

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke Erlangen.

Über das Geschwindigkeitsfeld der Hochstromkohlebogensäule.

Von

R. WIENECKE.

Mit 10 Figuren im Text.

(Eingegangen am 3. August 1955.)

Es wird das gesamte Strömungsfeld der Hochstromkohlebogensäule mit Hilfe verschiedener Methoden bestimmt. Zur Messung der Geschwindigkeiten im Bogenkern, die in der Größenordnung von einigen hundert m/sec liegen, wird der Bogenstrom mit einer für die Untersuchung von Abschaltvorgängen entwickelten Anordnung kurz unterbrochen und das Vorwachsen des von der Kathode neu ausgehenden Plasmastrahles mit einer hoch auflösenden Zeitlupe verfolgt und daraus die Geschwindigkeiten für die Kernmitte und den Kernrand bestimmt. Außerhalb des Bogenkernes werden Messungen an in den Bogen gewirbelten kleinen Kohlepartikeln herangezogen. Beide Meßmethoden ergänzen sich sehr gut und gestatten, die Kurven gleichen Geschwindigkeitsbetrages sowie das Stromlinienfeld des Bogens festzulegen. Eine sehr gute Stützung erfahren die Messungen durch die Feststellung, daß das gemessene Geschwindigkeitsfeld des Bogens den Impuls- und Massenerhaltungssatz befriedigt.

I. Einleitung.

Der Hochstromkohlebogen unterscheidet sich in seinem äußeren Erscheinungsbild vom Niederstrombogen vor allem durch den bei Stromstärken über 50 Amp auftretenden Bogenkern. Seine Entstehung ist nach einer neueren Arbeit von MAECKER [3] eng mit einer von der Kathode ausgehenden Plasmaströmung verbunden. Durch die große Stromdichte vor der Kathode wird nach MAECKERs Überlegungen die auf die Ladungsträger wirkende LORENTZ-Kraft des magnetischen Eigenfeldes des Bogenstromes — bei genügend großer Gesamtstromstärke — dort so groß, daß sich im innersten Teil der Bogensäule vor der Kathode ein Überdruck aufbaut. Dieser Überdruck kann sich nur in Richtung auf die Anode — wegen der nach dort rasch abnehmenden Stromdichte — in Form einer Plasmaströmung ausgleichen. Das Eigenmagnetfeld wirkt also in der Nähe der Kathode wie eine Pumpe, die dauernd von außen kaltes Gas ansaugt, das dann im Raum vor der Kathode auf hohe Temperaturen aufgeheizt wird und als heißer Plasmastrahl zur Anode abströmt. Dieser Strahl ist aber nur dadurch sichtbar, daß sich die Stromfäden in den gut leitenden Strahl hineinziehen und durch Zufuhr JOULEscher Wärme die hohe Temperatur aufrechterhalten. Durch Reibung überträgt der von der Kathode ausgehende Strahl auf

seinem Wege zur Anode einen Teil seines Impulses auf die ihm benachbarten Schichten des Bogengases. Dadurch nimmt die Strahlgeschwindigkeit mit wachsendem Abstand von der Kathode rasch ab, während immer weitere Schichten an der Strömung teilnehmen. Das heißt, das Strömungsprofil wird um so breiter und die Achsengeschwindigkeit um so niedriger, je mehr man sich von der Kathode entfernt. Durch die zunächst auf die Umgebung der Achse beschränkte Plasmaströmung, deren Maximalgeschwindigkeit MAECKER zu 350 m/sec abschätzt, kommt es also zum Aufbau eines die ganze Bogensäule erfassenden Geschwindigkeitsfeldes.

Geschwindigkeitsmessungen in der Säule des Hochstromkohlebogens liegen von MAECKER [2] und ROHLOFF [4] vor. MAECKER bestimmt aus kinematographischen Aufnahmen nach einer zuerst von HAGENAH [1] angegebenen Methode den Weg, den kleine in den Bogen gebrachte Kohlepartikel während der Belichtungszeit eines Einzelbildes zurücklegen. Aus dem Quotienten von zurückgelegtem Weg und Belichtungszeit erhält er für den gesamten Bogen eine mittlere Geschwindigkeit von 20 m/sec. Während diese Methode in den äußeren Bogenbereichen, in denen die Geschwindigkeiten einige m/sec betragen, zu richtigen Werten führt, wie die Messungen von HAGENAH am Niederstrombogen zeigen, erreichen die Kohlepartikel im Bogenkern infolge ihrer Trägheit nicht die dort vorhandenen hohen Geschwindigkeiten, so daß hier diese Methode zu falschen Absolutwerten der Geschwindigkeit führt. Dagegen kann man auch hier, wie im übrigen Gebiet der Bogensäule, durch die Beobachtung des Flugweges fester Partikel die Strömungsrichtung gut bestimmen.

ROHLOFF [4] bestimmt bei seinen Messungen die Kraftwirkung des Gasstrahles auf die Anode, woraus er die Geschwindigkeit zu 40 m/sec bestimmt. Diese Methode gibt natürlich nur einen Überschlagswert, denn bei einer Messung des Gesamtimpulses wird über die radiale Geschwindigkeitsverteilung des Strahles gemittelt. Außerdem ist die Achsengeschwindigkeit an der Anode, wie die eigenen Messungen später zeigen werden, schon auf ziemlich niedrige Werte abgesunken. ROHLOFF bestimmt ferner aus Zeitlupenaufnahmen die Ganghöhe eines durch ein longitudinales Magnetfeld schraubenförmig verdrehten Bogens, woraus er ebenfalls eine Geschwindigkeit von 40 m/sec erhält. Auch hier handelt es sich um eine integrale Bestimmung der Geschwindigkeit, wobei außerdem der Bogen durch das Magnetfeld in seiner Ausbildung erheblich gestört wird.

