statt Gleichung (11) gesetzt wird

$$h_2 = (1 - A_2) \left\{ h_2 \cdot \int_0^{\pi/2} f(\vartheta) \cdot \sin 2\vartheta \cdot d\vartheta + (h_1 - h_2) \frac{F_1}{F_2} \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} f(\vartheta) \cdot \cos^2 \vartheta \cdot d\vartheta \right\}, \quad (12)$$

oder nach Einführung der neuen Abkürzung

$$\sigma' = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} f(\vartheta) \cdot \cos^2 \vartheta \cdot d\vartheta$$

$$h_2 = (1 - A_2) \left\{ h_2 \sigma' + (h_1 - h_2) \frac{F_1}{F_2} \cdot \sigma' \right\}. \quad (12a)$$

$1 - A_2$ ist die in Gleichung (1) mit r_0 bezeichnete Größe.

Bezeichnet man das Helligkeitsverhältnis der beiden Zylinder mit $\frac{h_1}{h_2} = \Phi$ und das Verhältnis ihrer Durchmesser oder ihrer Flächen mit $\frac{F_2}{F_1} = \varrho$, so erhält man aus (12 a):

$$R = (1 - A_2) \sigma = \frac{\varrho}{\frac{\sigma'}{\sigma} (\Phi - 1) + \varrho}. \quad (13)$$

Der Quotient $\frac{\sigma'}{\sigma}$ unterscheidet sich, wie die spätere Auswertung zeigt, wenig von 1. Es werde

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 1 + \varepsilon \quad (14)$$

gesetzt. Nimmt man in erster Näherung $\varepsilon = 0$ an, und setzt man voraus, daß die Größen ϱ und Φ mit den kleinen Beobachtungsfehlern $\Delta \varrho$ und $\Delta \Phi$ behaftet sind, so ist der so ermittelte Näherungswert von R , der mit R' bezeichnet werde, gemäß der Beziehung

$$\frac{\Delta R'}{R'} = (1 - R') \left(\frac{\Delta \varrho}{\varrho} - \frac{\Delta \Phi}{\Phi - 1} - \varepsilon \right) \quad (15)$$

zu korrigieren.

Diese Gleichung zeigt, daß selbst bei beträchtlichen Fehlern $\Delta \varrho$ und $\Delta \Phi$ das Reflexionsvermögen nach der besprochenen Methode noch mit hoher Genauigkeit bestimmbar ist, wenn, wie beim Magnesiumoxyd, R in der Nähe von 1 gelegen ist. Auch die Größe ε ist dann von geringem Einfluß, sie soll zunächst unberücksichtigt bleiben. Dann ist das Reflexionsvermögen in großer Näherung nach der Gleichung

$$R' = \frac{\varrho}{\Phi - 1 + \varrho} \quad (16)$$

zu berechnen.

b) Die Beobachtungen nach der Rohrmethode. Die Messungen wurden an zwei Messingrohren mit den inneren Durchmessern 12,2 und 27,9 mm durchgeführt. Beide Rohre waren etwa 450 mm lang und längs ihrer Achse aufgeschnitten, so daß sie in je zwei Teile mit halbringförmigem Querschnitt zerlegt werden konnten. Die Teile wurden einzeln auf der konkaven Seite mit Magnesiumoxyd bestäubt und dann durch mehrere Klammern wieder zum Rohr zusammengeschraubt. Zur Beobachtung der Helligkeiten von Platindraht und Rohrwand wurden in der einen Rohrhälfte drei Löcher von 2 bis 3 mm Durchmesser gebohrt, und zwar das eine in der Mitte der Rohrlänge, die beiden anderen um je etwa 4 cm zu beiden Seiten

von der Mitte nach den Enden des Rohres verschoben. Zur Beleuchtung des Rohres kamen zwei verschiedene Platindrähte von 0,52 und 0,59 mm Durchmesser zur Verwendung. Eine Feder sorgte dafür, daß in der Rohrachse der Draht stets straff gespannt blieb.

