

Aus der Abteilung für experimentelle Pathologie und Therapie des  
William-G.-Kerckhoff-Institutes in der Max-Planck-Gesellschaft, Bad Nauheim  
(Prof. H. SCHAEFER).

## Quantitatives zur Theorie lokaler Potentialabgriffe beim Elektrencephalogramm (EEG).

Von

HANS SCHAEFER und WOLFGANG TRAUTWEIN.

Mit 10 Textabbildungen.

(Eingegangen am 16. März 1949.)

### 1. Problemstellung.

Bei allen Fragen der Lokalisierbarkeit corticaler Potentiale ist es wichtig zu wissen, wieweit sich die elektrischen Felder eines Potentials ausbreiten und in welchen Entfernungen voneinander man auf der Kopfhaut sicher sein darf, voneinander unabhängige Potentialabläufe verschiedener Rindfelder zu registrieren. Das Problem gewinnt damit dieselben Formulierungen, die uns aus der Theorie des Partial-Elektrokardiogramms seit den ersten Arbeiten GROEDELs bekannt sind. Der eine von uns hat 1941 die Möglichkeit eines Partialabgriffs des EKG rundheraus in Abrede gestellt. Es ist hier nicht der Ort zu diskutieren, welche Irrtümer in unseren quantitativen Annahmen über die Natur der Herzpotentiale damals zu dieser Ablehnung führten. Neuere Messungen zeigen uns, daß alle damals bekannten Annahmen über die elementaren Eigenschaften der Erregungswelle in der Myokardfaser falsch waren und eine experimentelle Darstellung dieser Werte, die uns soeben gelang, führt konsequent zu der Einsicht, daß partielle Abgriffe vom Herzen sehr wohl möglich sind. Da sich nun herausstellt, daß die Verhältnisse am Herzen denen der Cortex sehr ähnlich sind, war es verlockend, die für das Herz ermittelten Resultate auch auf die Abgriffsprobleme des EEG anzuwenden.

Bevor wir relativ einfache Rechenmethoden zur Lösung des Problems heranziehen können, bedarf es einer experimentellen Klärung zweier Punkte. Der erste ist in der Literatur schon bearbeitet: Es ist die Frage nach der anatomischen Länge der Potentiale, die in den Zellindividuen entstehen. Diese Potentiale sind ja in jedem Fall so entstanden, wie es Abb. I angibt: Differenzen im Membranpotential von Ort zu Ort führen zu Stromschleifen („Strömchentheorie“), welche sich längs der Struktur, an der sich das Membranpotential entwickelt,

erstrecken und Spannungsabfälle erzeugen. Diese Spannungsabfälle benehmen sich wie echte Vektoren<sup>1</sup>. Ihre Länge ließe sich aus den bekannten Daten der Erregungswelle in Neuronen ableiten, falls man der Ansicht ist, daß sich das EEG aus der Überlagerung solcher Neuronen zusammensetzt. Nehmen wir z. B.

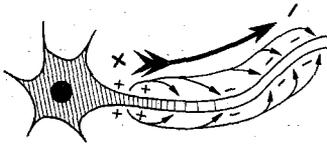


Abb. 1. Darstellung eines kurzen Neuronenabschnittes, über den eine Erregungswelle läuft. Schraffiert ist der ruhende Faserteil. Es fließen Strömchen der eingezeichneten Art. Sie erzeugen auf dem „Außenleiter“, d. h. auf der Umgebung des Neurons einen Spannungsabfall, der als Vektor (dick ausgezogen) dargestellt werden kann. Dieser Vektor erzeugt das „Feld“, das zum Abgriff kommt, nach den bekannten Feldgesetzen.

an, es handele sich um relativ langsame A-Fasern von rund 30 m/sec Leitungsgeschwindigkeit und 0,3 msec Anstiegszeit, so hätte der Vektor der Abb. 1 eine Länge von  $30 \cdot 0,3 \text{ mm} = 9 \text{ mm}$  (Literatur bei SCHAEFER, Elektrophysiologie, Bd. 1, S. 258). In der Tat aber werden Neuronen dieser Art das EEG kaum zusammensetzen. Dagegen spricht allein schon die quantitative Beobachtung von BISHOP und BARTLEY, daß 1000 Vagusnerven in 2 mm Entfernung ein EEG der tatsächlich beobachteten Stärke hervorbringen würden. Bei den wesentlich größeren

Elektrodenabständen des EEG wären noch mehr Neuronen zur Produktion der beobachteten Spannung erforderlich. Es ist wenig wahrscheinlich, daß so viele Neuronen in Projektionsbahnen zugleich tätig sind. In der Tat haben ja auch FORBES, RENSCHAW und REMPEL und

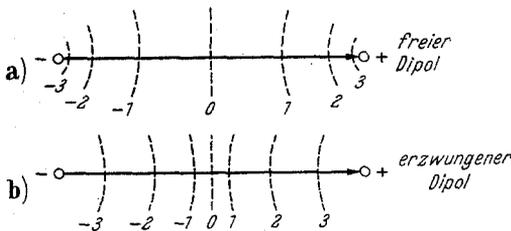


Abb. 2. Vergleich des intrapolaren Spannungsabfalls eines „freien“ Dipols (oben) und eines „erzwungenen“ Dipols (unten). Letzterer zeigt eine Spannungsverteilung, die durch die lokalen Membranpotentiale bestimmt ist. Es sind die Äquipotentiallinien eingezeichnet, welche die Verbindungslinie der Pole schneiden.

später RENSCHAW, FORBES und HORISON gezeigt, daß die Länge der fraglichen Potentialvektoren in der Größenordnung von 0,2 mm liegt. GERARD hat die interessante Hypothese dazu aufgestellt, daß die Quelle der Potentiale beim EEG in Pseudomembranen liege, welche durch die dicht gepackten Schichten der Zelle gebildet werden. Die Potentialdifferenz entsteht durch

die Differenzen zwischen den Polen des Zelleibes. Damit würden sehr kleine Dimensionen der Vektorlängen ohne weiteres erklärt sein. Wie sich zeigen wird, kommt es auch gar nicht darauf an, ob die Länge des Vektors nach Abb. 1 etwa 1 oder 0,1 mm betrage; sie

<sup>1</sup> Die Theorie solcher Vektoren haben wir neuerdings ausführlicher behandelt (SCHAEFER und TRAUTWEIN).

muß nur merklich kleiner sein als die anatomischen Abstände, die wir im folgenden betrachten werden.

