

## Buchbesprechungen — Book Reviews

**Wie alt ist der Kapitän?** Über den Irrtum in der Mathematik. Von S. BARUK. 362 S. Basel–Boston–Berlin. Birkhäuser-Verlag. 1989. Geb. Sfr 59,—.

Eine „Kampfschrift“ (S. 12) — und eine äußerst brillante noch dazu! — gegen die Destruktivität herkömmlichen Mathematikunterrichts verbirgt sich hinter diesem harmlos klingenden Titel. Basierend auf einer scharfsinnigen Analyse des mathematischen Lern- und Verstehensprozesses führt die Autorin ein fundiertes Plädoyer gegen zwei Mythen, die verheerende Auswirkungen auf den Mathematikunterricht haben, nämlich den „...Mythos von der mathematischen Begabung und [den] Mythos von der Klarheit und Evidenz mathematischer Argumentation...“ (S. 43). Sie zeigt auf, daß der überwiegende Teil der beobachteten Mathematik-Unfähigkeiten bei Schülerinnen und Schülern gerade *nicht* auf vorgeblich unüberwindliche „Begabungsschranken“ zurückzuführen ist. Solche „Begabungstheorien“ werden vielmehr andauernd bemüht, um die im Mathematikunterricht real ablaufenden Mechanismen zu verdecken und für seine destruktiven Auswirkungen die Opfer, also die Schülerinnen und Schüler, verantwortlich zu machen. Eine der zentralen Thesen der Autorin besteht darin, daß der „Irrtum“ auf Seiten der Lernenden *nicht* als zu vermeidende Abweichung von einem geplanten Lernprozeß zu sehen ist, er stellt vielmehr ein konstituierendes Moment bei der Aufnahme neuen (in der Gesellschaft bereits „fertig“ vorhandenen) Wissens in ein menschliches Bewußtsein dar (S. 43). Die Köpfe der Kinder sind nicht „hohl“, der Verstand ist immer schon (sprachlich) gesättigt (S. 88, 152).

Die Perspektive der Autorin ist die der Einzelarbeit mit Schülerinnen und Schülern, die Probleme im Mathematikunterricht haben. Bei diesem (oft äußerst mühevollen) Unternehmen zeigt sich, daß die „mangelnden Fähigkeiten“ in den meisten Fällen grundsätzlich behebbar sind und überdies zum überwiegenden Teil vom Unterricht selbst hervorgerufen werden. Die Autorin ist allerdings weit davon entfernt, die Schuld für diese Misere den individuellen Lehrerinnen bzw. Lehrern in die Schuhe zu schieben. Die im Buch wiedergegebenen minutiösen Schilderungen ihrer Arbeit zeigen jedoch, wie nur ein Dialog, der den Verstand und die Vorerfahrungen der Kinder ernst nimmt, imstande ist, ihnen den Weg zum mathematischen Sprechen und Denken zu eröffnen. (Das ist nicht nur ein schlagendes Argument gegen alle Bestrebungen, Lehrpersonen durch Computer oder schriftliches Material zu ersetzen, es zeigt auch, wie dringend *radikale* Senkungen der Klassengröße in den Schulen notwendig sind.) Die Autorin muß sich hier allerdings den Vorwurf gefallen lassen, daß sie sich zu sehr auf den individuellen Appell an die Moral oder die humanistische Haltung der bzw. des einzelnen beschränkt. Auf dieser Ebene könnten ihre Thesen und die daraus abgeleiteten Forderungen wirkungslos verhallen: Der Handlungsspielraum, den das heutige System Schule mit all seinen Randbedingungen und Sachzwängen den einzelnen Lehrerinnen und Lehrern läßt, ist viel zu eng, um einen Dialog wie oben angedeutet als wesentliches Unterrichtselement zu praktizieren. Um

die Erkenntnisse der Autorin in der Unterrichtspraxis wirksam werden zu lassen, wären entsprechende Maßnahmen im bildungspolitischen Bereich und ein beharrlicher Kampf gegen die beiden obengenannten Mythen notwendig, damit der Mathematikunterricht den Kindern nicht die Entwicklung der ihnen innewohnenden geistigen Möglichkeiten vorenthält. — Ein befreundeter Lehrer hat mich jedoch nach der Lektüre des Buches darauf hingewiesen, daß auch ein exemplarisches Durcharbeiten von Schwierigkeiten mit einer einzelnen Schülerin bzw. mit einem einzelnen Schüler in der Art, wie sie die Autorin schildert, langfristig sehr wohl positive Auswirkungen auf die Einstellung und den Unterrichtsstil haben kann.