Die Beobachtungen wurden mit dem schon erwähnten Mikropyrometer durchgeführt, dessen Vergleichslampe durch Einstellung auf einen schwarzen Körper in schwarzer Temperatur geeicht war. Für das vor dem Okular befindliche rote Jenaer Farbglas F 4512 ergab sich die wirksame Wellenlänge zu $\lambda = 0,647 \mu$. Zur Umrechnung von den schwarzen Temperaturen T_1 und T_2 des Platindrahtes und der weißen Rohrwand auf das Helligkeitsverhältnis $\Phi = \frac{h_1}{h_2}$ diene die bekannte Beziehung

$$\ln \Phi = \frac{c_2}{\lambda} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right),$$

in der die Konstante $c_2 = 1,43 \text{ cm. Grad}$ zu setzen ist.

Für das Helligkeitsverhältnis Φ wurde für jedes der drei Beobachtungslöcher der gleiche Wert gefunden, und zwar sowohl bei dem weiten als auch bei dem engen Rohr. Daraus kann geschlossen werden, daß die offenen Enden der Rohre ohne Einfluß auf das Ergebnis sind. Der Platindraht erschien im Gesichtsfeld in so großer Breite, daß seine Helligkeit leicht an mehreren Stellen in der Richtung senkrecht zur Drahtachse gemessen werden konnte. Es zeigten sich hierbei keine Unterschiede, so daß auch auf experimentellem Wege die oben eingeführte Annahme geprüft werden konnte, daß A_1 unabhängig von dem Winkel zwischen dem auffallenden und dem reflektierten Strahl angesehen werden darf. Nur in der Mitte der leuchtenden Platinfläche erschien stets ein schmaler dunkler Streifen, der parallel zur Drahtachse verlief, die Messung aber nicht störte. Dieser Streifen entsteht durch die Ausstrahlung des Platindrahtes durch das Beobachtungsloch. Eine einfache geometrische Betrachtung lehrt, daß die Breite des Streifens sich zum Durchmesser des zylindrischen Drahtes ebenso verhält wie der Durchmesser des Beobachtungsloches zum Durchmesser des äußeren Rohres, d. h. also etwa wie 1:10. Der dunkle Streifen ist hiernach also etwa 0,05 mm breit.

Einwandfreie Werte für das Reflexionsvermögen der Magnesia konnten nur gewonnen werden, wenn die weiße Schicht eine Dicke von mindestens 0,2 mm besaß. Dann war es auch ohne Einfluß, ob das Messingrohr vernickelt war oder nicht. Die Schichtdicke der Magnesia wurde bei der Berechnung des Durchmesserverhältnisses ρ von Rohr und Draht berücksichtigt. Als störend stellte sich die

Stäubung des Platins heraus, sobald der Draht über 1200° erhitzt wurde. Es setzte sich dann ein dunkler Beschlag auf der Magnesia ab, der in kurzer Zeit das Reflexionsvermögen der Rohrwand bedeutend verringerte. Bei den endgültigen Beobachtungen wurde eine Glüh-temperatur von 1150° gewählt. Aber auch in diesem Falle ließ sich bei dem engeren Rohr eine Abnahme des Reflexionsvermögens um 2 Proz. pro Stunde Glühdauer nachweisen. Es war darum erforderlich, die einzelnen Beobachtungsreihen nicht über 10 Minuten auszu-dehnen und vor jeder Reihe die schon vorhandene weiße Schicht durch zusätzliche Bestäubung zu verstärken oder eine neue Weißung des Rohres vorzunehmen. Bei dem weiten Rohr ist der Einfluß der Stäubung des Platins geringer als bei dem engen. Die nach der Rohrmethode gewonnenen Werte von R' sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1.