Da die Erkenntnis, daß die Ausbildung des Bogenkernes eng mit einer Plasmaströmung gekoppelt ist, zu weitreichenden Folgerungen führt, haben wir unsere Methode der Untersuchung schnell verlaufender Bogenvorgänge [5] zu einer Bestimmung der Geschwindigkeiten im

Bogenkern benutzt. Zur Festlegung des gesamten Geschwindigkeitsfeldes des Bogens haben wir dann für die Bogenbereiche außerhalb des Kernes, in denen die Geschwindigkeiten relativ klein sind und in denen unsere Methode versagt, Messungen an Kohlepartikeln nach der HAGENAHNSchen Methode herangezogen¹.

II. Messung der Geschwindigkeiten im Bogenkern.

Zur Messung von Geschwindigkeiten im Bogenkern muß man diesen in irgendeiner Weise stören und das Weiterwandern dieser Störung zeitlich verfolgen. Dies haben wir auf die verschiedensten Arten versucht. Als beste Methode erwies sich dabei die folgende: Parallel zum

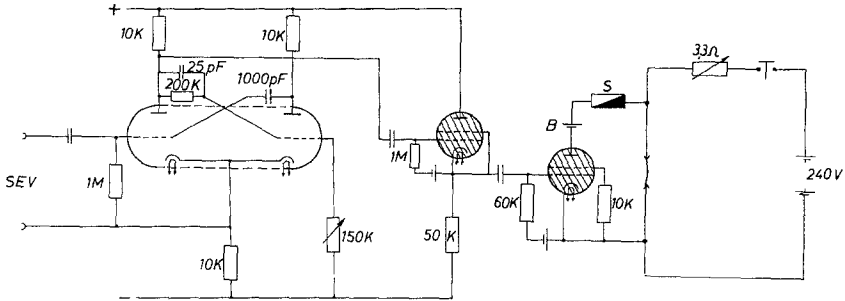


Fig. 1 Elektrische Anordnung zur kurzzeitigen Unterbrechung des Bogenstromes. Nähere Beschreibung siehe [5].

Bogen liegt, wie bei der Untersuchung des Abklingens von Bogenentladungen [5], ein Thyatron mit einer Kompensationsbatterie *B*. Zusätzlich ist in diesen Nebenkreis noch eine Feinsicherung *S* geschaltet, wie es Fig. 1 zeigt. Zündet man durch einen Impuls das Thyatron, so wird die Bogenstrecke spannungs- und damit stromlos. Eine definierte Zeit später brennt die Feinsicherung explosionsartig durch, der Parallelschluß zum Bogen wird unterbrochen und die Bogenstrecke erhält wieder ihre volle Spannung, d. h. der Bogen zündet wieder durch. Die Unterbrechungszeit des Bogenstromes kann dabei durch Wahl der Feinsicherung nach Wunsch eingestellt werden. Synchron mit der Stromunterbrechung werden mit der schon früher beschriebenen Anordnung Zeitlupenaufnahmen des Bogens gemacht. Außerdem wird die Spannung an der Bogenstrecke oszillographiert. Läßt man die Bogensäule lange genug abkühlen, bevor man die Spannung wieder anlegt, so bildet sich der Plasmastrahl von der Kathode her neu aus und schießt zur Anode durch, ehe sich durch JOULEsche Wärme ein neuer Kern bilden kann. Dieses Vorwachsen des Kernes ist in einer Zeitlupenaufnahme (Fig. 2)

¹ Diese Messungen wurden in selbständiger Arbeit von Herrn stud. phys. R. HUBNER, Marburg, in unserem Laboratorium durchgeführt.

festgehalten. Das zugehörige Spannungsszillogramm, in dem das Zeitintervall der Aufnahme durch Pfeile markiert ist (Fig. 3), zeigt, daß zur Zeit der Aufnahme die stationäre Brennspannung schon beinahe wieder erreicht ist. Aus solchen Aufnahmen läßt sich die Achsengeschwindigkeit des Kernes bestimmen. Dabei muß man natürlich beachten, daß die

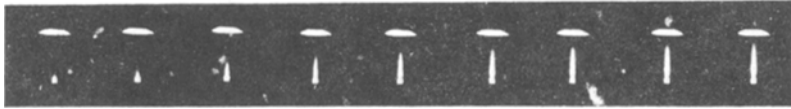


Fig. 2. Zeitlupenaufnahmen eines wiederdurchzündenden Hochstromkohlebogens mit von der Kathode her vorwachsendem Bogenkern. Endstromstärke 200 Amp. Erstes Bild 45 μ sec nach Wiederanlegen der Spannung. Zeitlicher Bildabstand 10 μ sec. Dauer der Stromunterbrechung 0,7 msec.

