Über die Meßbarkeit des Nutzens

Von

Franz Alt, Wien

Es sei gleich vorweggenommen, daß die Frage, ob der Nutzen, den ein Gut oder eine Kombination von Gütern gewährt, meßbar, d. h. durch Zahlen beschreibbar ist, in der vorliegenden Arbeit nicht entschieden werden soll. Es soll nur gezeigt werden, daß mit der Annahme der Meßbarkeit des Nutzens die Annahme gewisser anderer Voraussetzungen verbunden ist, deren Zusammenhang mit der Frage der Meßbarkeit nicht auf der Hand liegt. Wir werden sehen, daß schon verhältnismäßig einfache Annahmen dazu h i n r e i c h e n, um die Meßbarkeit des Nutzens zu gewährleisten, Annahmen insbesonders, die vielfach auch von Gegnern der Meßbarkeit des Nutzens gebilligt und sogar verwendet werden. Andererseits sind diese Bedingungen nicht so selbstverständlich, daß man sie ohne weitere Untersuchung als erfüllt annehmen könnte; wir werden aber zeigen, daß sie für die Meßbarkeit des Nutzens n o t w e n d i g sind. Schließlich kann man von der Zurückführung der Frage nach der Meßbarkeit des Nutzens auf die Frage nach dem Zutreffen dieser einfacheren Bedingungen eine Vereinfachung des Problems erhoffen.

Mit der Aussage, der Nutzen von Gütern sei „meßbar" oder „durch Zahlen angebbar", meint man, daß es möglich sei, jedem Gute und jeder Kombination von Gütern eine reelle Zahl zuzuordnen, die man den Nutzen des Gutes, bzw. der Güterkombination nennt, und daß man diese Zuordnung, abgesehen von der Wahl des Nullpunktes und der Einheit, nur auf eine einzige Art treffen könne. Eine derartige Zuordnung von reellen Zahlen heißt eine Funktion; den Nutzen messen heißt also, für alle Güterkombinationen eine Funktion definieren. Es gibt natürlich sehr viele solche Funktionen; es ist die Frage, ob man manche von diesen vielen Funktionen auszeichnen kann, und zwar so weit, daß es, wenn man zwei Güterkombinationen willkürlich wählt und ihnen die Funktionswerte 0 und 1 zuordnet, dann nur noch eine einzige ausgezeichnete Funktion gibt, die für die beiden ausgewählten Güterkombinationen diese beiden Werte annimmt. Die Auszeichnung der Funktionen hat empirisch, d. h. auf Grund von ökonomischen Beobachtungen zu erfolgen. Wir werden nun Bedingungen angeben, die für eine solche Auszeichnung notwendig und hinreichend sind.

Wie soll nun die in Frage stehende Auszeichnung gewisser Nutzenfunktionen durchgeführt werden? Welcher Art sind die Mittel, die uns dazu zur Verfügung stehen? Das wollen wir uns zunächst an einem Beispiel klarmachen. Betrachten wir einen wirtschaftenden Menschen; wir beobachten, daß er gewisse Tauschhandlungen ausführt. Wir können uns vornehmen, die Nutzenfunktion so zu definieren, daß bei keiner der beobachteten Tauschhandlungen der Nutzen kleiner wird. Wenn also vor dem Tausch der beobachtete Mensch im Besitze einer Güterkombination a war, nach dem Tausch aber im Besitze der Güterkombination b, so soll der Funktionswert von a nicht größer sein, als der von b. Durch diese Vorschrift ist bereits eine weitgehende Auswahl aus der großen Menge der Nutzenfunktionen getroffen.

Daß diese Auswahl verschieden ausfällt, je nachdem, welches Individuum wir zur Beobachtung ausgewählt haben, zu welcher Zeit wir die Beobachtung anstellen usw., ist klar; das braucht uns aber nicht zu stören; wir werden zufrieden sein, wenn es uns gelingen wird, eine eindeutige Nutzenfunktion aufzustellen, die für ein bestimmtes Individuum und in einem bestimmten Zeitpunkte gilt.