Das 2. Problem, das vor der theoretischen Rechnung experimentell zu lösen ist, ist dies: Die Felder, welche ein „Vektor“ nach Art der Abb. 1 entwickelt, ließen sich leicht bestimmen, wenn dieser Vektor als idealer Dipol aufgefaßt werden könnte. Messungen an einzelnen Myokardfasern haben gezeigt, daß hier die Vektoren nichtfreien Dipolen analog sind (SCHAEFER und TRAUTWEIN). Und zwar ist die Spannungsverteilung intrapolar nicht so wie beim freien Dipol, daß der Spannungsabfall in unmittelbarer Nähe der Dipolenden besonders steil ist (Abb. 2a). Vielmehr ist der Spannungsgradient in der intrapolaren Strecke maximal in der Mitte des Vektors und also minimal an den Enden (Abb. 2b). Es ist die Frage, ob ein Dipol dieser Art ein anderes Feld als der übliche Dipol entwickelt oder nicht. Die Frage ist theoretisch verwickelt und auch erfahrenere Fachleute als wir es sind gaben uns den Rat, sie experimentell zu entscheiden.

### 2. Experimentelle Darstellung der Vektorfelder.

Nennen wir einen Dipol, der so gebildet wird, daß man die Spannung an 2 streng umschriebenen Punkten zuführt und die intrapolare Spannungsverteilung sich selbst überläßt, einen „freien Dipol“ (Abb. 2a). Die intrapolare Spannungsverteilung hängt dann nur von der Klemmenspannung, vom Polabstand und von der Leitfähigkeit des Feldes ab. Ein Vektor nach der Art der Abb. 1 dagegen zeigt eine Spannungsverteilung längs seiner Gesamterstreckung, die durch die lokalen Membranspannungsdifferenzen längs der anatomischen Strukturen bestimmt ist. Wir nennen einen solchen Dipol einen „erzwungenen Dipol“ (Abb. 2b). Entsprechend nennen wir das erste elektrische Feld ein „freies Feld“, das zweite ein „erzwungenes Feld“.

Um Differenzen zwischen beiden zu messen, gingen wir so vor: Wir verbanden einmal 2 Elektrodenpunkte von 1—4 cm Abstand, an denen eine 50-Hz-Wechselspannung von 2—6 Volt lag, durch einen dünnen Kupferdraht und tauchten den Draht mit seinen beiden Endpunkten in ein leitendes Feld aus  $\text{CuSO}_4$ -Lösung, dessen Leitfähigkeit derjenigen einer physiologischen  $\text{NaCl}$ -Lösung und ungefähr also auch dem Körpergewebe entsprach (Differenzen sind übrigens theoretisch ohne Belang). In dieser Anordnung ist die intrapolare Spannungsverteilung absolut linear und also „erzwungen“. Die Linearität wurde experimentell kontrolliert. Sie kommt dadurch zustande, daß die Leitfähigkeit des Kupferdrahtes mehrere Zehnerpotenzen über derjenigen der  $\text{CuSO}_4$ -Lösung liegt. Sodann wurde die Drahtverbindung zwischen den Elektroden entfernt und also ein „freies Feld“ hergestellt. Ausgemessen wurde in beiden Fällen nur der Potentialverlauf auf der Verbindungslinie der Elektroden. Abb. 3 gibt die Messungen wieder. Die Potentiale werden nach Verstärkung an einem Kathodenstrahl abgelesen.

Es zeigt sich, daß bis auf einen belanglosen absoluten Unterschied der relative Gang des Feldes extrapolar im „freien“ und im „erzwungenen“ Zustand gleich ist. Wir können also das Feld der Abb. 1 so betrachten, als wäre es von einem freien

Dipol mit dem Polabstand 1—0,2 mm erzeugt. Ein solches Feld aber folgt der bekannten Feldgleichung (Lit. bei SCHAEFER, Elektrophysiologie, Bd. II, 1941):

$$P = K \cdot \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right),$$

wenn  $P$  das Potential an einen beliebigen Punkt des Feldes,  $K$  eine Konstante (welche Leitfähigkeit und Klemmenspannung enthält),  $r'$  und  $r''$  die Abstände des Punktes von den beiden Polen des Dipols angibt.

Diese Gleichung kann übrigens ersichtlicherweise *nicht* für die unmittelbare Nähe der Pole gelten, da dann  $r'$  oder  $r''$  gegen Null konvergieren, und  $P$  sich also unendlichen Werten annähern müßte. In einem Abstand, der dem 1—2fachen Polabstand entspricht, scheint aber die Gleichung gültig zu sein, wie ältere Messungen zeigen. Unsere Abb. 3 folgt auch ihr nicht aus folgendem Grund: Wir

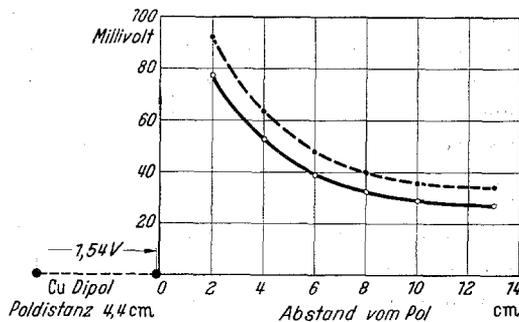


Abb. 3. Ordinate: Im Feld abgegriffenes Potential in Millivolt. Abszisse: Abstand vom Pol. Ausgezogene Kurve: Extrapolarer Spannungsabfall des Feldes eines Kupferdipols in 0,15 mol  $\text{CuSO}_4$ -Lösung. 1,54 Volt Polspannung — „freier“ intrapolarer Spannungsabfall. Strichpunktierte Kurve: Dasselbe nach Verbindung der Dipolenden mit einem Kupferdraht — Stärke 0,07 mm. — „Erzwungener“ linearer intrapolarer Spannungsabfall.