Messung an einem sich aufbauenden Bogen gemacht wird. Da die Temperatur der äußeren Bogenbereiche sich aber während der kurzen Dauer der Stromunterbrechung kaum geändert hat, wie aus den Unter-

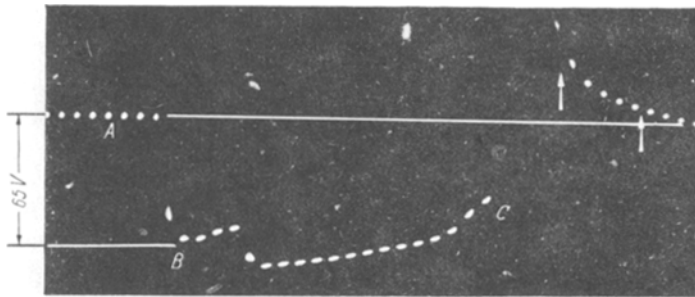


Fig. 3. Oszillogramm der Bogenspannung bei Unterbrechung des Bogenstromes. *A* Stationäre Brennspannung = 65 V. *B* Zündung des Stromtores. *C* Durchbrennen der Feinsicherung (4 Amp mitteltrage).
 $\uparrow \uparrow$ Zeitintervall der Zeitlupenaufnahme Dauer der Stromunterbrechung 0,7 msec.

suchungen des Abklingvorganges zu schließen ist, und da die Bogenspannung zur Zeit der Aufnahme den stationären Wert fast wieder erreicht hat, dürfte der Fehler der Geschwindigkeitsmessung nicht allzu groß sein. Allenfalls erfährt der Strahl eine zusätzliche Bremsung dadurch, daß er etwa kälteres Gas vor sich herschieben muß, wodurch es zum Aufbau eines erhöhten Druckes vor der Anode kommen kann. Dadurch muß sich die Kerngeschwindigkeit verlangsamen, und zwar um so mehr, je weiter er sich der Anode nähert. Bei unseren Messungen würde sich also ein zu steiler Geschwindigkeitsabfall des Strahles auf seinem Wege zur Anode ergeben. Daß dies nur in geringem Maße der Fall sein kann, zeigen die später zu besprechenden Impuls- und Massenbilanzen.

Zur Bestimmung der Achsengeschwindigkeit des Plasmastrahles haben wir die Einzelbilder der Fig. 2 vergrößert projiziert, in der Projektion den Bogenkern nachgezeichnet, den Abstand seiner Spitze von

der Kathode in ein Ort-Zeitdiagramm eingetragen und daraus durch Differentiation die Geschwindigkeit als Funktion des Abstandes von der Kathode ermittelt. Der Mittelwert aus 20 solchen Aufnahmen ist

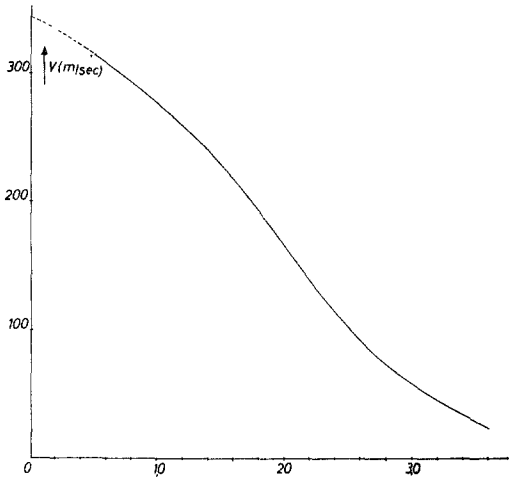


Fig. 4. Plasmageschwindigkeit in der Bogenachse als Funktion des Abstandes von der Kathode ---; extrapolierte Werte.

in Fig. 4 aufgetragen. Die Geschwindigkeit fällt von 300 m/sec bei 0,5 cm vor der Kathode auf einen Wert von 70 m/sec im Abstand 3 cm vor der Kathode ab. Näher als 0,5 cm vor der Kathode konnte nicht gemessen werden, da dort die Geschwindigkeit zu große Werte annimmt und die Ortsbestimmung daher zu ungenau wird, wie überhaupt die Geschwindigkeitswerte bei kleinem Abstand vor der Kathode am stärksten streuen. Der mittlere Fehler der Messung

beträgt in Kathodennähe etwa 10% und fällt auf ungefähr 5% in der Nähe der Anode ab. Extrapoliert man die Geschwindigkeitskurve bis zur Kathode, so stimmt der sich ergebende Maximalwert von 340 m/sec sehr gut mit dem von MAECKER zu 350 m/sec geschätzten überein.

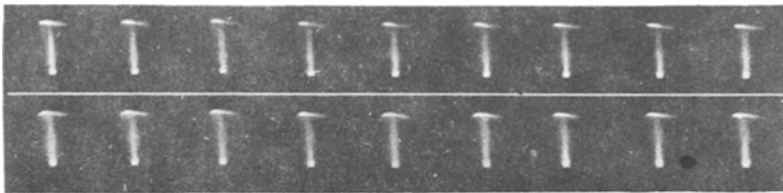


Fig. 5. Zeitlupenaufnahmen nach der Wiederrundung eines Hochstromkohlebogens mit hochwandernder Bogenkernaufbauchung. Stromstärke 200 Amp. Zeitlicher Bildabstand = 26 μ sec.