Diese Auswahl reicht freilich noch nicht aus; man kann zeigen: Wenn man auch noch so viele Tauschhandlungen eines Individuums beobachtet, so gibt es noch immer eine große Anzahl von Nutzenfunktionen, welche alle diese Tauschhandlungen „richtig beschreiben", d. h. die der Güterkombination, die das Individuum vor dem Tausch besitzt, nie einen größeren Wert zuschreiben, als der Güterkombination, die es nach dem Tausch besitzt. Wir haben ja auch die Beobachtung der Tauschhandlungen nur als Beispiel für die Mittel zur Bestimmung der Nutzenfunktion angeführt.

Wir gehen nun gleich dazu über, die angekündigten Bedingungen aufzustellen. Wir beschränken uns auf eine endliche Anzahl (n) beliebig teilbarer Güter; eine Kombination von solchen Gütern wird dadurch gegeben, daß man die Menge angibt, in der jedes Gut in der Kombination vorkommt; d. h. eine Güterkombination wird durch n reelle, nicht negative Zahlen bezeichnet. Wir wollen zur Abkürzung ein solches System von n Zahlen durch einen eingeklammerten kleinen lateinischen Buchstaben bezeichnen, z. B. (x), (y) usw.

Es wird gefordert:

I. Für je zwei Güterkombinationen (x), (y) ist bekannt, ob der Nutzen von (x) größer, gleich groß oder kleiner ist als der Nutzen von (y). Wir schreiben dafür in Zeichen $(x) \supset (y)$, $(x) \equiv (y)$, $(x) \subset (y)$ [lies: „(x) ist nützlicher als (y)" usw.]. Für je zwei Güterkombinationen gilt genau eine von diesen drei Relationen.

Diese Bedingung ist z. B. erfüllt, wenn wir, wie im obigen Beispiel, für den Nutzenvergleich den Tausch von Güterkombinationen heranziehen und wenn uns alle Tauschakte bekannt sind, die ein Individuum auszuführen gewillt wäre.

II. Für je vier Güterkombinationen (x), (y); (z), (u) ist bekannt, ob der Nutzenzuwachs beim Übergang von (x) zu (y) größer, gleich groß oder kleiner ist als der Nutzenzuwachs beim Übergang von (z) zu (u). Wir symbolisieren diese Relationen durch $(x) \to (y) \supset (z) \to (u)$, $(x) \to \to (y) \equiv (z) \to (u)$, $(x) \to (y) \subset (z) \to (u)$; für je zwei Paare von Güterkombinationen soll genau eine von diesen drei Relationen gelten.

Wir verwenden hier dieselben Zeichen $\supset$, $\equiv$, $\subset$ in zwei verschiedenen Bedeutungen, nämlich einmal für Relationen zwischen Güterkombinationen, das andere Mal für Relationen zwischen Übergängen zwischen Güterkombinationen. Diese beiden Bedeutungen jedes der drei Zeichen sind logisch auseinanderzuhalten; ein Irrtum ist aber wohl nicht möglich.

III. Die Relationen $\supset$, $\subset$ sind transitiv, asymmetrisch und irreflexiv, die Relation $\equiv$ ist transitiv, symmetrisch und reflexiv, und zwar in beiden diesen Relationen zukommenden Bedeutungen; ausführlich geschrieben:

a) Wenn $(x) \underset{\subset}{\supset} (y)$ und $(y) \underset{\subset}{\supset} (z)$, dann $(x) \underset{\subset}{\supset} (z)$;
wenn $(x) \to (y) \underset{\subset}{\supset} (z) \to (u)$ und $(z) \to (u) \underset{\subset}{\supset} (v) \to (w)$, dann $(x) \to (y) \underset{\subset}{\supset} (v) \to (w)$.

b) Wenn $(x) \underset{\subset}{\supset} (y)$, so nicht $(y) \underset{\subset}{\supset} (x)$;
wenn $(x) \to (y) \underset{\subset}{\supset} (z) \to (u)$, so nicht $(z) \to (u) \underset{\subset}{\supset} (x) \to (y)$.