Es ist ein Vergnügen, sich in das lebendig geschriebene Buch mit seinen kunstvoll ineinander verwobenen Sprachebenen zu vertiefen. Ein spezielles Lob gebührt der freien, aber dem ursprünglichen Sinn wirklich „treuen“ Übersetzung aus dem Französischen. Insgesamt halte ich diesen Band für eine Pflichtlektüre für alle, die in irgendeiner Weise mit Mathematikunterricht zu tun haben (als (künftig) Lehrende, als Studierende, als Didaktikerinnen bzw. Didaktiker, usw.) — denen, die seinen Aussagen nicht vollinhaltlich zustimmen können, soll es zumindest als Stein des Anstoßes und als Anreiz zur kritischen (Selbst-) Reflexion dienen. Eine ausgezeichnete Geschenkidee für diverse Anlässe!

M. GROSSER, Wien

**Labyrinth Problems.** Labyrinth-Searching, Abilities of Automata. By A. HEMMERLING. (Teubner Texte zur Mathematik, Band 114.) 216 pp. Leipzig: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. 1989. DM 27,—.

Diese Monographie beschäftigt sich mit den „klassischen“ (Theseus!) Labyrinth-Problemen, nämlich mit den folgenden beiden Aufgaben: erstens, von einem Punkt im Inneren eines Labyrinths den Ausgang zu finden, und zweitens, ein Labyrinth vollständig zu durchsuchen. Der Autor gibt eine Einführung in die Theorie der Algorithmen, die zur Lösung dieser Aufgaben zur Verfügung stehen, wobei er sich auf die Betrachtung solcher Algorithmen beschränkt, die ohne Berücksichtigung der (globalen) Topologie auskommen („innerer Blickwinkel“). Anwendungen dieser Theorien werden (aus Platzgründen) nicht behandelt. Sie sind jedoch u. a. für die theoretische Informatik (Komplexität) von Interesse.

P. SCHMITT, Wien

**A Concrete Approach to Mathematical Modelling.** By M. MESTERTON-GIBBONS. XX, 597 pp. California–Massachusetts–New York–Amsterdam–Ontario–Sydney–Bonn–Madrid–Singapore–Tokyo–San Juan: Addison-Wesley Publishing Company. 1989. Cloth.

Look at a few headings of topics in that book: how big a pay increase should a professor receive; how should a bird select worms; how right was Poiseuille; when does a  $T$ -junction require a left-turn lane? Already from these few examples it is clear that a large variety of phenomena are treated. As a matter of fact we feel that this introduction to mathematical modelling has a very rich treasure of examples of applications of mathematics, deterministic and probabilistic, which make it a source book for examples in lectures in analysis, differential equations, control theory and

probability showing how natural phenomena lead to concepts treated in those lectures. However, one absolutely should look at the book as a text in its own right which inspires the reader to a way of thinking usually not covered adequately in the more formal texts and represents, so to say, the interface between mathematics and the real world. So, while the mathematics is relatively elementary, the book is full of ideas and leads to a way of thinking, as appropriate in that context, access to which a student of mathematics should not be denied. This way of thinking may well pay its rewards later on in the students professional life.

H. MUTHSAM, Wien

**Introduction to Calculus and Analysis.** Volume I, II. By R. COURANT and F. JOHN. Vol. I: 204 Ills. XXIII, 661 pp; Vol. II: 120 Ills. XXIII, 954 pp. New York–Berlin–Heidelberg–London–Paris–Tokyo–Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Vol. I: Cloth DM 96,—; Vol. II: Cloth DM 126,—.

1927 brachte Richard Courant seine „Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung“ heraus, die rasch zu einem Klassiker wurden. Seit Euler haben nur wenige Bücher die Darstellung der Analysis ähnlich beeinflusst. Nach vielen Neuauflagen beschlossen Courant und John in den Sechzigerjahren, eine moderne neue Fassung zu schreiben, welche die wesentlichen Grundzüge des ursprünglichen Werks bewahrt: in erster Linie die ausgewogene Mischung an Anschaulichkeit und Anwendungsbezug einerseits und Exaktheit andererseits.