Für die Geschwindigkeitsmessung des Kernrandes nutzten wir folgende Erscheinung aus: Hat der nach Unterbrechung des Bogenstromes sich neu von der Kathode her bildende Bogenkern die Anode fast erreicht, so zeigt der Kern in Kathodennähe eine Aufbauchung, deren Weiterwandern sich nach Fig. 5 sehr gut bis zur Anode verfolgen läßt. Die Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeit dieser Kernerweiterung erfolgte nach dem gleichen Verfahren wie bei der Ermittlung der Achsengeschwindigkeit. Das Ergebnis aus ebenfalls 20 Messungen ist

in Fig. 6 über dem Abstand von der Kathode aufgetragen. Die Randgeschwindigkeit am Säulenkern fällt danach von etwa 70 m/sec bei 0,3 cm vor der Kathode auf 25 m/sec in 2,5 cm Abstand vor der Kathode ab. Der mittlere Fehler der Messungen beträgt etwa 5%.

Auf den großen Unterschied zwischen Achsen- und Randgeschwindigkeit weist auch das Profil des wachsenden Bogenkernes hin. Während der Kern in Kathodennähe spitz aussieht, rundet er sich um so mehr ab, je weiter er zur Anode wandert.

III. Festlegung des gesamten Geschwindigkeitsfeldes.

Da mit unserer Methode nur die Geschwindigkeiten bis zum Kernrand zu erfassen sind, haben wir zur Festlegung des gesamten Geschwindigkeitsfeldes der Bogensäule für die Gebiete außerhalb des Bogenkernes Messungen an in den Bogen gewirbelten Kohleteilchen zu Hilfe genommen. Fig. 7 zeigt eine typische Aufnahme nach diesem Verfahren. Die hieraus ermittelten Geschwindigkeitswerte schließen sich

gut an unsere Werte für den Kernrand an, wie es Fig. 8 zeigt. In ihr ist für verschiedene Abstände von der Kathode die Geschwindigkeit über den Bogenradius aufgetragen. Die durch \times markierten Messungen entstammen der „Kohleteilchenmethode“, die durch \circ markierten Werte sind Messungen nach unserer Methode entnommen (Kernrand und Kernmitte). Um den steilen Geschwindigkeitsabfall von der Kernmitte zum Kernrand zeichnen zu können, haben wir Zwischenwerte für die Geschwindigkeit aus dem Profil des vorwachsenden Kernes (Fig. 2) bestimmt. Dazu haben wir ein solches Profil in der Vergrößerung nachgezeichnet, einen Schnitt quer durch den Kern an einer Stelle gelegt, an der dieser noch zylindrisch ist, und die Abstände von der Stirnfront des Kernes bis zum Bezugsquerschnitt für verschiedene Radien ausgemessen. Durch Quotientenbildung mit dem Abstand für $r = 0$ wurde dann der relative Geschwindigkeitsabfall nach außen bestimmt. Mit der bekannten Achsengeschwindigkeit konnte dieser leicht auf Absolut-

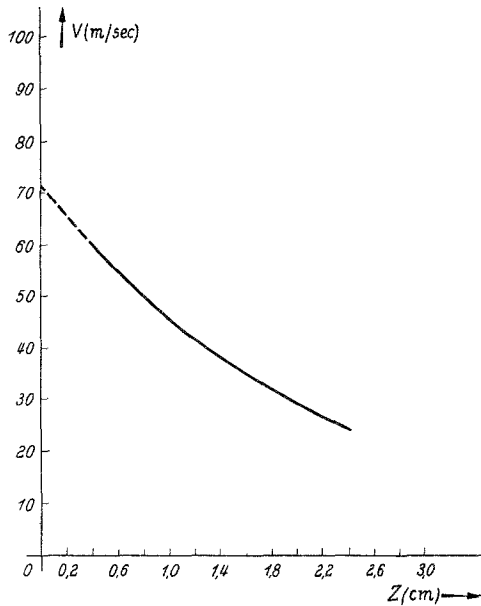


Fig. 6. Plasmageschwindigkeit am Rand des Bogenkernes als Funktion des Abstandes von der Kathode.

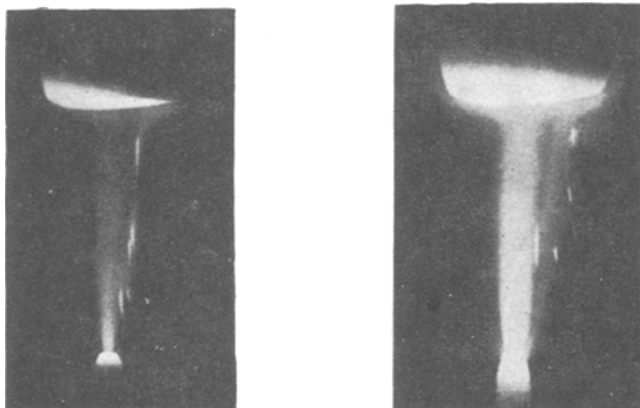


Fig. 7. Aufnahmen eines Hochstromkohlebogens mit hineingewirbelten kleinen Kohleteilchen. Belichtungszeit = 0,86 msec.