c) Für kein (x) gilt $(x) \supset (x)$; für kein Paar (x), (y) gilt $(x) \to (y) \supset \supset (x) \to (y)$.

d) Wenn $(x) \equiv (y)$ und $(y) \equiv (z)$, dann $(x) \equiv (z)$;
wenn $(x) \to (y) \equiv (z) \to (u)$ und $(z) \to (u) \equiv (v) \to (w)$, dann $(x) \to (y) \equiv (v) \to (w)$.

e) Wenn $(x) \equiv (y)$, so $(y) \equiv (x)$; wenn $(x) \to (y) \equiv (z) \to (u)$, so $(z) \to (u) \equiv (x) \to (y)$.

f) Für jedes (x) gilt $(x) \equiv (x)$; für jedes (x) und (y) gilt $(x) \to (y) \equiv \equiv (x) \to (y)$.

IV. $(x) \supset (y)$ ist äquivalent mit $(z) \to (x) \supset (z) \to (y)$ und mit $(x) \to (z) \subset (y) \to (z)$.

Daraus folgt:

$(x) \subset (y)$ ist äquivalent mit $(z) \to (x) \subset (z) \to (y)$ und mit $(x) \to (z) \supset \supset (y) \to (z)$.

$(x) \equiv (y)$ ist äquivalent mit $(z) \to (x) \equiv (z) \to (y)$ und mit $(x) \to (z) \equiv \equiv (y) \to (z)$.

V. Wenn $(x) \to (y) \supset (x') \to (y')$ und $(y) \to (z) \underset{\equiv}{\supset} (y') \to (z')$, dann $(x) \to (z) \supset (x') \to (z')$; ebenso für $\subset$ und $\equiv$ an Stelle von $\supset$.

(Das Zeichen $\underset{\equiv}{\supset}$ ist eine Abkürzung für „$\supset$ oder $\equiv$“.)

Definition: Eine unendliche Folge (x_1), (x_2), ..., (x_i), ... von Güterkombinationen heißt **konvergent** gegen die Güterkombination (x), wenn für jedes einzelne der in den (x_i) enthaltenen Güter die Folge der Quantitäten, in denen das Gut in (x_1), (x_2), ... auftritt, gegen die Quantität konvergiert, in der es in (x) auftritt. (x) heißt **Grenzwert** der Folge der (x_i).

VI. Die unendliche Folge von Güterkombinationen $(y_1), (y_2), \ldots$ konvergiere gegen die Güterkombination (y). Wenn dann für alle i $(y_i) \supseteqq (z)$, so gilt $(y) \supseteqq (z)$; wenn für alle i $(y_i) \to (z) \supseteqq (z) \to (u)$, dann $(y) \to (z) \supseteqq (z) \to (u)$; wenn für alle i $(x) \to (y_i) \supseteqq (y_i) \to (z)$, dann $(x) \to (y) \supseteqq (y) \to (z)$; und ebenso für die Relation $\subseteqq$ an Stelle von $\supseteqq$.

Eine siebente Bedingung werden wir später aufstellen; wir beweisen zunächst einen schon aus den Bedingungen I bis VI folgenden

Hilfssatz: Es seien (x), (y) zwei Güterkombinationen und $(x) \supset (y)$. Dann existiert eine Güterkombination (z), so daß $(x) \to (z) \equiv (z) \to (y)$; und, falls für mindestens eine Güterkombination (w) gilt $(x) \to (y) \supset \supset (y) \to (w)$, dann existiert auch eine Güterkombination (u), derart, daß $(x) \to (y) \equiv (y) \to (u)$.