Die wesentlichen Änderungen betreffen den zweiten Band (der erst nach Courants Tod erschien). Besonders der Teil über Lineare Algebra wurde wesentlich erweitert. Sehr ausführlich sind die Kapitel 1 und 3 über Differentialrechnung in mehreren Veränderlichen revidiert worden. Kapitel 3 und 4 über Integrale im Höherdimensionalen wurden ebenfalls substantiell erweitert, und erscheinen nun weitaus exakter. Hervorragend sind die Kapitel über Differentialgleichungen, Variationsrechnung und Funktionentheorie. Die zahlreichen Übungsaufgaben werden in einem mehr als hundert Seiten umfassenden Anhang gelöst. Besonders schön an dem Buch sind die zahlreichen Anwendungsbeispiele, denen breiter Raum gewidmet ist. Insgesamt die „de luxe“ Ausgabe eines klassischen Lehrbuches, das vielen Mathematikern von Beginn des Studiums an ein treuer Weggefährte war oder sein wird.

K. SIGMUND, Wien

**The Structure of Decidable Locally Finite Varieties.** By R. MCKENZIE and M. VALERIOTE. (Progress in Mathematics, Vol. 79.) VIII, 212 pp. Boston–Basel–Berlin: Birkhäuser-Verlag. 1989. Cloth Sfr 64,—.

A class of similar universal algebras (variety) is called locally finite if every one of its finitely generated algebras is finite. A variety is called decidable if its first order theory is a recursive set of sequences. In this book the following questions are dealt with: which varieties are decidable? if a variety is decidable, what can be said about the structure of its algebras? The whole book consists of the proof of one result, the decomposition theorem which states that every decidable locally finite variety is the product (or join) of three independent decidable subvarieties: affine varieties which are equivalent to the variety of modules over some finite ring; discriminator varieties

the generic one of which is the class of Boolean algebras; strongly abelian varieties which are equivalent with a class of  $k$ -sorted multi-unary algebras for some integer  $k$ . As a corollary an algorithm is presented which leads from any finite algebra with finitely many basic operations to a finite ring with unit. A book for the specialist in universal algebra interested in the structure of varieties and in decidability.

H. MITSCH, Wien

**Factorization and Primality Testing.** By D. M. BRESSOUD. (Undergraduate Texts in Mathematics.) XIII, 237 pp. New York–Berlin–Heidelberg–London–Paris–Tokyo–Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 98,—.

Das Buch ist nicht nur für ausgebildete Mathematiker geeignet, sondern auch für Studierende in den ersten Semestern. Es setzt dementsprechend aus Zahlentheorie nichts voraus; sogar der Begriff der Gruppe wird definiert. Umso erstaunlicher ist es, daß es dem Autor gelingt, auf diesen wenigen Seiten auch Algorithmen zur Primzahlzerlegung anzugeben, die auf elliptischen Kurven beruhen. Die Beweise für die einzelnen Sätze sind so gut wie vollständig. Der Leser findet in diesem Band eine große Anzahl von Verfahren, die es in „kurzer“ Zeit ermöglichen, festzustellen, ob eine gegebene Zahl prim ist. Rechenprogramme für den Computer werden in der wenig bekannten Programmiersprache REXX angegeben; sie ist aber für Probleme dieser Art gut geeignet. Ein wenig ungewöhnlich ist die Notation für algebraische Operationen: die Multiplikation ganzer Zahlen wird mit  $\times$ , die Verknüpfung in einer Gruppe gar mit  $\delta$  angegeben. Statt  $x^n$  wird  $x \# n$  geschrieben.

J. SCHOISSENGEIER, Wien

**Binary Quadratic Forms.** Classical Theory and Modern Computations. By D. A. BUELL. X, 247 pp. New York–Berlin–Heidelberg–London–Paris–Tokyo–Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 74,—.