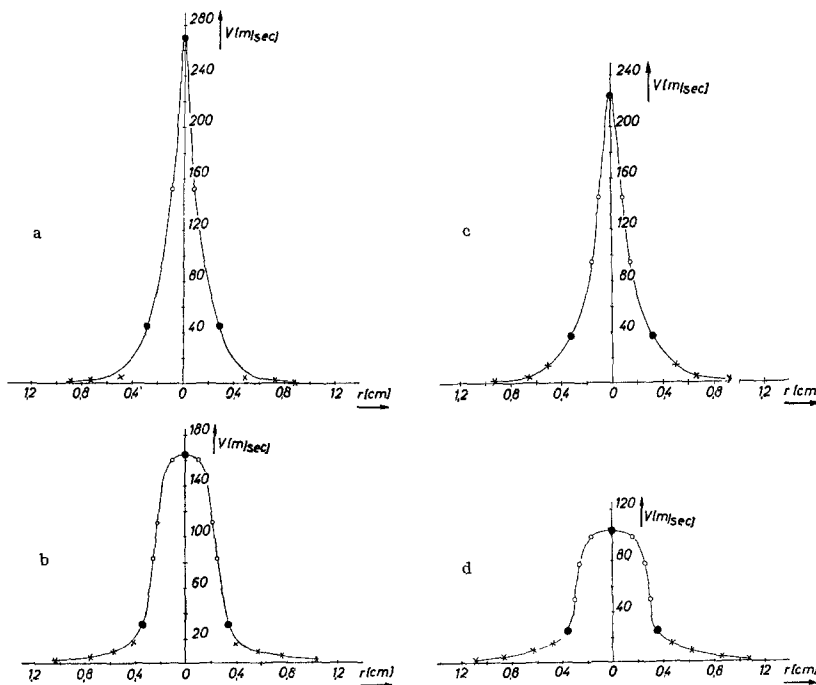


Fig. 8a—d. Plasmageschwindigkeit als Funktion des Bogenradius in verschiedenen Abständen von der Kathode. a: 1 cm über der Kathode; b: 1,5 cm über der Kathode; c: 2 cm über der Kathode; d: 2,5 cm über der Kathode.

werte umgerechnet werden. Die so ermittelten Zwischenwerte sind durch \circ markiert.

Fig. 8 zeigt, daß die Geschwindigkeit vom Bogenrand her in Richtung auf die Bogenachse zunächst langsam wächst, um erst in der Nähe

des Kernrandes steil zu den hohen Werten in der Bogenachse anzu- steigen. Außerdem ist gut zu erkennen, wie das Geschwindigkeitsprofil mit wachsendem Abstand von der Kathode breiter und flacher wird.

Mit Hilfe der Fig. 8 lassen sich für den gesamten Bogen die Kurven gleichen Geschwindigkeits- betrages zeichnen. Dies ist in Fig. 9 geschehen. Die gestrichelt einge-

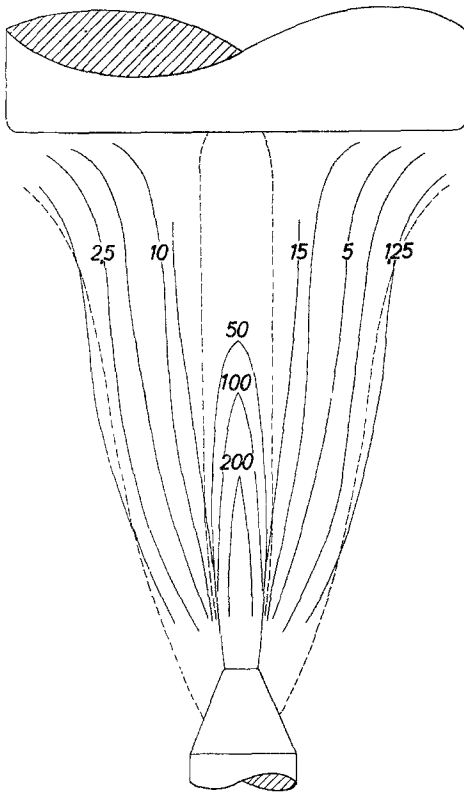


Fig. 9. Kurven gleichen Geschwindigkeitsbetrages in der Hochstromkohlebogensäule. Die Zahlenan- gaben geben die Geschwindigkeiten in m/sec an.

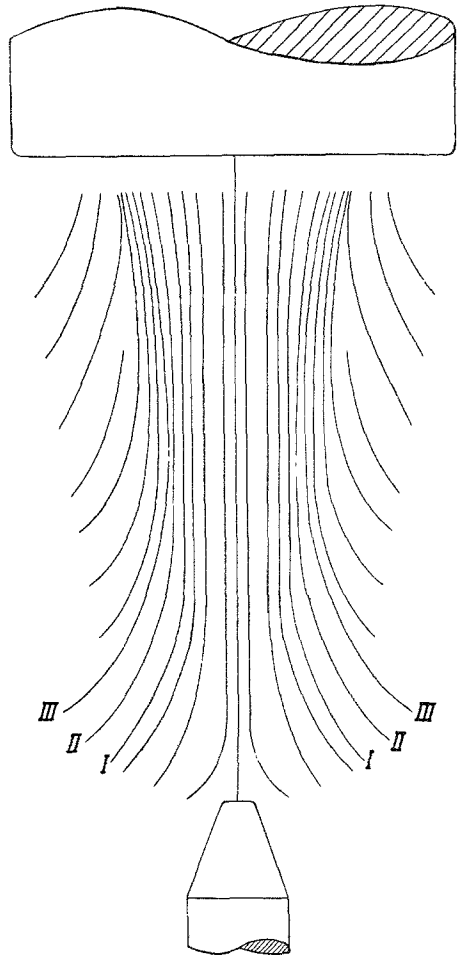


Fig. 10. Stromlinienfeld des Hochstromkohle- bogens.

zeichneten Kurven geben die Lage der 4000°- und 9750°-Isotherme (rot-gelbe Aureole und Kernrand) an.