Beweis: Wir bilden die Menge Z' aller Güterkombinationen (z'), für die $(x) \to (z') \subseteqq (z') \to (y)$. Aus VI folgt, daß diese Menge alle ihre Grenzwerte enthält. Ebenso enthält die Menge Z'' aller Güterkombinationen (z''), für die $(x) \to (z'') \supseteqq (z'') \to (y)$, alle ihre Grenzwerte. $Z' + Z''$ ist die Menge aller Güterkombinationen; Z' und Z'' sind nicht leer, d. h. jede von ihnen enthält mindestens eine Güterkombination, wie man sich leicht überzeugt [Z' enthält nämlich mindestens (y), Z'' mindestens (x)]; unter Anwendung eines bekannten mathematischen Satzes folgt hieraus, daß Z' und Z'' mindestens ein Element z gemeinsam haben; für dieses gilt offenbar $(x) \to (z) \equiv (z) \to (y)$. — Der zweite Teil der Behauptung wird analog bewiesen.

Wir wollen eine endliche Anzahl von Güterkombinationen (x_1), $(x_2), \ldots, (x_k)$ als äquidistante Kette bezeichnen, wenn $(x_1) \to (x_2) \equiv \equiv (x_2) \to (x_3) \equiv \ldots \equiv (x_{k-1}) \to (x_k)$. Unsere letzte Bedingung lautet dann:

VII. Sind (x), (y), (z) drei beliebige Güterkombinationen, zwischen denen die Beziehung $(x) \subset (y) \subset (z)$ [bzw. $(x) \supset (y) \supset (z)$] besteht, so gibt es eine äquidistante Kette $(x_1), (x_2), \ldots, (x_k)$ derart, daß $(x_1) \equiv (x)$, $(x_2) \equiv (y)$ und $(x_k) \to (z) \subseteqq (x) \to (y)$ [bzw. $(x_k) \to (z) \supseteqq (x) \to (y)$].

Diese etwas undurchsichtige Bedingung ist dem Archimedischen Axiom der Mathematik analog; sie bedeutet im wesentlichen, daß je zwei Güter kommensurabel sind.

Es ist klar: Wenn der Nutzen von Güterkombinationen in eindeutiger Weise meßbar ist und wenn die hiebei den Güterkombinationen zugeordnete Nutzenfunktion nur die Eigenschaft hat, stetig zu sein, so sind die Bedingungen I bis VII erfüllt. Diese Bedingungen sind also für die Meßbarkeit des Nutzens n o t w e n d i g. Daß sie auch h i n r e i c h e n d sind, soll nun bewiesen werden. Dazu werden wir zu zeigen haben:

1. Es existiert eine reelle Funktion $f(x)$, deren Argumente die Güterkombinationen sind, mit den Eigenschaften, daß $f(x) \gtreqless f(y)$, je nachdem, ob $(x) \overset{\supset}{\underset{\subset}{\equiv}} (y)$, und daß $f(y) - f(x) \gtreqless f(u) - f(z)$, je nachdem, ob $(x) \to (y) \overset{\supset}{\underset{\subset}{\equiv}} (z) \to (u)$.

2. Ist $g(x)$ eine andere Funktion von Güterkombinationen, die den Bedingungen 1 genügt, so ist $g(x)$ eine lineare Funktion von $f(x)$, d. h. $g(x) = a\,f(x) + b$.

Der Beweis benützt (ebenso wie der des obigen Hilfssatzes) mathematische Hilfsmittel, die zwar elementarer Natur sind, aber dem Nichtmathematiker vielleicht doch etwas fern liegen. Wir geben trotzdem der Vollständigkeit halber den Beweis kurz an.