Das Buch beschäftigt sich mit der Auflösung der Gleichung  $f(x,y) = m$  in ganzen Zahlen  $x, y$ , wobei  $m$  eine ganze Zahl und  $f$  eine binäre quadratische Form mit ganzen Koeffizienten bezeichnet. Nach der klassischen Theorie, die in den ersten drei Kapiteln behandelt wird, stellt der Autor im nächsten die Theorie der Geschlechter und die Klassengruppe vor. Es enthält auch die Theorie der Komposition der Formen nach Dirichlet, die hier gut lesbar dargestellt ist. Es werden hier, wie auch im folgenden, immer Algorithmen angegeben, die numerische Rechnungen in kurzer Zeit ermöglichen. Kapitel V handelt von der Berechnung der Klassenzahl, und Kapitel VI vom quadratischen Zahlkörper und dem Zusammenhang zwischen der Komposition der Formen und dem Produkt von Idealen. Es ist erfreulich, daß in diesem Buch auch der Fall der Nicht-Fundamentaldiskriminanten untersucht wird. Hier muß ja die Komposition der Formen verallgemeinert werden auf Formen mit verschiedenen Diskriminanten. Dies alles geschieht in Kapitel VII. Das nächste Kapitel enthält unter anderem die Zerlegung der Klassengruppen in zyklische Faktoren, während Kapitel IX die 2-Sylowuntergruppen der Klassengruppe aufsucht, die ja mit der Pellischen Gleichung  $x^2 - D y^2 = -4$  zu tun hat. Im letzten Teil des Buches werden moderne Techniken zur Primfaktorzerlegung vorgestellt. Der Autor versucht, alles so elementar wie möglich darzustellen; er muß also ohne Klassenkörper

auskommen. Das Buch enthält die Beweise der vorgestellten Sätze nicht immer. Es richtet sich nicht nur an reine Mathematiker, sondern auch an den Anwender von Rechenmaschinen.

J. SCHOISSENGEIER, Wien

**Lectures on the Geometry of Numbers.** By C. L. SIEGEL. 35 Figs., X, 160 pp. Berlin—Heidelberg—New York—London—Paris—Tokyo—Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 78,—.

Das Buch ist hervorgegangen aus Vorlesungen, die Carl Ludwig Siegel gleich nach dem Krieg an der New Yorker Universität gehalten hat. Daß es dann noch vierzig Jahre bis zum Vorliegen dieses Werkes gedauert hat, liegt nicht zuletzt an den hohen Ansprüchen, die Siegel an Veröffentlichungen stellte. Die Herausgabe ist schließlich K. Chandrasekharan und R. Suter von der E. T. H. Zürich zu verdanken. Der Band gliedert sich in drei Kapitel. Im ersten werden die bekannten Sätze von Minkowski aus der Geometrie der Zahlen behandelt. Der erste untersucht konvexe Körper im  $\mathbb{R}^n$ , die ein Volumen  $> 2^n$  haben, der zweite verschärft den ersten mit Hilfe der sukzessiven Minima. Das zweite Kapitel heißt Lineare Ungleichungen; es untersucht Produkte von Linearformen und den Kroneckerschen Approximationssatz. Das dritte Kapitel behandelt die Reduktionstheorie quadratischer Formen, den Satz von Hlawka–Minkowski und das Problem der dichtesten Kugelpackung. Siegel scheut sich nicht, dem Leser manchen Irrweg zu erklären, der nahe zu liegen scheint; aber nicht nur hier offenbart sich das meisterhafte Geschick Siegels; auch wie er den Text portioniert dem Leser nahebringt, ist großartig. Überflüssig zu sagen, daß der Inhalt brilliant geschrieben ist.

J. SCHOISSENGEIER, Wien

**Commutative Algebra. Chapters 1—7.** Elements of Mathematics. By N. BOURBAKI. XXIV, 625 pp. Berlin—Heidelberg—New York—London—Paris—Tokyo: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 108,—.

Es erübrigt sich, das vorliegende Buch genauer vorzustellen, gilt es doch seit seinem ersten Erscheinen 1964—1969 (in französisch) bzw. 1972 (in englisch) als Standardwerk der Kommutativen Algebra. Die einzelnen Kapitel lauten: Flat Modules; Localization; Graduations, Filtrations and Topologies; Associated Prime Ideals and Primary Decomposition; Integers; Valuations; Divisors. Wie üblich sind eine Vielzahl informativer Beispiele und historische Bemerkungen aufgenommen.

G. KOWOL, Wien

**Algebraische Geometrie.** Eine Einführung. Von M. BRODMANN. (Basler Lehrbücher. A Series of Advanced Textbooks in Mathematics. Vol. 1.) XV, 470 S. Boston—Basel—Berlin: Birkhäuser-Verlag. 1989. Geb. Sfr 88,—.

Die algebraische Geometrie ist ein zentrales Gebiet der heutigen Mathematik, das von der Funktionentheorie zur kommutativen Algebra reicht. Wegen des ungeheuren Bedarfs an Hilfsresultaten ist es schwer zu lehren und zu lernen. Das vorliegende Buch bietet einen hervorragenden Einstieg in die algebraische Geometrie und

bietet dabei auch noch eine knappe, klare und präzise Darstellung der kommutativen Algebra. Es konzentriert sich im wesentlichen auf die Begriffe reguläre und singuläre Punkte, Tangentialkegel, Multiplizität und Grad. Diese werden zuerst für affine Hyperflächen (wo sie relativ leicht sind) vorgeführt, dann mit aller nötigen Algebra für affine Varietäten. Der zweite Teil des Buch ist projektiven Varietäten und der Garbentheorie gewidmet. Alle geometrischen Resultate spielen sich über dem Körper der komplexen Zahlen ab, die algebraischen Teile kann man aber leicht allgemeiner präsentieren. Der Rezensent hat dieses Buch einer Vorlesung zugrundegelegt und ist sehr zufrieden damit. Allerdings ist mindestens die Hälfte der Seiten mit manchmal auch sinnstörenden Druckfehlern behaftet, obwohl das Buch in TeX geschrieben wurde. Einige wenige Übungsaufgaben ergänzen das Buch.

P. MICHOR, Wien

**A Comprehensive Introduction to Linear Algebra.** By J. G. BROIDA and S. G. WILLIAMSON. XIV, 734 pp. California–Massachusetts–New York–Amsterdam–Ontario–Sydney–Bonn–Madrid–Singapore–Tokyo–San Juan–United Kingdom: Addison–Wesley Publishing Company. 1989. Cloth US\$ 49.95.

This text covers those topics normally included in any linear algebra book. Having in mind the great diversity of students taking a course in that field, the text is very selfcontained and offers a large amount of background material. New is the treatment of the Jordan and rational canonical forms based on the concept of invariant factors and the Smith normal form of a matrix. The chapter on tensors will be useful for every student of physics, so as the applications of linear algebra to Hilbert spaces, which usually can not be found in standard text books.

H. MITSCH, Wien

**Algebraische Transformationsgruppen und Invariantentheorie.** Herausg. von H. KRAFT, P. SLODOWY und T. A. SPRINGER. (DMV Seminar 13.) 211 S. Basel–Boston–Berlin: Birkhäuser-Verlag. 1989. Sfr 48,—.

Dieser Band enthält eine Reihe von sehr guten, einführenden Vorlesungen zum Thema „Algebraische Transformationsgruppen und Invariantentheorie“ (entstanden aus zwei DMV–Seminaren). An Vorkenntnissen werden die Bücher von H. Kraft, Geometrische Methoden in der Invariantentheorie, und von T. A. Springer, Lecture Notes in Math. 585, empfohlen. Einerseits werden Darstellungen bereits publizierter Theorien mit größerem Gewicht auf Motivation und Beispielen geliefert. Andererseits werden grundlegende Resultate auf neue Weise hergeleitet oder aus neuer Sicht dargestellt. Man erhält Einblicke in aktuelle Forschungsrichtungen. Dem Leser werden zahlreiche Resultate der Theorie der algebraischen Transformationsgruppen leichter zugänglich gemacht (wertvolle Ergänzung zum Studium von Originalarbeiten). Dieser Band enthält folgende Artikel: Aktionen reductiver Gruppen auf Varietäten (T. A. Springer), Klassische Invariantentheorie: Eine Einführung (H. Kraft), Local Properties of Algebraic Group Actions (F. Knop, H. Kraft, D. Luna, T. Vust), The Picard Group of a  $G$ -Variety (F. Knop, H. Kraft, T. Vust), Der Scheibensatz für algebraische Transformationsgruppen (P. Slodowy), Optimale Einparameteruntergruppen für instabile Vektoren (P. Slodowy), Zur Geometrie der

Bahnen reeller reductiver Gruppen (P. Slodowy), Normale Einbettungen von sphärischen homogenen Räumen (F. Pauer), Fractions Rationnelles Invariantes par un Groupe Fini: Quelques Exemples (M. Kervaire, T. Vust), sowie eine umfangreiche Literatursammlung. Das begrüßenswerte Ziel dieser Serie, die Früchte verschiedener DMV-Tagungen einem größeren Leserkreis (vor allem auch Wissenschaftlern jeweils verwandter Wissensgebiete) mit Gewinn zu vermitteln, ist hier sehr gut gelungen.