Die Kohleteilchenmethode gestattet außer der Bestimmung des Ge- schwindigkeitsbetrages außerhalb des Kernes auch die Festlegung der Strömungsrichtung. Auf diese Weise kann man das Stromlinienfeld des Bogens, wie es in Fig. 10 gezeichnet ist, gewinnen. Die Strömung verläuft in Achsennähe fast parallel zu dieser. Je weiter man nach

außen geht, um so größer wird der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Bogenachse. Das heißt, längs der ganzen Bogensäule wird laufend kaltes Gas von außen angesaugt, das in der Bogensäule aufgeheizt wird und zur Anode abströmt. Dabei ist der Anströmwinkel in Kathodennähe besonders groß und fällt in Richtung auf die Anode immer mehr ab. Da die Anode mit ihrem relativ großen Durchmesser für die Strömung ein starkes Hindernis bildet, muß diese dicht vor ihr fast rechtwinklig — vor allem in der Nähe der Bogenachse — nach außen umbiegen. Dieses Umbiegen ist in Fig. 10 nicht mit eingezeichnet worden.

Impuls- und Massenbilanz.

Zur Kontrolle der gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten kann man die Sätze von der Erhaltung des Impulses und der Masse heranziehen. Danach muß der je Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Bogens senkrecht zur Bogenachse hindurchtretende Impuls gleich dem auf die Kathode wirkenden Rückstoß sein. Dieser wurde von MAECKER[3] bei einem Strom von 200 Amp zu 0,47 pond gemessen.

Zur praktischen Durchführung der Impulsprüfung legen wir in die Bogensäule ein Zylinderkoordinatensystem, dessen z -Achse mit der Bogenachse zusammenfällt und dessen Ursprung sich im Brennfleck auf der Kathode befinden soll. Für den je Zeiteinheit durch einen Bogenquerschnitt senkrecht zur z -Achse hindurchtretenden Impuls ergibt sich dann für festes z unter Beachtung der Zylindersymmetrie folgendes Integral:

$$J = 2\pi \int_0^R \varrho(r) \cdot v(r)^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot r \, dr. \quad (1)$$

Dabei sind ϱ die Dichte in [g cm^{-3}], v die Geschwindigkeit in [cm sec^{-1}] und α der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Bogenachse. Die Integration muß an und für sich bis zu einem Radius R durchgeführt werden, bei dem die Geschwindigkeit auf Null abgesunken ist. Da aber außerhalb der Bogensäule freie Konvektion vorliegt, die an dem Rückstoß auf die Kathode nicht beteiligt ist, haben wir die Integration nur bis zu einem Radius R durchgeführt, bei dem die Geschwindigkeit nur noch 1,25 m/sec beträgt. Diese Grenze ist keineswegs kritisch, da der Integrand in diesem Gebiet wegen der quadratisch eingehenden Geschwindigkeit so klein wird, daß eine geringe Variation von R nur einen unbedeutenden Einfluß auf den Wert des Gesamtintegrals hat.

Die Ergebnisse der graphisch für verschiedene Abstände z von der Kathode durchgeführten Integration sind in Tabelle 1 zusammengestellt:

In Spalte 1 ist der Abstand der Querschnittsfläche von der Kathode angegeben. In den beiden nächsten Spalten stehen die Integralwerte in [dyn] bzw. [pond]. Die letzte Spalte gibt den prozentualen Fehler des zugehörigen Integrals bezogen auf den Mittelwert an.

Die Werte für die verschiedenen Querschnitte stimmen sehr gut untereinander überein. Der Mittelwert von 0,44 pond weicht nur um 6% von dem von MAECKER [3] zu 0,47 pond bestimmten Rückstoß auf die Kathode ab. Dies ist als sehr gute Übereinstimmung zu bezeichnen, wenn man bedenkt, daß der Integrand wegen v^2 sehr empfindlich gegen Ungenauigkeiten der Geschwindigkeitsmessung ist.

Der Satz von der Erhaltung der Masse findet seinen mathematischen Ausdruck in der Kontinuitätsgleichung $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho v = 0$. Das zeitabhängige Glied verschwindet, da sich beim stationären Bogen die Dichte zeitlich nicht ändert. Es braucht also nur die Beziehung $\text{div } \rho v = 0$ erfüllt zu sein.

Praktisch geht man bei der Prüfung dieser Beziehung am besten so vor, daß man mit Hilfe des GAUSSschen Satzes das Volumenintegral $\int_v \text{div } \rho v d\tau$ in ein Oberflächenintegral umwandelt und dieses dann für die Oberfläche geeigneter Volumenelemente bestimmt.