1920	Schichtdicke mm	ρ	Φ	R'
A. Enges Rohr, lichte Weite 12,2 mm, nicht vernickelt; erster Platindraht, Dicke 0,53 mm; Durchmesser der Beobachtungslöcher 2 mm.				
30. März	0,2	22,3	2,09	0,953
1. April	0,3	21,9	2,04	0,955
B. Rohr vernickelt; im übrigen wie A.				
9. April	0,4	21,5	1,82	0,963
9. "	0,5	21,2	1,80	0,964
C. Weites Rohr, lichte Weite 27,9 mm, nicht vernickelt; erster Platindraht, Dicke 0,52 mm; Durchmesser der Beobachtungslöcher 2 mm.				
28. April	0,3	52,6	4,02	0,946
D. Durchmesser der Beobachtungslöcher 3 mm; im übrigen wie C.				
29. April	0,3	52,6	3,96	0,947
29. "	0,3	52,6	3,71	0,953
30. "	0,4	52,2	3,31	0,958
30. "	0,5	51,9	3,27	0,958
E. Zweiter Platindraht, Dicke 0,59 mm; im übrigen wie D.				
6. Mai	0,5	45,6	3,19	0,954
6. "	0,5	45,6	3,24	0,953
F. Enges Rohr, lichte Weite 12,2 mm; zweiter Platindraht, Dicke 0,59 mm; im übrigen wie B.				
7. Mai	0,5	19,0	1,93	0,953
7. "	0,5	19,0	1,93	0,953

Im Mittel ergibt sich für das enge Rohr $R' = 0,957 \pm 0,005$, für das weite Rohr $R' = 0,953 \pm 0,005$ und als Gesamtmittel

$$R' = 0,955 \pm 0,005, \text{ gültig für } \lambda = 0,647. \quad (17)$$

Im grünen Licht konnten die Beobachtungen wegen der geringen Helligkeit der Strahler nicht durchgeführt werden.

Abhängigkeit des Teilreflexionsvermögens vom Reflexionswinkel.

Mittels einer Linse (Goerz-Doppelanastigmat) von 12 cm Brennweite wurde das Bild eines im Vakuum glühenden Wolframbandes von 0,5 mm Breite in etwa natürlicher Größe auf einem mit Magnesiumoxyd bestäubten Schirm entworfen, dessen Fläche senkrecht zur Richtung der auffallenden Strahlen gestellt war. Wolframlampe und Schirm befanden sich unverschiebbar gegeneinander auf einem horizontalen Metallarm angeordnet, der um eine durch den Schirm laufende vertikale Achse gedreht werden konnte. Richtete man das Mikropyrometer auf das Schirmbild, so ließ sich dessen Flächenhelligkeit in Abhängigkeit vom Winkel ϑ (Winkel zwischen der Schirnormale und dem zurückgeworfenen Strahl) beobachten. Diese Flächenhelligkeit, die im roten und grünen Licht gemessen wurde, ist proportional der Funktion $f(\vartheta)$. Das grüne Filter, dessen wirksame Wellenlänge $\lambda = 0,538$ beträgt, verdanken wir unserem Kollegen Hoffmann¹⁾. — Die Beziehung zwischen der Helligkeit der Pyrometerlampe und ihrer Stromstärke wurde für diese Messungen von neuem durch Beobachtung einer Lichtquelle festgelegt, deren Helligkeit durch einen verstellbaren rotierenden Sektor beliebig verändert werden konnte.

In einer willkürlichen (durch die Eichung mit dem Sektor gegebenen) Einheit wurden folgende Werte für die Helligkeit H des Schirmbildes gefunden und mit der empirischen Formel

$$H = H_0 \cdot f(\vartheta) = H_0 \cdot \left(1 - A \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}\right)$$

verglichen.

Die Messungen vom 10. April verdienen gegenüber den früheren wegen etwas zuverlässigerer Bestimmung des Winkels ϑ den Vorzug. Der mit der Winkelfunktion multiplizierte Faktor scheint für Rot etwas größer zu sein als für Grün. In Übereinstimmung hiermit steht, daß sich die von Hutchins (l. c.) unter Verwendung der Gesamtstrahlung des Argandbrenners ausgeführten Reflexionsbeobachtungen an Magnesiumoxyd (durch Verbrennung von Metall hergestellt) durch die Beziehungen

$$f(\vartheta) = 1,8 \sin^4 \vartheta/2$$

darstellen lassen.

¹⁾ F. Hoffmann, ZS. f. Instrkde. 41, 170, 1921.

Tabelle 2.