1. Wir wählen zwei Güterkombinationen (x_0), (x_1), wobei $(x_0) \subset (x_1)$; wir definieren $f(x_0) = 0$, $f(x_1) = 1$. Wir wählen eine Güterkombination, $(x_{\frac{1}{2}})$, für die $(x_0) \to (x_{\frac{1}{2}}) \equiv (x_{\frac{1}{2}}) \to (x_1)$ [es existiert mindestens ein solches $(x_{\frac{1}{2}})$, wie aus dem obigen Hilfssatz folgt] und definieren $f(x_{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}$. Nun wählen wir Güterkombinationen $(x_{\frac{1}{4}})$, $(x_{\frac{3}{4}})$ so, daß $(x_0) \to (x_{\frac{1}{4}}) \equiv (x_{\frac{1}{4}}) \to (x_{\frac{1}{2}})$ und $(x_{\frac{1}{2}}) \to (x_{\frac{3}{4}}) \equiv (x_{\frac{3}{4}}) \to (x_1)$, und definieren $f(x_{\frac{1}{4}}) = \frac{1}{4}$, $f(x_{\frac{3}{4}}) = \frac{3}{4}$. Ebenso erhalten wir $(x_{\frac{1}{8}}), \ldots, (x_{\frac{7}{8}})$ usw. Sodann wählen wir eine Güterkombination (x_2) derart, daß $(x_0) \to (x_1) \equiv (x_1) \to (x_2)$, falls ein solches (x_2) existiert, und definieren $f(x_2) = 2$; wenn (x_2) existiert, so bilden wir $(x_3), (x_4)$ usw.; wenn nicht, so versuchen wir $(x_{1\frac{1}{2}})$ oder $(x_{\frac{5}{4}})$ usw. zu finden. Weiter bilden wir (x_{-1}), (x_{-2}), … und füllen die Lücken zwischen (x_0) und (x_1), (x_1) und (x_2), …, (x_{-1}) und (x_0) usw. Schließlich haben wir für alle dyadisch rationalen Zahlen r $\left(\text{d. i. für alle Zahlen der Form } \frac{p}{2^q}\right)$, oder wenigstens für alle dyadisch rationalen Zahlen eines gewissen Intervalles, eine Güterkombination (x_r) gewählt und $f(x_r) = r$ definiert.

Sei nun (x) eine beliebige Güterkombination. Wenn dann eine dyadisch rationale Zahl r existiert derart, daß $(x) \equiv (x_r)$, (wie man aus III bis V leicht schließt, kann es höchstens e i n solches r geben), dann definieren wir $f(x) = r$. Wenn aber kein solches r existiert, dann bildet die Menge R' aller dyadisch rationalen Zahlen r', für die $(x_{r'}) \subset (x)$, und die Menge R'' aller dyadisch rationalen Zahlen r'', für die $(x_{r''}) \supset (x)$, einen D e d e k i n d s c h e n S c h n i t t in der Menge aller dyadisch rationalen Zahlen, wie aus III bewiesen werden kann. Dieser Schnitt determiniert eine reelle Zahl s, und wir definieren $f(x) = s$. Wenn die obere (untere) Klasse des Dedekindschen Schnittes leer ist, so definieren wir s gleich der oberen (unteren) Grenze aller Zahlen r aus unserem Intervall (welches in diesem Falle, wie aus VII folgt, stets endlich ist).

So haben wir die Funktion $f(x)$ für alle (x) definiert; wir haben zu beweisen, daß sie den Bedingungen 1 und 2 genügt.

a) Sei $(x) \equiv (y)$, $f(x) = s$, $f(y) = t$; wir haben zu zeigen $s = t$. Aus IV folgt aber leicht, daß die beiden Dedekindschen Schnitte, die die Zahlen s und t determinieren, übereinstimmen, so daß $s = t$.

b) Sei $(x) \supset (y)$, wir haben zu beweisen $s > t$. Aus der Transitivität der Relation $\supset$ folgt unmittelbar, daß die Oberklasse des (x) entsprechenden Dedekindschen Schnittes in der Oberklasse des (y) entsprechenden Dedekindschen Schnittes enthalten ist. Somit ist $s \geqq t$. Es ist noch zu zeigen $s \neq t$, d. h. daß es eine dyadisch rationale Zahl r gibt derart, daß $(x) \supset (x_r) \supset (y)$. Dieser Beweis, auf den wir der Kürze halber nicht eingehen wollen, erfolgt mit Hilfe von VII.

Damit ist die erste Eigenschaft von $f(x)$ bewiesen, daß nämlich $f(x) \gtreqqless f(y)$, je nachdem, ob $(x) \overset{\supset}{\underset{\subset}{\equiv}} (y)$.

c) Hilfssatz: $(x_0) \to (x_{\frac{1}{2}}) \equiv (x_1) \to (x_{1\frac{1}{2}})$.