haben der Einfachheit halber ein relativ flaches kreisrundes  $\text{CuSO}_4$ -Bad mit geringer Tiefe benutzt. Felder dieser Art, welche praktisch 2-dimensional sind, folgen der einfachen Gleichung  $P = K' \log r'/r''$ , wobei die Ziffern die obigen Bedeutungen haben. Zur Entscheidung unserer Frage war es gleichgültig, ob die Felder sehr tief sind oder nicht, solange es sich ergab, daß zwischen freiem Feld und erzwungenem Feld extrapolar kein merklicher Unterschied besteht.

### 3. Allgemeine Feldgleichungen für Foki verschiedener Entfernungen von der Oberfläche.

Behandeln wir nun die Potentiale, welche das EEG zusammensetzen als erzwungene Dipole mit Feldern, die extrapolar den Verlauf freier Felder aufweisen, so ergibt sich folgendes: Wir dürfen annehmen, daß das EEG sich aus sehr zahlreichen elementaren Potentialen zusammensetzt, von denen jedes in einer Zelle (oder einem Neuron) entsteht. Die Überlagerung aller Vektoren führt zu einer Summierung nach den Regeln der vektoriellen Addition. Nehmen wir weiter an, daß das Feld in hinreichend großem Abstand, z. B. dem 10fachen Dipolabstand, der ersten oben zitierten Gleichung mit dem Faktor

( $1/r' - 1/r''$ ) folgt. Nehmen wir weiter an, daß der Einfluß von Schichten schlechter Leitfähigkeit wie der Tabula externa und interna relativ gering sei und das Feld auf der Kopfschwarte selbst zwar der absoluten Größe nach, nicht aber der relativen Größe nach verzerre, daß also mit anderen Worten alle Felder sich ähnlich sind, gleich ob der Dipol nahe an oder weit entfernt von der Tabula interna liege. Endlich nehmen wir an, daß die Begrenzung des Feldes durch die äußere Haut das Feld nicht nennenswert verzerre, so daß das Feld eine Form behält, die es haben würde, wenn sich außen von der Kopfhaut ein Leiter gleicher Leitfähigkeit, nicht Luft, befände.

Alle diese Annahmen treffen nur eingeschränkt zu. Ohne sie ist jedoch eine *allgemeine* mathematische Lösung des Problems nicht zu geben. Die praktische Erprobung zeigt übrigens, daß alle Annahmen ohne grobe Fehler gemacht werden dürfen.

Dann gelten folgende Verhältnisse: Es seien  $V_1$  und  $V_2$  zwei Vektoren von Potentialquellen in 2 Zellelementen der Rinde, die an verschiedenen Orten entstehen und deren Mittelpunkte voneinander den Vektorenabstand  $VA$  haben. Beide Vektoren müssen in gleicher Richtung laufen, und zwar in Richtung der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte. In dieser Linie möge auch die „unipolare“ Abtastelektrode  $E$  im Elektrodenabstand  $EA$  vom nächstliegenden Dipolmittelpunkt angebracht sein (Abb. 4). Der Polabstand jedes Dipols (gleich der Länge des Vektors) sei klein gegen  $VA$  und  $EA$ . Das unipolar abgegriffene Potential an der Elektrode ist bezogen auf das Potential der Vektormitte (Mittelpunkt zwischen den beiden Polen des Dipols) gleich Null. Es sei  $P_1$  das Potential bei  $E$ , das von  $V_1$  abgegriffen wird,  $P_2$  sei das analoge Potential von  $V_2$ . Nach unserer Formel ist jetzt:

$$P_1 = K \cdot \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r''_1} \right) = K \frac{r''_1 - r'_1}{r'_1 \cdot r''_1}.$$

Die Größe  $r'_1 - r''_1$  gibt, falls  $E$  in der Verlängerung der Vektormittelpunkte liegt, einfach die Länge  $d$  (Abb. 5) des Vektors wieder<sup>1</sup>. Nun ist

$$r'_2 = VA + EA - d/2; \quad r''_2 = VA + EA + d/2,$$

wobei der Index 2 von  $r$  die Zugehörigkeit zu  $V_2$  bedeutet. Für  $P_1$  ist analog:

$$r'_1 = EA - d/2; \quad r''_1 = EA + d/2.$$

Da definitionsgemäß  $d \ll EA$ ,  $VA$  wird einfach  $r_2 = r''_2 = VA + EA$ ;

$$r'_1 = r''_1 = EA^*.$$

<sup>1</sup> Es wird angenommen, daß  $V_1$  in der Länge gleich  $V_2$  ist, also  $d_1 = d_2 = d$ .

\* Man kann die Rechnung auch unter Berücksichtigung von  $d$  durchführen. Abb. 6 und 7 sind mit der strengen Gleichung berechnet, doch fast mit gleichem Resultat.

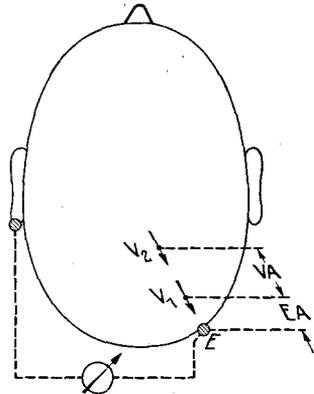


Abb. 4. Schematische Darstellung zweier Vektoren (Foci) im Schädelraum. Aufsicht auf den Schädel von oben.  $E$  die unipolare Elektrode. Darstellung, welche Abstände mit  $VA$  (Vektorenabstand) und  $EA$  (Elektrodenabstand) gemeint sind.  $V_2$  liegt tiefer im Schädel als  $V_1$ .