H. RINDLER, Wien

**Arithmetical Completely Simple Semigroups.** By E.-A. BEHRENS. (Research and Exposition in Mathematics, Vol. 17.) VII, 135 pp. 1989. Berlin: Heldermann. DM 48,—.

A completely simple semigroup can be defined as a simple semigroup containing at least minimal left ideal and also at least one minimal right ideal. In order to study a non-commutative arithmetic the author introduces the class of arithmetical completely simple semigroups  $S$  (a.c.c.) which are partially ordered having the property that the integral idempotents of  $S$  generate both the minimal left ideals and the minimal right ideals of  $S$ . An arithmetic for these semigroups is developed beginning with multiplicative decompositions of the integral elements into indecomposable integral elements of  $S$ . As an application, the classical (Brandt's) theory of normal ideals in the  $n \times n$ -matrix rings over the rational and the  $\pi$ -adic numbers, respectively, is discussed. The special case of tree-based a.c.c. semigroups and their arithmetic is studied applying the results to the integral normal ideals of the matrix rings mentioned above. Finally, quasi-uniserial semigroups are presented showing their relationship with certain semigroup rings and arithmetical  $\Phi$ -algebras. A book for the algebraist who is interested in semigroup-theoretical methods which can be used successfully in other parts of algebra.

H. MITSCH, Wien

**Combinatorial Group Theory: A Topological Approach.** By D. E. COHEN. (London Mathematical Society Student Texts, Vol. 14.) X, 310 pp. Cambridge-New York-Port Chester-Melbourne-Sydney: Cambridge University Press. 1989.

Dieses Buch über kombinatorische Gruppentheorie (die ja mit der üblichen Kombinatorik wenig zu tun hat), ist eine erweiterte Version eines in der Queen Mary College Lecture Notes-Serie hergestellten Bandes (anlässlich einer zweisemestrigen Vorlesung im Studienjahr 1976/77) und stellt eine ausgewogene Mischung zwischen gruppentheoretischen und topologischen Fragestellungen dar (im Gegensatz zu den meisten Büchern über dieses Gebiet, die meist ein Gebiet auf Kosten des anderen bevorzugen). Kapitel 1 behandelt grundlegende Begriffe und Sätze, wie freie Gruppen und Produkte, Darstellungen, amalgamierte freie Produkte, Erweiterungen, Sätze über Normalformen (mit verschiedenen Beweisen) u. a. In Kapitel 2 werden die topologischen Grundlagen (Homotopie usw.), in Kapitel 3 Gruppoide, in Kapitel 4 die Haupteigenschaften der Fundamentalgruppen (van Kampens Theorem usw.) behandelt. In Kapitel 5 werden Graphen und Komplexe studiert und einige neuere Methoden entwickelt (z. B. über Fixuntergruppen von Automorphismen freier Gruppen). In Kapitel 6 werden Überlagerungen von Räumen und Komplexen

behandelt. Im 7. Kapitel werden wichtige Sätze (von Schreier, Kurosch, ...) über Untergruppen freier Gruppen bewiesen. Die fruchtbaren Wechselwirkungen zwischen Gruppentheorie und Topologie werden sehr gut herausgearbeitet. Das 8. Kapitel ist der Theorie von Bass und Serre über Gruppenwirkungen auf Bäumen gewidmet (Methode von Nielsen, Struktursätze, Anwendungen). Im 9. Kapitel werden Entscheidungsprobleme behandelt. Neben einigen einfacheren positiven Resultaten wird gezeigt, daß das Wortproblem für Gruppen i. a. unlösbar ist. Ein kurzer Beweis folgt mit Hilfe der Methode der modularen Maschinen. Analog wird der Einbettungssatz von Higman gezeigt. Es werden zahlreiche weitere Fragestellungen behandelt (Unlösbarkeit des Isomorphismus-Problems, ein moderner Beweis für den Freiheitssatz von Magnus, usw.). Im letzten Kapitel werden einige weitere Themen (ohne Beweis) gestreift.

H. RINDLER, Wien

**Lie Algebras, Madison 1987.** Proceedings of a Workshop held in Madison, Wisconsin, August 23—28, 1987. Edited by G. BENKART and J. M. OSBORN. (Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1373.) 143 pp. Berlin–Heidelberg–New York–London–Paris–Tokyo–Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. DM 30,—.

During the academic year 1987—1988 the University of Wisconsin, Madison hosted a Special Year of Lie Algebras. A Workshop on Lie Algebras, from which emanate these proceedings, inaugurated the special year. The principal focus of the year and of the workshop was the long-standing problem of classifying the simple finite dimensional Lie algebras over algebraically closed fields of prime characteristic. However, other lectures at the workshop dealt with the related areas of algebraic groups, representation theory, and Kac–Moody Lie algebras. This volume contains nine papers presented at this workshop (eight research articles and one expository article): The absolute toral rank of a Lie algebra, by H. Strade, Differential forms and the algebra  $W(m: n)$ , by R. L. Wilson, On Lie algebras with a subalgebra of codimension one, by A. Elduque, Forms of restricted simple Lie algebras, by S. Serconek and R. L. Wilson, The subalgebra lattice of a supersolvable Lie algebra, by V. R. Varea, Lie theoretic methods in cohomology theory, by R. Farnsteiner, An introduction to Schubert submodules, by M. E. Hall, Kac–Moody modules and generalized Clifford algebras, by G. B. Seligman.

H. RINDLER, Wien

**The Penrose Transform.** Its Interaction with Representation Theory. By R. J. BASTON and M. G. EASTWOOD. XV, 213 pp. Oxford: Clarendon Press. 1989. Cloth £ 25,00.

In ihrer ursprünglichen Form war die Penrose-Transformation eine Integralformel, die Lösungen der verallgemeinerten Weylgleichung (relativistische Wellengleichung für freie masselose Teilchen beliebiger Helizität) als komplexe Konturintegrale willkürlicher holomorpher Funktionen auf dem komplexen dreidimensionalen projektiven Raum über Geraden desselben darstellte. Präzisierende Fragen nach Injektivität und Surjektivität führten alsbald auf eine garbenkohomologische Version, also einen Isomorphismus zwischen einer Garbenkohomologiegruppe auf einem Gebiet

des projektiven Raums und dem Lösungsraum einer Weylgleichung. Da beide Räume konforminvariant sind, vermittelt die Transformation zwischen verschiedenen Beschreibungsweisen gewisser unendlichdimensionaler Darstellungen der konformen Gruppe. In der vorliegenden Monographie wird nun letztere durch irgendeine komplexe halbeinfache Liegruppe ersetzt, die Verallgemeinerung der Penrose-Transformation konstruiert und ihre Beziehung zur Darstellungstheorie reduktiver Liegruppen untersucht. Dabei sind Raumzeit und projektiver Raum durch geeignete offene Teilmengen von zwei kompakten komplexen homogenen Räumen oder Flaggenvarietäten für die betrachtete Gruppe ersetzt; die Transformation drückt die Kohomologie homogener Vektorbündel über der einen Teilmenge durch die Kerne und Kokerne von invarianten Differentialoperatoren auf Schnitten homogener Vektorbündel über der anderen aus. Zum Vorteil des Lesers werden nicht nur Kurzfassungen der ursprünglichen Penrose-Theorie, der Struktur und Darstellungstheorie der komplexen einfachen Liealgebren und der Theorie ihrer parabolischen Teilalgebren und zugehörigen Flaggenvarietäten gegeben, sondern auch Beweise der beiden wichtigsten Hilfsmittel des Buches, des Bott-Borel-Weil-Theorems und der Bernstein-Gelfand-Gelfand-Auflösung der konstanten Garbe auf komplexen homogenen Räumen. Dennoch ist einige Vertrautheit mit einfachen Liealgebren auf seiten des Lesers ratsam.

H. URBANTKE, Wien

**Multivariate Approximation Theory IV.** Proceedings of the Conference at the Mathematical Research Institute at Oberwolfach, Black Forest, February 12—18, 1989. Edited by C. K. CHUI, W. SCHEMPP and Z. ZELLER. (International Series of Numerical Mathematics, Vol. 90.) IX, 342 pp. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser-Verlag. 1989. Cloth Sfr 98,—.

Dieser Band ist bereits der fünfte in einer Reihe von Tagungsberichten aus Oberwolfach. Die insgesamt 37 Beiträge geben einen sehr guten Einblick in neuere Entwicklungen auf dem Gebiet der mehrdimensionalen Approximationstheorie. Neben klassischen Fragestellungen — wie etwa der Interpolation mittels verschiedener Funktionenfamilien — und Problemen betreffend mehrdimensionale Spline Funktionen findet man erstaunlich viele Beiträge mit Fourier-analytischem Hintergrund.

H. G. FEICHTINGER, Wien

**Dynamical Systems II.** Edited by Y. G. SINAI. (Encyclopaedia of Mathematical Science 2.) 25 Figs., VIII, 281 pp. Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokyo-Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 128,—.

Der vorliegende Band dieser wichtigen russischen Reihe befaßt sich mit der Ergodentheorie, einem Gebiet, daß von Mathematikern der Sowjetunion schon seit Kolmogoroff, Rohlin und Khintschin entscheidend geprägt wurde. Der erste Teil behandelt die allgemeine Ergodentheorie für Gruppen von maßtreuen Transformationen: Kapitel 1 (von Cornfeld und Sinai) bringt die grundlegenden Begriffe und Konstruktionen, Kapitel 2 und 3 (von denselben Autoren) die Spektraltheorie dynamischer Systeme, und die Theorie der Entropie, Kapitel 4 (Cornfeld und Versnik) die

Methode der periodischen Approximationen und Kapitel 5 (Versnik) die Theorie der Trajektorien für Transformationsgruppen. Der zweite Teil dieses Bandes befaßt sich mit der Ergodentheorie von glatten dynamischen Systemen: Kapitel 6 (Sinai) bringt eine kurze Einführung in die KAM-Theorie, Kapitel 7 (Pesin) die allgemeine Theorie hyperbolischer Systeme, Kapitel 8 (Bunimovich) hyperbolische Systeme mit Singularitäten (Billardprobleme) und Kapitel 9 (Jakobson) Abbildungen des Einheitsintervalls und der komplexen Ebene. Der dritte Teil des Buches bringt statistische Mechanik und kinetische Gleichungen. Kapitel 10 (von Dobrushin, Sinai und Sukhov) befaßt sich mit den dynamischen Systemen der statistischen Mechanik und Kapitel 11 (Maslova) mit der Boltzmann-Gleichung. Das Buch ist äußerst klar und übersichtlich gegliedert. Das Autorenteam ist hervorragend. Für Ergodentheoretiker und Mathematiker, die sich mit komplexen dynamischen Systemen beschäftigen, gehört dieser Band zur Pflichtlektüre.

K. SIGMUND, Wien

**Approximation by Spline Functions.** By G. NÜRNBERGER. XI, 243 pp. Heidelberg—New York—London—Paris—Tokyo—Hong Kong: Springer-Verlag. 1989. Cloth DM 74,—.

Although providing the reader also with quite new results, this monograph on splines guides the reader, so to say, cautiously to its subject. The first of the two chapters deals with Chebyshev (or Haar) spaces where definitions and theorems are naturally evolved starting with the classical examples. Making heavy use of the *B*-splines the second chapter investigates in detail interpolation and approximation properties (in various norms) of the pertinent weak Chebyshev spaces, including approximation of linear operators. An appendix deals with the much less investigated splines in two variables and with spline collocation methods for differential equations.

H. MUTHSAM, Wien

**Finite Approximations in Fluid Mechanics II.** Edited by E. H. HIRSCHHEL. (Notes on Numerical Fluid Mechanics 25.) 423 pp. Braunschweig—Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn. 1989. DM 98,—.

In 1983—1989 Deutsche Forschungsgemeinschaft sponsored a Priority Research Program "Finite Approximations in Fluid Mechanics". Part of the result is presented here and covers a wide range of methods for formulation and solution of the discretized problems on the one hand and of applications (many of them industrial) on the other hand.

H. MUTHSAM, Wien