$$\int_v \text{div } \rho v d\tau = \oint_0 \rho v \cdot df = 0. \tag{2}$$

Bei der Unterteilung der Bogensäule in Volumenelemente sind wir nach zwei verschiedenen Methoden vorgegangen. Im ersten Fall haben wir in die Bogensäule vier ineinandergeschachtelte Zylinder mit den Radien $R_1 = 0,8$ cm, $R_2 = 0,9$ cm, $R_3 = 1,0$ cm und $R_4 = 1,1$ cm gelegt, die dann nochmals durch Querschnittsflächen senkrecht zur Bogenachse in jeweils drei aufeinanderstehende Teilzylinder von 0,5 cm Höhe unterteilt wurden. Für jeden der so entstehenden 12 Teilzylinder wurde dann das Integral über die Oberfläche berechnet. Es zerfällt dabei in drei Teilintegrale über die beiden kreisförmigen Deckflächen (F_1, F_2) und die Mantelfläche (M). Unter Berücksichtigung der Zylindersymmetrie schreiben sich die Integrale in Zylinderkoordinaten:

$$\left. \begin{aligned} \oint \rho v \cdot df &= 2\pi \int_{0 F_1}^R \rho v \cos \alpha r dr + 2\pi \int_{0 F_2}^R \rho v \cos \alpha r dr + \\ &+ 2\pi \int_{z_1 M}^{z_2} \rho v \sin \alpha dz = 0. \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

F_2 bedeutet dabei die obere und F_1 die untere Deckfläche. α ist der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Flächennormalen der Fläche, über die integriert wird.

Tabelle 1.

z	$2\pi \int_0^R \rho v^2 \cos^2 \alpha r dr$		$\%$
1	440	0,45	0,69
1,5	404	0,41	7,55
2	453	0,46	3,66
2,5	452	0,46	3,43
Mittelwert:	437	0,44	

Die Werte der einzelnen Integrale sind in Tabelle 2 zusammengestellt. In der ersten Spalte ist die z -Koordinate der einzelnen zur Auswertung herangezogenen Querschnitte eingetragen. Die Spalte 2 gibt den Wert des Integrals über die Mantelfläche zwischen den Grenzen z_1 und z_2 an, zwischen denen der Zahlenwert steht. In Spalte 3 sind die zu jedem z gehörigen Werte der Integrale über die Querschnittsflächen aufgetragen. Der Integralwert ist positiv, wenn über die obere Deckfläche integriert wird. Für die untere Deckfläche ist er entsprechend negativ. In Spalte 4 steht die Summe der Integrale über die untere Deckfläche und die Mantelfläche, deren absoluter Wert theoretisch gleich dem daneben in Spalte 3 stehenden Integral über die obere Deckfläche sein soll. In der letzten Spalte schließlich ist die prozentuale Differenz zwischen den in Spalte 3 und 4 nebeneinanderstehenden (absoluten) Werten eingetragen, wobei auf den Mittelwert der Absolutbeträge der Spalten 3 und 4 Bezug genommen worden ist. Die Differenz ist positiv, wenn das Integral über die obere Deckfläche größer ist als die Summe aus den Integralen über untere Deckfläche und Mantel. Entsprechendes gilt für die negativen Differenzwerte.

Das Ergebnis der Integration über die *ganzen Zylinder* — keine Aufspaltung in Teilzylinder — ist für die verschiedenen Zylinderradien R_n in Tabelle 3 zusammengestellt. Die untere Deckfläche hat einen Abstand von 1 cm von der Kathode, die obere einen solchen von 2,5 cm.

Sowohl Tabelle 2 wie auch Tabelle 3 zeigen, daß die Kontinuitätsgleichung recht gut befriedigt wird. Die Fehler liegen sicher in der durch

Tabelle 2.

z [cm]	$2\pi R \int_{z_1}^{z_2} \rho v \sin \alpha dz$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$2\pi \int_0^R \rho v \cos \alpha r dr$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$f_{F_1} + f_M$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$\Delta \%$	
1		64,8	—		$R = 0,8 \text{ cm}$
1,5	— 15,5	82,8	— 80,4	+ 2,9	
2	— 14,4	85,7	— 97,2	+ 12,6	
2,5	— 11,9	98,4	— 97,6	— 0,8	
1		70,1	—		$R = 0,9 \text{ cm}$
1,5	— 16,0	90,8	— 86,1	+ 5,4	
2	— 17,5	97,0	— 108,3	— 11,0	
2,5	— 16,3	112,7	— 113,3	— 0,6	
1		74,0	—		$R = 1,0 \text{ cm}$
1,5	— 14,6	97,3	— 88,6	+ 9,4	
2	— 18,8	108,2	— 116,2	— 7,1	
2,5	— 19,6	125,7	— 127,8	— 1,7	
1		77,2	—		$R = 1,1 \text{ cm}$
1,5	— 27,0	103,4	— 104,8	— 1,4	
2	— 27,0	118,9	— 130,4	— 9,2	
2,5	— 21,0	136,8	— 139,9	— 2,2	

Tabelle 3.

z [cm]	$2\pi R \int_1^{2,5} \rho v \sin \alpha dz$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$2\pi \int_0^R \rho v \cos \alpha r dr$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$f_{F_1} + f_M$ $10^3 \cdot [g \cdot \text{sec}^{-1}]$	$\Delta \%$	
1 2,5	- 41,9	64,9 98,4	- 106,7	- 8,2	$R = 0,8 \text{ cm}$
1 2,5	- 49,8	70,1 127,7	- 119,9	- 6,1	$R = 0,9 \text{ cm}$
1 2,5	- 53,1	74,1 127,7	- 127,1	- 1,14	$R = 1,0 \text{ cm}$
1 2,5	- 75,7	77,2 136,8	- 152,8	- 11,1	$R = 1,1 \text{ cm}$

die Messung gegebenen Genauigkeitsgrenze. Dabei werden besonders die Integrale über die Mantelfläche nicht sehr genau sein, da bei den hier vorhandenen kleinen Geschwindigkeiten der Sinus des Anströmwinkels entscheidend in den Integranden eingeht, dieser sich aber aus dem Stromlinienfeld in Fig. 10 nicht sehr genau bestimmen läßt.