Demnach ist:

$$P_2 = K \frac{d}{(VA + EA)^2}; \quad P_1 = K \cdot \frac{d}{EA^2} *$$

und daher

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{EA^2}{(VA + EA)^2}.$$

Wir können nach dieser Gleichung für gegebene Größen des Vektorabstandes und des Elektrodenabstandes das Verhältnis angeben, in welchem

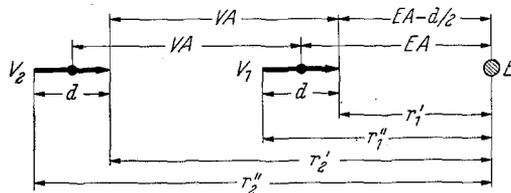


Abb. 5. Genauere Darstellung der im Text verwandten Bezeichnungen.  $r'$  bzw.  $r''$  sind die Abstände von  $E$  und Anfang bzw. Ende des Dipols. Sie werden hier in  $EA$ ,  $VA$  und  $d$  ausgedrückt.

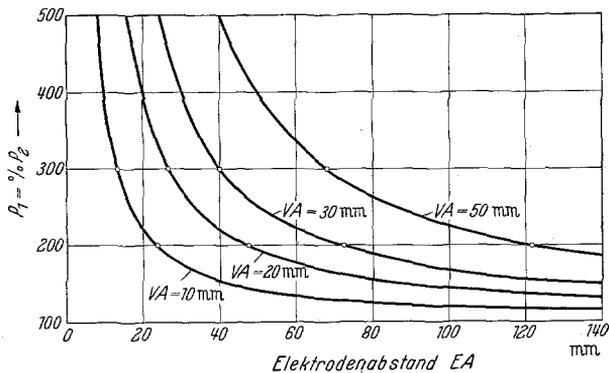


Abb. 6. Die Ordinate gibt an, wieviel Prozent von  $P_2$  das Potential  $P_1$ , also der Abgriff des Vektors  $V_1$  der Abb. 4, aufweist. Abszisse ist der Elektrodenabstand  $EA$  in Millimeter. Die Parameter der verschiedenen Kurven geben den Vektorabstand  $VA$  (Abb. 4) an.

beide Vektoren zum Abgriff kommen. Drücken wir dann  $P_1$  in Prozent von  $P_2$  aus, so lassen sich Kurvenscharen berechnen, wo für jeden

\* Die Annahme, daß die Potentiale durch die Grenze Kopfhaut-Luft nicht verzerrt würden, stimmt ersichtlicherweise am wenigsten. Doch werden die Potentiale unserer Gleichung nur um einen konstanten Faktor von 3 vergrößert, wenn man annimmt, die Kopfhaut sei die Oberfläche einer Kugel und der Vektor befinde sich in deren Mittelpunkt [CANFIELD, Heart. 14, 71 (1927)]. Diese Annahme ist nun zwar auch nicht quantitativ richtig, doch machen Abweichungen von der Kugelform relativ wenig aus, wie unsere Messungen zeigen. Da alle unsere Überlegungen aber auf dem Verhältnis von Spannungen beruhen, fallen konstante Faktoren sowieso fort, so daß die Ableitungen gültig bleiben. In allen unten angegebenen Gleichungen ist  $K$  de facto 3mal so groß, wie es der Ansatz auf Seite 179 verlangt.

gegebenen Vektorabstand  $VA$  angegeben wird, wieviel Prozent von  $P_2$  das Potential  $P_1$  im Elektrodenabstand  $EA$  vom Vektor  $V_1$  besitzt (Abb. 6). Nehmen wir nun an, daß wir von einem differenten Abgriff eines der beiden Vektoren dann sprechen, wenn dieser Vektor 3mal so stark registriert wird wie ein anderer, so kann man leicht für jeden Vektorabstand  $VA$  denjenigen maximalen Elektrodenabstand  $EA$  angeben, der nicht überschritten werden darf, soll nicht  $P_1$  weniger als 3mal so stark wie  $P_2$  sein. Je weiter man sich von den beiden Vektoren entfernt, desto mehr nähern sich die Abgriffe  $P_1$  und  $P_2$  in ihrer Größe einander an, d. h. desto gleichartiger werden die Potentiale, die  $V_1$  und  $V_2$  entwickeln. In der Entfernung  $\infty$  ist  $P_1 = P_2 = 0$ .

Abb. 7 gibt eine Kurve, welche den eben noch zulässigen Abstand  $EA$  in Abhängigkeit von  $VA$  wiedergibt, falls  $P_1 = 3 \cdot P_2$  oder mehr ist, d. h. falls praktisch vorwiegend  $V_1$  mit dem Potentialteil  $P_1$  zur Registrierung kommt. Bei einem Vektorabstand von 30 mm darf z. B. der Abstand der Elektrode vom nächstliegenden Vektor 42 mm nicht überschreiten.

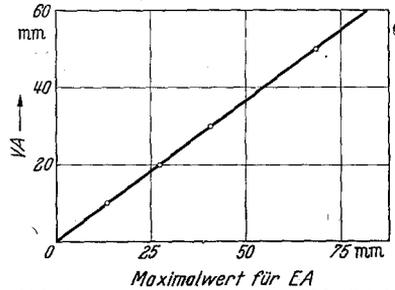


Abb. 7. Aus den Werten der Abb. 6 ist bestimmt worden, wie groß der Elektrodenabstand  $EA$  (Abb. 4) bei einem bestimmten Vektorabstand  $VA$  (Ordinate) höchstens sein darf, wenn  $P_1 = 300\%$  von  $P_2$  betragen, also der Abgriff different für  $V_1$  sein soll. Die Punkte sind die berechneten Werte aus Abb. 6.

Diese Werte gelten für verschiedene Tiefen, in denen sich Vektoren befinden, die beide auf den Ableitpunkt hingerrichtet sind. Sie gelten für Vektoren, deren Mittelpunkte ebenfalls mit dem Elektrodenpunkt auf einer Linie liegen, die aber in ihrer Vektorrichtung schräg zu dieser Linie liegen, ebenso, da wir solche Vektoren in einen Vektor analog Abb. 6 und einen senkrecht dazu verlaufenden zerlegt denken können. Letzterer aber kommt bekanntlich gar nicht zum Abgriff.

#### 4. Gleichungen für benachbarte Foci gleicher Tiefenlage.

Die beim EEG wesentlich interessantere Situation ist nun die, daß 2 Potentialquellen (Foci) nebeneinander liegen, und wir wissen wollen, in welcher Entfernung wir different nur den einen der beiden registrieren. Unter den oben teils experimentell geprüften, teils der Literatur entnommenen Voraussetzungen können wir wieder die allgemeine Feldgleichung ansetzen und finden bei den anatomischen Verhältnissen der Abb. 8 folgendes:

Es mögen 2 Vektoren in der gleichen Tiefe  $s$  unter der Kopfschwarte entstehen. Projiziert man ihre Mittelpunkte senkrecht auf die Kopfschwarte, so mögen diese vom Elektrodenpunkt die Abstände  $p$  und  $q$  (Abb. 8a) haben. Der Winkel,

den die Verbindungslinie  $EV_1$  bzw.  $EV_2$  mit der senkrechten Projektionslinie bildet, der „Ableitungswinkel“, sei  $\alpha$  bzw.  $\beta$ . Ist nun die Länge  $d$  der beiden Vektoren gleich und klein gegen  $s$ ,  $p$  und  $q$ , so lassen sich Näherungen einführen, welche zu sehr einfachen Gleichungen führen.

Für das Potential, das von  $V_1$  in  $E$  abgegriffen wird, gilt jetzt

$$P_1 = K \cdot \left( \frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_1''} \right) = K \frac{r_1'' - r_1'}{r_1' \cdot r_1''}$$

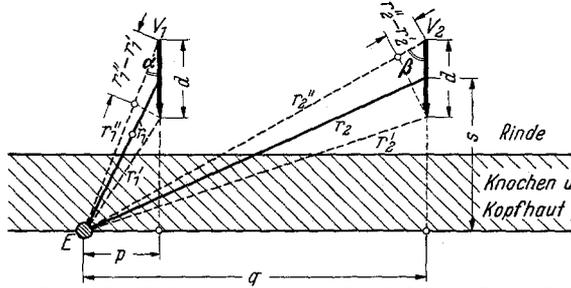


Abb. 8a. Darstellung der Bedeutung unserer Symbole bei Behandlung des Falles zweier benachbarter Vektoren  $V_1$  und  $V_2$ .  $E$  die Elektrodenlage.  $p$  und  $q$  sind die Abstände zwischen  $E$  und dem Punkt senkrecht über dem Vektor.

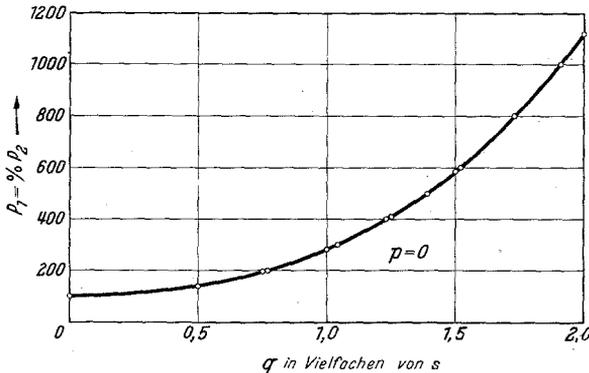


Abb. 8b. Darstellung, wieviel Prozent  $P_1$  von  $P_2$  aufweist (Ordinate), wenn  $V_2$  in verschiedenen Entfernungen von  $V_1$  liegt.  $E$  liegt senkrecht über  $V_1$  ( $p = 0$ ). Die Strecke für  $q$  ist auf der Abszisse in Vielfachen von  $s$ , der Tiefenlage der Vektoren angezeichnet. 1,0 heißt also, daß der seitliche Abstand zwischen  $V_1$  und  $V_2$  ( $= q$ ) genau so groß ist, wie der Abstand  $s$ .

Ist  $d$  sehr klein, so kann die Größe  $r_1'' - r_1'$  annäherungsweise durch  $\cos \alpha \cdot d$  ersetzt werden, und es wird ungefähr  $r_1' = r_1'' = r_1$ ;

also

$$P_1 = Kd \cdot \frac{\cos \alpha}{r_1^2}$$

Analog

$$P_2 = K \cdot \left( \frac{1}{r_2'} - \frac{1}{r_2''} \right) = K \frac{r_2'' - r_2'}{r_2' \cdot r_2''} = Kd \frac{\cos \beta}{r_2^2};$$

also

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Wir wünschen alle Werte nun auf die anatomisch sinnvollen Entfernungen zu reduzieren und schreiben daher

$$\cos \alpha = \frac{s}{r_1}; \quad \cos \beta = \frac{s}{r_2}; \quad r_1^2 = p^2 + s^2; \quad r_2^2 = q^2 + s^2$$

und erhalten nach wenigen Umformungen

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} = \left( \frac{q^2 + s^2}{p^2 + s^2} \right)^{3/2}.$$

Drücken wir alle Entfernung nicht in Zentimeter oder Millimeter, sondern in der Längeneinheit  $s = 1$  aus, so ergibt sich:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{q^2 + 1}{p^2 + 1} \right)^{3/2} \quad (s = 1).$$

Setzen wir nun für  $p$  und  $q$  verschiedene Werte ein, so findet man einfache Beziehungen. Es ist am zweckmäßigsten, zunächst  $p = 0$  zu setzen: Wir leiten *direkt über einem Focus* ab und wollen die Entfernung  $q$  kennen, in der ein zweiter Focus nicht mehr registrierbar wird. Abb. 8b zeigt die so errechneten Werte. Die Kurve entspricht also der Gleichung

$$\frac{P_1}{P_2} = (q^2 + 1)^{3/2} \quad (s = 1; p = 0)$$

und zeigt, daß z. B. im Abstand 1,04 der Wert  $P_1$  das 3fache von  $P_2$  beträgt. Betrachten wir diesen Unterschied im Abgriff der beiden Potentiale  $V_1$  und  $V_2$  wieder (wie schon in Abb. 7), als different genug um zu sagen, daß *praktisch* nur der eine der beiden Vektoren (Foci) registriert wird, so darf also der zweite Focus nicht weniger als um den Abstand  $s$  vom ersten entfernt sein.

Die praktische Faustregel, die hiermit quantitativ ableitbar wird, besagt demnach:

*Von zwei Vektoren wird dann praktisch nur einer (nämlich mit der dreifachen Intensität des anderen) unipolar abgeleitet, wenn der zweite vom ersten ebensoweit entfernt ist wie der erste Focus von der Oberfläche der Kopfschwarte, vorausgesetzt, daß die Elektrode direkt senkrecht über dem ersten Focus liegt (Lehrsatz 1).*

Ist  $p > 0$ , liegt also die Elektrode entweder zwischen den Vektoren oder außerhalb derselben<sup>1</sup>, so sind die aus Abb. 8b zu entnehmenden Werte einfach durch den Faktor  $\left( \frac{1}{p^2 + 1} \right)^{3/2}$  zu dividieren. Ist also z. B.  $p = 1$ , so sind alle Werte um 1/2,83 klein<sup>er</sup>; für  $p = 0,59$  sind sie genau halb so groß wie in Abb. 8b.

Die genauere Durchrechnung zeigt dabei überraschenderweise, daß bei Verschiebung der unipolaren Elektrode  $E$  vom Punkt senkrecht über den Vektor  $V_1$  (Focus) nach lateral, und zwar zu der von  $V_2$  weiter wegweisenden Seite hin, der Differentialabgriff von  $P_1$  relativ zu  $P_2$  *besser* wird, ein Optimum durchläuft und dann wieder schlechter wird. Die Verhältnisse sind so: Bewegt sich in Abb. 8a beispielsweise  $E$  von  $V_1$  aus gesehen nach links, so sinkt zwar das von  $V_1$  abgegriffene

<sup>1</sup> Da die Gleichung  $p$  und  $q$  nur im Quadrat enthält, ist es gleichgültig, ob  $p$  oder  $q$  von  $E$  aus gleichsinnig oder entgegengesetzt gerechnet werden, ob also  $E$  zwischen den Vektoren liegt oder lateral von beiden.

Potential  $P_1$  in seinem *Absolutwert*. (Dieser ist immer maximal senkrecht über dem Focus.) Aber der Wert von  $P_2$ , also der von  $V_2$  abgreifbare Anteil, sinkt zunächst *relativ* stärker als  $P_1$ , so daß der Quotient steigt! Abb. 9 gibt die Verhältnisse wieder. Ist z. B. der Abstand der beiden Foci gleich dem Abstand  $s$  von der Kopfschwarte, so greifen wir in  $0,6 s$  links neben der Elektrode deutlich besser, d. h. *differenter* ab als senkrecht über dem Focus, da über dem Focus  $P_1$  nur 280% von  $P_2$ , daneben aber 420% von  $P_2$  ausmacht! Freilich ist

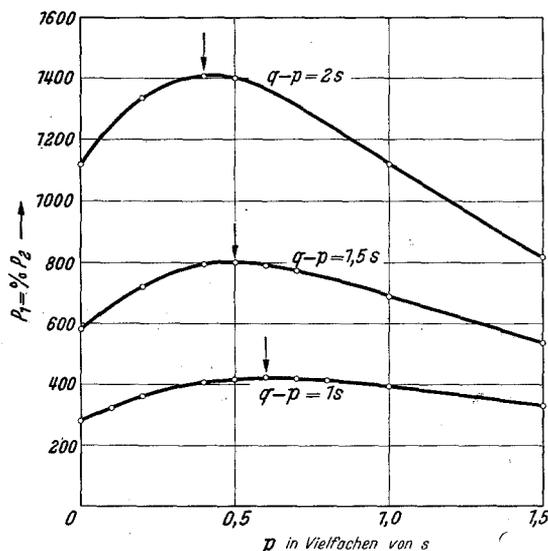


Abb. 9. Ordinate ist wieder die Größe des Abgriffs von  $V_1$ ,  $P_1$  in Prozent von  $P_2$ . Es wird angenommen, daß  $E$  links seitlich neben der senkrechten Projektion des Vektors  $V_1$  liegt, so wie das Abb. 8a andeutet. Für jeden Abstand zwischen den Vektoren ( $q-p$ ) ist eine eigene Kurve gekennzeichnet. Abszisse ist der Abstand  $p$ . Alle Längen in Vielfachen des Tiefenabstandes  $s$ .

zugleich der absolute Wert von  $P_1$  dabei auf 63% seines maximalen Wertes (senkrecht über  $V_1$ ) gesunken.

*Maximale Abgriffe eines Vektors erhält man senkrecht über seinem Entstehungsort; will man aber von zwei Foci nur den einen möglichst rein ableiten, obgleich beide Foci relativ benachbart liegen, so ist das relative Verhältnis des Abgriffs günstiger (die Ableitung spezifischer für den einen der beiden Foci), wenn man extrapolar von dem abzuleitenden Focus, und zwar auf der dem auszuschaltenden Focus abgewandten Seite ableitet (Lehrsatz 2).*

Endlich können wir auch quantitative Angaben darüber machen, welche Entfernung zwei Foci haben müssen, wenn wir nur einen der beiden ableiten, den anderen praktisch unterdrücken wollen. Geben wir uns damit zufrieden, den einen 3mal so stark zu registrieren

wie den anderen, so finden wir, daß bei Ableitung *senkrecht über dem Focus* (also mit maximaler Amplitude) der andere mindestens um den Abstand des ersten Focus von der Elektrode von diesem entfernt sein muß. Nehmen wir an, die Potentiale entstünden direkt unter der Rindenoberfläche, so gilt also der Satz:

*Ein differenter Abgriff eines Focus erfolgt nur dann, wenn der nächste andere Focus mindestens um die Dicke der knöchernen und weichen Schädeldecke vom abzuleitenden Focus entfernt ist* (Lehrsatz 3).

Damit bestätigen sich die bekannten Erfahrungen aus der Praxis des EEG auf das beste: Bekanntlich finden KORNMÜLLER und JANZEN, daß die Elektrode auf der Kopfschwarte mindestens 2 cm entfernt sein muß, um den Abgriff einer Region auszuschalten. Nach JANZEN und KORNMÜLLER ist der Streuungsbereich jedenfalls kleiner als 4—6 cm. Diese Werte sind in der Tat identisch mit der Dicke der gesamten Schädeldecke. So ist also Theorie und Empirie auf das beste im Einklang.

##### 5. Das Abklingen der Amplituden extrapolar bei einem Focus.

Es kann endlich noch theoretisch abgeleitet werden, wie die Amplituden abnehmen, wenn ein Vektor nicht senkrecht über seinem Entstehungsort, sondern seitlich davon abgeleitet wird. Wir können zu diesem Zweck wieder Abb. 8a betrachten. Bleiben wir bei der Erörterung der Verhältnisse für  $V_1$ . Das ableitbare Potential ist dann

$$P_1 = K \cdot \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right) = K \cdot \frac{r'' - r'}{r' \cdot r''}.$$

Man kann bei kleiner Vektorlänge  $d$  wieder setzen:

$$r'' - r' = d \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad r' = r'' = r,$$

so daß also

$$P_1 = K \cdot d \frac{\cos \alpha}{r^2};$$

da  $\cos \alpha = s/r$  und  $r = \sqrt{s^2 + p^2}$  (nach dem Pythagoras), so wird

$$P_1 = K \cdot d \frac{s}{(p^2 + s^2)^{3/2}}.$$

Drücken wir auch jetzt wieder alle Längen in Vielfachen von  $s$  aus ( $s = 1$ ) so findet sich

$$P_1 = K \cdot d \frac{1}{(p^2 + 1)^{3/2}}.$$

Abb. 10 gibt das Verhalten des Potentials  $P_1$  wieder. Abszisse ist also das Vielfache des Abstandes, den der Fokus von der Kopfschwarte hat. Die Ordinate gibt  $P_1$  in Prozent des maximalen Wertes ( $= K \cdot d$ , bei  $p = 0$ ) an. Man sieht, daß das Potential einen breiten Gipfel mit steilem Abfall aufweist.

Je tiefer der Focus liegt, desto kleiner ist natürlich die absolute Größe von  $P_1$  im Maximum; desto breiter ist aber, in absoluter Länge gemessen, auch der Gipfel, da ja bei tiefem Focus  $s$  groß ist und also die gleiche Abszissenbreite in Abb. 10 eine sehr viel größere Länge in Zentimetern bedeutet. Es folgt also:

*Je tiefer der Focus liegt, desto breiter ist sein Potentialgipfel auf der Kopfhaut (Lehrsatz 4).*

Abb. 10 ist eine schöne Bestätigung der Darstellung JUNG'S, die aus der Empirie abgeleitet war und sich hier mathematisch gefaßt wieder-

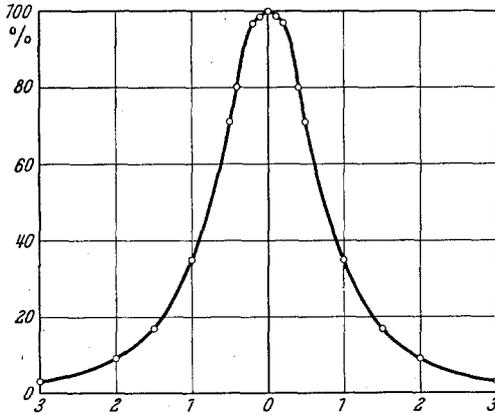


Abb. 10. Verteilung des Potentials eines Vektors  $V_1$  beiderseits des maximalen Abgriffs, der senkrecht über dem Vektor erfolgt ( $p = 0$  in Abb. 8a). Abszisse ist der Abstand  $p$  der Elektrode  $E$  von diesem Punkt maximalen Abgriffs, ausgedrückt in Vielfachen des Tiefenabstandes  $s$  (Abb. 8a). Ordinate das abgreifbare Potential  $P_1$  in Prozent des Maximums.

findet. Man könnte aus verschiedenen breiten Potentialkurven nach Art der Abb. 10 sogar die *Tiefe* eines Focus berechnen, wenn man sicher sein dürfte, daß der Focus selbst tatsächlich *punktförmig* ist. Da das wohl kaum der Fall ist, ist diese Rechnung nur theoretisch interessant. Das Potential fällt auf  $1/2$  des Gipfels nach Abbildung 10 in der Entfernung  $0,75 s$  ab. In Abbildung 1 der Arbeit von JUNG sind als Halbwerts-längen Werte um 5 cm ablesbar. Auch das dürfte ungefähr der Tiefe des Focus entsprechen.

Analoge Berechnungen lassen sich auch für den Fall durchführen, daß man sich von einem Vektor der Abb. 4 entfernt, z. B.  $V_1$  der Abb. 4 einmal direkt von der Rinde, einmal von der Kopfschwarte ableitet. TÖNNIES hat diese Ableitungen zuerst im Tierversuch verglichen und daraus die Nebenschlußwirkung der extracerebralen Gewebe berechnet. JUNG, RIECHERT und MEYER-MICKELEIT haben solche Messungen soeben auch am menschlichen EEG gemacht und finden z. B., daß das Potential beim Übergang von direkter Ableitung occipital zur Ableitung von der Kopfschwarte bis auf  $1/5$  sinkt. Nennen wir das Potential bei direkter Ableitung  $P_1$ , die Entfernung vom Vektor (d. h. dessen Tiefe oder der Rindenoberfläche) im Mittel  $r$ , und zwar  $r$  bis zum Anfang,  $r''$  bis zu Ende des Vektors (wobei  $r \cong r'$ ), die Dicke der Schädelkapsel  $a$ , das Potential auf der Schädelkapsel  $P_2$ , so gilt

$$P_1 = K \cdot \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right) \cong K \cdot d \frac{1}{r^2}; \quad P_2 = K d \frac{1}{(r+a)^2}$$

also

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(r+a)^2}{r^2}.$$

Ist  $P_1/P_2 = 5$ , so läßt sich  $r$  leicht durch  $a$  ausdrücken und ergibt

$$r = 0,8 a.$$

Für eine Schädeldecke von 2 cm Dicke müßte man dann annehmen, daß der Focus 1,6 cm unter der Rinde gesessen hat. Allerdings sind solche Messungen mannigfachen Irrtümern ausgesetzt (z. B. den hier doch sehr störenden Randverzerrungen der Felder), so daß man die Zahl nicht allzu genau nehmen darf.

Insgesamt sind mit dieser Betrachtung die Feldmessungen, die man zunächst noch auf rein qualitativer Basis versucht hat (JASPER und ANDREWS; TÖNNIES), in mathematischer Weise faßbar. Damit ist ein weiterer Schritt zu einer exakten Lokalisationslehre des EEG getan.

#### *Zusammenfassung.*

Es wurde das Problem der Lokalisierbarkeit corticaler Potentiale in mathematisch quantitativer Weise dargestellt. Voraussetzung dazu war die Kenntnis von der Länge der Potentiale — als Vektoren aufgefaßt — in einzelnen Zellindividuen. Sie ergab sich aus der Literatur als in der Größenordnung von 0,2 mm liegend.

Eine weitere Voraussetzung war die Kenntnis der Felder solcher Vektoren, die nach früheren Untersuchungen nicht als ideale Dipole aufgefaßt werden können. Ihr Spannungsgradient ist maximal in der Mitte und minimal an den Enden des Vektors. Die experimentelle Darstellung der Felder solcher erzwungener Dipole ergab nur einen belanglosen absoluten Unterschied bei gleichem relativen Gang des Feldes extrapolar in freiem und erzwungenem Zustand.

Es wird nun unter verschiedenen Annahmen eine Feldgleichung für zwei Foci verschiedener Entfernung von der Oberfläche aus der Grundgleichung abgeleitet, welche das Verhältnis angibt, in der die beiden Vektoren bei gegebenen Größen des Vektorabstandes und des Elektrodenabstandes zum Angriff kommen.

Die Gleichung für benachbarte Foci gleicher Tiefenlage führt zu der praktischen Faustregel, daß von zwei Vektoren dann praktisch nur einer (nämlich mit der dreifachen Intensität des anderen) abgeleitet wird, wenn der zweite vom ersten ebensoweit entfernt ist, wie der erste Focus von der Oberfläche der Kopfschwarte, vorausgesetzt, daß die Elektrode direkt senkrecht über dem ersten Focus liegt. Ferner geht aus ihrer Diskussion hervor, daß man maximale Abgriffe eines Vektors senkrecht über seinem Entstehungsort erhält; will man jedoch von 2 Foci nur den einen möglichst rein ableiten, bei relativ benachbarter Lage der beiden, so ist die Ableitung des einen von beiden spezifischer, wenn man extrapolar von dem abzuleitenden Focus auf der dem auszuschaltenden Focus abgewandten Seite ableitet. Es wird angegeben, welche Entfernungen 2 Foci haben müssen, wenn wir nur

einen der beiden ableiten, den anderen praktisch unterdrücken wollen: Ein Focus wird nur dann different abgegriffen, wenn der andere mindestens um die Dicke der knöchernen und weichen Schädelkapsel vom ersten entfernt ist.

Endlich kann theoretisch abgeleitet werden, wie die Amplituden abnehmen, wenn ein Vektor nicht senkrecht über seinem Entstehungsort sondern seitlich davon abgeleitet wird. Aus einem Diagramm (Abb. 10) geht die Gesetzmäßigkeit hervor, mit der die abgegriffene Spannung des Vektors mit seiner Entfernung von der Kopfhaut verknüpft ist. Je tiefer der Focus liegt, desto kleiner ist die absolute Größe seines Potentials im Maximum, desto breiter aber der Gipfel der Potentialkurve.

#### Literatur.

BISHOP and BARTLEY: Proc. Soc. exper. Biol. a. Med. **29**, 698 (1932). — FORBES, RENSHAW and REMPEL: Amer. J. Physiol. **119**, 309 (1937). — GERARD: Schweiz. med. Wschr. **1941 I**, 397. — GROEDEL: Das Elektrokardiogramm. Dresden u. Leipzig 1934. — JANZEN u. KORNMÜLLER: Arch. Psychiatr. (D.) **109**, 247 (1939). — JASPER and ANDREWS: J. gen. Psychol. **14**, 98 (1936). — JUNG: Nervenarzt **12**, 569 (1939). — JUNG, RIECHERT u. MEYER-MICKELEIT: Neurochirurg. Congr. Freiburg, Sept. 1948 (im Druck). — KORNMÜLLER u. JANZEN: Z. Neur. **166**, 287 (1939). — RENSHAW, FORBES and MORISON: J. Neurophysiol. **3**, 74 (1940). — SCHAEFER: Elektrophysiologie, Bd. II. Wien 1941. — SCHAEFER u. TRAUTWEIN: Pflügers Arch. (im Druck). — TÖNNIES: J. Psychol. u. Neur. **45**, 154 (1933).

Prof. Dr. HANS SCHAEFER, (16) Bad Nauheim,  
William-G.-Kerckhoff-Institut.

---