ϑ	35°	55°	80°
7. April 1922. Rot; $H = 14,38 (1 - 1,37 \cdot \sin^4 \vartheta/2)$.			
H beob.	14,32	13,33	11,11
H ber.	14,29	13,49	11,02
H beob.-ber.	+ 0,2 Proz.	- 1,2 Proz.	+ 0,8 Proz.
8. April 1922. Grün; $H = 21,51 (1 - 1,15 \cdot \sin^4 \vartheta/2)$.			
H beob.	21,44	20,14	17,44
H ber.	21,32	20,39	17,29
H beob.-ber.	+ 0,6 Proz.	- 1,2 Proz.	+ 0,9 Proz.
ϑ	36°	60°	80°
10. April 1922. Rot; $H = 15,74 (1 - 1,33 \sin^4 \vartheta/2)$.			
H beob.	15,58	14,41	12,16
H ber.	15,55	14,43	12,17
H beob.-ber.	+ 0,2 Proz.	- 0,1 Proz.	- 0,1 Proz.
10. April 1922. Grün; $H = 22,17 (1 - 1,29 \sin^4 \vartheta/2)$.			
H beob.	21,92	20,42	17,23
H ber.	21,90	20,37	17,29
H beob.-ber.	+ 0,1 Proz.	+ 0,2 Proz.	- 0,3 Proz.

Der von uns erzielten Genauigkeit entspricht es, wenn wir für sichtbares Licht
 $f(\vartheta) = 1 - 1,3 \sin^4 \vartheta/2$ (18)
 setzen.

Gesamtreflexionsvermögen und Teilreflexionsvermögen.

Für die durch Gleichung (2) bzw. (12) und (12 a) definierten Größen σ und σ' liefert die Integration

$$\sigma = 1 - \frac{A}{24} = 0,946 \text{ und } \sigma' = 1 - A \left(\frac{7}{16} - \frac{4}{3\pi} \right) = 1 - 0,0131 A = 0,983.$$

Ferner erhält man gemäß Gleichung (14)

$$\varepsilon = \frac{\sigma'}{\sigma} - 1 = 0,039$$

und nach (15) und (17) für das Gesamtreflexionsvermögen im Rot den korrigierten Wert

$$R = 0,953 \pm 0,005. \quad (19)$$

Das Teilreflexionsvermögen r_0 für den senkrecht zur Oberfläche, d. h. parallel dem einfallenden Strahl, zurückgeworfenen Strahl ergibt sich zu

$$r_0 = \frac{R}{\sigma} = 1,007. \quad (20)$$

Innerhalb der Fehlergrenze können wir, zumal die Funktion $f(\vartheta)$ nicht ohne gewisse Willkür aufgestellt ist, aus den Beobachtungen $r_0 = 1$ folgern. Das ist der Wert von r , der für einen ideal diffusen ideal weißen Körper bei allen Winkeln ϑ gilt. Weicht ϑ erheblich von 0 ab, so ist im Falle des Magnesiumoxyds r_ϑ zweifellos kleiner als 1. Die Erklärung hierfür ist leicht dadurch gegeben, daß ein Teil der Strahlung, die durch vielfache Reflexionen einen verhältnismäßig langen Weg innerhalb des Magnesiumoxyds zurücklegt, in Wärmeenergie umgewandelt wird. Ist der Winkel ϑ in der Nähe von 0 gelegen, so kann man aber auch für $r_\vartheta > 1$ eine Deutung finden, wenn man annimmt, daß der diffusen Reflexion eine reguläre Reflexion überlagert ist. Bei streifender Inzidenz des Lichtes läßt sich die reguläre Reflexion leicht beobachten.

Das Teilreflexionsvermögen für einen beliebigen Winkel ϑ findet man nach (1), (18) und (20) innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit zu $r_\vartheta = 1 - 1,3 \sin^4 \vartheta/2$.

Hiernach ist die folgende Tabelle berechnet.

Tabelle 3.

ϑ	r_ϑ	ϑ	r_ϑ
0°	1,000	45°	0,972
10	1,000	50	0,959
20	0,999	60	0,919
30	0,994	70	0,859
40	0,982	80	0,778

Direkte Bestimmung des Teilreflexionsvermögens für $\vartheta = 45^\circ$.

a) Methode. Es erschien wünschenswert, diese Zahlen durch direkte Bestimmung des Teilreflexionsvermögens für einen bestimmten Winkel ϑ zu kontrollieren. Dies ist durch Vergleich der Helligkeit des strahlenden Objektes mit der Helligkeit des Schirmbildes möglich. Im Prinzip besteht eine solche Helligkeitsvergleiche darin, daß die Lichtquelle höherer Intensität durch teilweise Reflexion oder Absorption ihrer Strahlung auf die gleiche Flächenhelligkeit gebracht wird wie die Lichtquelle geringerer Intensität. In unserem Falle wurde die Helligkeit unter Mitbenutzung zweier Absorptionsgläser durch einen rotierenden und verstellbaren Sektor auf etwa $1/1000$ geschwächt. Die Absorptionsgläser wurden zuvor mit dem rotierenden Sektor in der bekannten Weise geeicht, indem derjenige Sektor ermittelt wurde, der die gleiche Lichtschwächung wie die Absorptionsgläser hervorruft. Zur Erzielung möglichst hoher Genauigkeit wurden Gläser mit einem

Schwächungsfaktor in der Nähe von 10 gewählt und durch passende Belichtung und Entwicklung von Diapositivplatten hergestellt. Die photographische Schicht wurde durch ein Deckglas geschützt und beide Glasplatten unverschiebbar gegeneinander auf einen Metallrahmen gekittet, der in genau fixierter Weise in den Strahlengang gebracht werden konnte.

Es war von vornherein klar, daß die Bestimmung des Teilreflexionsvermögens kaum mit einer Genauigkeit von 1 Proz. durchgeführt werden konnte, da sie sich auf eine Reihe von Hilfsmessungen aufbaut, deren jede nur auf 1 Proz. genau angesehen werden kann. Es war nötig, die Hilfsmessungen möglichst zu variieren. So wurden nicht nur zwei Schwächungsgläser, sondern vier durchgemessen, welche mit den Nummern 17, 18, 20, 21 bezeichnet sind. Sie fanden in verschiedener Kombination zu je zweien Verwendung. Ferner wurden zur Erzeugung des Schirmbildes zwei verschiedene Linsen (Goerz-Doppelanastigmat und Zeiss-Tessar) verwendet, die verschiedene Brennweiten und Absorptionskoeffizienten besitzen. Auch wurde die Helligkeit des Bildes durch verschiedene Blenden verändert.

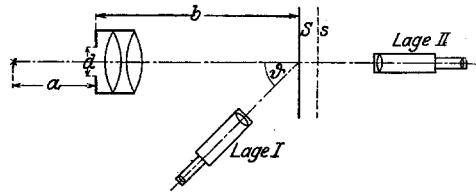


Fig. 3.

Es bezeichne H die Flächenhelligkeit des Objektes in der Normalrichtung, a den Abstand des Objektes von der Blende, d den Durchmesser der Blende, V die lineare Vergrößerung des auf dem Schirm S entstehenden Bildes, D_L die Durchlässigkeit der Linse, $r_\vartheta = r_0 \cdot f(\vartheta)$ das Teilreflexionsvermögen unter dem Winkel ϑ , wie es bereits in Gleichung (1) definiert ist. Dann findet man für den auf den Schirm fallenden Lichtstrom

$$H \frac{\pi d^2}{4 a^2} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot D_L$$

und für die Helligkeit h_ϑ des Bildes unter dem Winkel ϑ

$$h_\vartheta = H \cdot D_L \cdot r_0 \cdot f(\vartheta) \frac{d^2}{4 a^2 V^2}.$$

Der Abstand a des glühenden Körpers von der Blende ist nicht leicht meßbar, wohl aber der Abstand b des Schirmes bzw. der Abstand des Bildes von der Blende. Nach Kenntnis der geometrisch-optischen Eigenschaften der Linse läßt sich zu jedem b der zugehörige Wert von $a^2 V^2$ ermitteln. Zur Ableitung von $r_0 \cdot f(\vartheta)$ muß noch

$\frac{h_{\vartheta}}{H \cdot D_L}$ bekannt sein. Dieser Quotient wurde nach zwei verschiedenen Methoden A und B ermittelt, bei denen das Pyrometer nur als Vergleichsinstrument diente und die Eichung der Pyrometerlampe nur für die Interpolation näherungsweise bekannt sein mußte.

A. Direkt, indem das Pyrometer aus der Lage I (Fig. 3) in die Lage II gebracht und nach Entfernung des Schirmes S der leuchtende Gegenstand durch die Linse L hindurch betrachtet und seine Flächenhelligkeit durch zwei Absorptionsgläser (Durchlässigkeit D_1 und D_2) und den rotierenden Sektor s (Durchlässigkeit D_s) auf den Betrag h_{ϑ} herabgesetzt wurde. Es gilt dann die Beziehung

$$\frac{h_{\vartheta}}{H D_L} = D_1 \cdot D_2 \cdot D_s$$

und man erhält

$$r_0 f(\vartheta) = D_1 \cdot D_2 \cdot D_s \cdot \frac{4 a^2 V^2}{d^2}.$$

Diese Methode hat den Nachteil schwieriger Justierung.

B. Es wurde D_L durch eine besondere Untersuchung bestimmt und in Lage II des Pyrometers der leuchtende Gegenstand nach Entfernung des Schirmes S und der Linse L betrachtet. Entsprechend der vorigen Bezeichnung ist dann zu setzen

$$\frac{h_{\vartheta}}{H} = D_1 \cdot D_2 \cdot D'_s \quad \text{und} \quad r_0 f(\vartheta) = \frac{D_1 D_2 D'_s}{D_L} \cdot \frac{4 a^2 V^2}{d^2}.$$

Es wurden zwei Blenden verwendet, die mit II und III bezeichnet sind. Ihre lichten Durchmesser d betragen II: 14,08 mm, III: 16,49 mm.

b) Die Schwächungsgläser. Anfangs traten Bedenken auf, ob es wegen der wiederholten Reflexionen des Lichtes an den Glasflächen erlaubt war, die Durchlässigkeit eines Systems von zwei Schwächungsgläsern als das Produkt aus den einzelnen Durchlässigkeiten anzusehen. Es wurden darum in den Strahlengang vor dem Objektiv des Pyrometers stets vier reflektierende Platten gebracht, die entweder aus gewöhnlichem durchsichtigen Glas bestanden, oder von denen je zwei durch ein System von einem Schwächungsglas und einem Deckglas ersetzt wurden. Die auf diese Weise bestimmte Durchlässigkeit der Schwächungsgläser bezieht sich also nur auf die Absorption bzw. Zerstreuung des Lichtes in der photographischen Schicht. Sie ist größer als die gesamte Durchlässigkeit der Schwächungsgläser, wenn noch der Verlust durch Reflexion an vier Flächen und die Absorption innerhalb der Glasschicht in Betracht kommt. Später erwies sich die Einführung der Austauschgläser als unnötig, so daß sie wieder aufgegeben wurde. Die aus zwei bis vier Einzelbestimmungen folgenden

Mittelwerte für die Durchlässigkeit D der Schwächungsgläser sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 4. Durchlässigkeit der Schwächungsgläser.

Nr.	Rot, $\lambda = 0,647$		Grün, $\lambda = 0,538$	
	mit	ohne	mit	ohne
	Austauschglas		Austauschglas	
17	0,159	0,128	0,146	0,119
18	0,146 ¹⁾	—	0,133 ¹⁾	—
18	0,155	0,120	0,143	0,109
20	0,120	0,095	0,105	0,086
21	0,116	0,094	0,102	0,085

Zur Kontrolle der Einzelzahlen wurde die Durchlässigkeit der Kombination 17 + 21 mit derjenigen von 18 + 20 verglichen (ohne Austauschgläser). Es ergab die Beobachtung für Rot den Faktor 1,039, für Grün 1,080, während nach vorstehender Tabelle zu erwarten stand für Rot 1,055, für Grün 1,079. Ferner wurde die Durchlässigkeit der Kombination 21 + 17 mit der Durchlässigkeit von 17 verglichen; es ergab:

Die Beobachtung für Rot	den Faktor	0,093
"	Grün " "	0,086
" Berechnung	Rot " "	0,094
"	Grün " "	0,085

Da die photometrische Messung nicht genauer als auf 1 Proz. ausgeführt werden konnte, so ist die Übereinstimmung befriedigend.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß die Schwächungsgläser, die übrigens einen schwach bräunlichen Ton besitzen, im Rot etwa 12 Proz. durchlässiger sind als im Grün. Der Vergleich der Durchlässigkeitszahlen für die beiden Fälle mit und ohne Austauschgläser lehrt, daß der Lichtverlust durch Reflexion an vier Flächen und durch Absorption im Glas etwa 26 Proz. beträgt.

c) Die Linsen. Ihre Vergrößerung V sowohl wie der Abstand a des Objektes von der Blende wurde als Funktion des Abstandes b zwischen Blende und scharfem Bild dadurch bestimmt, daß eine auf Glas geteilte Millimeterskala als Objekt diente und ihr Bild mit einer zweiten Glasskala derselben Art parallaxenfrei zur Deckung gebracht wurde. Bei der Kombination der Goerz- und der Zeisslinse wurden beide Linsen unter Benutzung eines Messingrohres zu einem System

¹⁾ Vor der endgültigen Aufkittung auf den Rahmen.

verschraubt. Einfache arithmetische Betrachtungen führen auf Grund der Linsenformel zu dem Ergebnis, daß

$$V = \frac{b}{f} - \left(1 + \frac{k}{f}\right) \text{ und } a = \frac{b(f-k) + k^2}{b-f-k}$$

ist, wenn f die Brennweite und k eine Konstante bedeutet, die durch den Abstand der Blende vom Mittelpunkt des Linsensystems bestimmt ist. Für Vergrößerungen zwischen $V = 0,7$ und $1,4$ ergaben sich folgende Werte:

Linse	f mm	k mm
Goerzlinse	118,5	17
Zeisslinse	152,3	10
Goerz- + Zeisslinse	75,8	30

Zur Ermittlung der Durchlässigkeit der Linsen wurde das Bild des konstant glühenden Wolframbandes unter Verwendung derselben Blende abwechselnd durch die eine der Linsen und durch die Kombination beider entworfen und die Helligkeit der beiden Bilder mittels des rotierenden Sektors auf denselben Betrag gebracht. Bezeichnet man die Durchlässigkeit der Zeiss- und Goerzlinse mit $D(Z)$ und $D(G)$, ferner die Durchlässigkeit des Sektors mit D_s , so erhält man mit Rücksicht auf die den verschiedenen Anordnungen zugehörigen Werte für die Vergrößerung V und den Objektstand a :

$$D(G) = \frac{D(Z) \cdot D(G)}{D(Z)} = \left(\frac{a^2 V^2}{D_s}\right)_{Z+G} \cdot \left(\frac{D_s}{a^2 V^2}\right)_Z$$

und

$$D(Z) = \frac{D(Z) \cdot D(G)}{D(G)} = \left(\frac{a^2 V^2}{D_s}\right)_{Z+G} \cdot \left(\frac{D_s}{a^2 V^2}\right)_G$$

Bei diesen Messungen betrug die Vergrößerung V in allen Fällen nahe 1. Mit einer Genauigkeit von etwa 1 Proz. ergab sich für die Durchlässigkeit der Linsen:

	$\lambda = 0,647$	$\lambda = 0,538$	Mittel
G (Goerz)	0,824 (4)	0,810 (1)	0,821
Z (Zeiss)	0,707 (4)	0,719 (4)	0,713

Die in Klammern gesetzten Zahlen bedeuten die Anzahl der Einzelbestimmungen und gleichzeitig die bei der Mittelbildung angesetzten Gewichte. Nach theoretischen Erwägungen muß die Durchlässigkeit bei längeren Wellen größer sein als bei kurzen. Doch sind die zu erwartenden Unterschiede bei unseren Beobachtungen so klein,

daß die Mittelbildung gerechtfertigt ist. Der beträchtliche Unterschied beider Linsensysteme beruht darauf, daß das Zeiss'sche Tessar sechs gegen Luft reflektierende Flächen besitzt, während der Goerz'sche Doppelanastigmat, der die nähere Bezeichnung Serie III trägt, nur deren vier hat. Letzteres Linsensystem ist von A. Gleichen¹⁾ beschrieben. Legt man die dort angegebenen Brechungsexponenten n der Teillinsen zugrunde, und setzt man den Lichtverlust an einer Glasfläche gegen Luft zu $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ an, so erhält man — ohne Rücksicht auf den praktisch nicht in Betracht kommenden Lichtverlust durch Absorption — für die Durchlässigkeit der Goerzlinse bei $\lambda = 0,589 \mu$ den Wert $D = 0,820$ und für $\lambda = 0,433$ den Wert $D = 0,815$. Die Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen Werten ist befriedigend.

d) Die Beobachtungen des Teilreflexionsvermögens. Die für $\vartheta = 45^\circ$ gewonnenen Werte des Teilreflexionsvermögens in rotem und grünem Licht sind in der folgenden Tabelle nebst den näheren Angaben über die Methode, die Schwächungsgläser, die Blende, die Linse und die Vergrößerung zusammengestellt.

Tabelle 5. Beobachtung des Teilreflexionsvermögens bei $\vartheta = 45^\circ$.

Datum	Methode	Schwächungsglas		Blende	Linse	V	r_ϑ		
		mit	ohne				Rot	Grün	
		Austauschglas							
1921									
7. Okt. . .	A	17 + 18	—	II	G	0,595	0,949	—	
8. " . .	A	20 + 21	—	II	G	0,595	0,979	—	
11. " . .	A	20 + 21	—	II	G + Z	0,991	0,988	—	
11. " . .	A	20 + 21	—	II	G + Z	0,991	—	1,032	
13. " . .	A	17 + 18	—	II	G + Z	0,991	—	1,000	
1922									
7. Febr. . .	B	—	17 + 18	III	Z	0,850	—	0,977	
8. " . .	B	—	17 + 18	III	Z	0,851	—	0,944	
8. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,851	—	0,978	
							Mittel:	0,972	0,986
13. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,859	0,952	—	
13. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,856	0,962	—	
13. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	1,114	0,968	—	
15. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,824	—	0,976	
15. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,999	—	1,031	
15. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,819	—	1,032	
15. " . .	B	—	20 + 21	III	Z	0,657	—	0,978	
							Mittel:	0,961	1,004

¹⁾ A. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, S. 444. Leipzig, Verlag von B. G. Teubner, 1902.

Die Beobachtungen vom 13. und 15. Februar 1922 gelten als die zuverlässigsten; ihre Ergebnisse stimmen mit den älteren Messungen befriedigend überein. Im Mittel ergibt sich für rotes Licht $r_{\vartheta} = 0,967$, so daß also die in Tabelle 3 für $\vartheta = 45^{\circ}$ angegebene Zahl $r_{\vartheta} = 0,972$ als bestätigt anzusehen ist. Für grünes Licht ist der Mittelwert des Teilreflexionsvermögens $r_{\vartheta} = 0,995$ also 2,8 Proz. höher als im Rot. Dieser Unterschied kann nicht mit Sicherheit als außerhalb der Beobachtungsfehler liegend angesehen werden. Die Einzelbeobachtungen im Grün weisen viel größere Abweichungen voneinander auf als die Einzelmessungen im Rot. Der Grund hierfür liegt in der sehr geringen Helligkeit der Strahlungsquelle für grünes Licht.

Zusammenfassung. Es wird eine neue Methode zur Bestimmung des diffusen Reflexionsvermögens im sichtbaren Gebiet (rotes Licht) angegeben und für Magnesiumoxyd durchgeführt, das, durch Verbrennen des Metalls gewonnen, als Normalweiß für relative Messungen empfohlen wird. Bei senkrechter Inzidenz des Lichtes beträgt die in den Halbraum zurückgeworfene Lichtmenge 95,3 Proz. der aufgefallenen Lichtmenge. Von diesem Gesamtreflexionsvermögen ist das Teilreflexionsvermögen r_{ϑ} zu unterscheiden, welches bei gegebener vertikaler Beleuchtung die Intensität des unter einem bestimmten Winkel ϑ (gemessen gegen die Normale) zurückgeworfenen Lichtes bestimmt. Für das Teilreflexionsvermögens r_{ϑ} , das bei einem ideal diffusen ideal weißen Körper für alle Winkel den Wert 1 hat, wurde $r_{\vartheta} = 1 - 1,3 \sin^4 \vartheta / 2$ gefunden. Einige in grünem Licht durchgeführte Beobachtungen lassen einen Unterschied des Teilreflexionsvermögens in den beiden Farben nicht mit Sicherheit erkennen.