Beweis: Nach Definition ist $(x_0) \to (x_{\frac{1}{2}}) \equiv (x_{\frac{1}{2}}) \to (x_1)$ und $(x_1) \to \to (x_{1\frac{1}{2}}) \equiv (x_{1\frac{1}{2}}) \to (x_2)$. Wäre etwa $(x_1) \to (x_{1\frac{1}{2}}) \supset (x_0) \to (x_{\frac{1}{2}})$, so wäre nach III $(x_{1\frac{1}{2}}) \to (x_2) \supset (x_{\frac{1}{2}}) \to (x_1)$, und nach V $(x_1) \to (x_2) \supset (x_0) \to (x_1)$, im Widerspruch zur Definition von (x_2).

Ebenso zeigt man, daß je zwei „$\frac{1}{2}$-Intervalle", je zwei „$\frac{1}{4}$-Intervalle" usw. einander gleich sind [z. B. $(x_0) \to (x_{\frac{1}{4}}) \equiv (x_1) \to (x_{\frac{5}{4}})$ usw.].

d) Aus diesem Hilfssatz folgt mittels V, daß für je vier dyadisch rationale Zahlen r_1, r_2, r_1', r_2' $(x_{r_1}) \to (x_{r_2}) \overset{\supset}{\underset{\subset}{\equiv}} (x_{r_1'}) \to (x_{r_2'})$, je nachdem, ob $r_1 - r_2 \lesseqqgtr r_1' - r_2'$. Damit ist die zweite Eigenschaft von $f(x)$, daß nämlich $f(y) - f(x) \gtreqqless f(u) - f(z)$, je nachdem $(x) \to (y) \overset{\supset}{\underset{\subset}{\equiv}} (z) \to (u)$, für die Argumentwerte (x_r) bewiesen. Für beliebige Argumente folgt sie nun unmittelbar aus der Stetigkeit von $f(x)$; diese ist also noch zu beweisen.

e) Sei $(y_1), (y_2), \ldots, (y_i), \ldots$ eine gegen (y) konvergierende unendliche Folge von Güterkombinationen, für die die Folge $f(y_i)$ auch konvergiert. Wir haben nur zu zeigen, daß dann $\lim\limits_{i \to \infty} f(y_i) = f(y)$. Es sei r eine dyadisch rationale Zahl, für die $(x_r) \supset (y)$. Dann ist für fast alle i $(x_r) \supset (y_i)$. Andernfalls gäbe es nämlich eine Folge $i_1, i_2, \ldots$ von natürlichen Zahlen, so daß $(x_r) \overset{\subset}{\equiv} (y_{i_k})$; da die (y_{i_k}) gegen (y) konvergieren, wäre nach VI $(x_r) \overset{\subset}{\equiv} (y)$ im Widerspruch zu unserer Annahme. Es ist also für fast alle i $(x_r) \supset (y_i)$ und wegen der unter b bewiesenen ersten Eigenschaft von $f(x)$: $f(x_r) > f(y_i)$. Daher ist $f(x_r) \geqq \lim\limits_{i \to \infty} f(y_i)$. Das gilt für alle r, für die $(x_r) \supset (y)$, d. h. für alle r aus der Oberklasse des (y) entsprechenden Dedekindschen Schnittes. Ebenso zeigt man für alle r der Unterklasse: $f(x_r) \leqq \lim\limits_{i \to \infty} f(y_i)$. Das bedeutet, daß $\lim\limits_{i \to \infty} f(y_i)$ denselben Dedekindschen Schnitt erzeugt wie $f(y)$, d. h. $\lim\limits_{i \to \infty} f(y_i) = f(y)$, was zu beweisen war.

Damit ist die Behauptung 1 bewiesen.

2. Die zweite Behauptung ist nun leicht zu beweisen. Denn sei $g(x)$ eine andere Funktion, welche auch die Eigenschaften 1 besitzt,

und sei $g(x_0) = b$, $g(x_1) = c$. Es gilt $g(x_0) - g(x_{\frac{1}{2}}) = g(x_{\frac{1}{2}}) - g(x_1)$ und daraus $g(x_{\frac{1}{2}}) = b + \frac{1}{2}(c - b)$. Analog zeigt man für jede dyadisch rationale Zahl r: $g(x_r) = b + r(c - b)$, oder wenn wir $c - b = a$ setzen, $g(x_r) = a\,r + b = a\,f(x_r) + b$. Aus den Eigenschaften 1 kann man schließen, daß $g(x)$ eine stetige Funktion ist, und daraus wieder, daß auch für beliebiges (x) $g(x) = a\,f(x) + b$, womit 2 bewiesen ist.

Zum Schluß, statt am Anfang, einige kurze historische Bemerkungen. Die Diskussion über das Problem reicht weit zurück und soll nicht in ihrer Gänze verfolgt werden. Insbesondere will ich, abgesehen von den klassischen Arbeiten, auch nicht über jene Beiträge sprechen, die, anknüpfend an das Buch „New Methods for Measuring Marginal Utility“ von Ragnar Frisch und einige kürzere Artikel desselben Verfassers, sich in etwas anderer Richtung als die vorliegende Arbeit bewegen. Während nämlich in jenen Arbeiten Methoden angegeben werden, um — unter Heranziehung gewisser Voraussetzungen — den Nutzen von Gütern praktisch zu messen, wobei aber die Voraussetzungen meist nicht genau oder nicht vollständig angegeben werden, war es uns hier hauptsächlich gerade um die Herausarbeitung dieser Voraussetzungen, also um die logische Seite der Frage zu tun.

Die vorliegende Arbeit knüpft an einen Artikel von O. Lange in The Review of Economic Studies, Bd. I („On the Determinateness of the Utility Function“) an. In diesem Artikel sind die Postulate I und II angeführt, es wird aus ihnen bewiesen, daß es höchstens eine differenzierbare Nutzenfunktion geben kann, und es wird schließlich eine Beweisskizze für die Existenz der Nutzenfunktion gegeben. Daß es hier bei der Skizze bleiben mußte, ist klar, da die Forderungen III bis VII für die Meßbarkeit des Nutzens notwendig und, wie man leicht sieht, von I und II unabhängig sind. Ferner weist Lange auf die — in der Literatur über diesen Gegenstand bereits mehrfach hervorgehobene — Tatsache hin, daß die Postulate I und II notwendig erfüllt sein müssen, wenn man Größenvergleichungen zwischen Grenznutzen anstellen will, d. h. wenn die Aussage, der Grenznutzen eines Gutes, wenn die Güterkombination A vorhanden ist, sei größer, gleich oder kleiner als der Grenznutzen dieses Gutes, wenn die Güterkombination B vorhanden ist, einen Sinn haben soll. Also: Wenn man auch nur Größenvergleichungen, nicht etwa zahlenmäßige Angaben über den Grenznutzen machen will, so braucht man dazu schon die Forderungen I und II. Es braucht nicht hervorgehoben zu werden, daß derartige Größenvergleichungen über den Grenznutzen (wie sie z. B. im „Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen“ enthalten sind) in der Nationalökonomie seit langem eine zentrale Stellung einnehmen.

Während also Lange zeigt, daß aus den Bedingungen I und II (die für die Meßbarkeit des Nutzens jedenfalls notwendig sind) die Eindeutigkeit der Nutzenfunktion folgt, habe ich im Anschluß an seine Arbeit versucht, Bedingungen zu finden, die für die Meßbarkeit des Nutzens notwendig und hinreichend sind. Inzwischen hat der genannte

Artikel von Lange eine umfangreiche Diskussion ausgelöst. Im Band II der Review of Economic Studies ergreift nicht nur Lange selbst nochmals das Wort zu einer Ergänzung seiner früheren Ausführungen, sondern es finden sich auch zwei bemerkenswerte Noten von E. H. Phelps-Brown und H. Bernardelli.

Die erstere führt aus, daß die beiden von Lange angegebenen Postulate nicht hinreichen, um die Meßbarkeit des Nutzens zu begründen, und daß der scheinbare Beweis von Lange nur dadurch zustande komme, daß der postulierten Vergleichbarkeit der Güterkombinationen und der Übergänge zwischen Güterkombinationen Eigenschaften zugeschrieben werden, die nicht ausdrücklich erwähnt werden und die aus der Analogie zu den Zahlen stillschweigend hergeholt werden. Dieser Einwand ist vollkommen richtig; es handelt sich offenbar um Eigenschaften, wie sie etwa in den in der vorliegenden Arbeit angegebenen Postulaten III bis VII beschrieben werden. Nur den letzten Sätzen des Brownschen Artikels, wonach „keine Annahme über die Erfahrungen des Konsumenten den Nutzen meßbar macht", kann ich nicht ganz zustimmen. Diese Behauptung geht aus den sonstigen Ausführungen von Brown übrigens gar nicht hervor, und ich hoffe, sie durch die vorliegende Arbeit widerlegt zu haben. Die Sache liegt so: Zunächst ist es fraglich, ob die in I und II geforderte Vergleichbarkeit von Güterkombinationen und von Übergängen zwischen solchen durch ökonomische Beobachtungen gewährleistet werden kann (für I ist diese Frage sicher zu bejahen). Ist dies der Fall, so kann (und muß) das Zutreffen oder Nichtzutreffen der Bedingungen III bis VII an der Erfahrung überprüft werden; vom Resultat dieser Überprüfung hängt es ab, ob der Nutzen meßbar ist oder nicht.

Was die Note von Bernardelli betrifft, die mehr erkenntnistheoretischer Natur ist, so wird ihr Inhalt am besten durch die zusammenfassenden Bemerkungen von Bernardelli selbst wiedergegeben: Man hat zwischen der „eigentlichen" Meßbarkeit des Nutzens (d. h. der seelischen Befriedigung, die der Besitz eines Gutes gewährt) und der „substitutiven" Meßbarkeit, d. h. der Möglichkeit, dem Nutzen eine meßbare Größe eindeutig zuzuordnen, zu unterscheiden. (Ich meine allerdings, daß man von einem anderen Standpunkte aus diese Unterscheidung nicht zu machen braucht und daß alle irgendwo in Wissenschaft oder Praxis vorkommenden Messungen von Größen nur substitutive Messungen sind.) Die Messung des Nutzens im ersten Sinn, meint Bernardelli, sei unmöglich, und diese Tatsache sei auch mit dem Bestehen der Postulate I und II verträglich. Substitutive Meßbarkeit des Nutzens werde durch I und II gewährleistet (dies bedarf, wie wir gesehen haben, einer Korrektur). Es bestehe kein Grund, Postulat II und somit alle aus der Meßbarkeit des Nutzens hergeleiteten Sätze der Ökonomie als weniger gut fundiert zu betrachten, als die nur aus Postulat I allein ableitbaren Sätze. Was nun diese letzte Behauptang betrifft, so muß man ihr leider vorläufig noch widersprechen. Postulat I ist wohlbegründet, man hat in den Tauschakten der Individuen ein Mittel, um die Vergleichung der Güter

„experimentell“ durchzuführen. Ob jene Teile der Postulate III bis VII, die sich auf die Vergleichung von Gütern allein, nicht auch auf die Übergänge zwischen Gütern beziehen, erfüllt sind, kann durch Beobachtungen (die meines Wissens bisher noch nicht angestellt wurden) überprüft werden. Hingegen ist hinsichtlich II bisher noch die Kernfrage offen, ob es überhaupt möglich ist, die Vergleichung der Übergänge zwischen Güterkombinationen aus der Erfahrung zu entnehmen. Ich habe aber begründete Hoffnung, daß auch diese Frage binnen kurzem positiv entschieden werden wird.