Bei der zweiten Methode haben wir aus der Bogensäule ein rotations-symmetrisches Volumen herausgeschnitten, dessen Mantelfläche durch eine Stromröhre gebildet wird. Durch diesen Mantel kann weder von außen nach innen noch umgekehrt Masse strömen, da der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Flächennormalen der Mantelfläche 90° , der Cosinus dieses Winkels also Null wird. Unterteilt man dieses rotationssymmetrische Gebilde wieder durch Querschnitte senkrecht zur z -Richtung, so braucht man zur Überprüfung der Kontinuitätsgleichung nur die Integrale über die Deckflächen zu bilden, wobei allerdings der Radius R bis zu dem integriert werden muß, vom Abstand von der Kathode abhängt, bei jeder Querschnittsfläche also verschieden ist.

Zur Auswertung haben wir die Querschnitte wie beim ersten Verfahren gewählt, die Abstände von der z -Achse bei drei verschiedenen Stromlinien nach Fig. 10 (I bis III) für die einzelnen Bogenquerschnitte ausgemessen und dann die Integrale $2\pi \int_0^R \rho \cdot v \cdot \cos \alpha \cdot r \cdot dr$ bis zu den entsprechenden R gebildet. Diese Integrale müssen für jede Stromröhre und jeden Querschnitt gleich sein, wenn die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist. Das Ergebnis der Integration ist in Tabelle 4 zusammengestellt. Die erste Spalte gibt wieder den Abstand des Querschnittes von der Kathode an. In der zweiten Spalte steht der Radius R bis zu dem im betrachteten Querschnitt integriert worden ist. Die dritte Spalte gibt den Wert des Integrals an. In der vierten Spalte schließlich ist der prozentuale Fehler bezüglich des unter Spalte 3 angegebenen Mittelwertes eingetragen. Die in Spalte 4 der Tabelle eingetragenen

Tabelle 4.

z [cm]	I			II			III		
	R [cm]	$\int_0^R v \cos \alpha r dr$ $\cdot 10^8$ [g sec ⁻¹]	Δ %	R [cm]	$\int_0^R v \cos \alpha r dr$ $\cdot 10^8$ [g sec ⁻¹]	Δ %	R [cm]	$\int_0^R v \cos \alpha r dr$ $\cdot 10^8$ [g sec ⁻¹]	Δ %
1	0,57	52,9	- 7	0,79	65,6	- 2,5	1,0	85,3	+ 2,6
1,5	0,45	53,7	- 5,6	0,59	62,9	- 6,5	0,76	79,4	- 4,4
2	0,42	64,3	+ 13	0,51	71,1	+ 5,6	0,6	78,9	- 5,1
2,5	0,42	56,9	0	0,51	69,8	+ 3,7	0,57	88,9	+ 6,9
Mittelwert:		56,9			67,3			83,1	

prozentualen Differenzen sind wieder positiv, wenn das entsprechende Integral den Mittelwert übersteigt, sonst entsprechend negativ.

Auch die Auswertung nach diesem Verfahren zeigt, daß die auftretenden Differenzen in der Massenbilanz relativ gering sind und durchaus innerhalb der Meßgenauigkeit liegen. Hier wird die größte Ungenauigkeit in der Festlegung der Stromröhren liegen. Der Radius R kann kaum so genau gewählt werden, daß nicht ein Fehler von 10% in der Massenbilanz auftreten könnte.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß mit den im Bogen gemessenen Geschwindigkeiten die Sätze von der Erhaltung des Impulses und der Masse erfüllt werden, so daß dadurch die Messungen andererseits eine sehr gute Bestätigung erfahren.

Nach Festlegung des Geschwindigkeitsfeldes im Hochstromkohlebogen ergibt sich noch eine Reihe von weiteren Problemen. So muß man sich z. B. fragen, wie man die Geschwindigkeiten bis zur Kathode extrapolieren muß und wie die Strömung in unmittelbarer Nähe der Kathode verläuft, wie groß der „Impulserzeugungsraum“ ist und welchen Anteil die Plasmaströmung am gesamten Energiehaushalt des Bogens hat. Über diesen Problemkreis soll demnächst an dieser Stelle ausführlich berichtet werden.

Den Herren Professor Dr. W. FINKELNBURG und Privatdozent Dr. H. MAECKER danke ich für wertvolle Diskussionen und Anregungen. Fräulein L. SCHUH und den Herren cand. phys. H. RINGLER und A. RADÜ bin ich für die Hilfe bei den Messungen und Auswertungen zu Dank verpflichtet.

Literatur.

[1] HAGENAH, W.: Z. Physik **128**, 279 (1950). — [2] MAECKER, H.: *Ergebn. exakt. Naturw.* **25** (1951). — [3] MAECKER, H.: Z. Physik **141**, 198 (1955). — [4] ROHLOFF, E.: Z. Physik **126**, 224 (1949). — [5] WIENECKE, R.: Z. Physik (vorangehende Arbeit).

Dr. R. WIENECKE, Erlangen,
Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG.