

Zur Dämmung und Dämpfung von Biegewellen an Fügstellen

L. Gaul, Hannover

Übersicht: Für die Dynamik zusammengesetzter Strukturen ist das Übertragungsverhalten der Fügstellen an z. B. Schraub-, Niet- und Klemmverbindungen von Bedeutung. Das gemessene nichtlineare Kontaktflächenverhalten wird in äquivalent linearisierten Ersatzmodellen abgebildet und mit den Bauteilersatzmodellen gekoppelt. Als Beispiel wird das Dämmungs- und Dämpfungsverhalten von zwei verbundenen Balken bei einer anregenden Biegewelle behandelt.

Summary: The dynamics of composed structures is influenced by the transfer behaviour of interfaces of bolted, riveted and compression joints etc.. The measured nonlinear behaviour of such interfaces is represented by equivalent linearized models and coupled with models of the members. Characteristics of damping and wave transmission for two jointed beams are calculated for a flexural wave excitation.

1 Einleitung

Das dynamische Verhalten von Strukturen, die aus Bauteilen zusammengesetzt sind, wird vom Übertragungsverhalten der Kontaktflächen an zum Beispiel Schraub-, Niet- oder Klemmverbindungen beeinflusst. Am Beispiel eines Schabottenhammers in Bild 1 sind die Klemmverbindungen des 4teiligen Maschinengestells hervorgehoben. Erfahrungsgemäß wird an Fügstellen erheblich mehr Energie dissipiert als durch Materialdämpfung [1], sofern nicht besondere Maßnahmen, wie zum Beispiel durch Aufbringung viskoelastischer Dämpfungsbeläge, angewendet werden.

Während häufig vom dynamischen Verhalten eines Systems auf die mechanischen Eigenschaften darin enthaltener Fügeverbindungen geschlossen wird, soll hier das experimentell ermittelte Verhalten der isolierten Fügstellen den Ausgang bilden. Entsprechende Messungen an Schraubenverbindungen und eine nichtlineare Modellbildung haben Ottl u. a. [1, 2] vorgenommen.

In dieser Arbeit wird auf der Basis einer harmonischen Linearisierung das gemessene Fügstellenverhalten unter Beibehaltung seiner nichtlinearen Eigenschaften in einem Ersatzmodell abgebildet. Dieses Fügstellenersatzmodell läßt eine einfache Kopplung mit den Modellen der angrenzenden Bauteile zu. In dieser Vorgehensweise wird das nichtlineare Problem der Spannungswellenausbreitung über zwei Wellenleiter mit einer Fügstelle gelöst. Neben der Energiedissipation in der Fügstelle wird die Dämmung der Energie auftreffender Wellen berechnet.

Eine Minderung der Luftschallabstrahlung von schwingenden Strukturen (vgl. Bild 1) durch konstruktive Maßnahmen erfordert insbesondere die Kenntnis der Biegeverformungen. Das Verfahren wird daher am Beispiel der Biegewellenanregung dargestellt. In weiteren Arbeiten [3, 4] für den SFB 121 der Universität Hannover hat der Verfasser bei Longitudinal- und Transversalwellenanregung das Übertragungsverhalten von Fügstellen zwischen Wellenleitern untersucht.

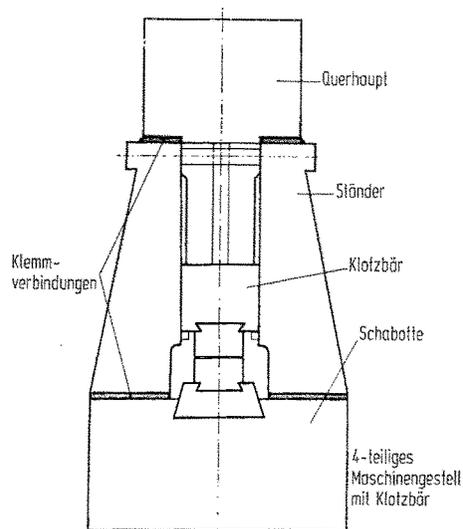


Bild 1. Kontaktflächen an einem Schabottehammer

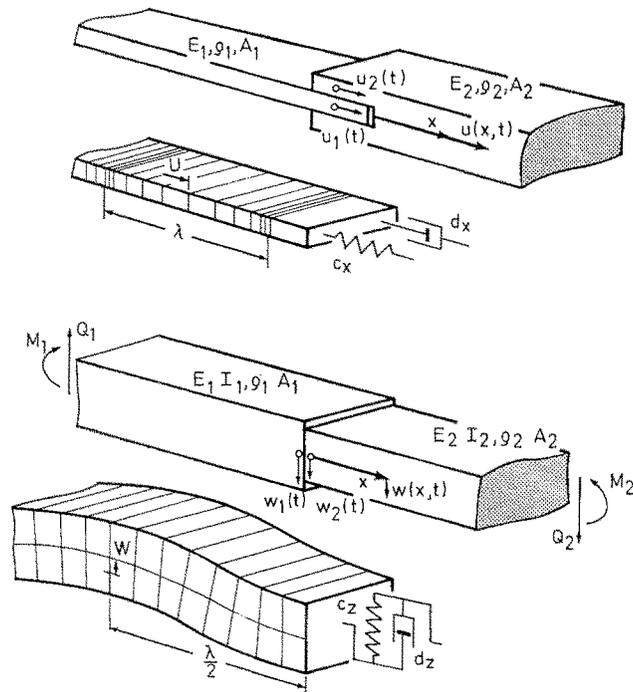


Bild 2. Anordnung, Erregung und Ersatzmodelle von Flügstellen

2 Ersatzmodelle von Fügstellen

In Bild 2 ist die Anordnung, Erregung und Ersatzmodellbildung von Fügstellen an Beispielen angedeutet. Zwei Stäbe der Längssteifigkeiten $E_1 A_1$, $E_2 A_2$ und Massenbelegungen $\rho_1 A_1$, $\rho_2 A_2$ besitzen eine Fügstelle, in der die longitudinale Relativverschiebung als Differenz der Kontaktflächenverschiebungen

$$v(t) = u_2(t) - u_1(t) \quad (2.1)$$

zugelassen ist. Das Ersatzmodell der Fügestelle bei der Erregung durch eine einlaufende Longitudinalwelle

$$u_B(x, t) = U \cos(k_1 x - \omega t), \quad x < 0, \quad k_1 = 2\pi/\lambda_1 \quad (2.2)$$

besteht aus einer Feder und einem Dämpfer mit den zu bestimmenden amplituden- und frequenzabhängigen Parametern Federzahl c_x und Dämpferzahl d_x . Das zweite Beispiel (zum Beispiel als idealisierte Substruktur aus Bild 1) zeigt Balken der Biegesteifigkeiten $E_1 I_1$, $E_2 I_2$ und Massenbelegungen $\mu_1 = \rho_1 A_1$, $\mu_2 = \rho_2 A_2$ mit einer Fügstelle, die bei $x = 0$ Relativbewegungen

$$v(t) = w_2(t) - w_1(t) \quad (2.3)$$

zuläßt. Das Ersatzmodell der Fügstelle bei einer Biegewellenerregung

$$w_E(x, t) = W \cos(k_1 x - \omega t), \quad x < 0, \quad k_1 = 2\pi/\lambda_1 \quad (2.4)$$

enthält die Federzahl c_x und die Dämpferzahl d_x als Parameter.

Es sei angemerkt, daß bei ebener Wellenausbreitung auf Platten oder Plattenstreifen der Dicke h_i gilt:

$$E_i I_i \rightarrow E_i h_i^3 / 12(1 - \nu_i^2), \quad \mu_i = \rho_i h_i, \quad i = 1, 2.$$

2.1 Ersatzmodellparameter

Aus dem gemessenen Übertragungsverhalten der isolierten Fügstellen werden die Ersatzsystemparameter durch harmonische Linearisierung bestimmt. Um eine große Klasse von Meßergebnissen beschreiben zu können, wird eine nichtlineare Abhängigkeit der Reaktionskräfte $T_i(v, \dot{v})$ $i = x, z$ in den Kontaktflächen (vgl. Bild 3) von den Relativverschiebungen v und den Relativgeschwindigkeiten \dot{v} zugelassen. Diese Reaktionskräfte enthalten Rückstellkräfte, Reibkräfte [5] und gegebenenfalls Viskositätsverluste beim Einsaugen und Ausquetschen von Luft zwischen den Kontaktflächen [6].

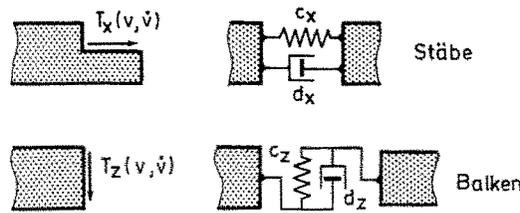


Bild 3. Reaktionskräfte und Ersatzmodelle von Fügstellen

Auf eine erweiterte Modellbildung zur Beschreibung von Klaffungen der Kontaktflächen wird hier verzichtet.

Die Linearisierung der Reaktionskräfte $T_i(v, \dot{v})$ wird mit dem Verfahren der harmonischen Balance vorgenommen, einer ersten Approximation der Methode von Krylov und Bogoljubov [7]. Den Ausgang bildet die Annahme, daß die Relativbewegung $v(t)$ dem harmonischen Näherungsansatz

$$v_N(t) = V \cos \theta, \quad \theta = \omega t - \phi \quad (2.5)$$

benachbart ist. Die mit (2.5) periodischen Funktionen $T_i(v_N, \dot{v}_N)$ werden in Fourier-Reihen entwickelt, deren Gleichanteile verschwinden sollen. Dies gilt zum Beispiel für ungerade Funktionen $T_i(-v, -\dot{v}) = -T_i(v, \dot{v})$. Unter Vernachlässigung der höheren Harmonischen ergibt sich mit der Grundschwingung der Reihenentwicklung

$$T_i(V \cos \theta, -V \omega \sin \theta) \approx a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta = c_i v_N + d_i \dot{v}_N, \quad i = x, z. \quad (2.6)$$

Im linearisierten Ersatzausdruck (2.6) identifiziert man die von der Amplitude und Frequenz der Relativbewegung abhängigen Ersatzsystemparameter der Fügstellen: $i = x, z$

$$\begin{aligned} - \text{Federzahlen} \quad c_i(V, \omega) &= \frac{a_1}{V} = \frac{1}{\pi V} \int_0^{2\pi} T_i(V \cos \theta, -V \omega \sin \theta) \cos \theta \, d\theta, \\ - \text{Dämpferzahlen} \quad d_i(V, \omega) &= -\frac{b_1}{V \omega} = -\frac{1}{\pi V \omega} \int_0^{2\pi} T_i(V \cos \theta, -V \omega \sin \theta) \sin \theta \, d\theta. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Zu diesen Parametern führt auch das Galerkin-Verfahren, wenn der Defekt

$$D[v_N(t)] = T_i(v_N, \dot{v}_N) - (c_i v_N + d_i \dot{v}_N) \quad (2.8)$$

mit den Koordinatenfunktionen $\psi_1 = \cos \omega t$, $\psi_2 = \sin \omega t$ des zweiparametrischen Näherungsansatzes (2.5)

$$v_N(t) = A\psi_1(t) + B\psi_2(t) \quad (2.9)$$

orthogonal gemacht wird:

$$\int_0^{2\pi/\omega} D[v_N(t)] \psi_k(t) dt = 0, \quad k = 1, 2. \quad (2.10)$$

2.2 Fügestelle mit Coulombscher Reibung

Eine Fügestelle mit Coulombscher Reibung, etwa zur Approximation einer fallenden Kennlinie trockener Reibung (vgl. Bild 4) [9], wird als Beispiel zur Verdeutlichung der Vorgehensweise behandelt.

Die Kontaktflächen haften ($\dot{v} = 0$) solange die Reaktionskraft T_i dem Betrage nach kleiner als eine Gleitkraft T_G ist, ansonsten tritt Relativbewegung mit der Gleitkraft gemäß

$$T_i(\dot{v}) = T_G \operatorname{sgn} \dot{v}, \quad \dot{v} \neq 0 \quad (2.11)$$

auf. Die Auswertung von (2.7) mit (2.11) führt auf die Dämpferzahl

$$d_i(\omega, V) = \frac{4T_G}{\pi\omega V}, \quad (2.12)$$

die Federzahl verschwindet.

Die energetische Balance dieser Linearisierung zeigt in Bild 5 die Gleichheit der Hystereseflächen infolge der nichtlinearen Reaktionskraft (2.11) und der linearisierten (2.6) mit (2.12):

$$\int_0^{2\pi/\omega} T_i(\dot{v}) \dot{v} dt = \int_0^{2\pi/\omega} (d_i \dot{v}) \dot{v} dt. \quad (2.13)$$

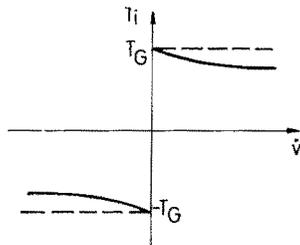


Bild 4. Kennlinie trockener Reibung

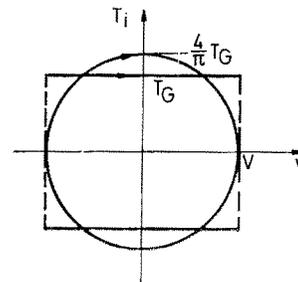


Bild 5. Hysterese der nichtlinearen und der linearisierten Reaktionskraft

3 Dämmung und Dämpfung von Biegewellen

Zur Berechnung des Dämmungs- und Dämpfungsverhaltens der in Bild 2 dargestellten Balkenstruktur, die eine Biegewellenanregung (2.4) erfährt, werden die Ersatzsystemparameter (2.7) der Fügestelle herangezogen.

Die Bewegungsgleichungen der Euler-Bernoulli Balken lauten

$$E_j I_j w^{IV} + \mu_j \ddot{w}(x, t) = 0, \quad j = 1 \text{ für } x < 0, \quad j = 2 \text{ für } x > 0. \quad (3.1)$$

Dabei bedeuten $(\cdot)' := \frac{\partial}{\partial x}(\cdot)$; $(\cdot)'' := \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\cdot)$. Die Biegewellenerregung des Balkens 1 wird

$$w_E(x, t) = W \exp[i(-k_1 x + \omega t)] = \bar{W}_E(x) \exp(i\omega t), \quad x < 0 \quad (3.2)$$

geschrieben. Zur Schreibvereinfachung werden im folgenden die harmonischen Zeitabhängigkeit $\exp(i\omega t)$ und zuweilen die Argumente weggelassen. Das Symbol $(-)$ kennzeichnet eine

komplexe Zahl. Der Realteil (2.4) von (3.2) ist physikalisch relevant. An der Fügstelle ($x = 0$) wird die Welle

$$\bar{W}_R(x) = \bar{R}_F W \exp(i k_1 x) + \bar{R}_N W \exp(k_1 x), \quad x < 0 \quad (3.3)$$

reflektiert. Ihr Fernfeld enthält den komplexen Reflexionsfaktor \bar{R}_F und das praktisch innerhalb einer halben Wellenlänge abklingende quasistationäre Nahfeld den komplexen Faktor \bar{R}_N .

In den Balken 2 wird die Welle

$$\bar{W}_T(x) = \bar{T}_F W \exp(-i k_2 x) + \bar{T}_N W \exp(-k_2 x), \quad x > 0 \quad (3.4)$$

transmittiert. Sie enthält den Transmissionsfaktor \bar{T}_F des Fernfeldes und den Faktor \bar{T}_N des Nahfeldes. Die Wellen (3.2, 3.3, 3.4) erfüllen (3.1), wenn die (Kreis-)Wellenzahlen k_j den Frequenzgleichungen

$$E_j I_j k_j^4 = \mu_j \omega^2, \quad j = 1 \text{ für } x < 0, \quad j = 2 \text{ für } x > 0 \quad (3.5)$$

genügen. Die Vernachlässigung der Scherverformung und Drehträchtigkeit in (3.1) ist zulässig, solange die Wellenlängen groß gegenüber den Querabmessungen der Stäbe sind [8].

Die Faktoren der Reflexion, Transmission und der Nahfeldbeschreibung folgen aus den Übergangsbedingungen an der Fügstelle. Die Neigungswinkel der Kontaktflächen sind gleich, da keine Klaffungen zugelassen sind:

$$\bar{W}_E^|(0^-) + \bar{W}_R^|(0^-) = \bar{W}_T^|(0^+). \quad (3.6)$$

Querkraft- und Momentengleichgewicht an der Fügstelle fordern (vgl. Bild 2):

$$\bar{Q}_1(0^-) = \bar{Q}_2(0^+), \quad -E_1 I_1 [\bar{W}_E^{||}(0^-) + \bar{W}_R^{||}(0^-)] = -E_2 I_2 \bar{W}_T^{||}(0^+), \quad (3.7)$$

$$\bar{M}_1(0^-) = \bar{M}_2(0^+), \quad -E_1 I_1 [\bar{W}_E^{||}(0^-) + \bar{W}_R^{||}(0^-)] = -E_2 I_2 \bar{W}_T^{||}(0^+). \quad (3.8)$$

Beschreibt man die Reaktionskraft (2.6) des Fügstellenersatzmodells bei harmonischer Zeitabhängigkeit (2.5) mit einer komplexen Steifigkeit

$$\bar{c}_z(\omega, V) = c_z(\omega, V) + i \omega d_z(\omega, V), \quad (3.9)$$

so führt das Gleichgewicht der Querkraft $\bar{Q}_2(0^+)$ mit der Reaktionskraft auf

$$-E_2 I_2 \bar{W}_T^{||}(0^+) = \bar{c}_z(\omega, V) \bar{V}. \quad (3.10)$$

Die Amplitude der Relativverschiebung \bar{V} lautet als Differenz der Randverschiebungen mit (2.3)

$$\bar{V} = \bar{W}_2 - \bar{W}_1 = \bar{W}_T(0^+) - [\bar{W}_E(0^-) + \bar{W}_R(0^-)]. \quad (3.11)$$

Die Gln. (3.6, 3.7, 3.8, 3.10) führen mit (3.2, 3.3, 3.4, 3.9, 3.11) auf ein komplexes Gleichungssystem zur Bestimmung der Reflexions-, Transmissions- und Nahfeldfaktoren, die jedoch wegen (3.9) vom zunächst unbekanntem Amplitudengang $V(\omega)$ der Relativbewegung abhängen:

$$\begin{aligned} i \bar{R}_F + \bar{R}_N + i \beta \bar{T}_F + \beta \bar{T}_N &= i, \\ -\bar{R}_F + \bar{R}_N + \gamma \bar{T}_F - \gamma \bar{T}_N &= 1, \\ -i \bar{R}_F + \bar{R}_N - i \beta \gamma \bar{T}_F + \beta \gamma \bar{T}_N &= -i, \\ \bar{R}_F + \bar{R}_N - (1 + i \bar{\alpha}) \bar{T}_F + (\bar{\alpha} - 1) \bar{T}_N &= -1. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Als Balkenparameter treten in (3.12) das Wellenlängenverhältnis

$$\beta = \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (3.13)$$

und der Quotient

$$\gamma = \frac{k_2^3 E_2 I_2}{k_1^3 E_1 I_1} \quad (3.14)$$

auf, die wegen (3.5) durch die Biegesteifigkeiten und Massenbelegungen bestimmt sind:

$$\beta = \left(\frac{E_1 I_1 \mu_2}{E_2 I_2 \mu_1} \right)^{1/4}, \quad \gamma = \left(\frac{E_2 I_2 \mu_2}{E_1 I_1 \mu_1} \right)^{1/2}. \quad (3.15)$$

Der frequenz- und amplitudenabhängige Parameter $\bar{\alpha}$ bezieht über die komplexe Steifigkeit (3.9) das Fügestellensatzmodell ein. Er lautet mit (3.5)

$$\bar{\alpha}(\omega, V) = \frac{E_2 I_2 \mu_2^2}{\bar{c}_z(\omega, V)} = \frac{(E_2 I_2 \mu_2^3)^{1/4} \omega^{3/2}}{\bar{c}_z(\omega, V)}. \quad (3.16)$$

Lösungen von (3.12) sind der Reflexionsfaktor

$$\bar{R}_F = \frac{2\gamma(1 - \beta^2) + (\beta - \gamma) \bar{\alpha} - i[\beta(1 - \gamma^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha}]}{\beta(1 + \gamma)^2 + 2\gamma(1 + \beta^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha} + i(\beta + \gamma) \bar{\alpha}}, \quad (3.17)$$

der Transmissionsfaktor

$$\bar{T}_F = \frac{2[(1 + \beta)(1 + \gamma) - \bar{\alpha}]}{\beta(1 + \gamma)^2 + 2\gamma(1 + \beta^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha} + i(\beta + \gamma) \bar{\alpha}}, \quad (3.18)$$

der Faktor des reflektierten Nahfeldes

$$\bar{R}_N = \frac{\beta[1 - \gamma^2 - i(1 - \gamma^2 - 2\bar{\alpha})]}{\beta(1 + \gamma)^2 + 2\gamma(1 + \beta^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha} + i(\beta + \gamma) \bar{\alpha}} \quad (3.19)$$

und der Faktor des transmittierten Nahfeldes

$$\bar{T}_N = \frac{2(\gamma - 1) - i2[\beta(1 - \gamma) + \bar{\alpha}]}{\beta(1 + \gamma)^2 + 2\gamma(1 + \beta^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha} + i(\beta + \gamma) \bar{\alpha}}. \quad (3.20)$$

Der Spezialfall $\bar{\alpha} \rightarrow 0$ einer starren Fügestelle beschreibt in (3.17–3.20) das Dämmproblem fest verbundener Stäbe [8]. Das konservative Dämmproblem einer bezüglich der Relativverschiebung elastischen Zwischenschicht der Federzahl c_z erfüllt als Spezialfall von (3.17 bis 3.20) mit (3.16) $\bar{\alpha}(\omega, V) \rightarrow \alpha(\omega)$ die Bilanz der Leistungsflüsse (vgl. Abschnitt 4):

$$|\bar{R}_F|^2 + \beta\gamma |\bar{T}_F|^2 = 1; \quad (3.21)$$

die Leistungsflüsse von reflektierter plus transmittierter Welle sind gleich dem Leistungsfluß der einlaufenden Welle.

Das vorliegende nichtkonservative Problem erfordert wegen $\bar{\alpha}(\omega, V)$, vgl. (3.16), die Kenntnis des Amplitudenganges $V(\omega)$ der Relativverschiebung infolge der BiegeWellenerregung (3.2). Der Frequenzgang der Relativverschiebung folgt aus (3.11) mit (3.2, 3.3, 3.4):

$$\frac{\bar{V}}{\bar{W}} = \bar{T}_F + \bar{T}_N - (1 + \bar{R}_F + \bar{R}_N). \quad (3.22)$$

Die Lösungen (3.17–3.20) überführen (3.22) in die komplexe Bestimmungsgleichung für

$$\bar{V}(\omega) = V(\omega) \exp [i\phi(\omega)]; \quad (3.23)$$

$$\frac{V}{\bar{W}} \exp (i\phi) = \frac{2[(\gamma - 1) \bar{\alpha}(\omega, V) - i(1 + \gamma + 2\beta) \bar{\alpha}(\omega, V)]}{\beta(1 + \gamma)^2 + 2\gamma(1 + \beta^2) - (\beta + \gamma) \bar{\alpha}(\omega, V) + i(\beta + \gamma) \bar{\alpha}(\omega, V)}. \quad (3.24)$$

Bei Zugrundelegung gemessenen Fügestellenverhaltens in $\bar{\alpha}(\omega, V)$ gemäß (3.16, 3.9, 2.7) ist (3.24) eine nichtlinear komplexe Gleichung, die nach Vorgabe der Kreisfrequenz ω und Amplitude W der erregenden BiegeWelle eine vorwiegend numerische Bestimmung des Amplitudenganges $V(\omega)$ und des Phasenganges $\phi(\omega)$ erfordert. Die vollständige Lösung des Problems ergibt sich durch anschließendes Einfügen von $\bar{\alpha}(\omega, V)$ in (3.17–3.20).

4 Reflektierter, transmittierter und dissipierter Leistungsfluß

Über die Aussagen zur Wellenausbreitung hinaus interessiert der Leistungsfluß in der Balkenstruktur mit einer Fügefläche. Der über eine Periode $2\pi/\omega$ zeitlich gemittelte Leistungsfluß $\langle P \rangle$ der erregenden BiegeWelle (3.2) im Balken 1 lautet

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\bar{Q}_1 \dot{\bar{W}}_E + \bar{M}_1 \dot{\bar{W}}_E \right] = \mu_1 c_{B1}(\omega W)^2 \quad (4.1)$$

mit der Phasengeschwindigkeit der BiegeWelle

$$c_{B1} = \frac{\omega}{k_1} = \left(\frac{E_1 I_1}{\mu_1} \right)^{1/4} \omega^{1/2}. \quad (4.2)$$

Überdies ist der Leistungsfluß einer BiegeWelle orts- und zeitunabhängig konstant $P(x, t) \equiv \langle P \rangle$. In (4.1) bedeuten $\text{Re}(\cdot)$ Realteil und $(\bar{\cdot})$ konjugiert komplexe Zahl. Der Reflexionsgrad r bezieht den von der Fügstelle reflektierten Leistungsfluß $\langle P_R \rangle$ auf den auftreffenden $\langle P \rangle$

$$r = \frac{\langle P_R \rangle}{\langle P \rangle} = |\bar{R}_F|^2; \quad (4.3)$$

mit (3.3) ergibt sich das Betragsquadrat des Reflexionsfaktors.

Der Transmissionsgrad τ als Quotient von transmittiertem (Balken 2) und auftreffendem Leistungsfluß (Balken 1) lautet mit dem Transmissionsfaktor aus (3.4)

$$\tau = \frac{\langle P_T \rangle}{\langle P \rangle} = \frac{\mu_2 c_{B2}}{\mu_1 c_{B1}} |\bar{T}_F|^2 = \beta \gamma |\bar{T}_F|^2. \quad (4.4)$$

Der Dissipationsgrad δ bezieht den in der Fügstelle dissipierten auf den auftreffenden Leistungsfluß

$$\delta = \frac{\langle P \rangle - \langle P_R \rangle - \langle P_T \rangle}{\langle P \rangle} = 1 - r - \tau. \quad (4.5)$$

5 Wellenausbreitung und Leistungsfluß über Fügstellen mit Coulombscher Reibung bei verschwindender und vorhandener Rückstellkraft

Als erstes Anwendungsbeispiel des vorgestellten Verfahrens wird eine spezielle Fügstelle mit Coulombscher Reibung (vgl. Abschn. 2.2) bei verschwindender Rückstellkraft behandelt. Um das Dämmungs- und Dämpfungsverhalten allein infolge des Fügeflächeneinflusses zu beschreiben, wird mit dem Spezialfall $\beta = \gamma = 1$ von (3.15) die Dämmwirkung infolge eines Impedanzsprunges der Balken ausgeschlossen.

Die getroffenen Annahmen vereinfachen (3.24) zu

$$\frac{V}{W} \exp(i\phi) = - \frac{i4\bar{\alpha}(\omega, V)}{4 - \bar{\alpha}(\omega, V) + i\bar{\alpha}(\omega, V)}, \quad (5.1)$$

wobei $\bar{\alpha}(\omega, V)$ mit (3.16, 2.12, 3.9) in

$$\bar{\alpha}(\omega, V) = -i\Omega \left(\frac{V}{W} \right) \quad (5.2)$$

übergeht. Hierbei enthält der Frequenzparameter

$$\Omega = \frac{Z_2 \omega W}{\frac{4}{\pi} T_G} \quad (5.3)$$

die frequenzabhängige Balkenimpedanz

$$Z_2 = \frac{\bar{Q}_2}{\bar{W}_2} = (E_2 I_2 \mu_2^3 \omega^2)^{1/4}, \quad (5.4)$$

die Schnelleamplitude (ωW) der erregenden BiegeWelle und die äquivalente Gleitkraft $4T_G/\pi$. Die analytische Lösung von (5.1) mit (5.2) führt auf den Amplitudengang der Relativverschiebung in der Fügstelle

$$\frac{V}{W} = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \frac{2}{\Omega} (\sqrt{2\Omega^2 - 1} - 1), & \Omega \geq 1 \end{cases} \quad (5.5)$$

und zum Phasengang

$$\tan \phi = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \frac{1 - \sqrt{2\Omega^2 - 1}}{1 + \sqrt{2\Omega^2 - 1}}, & \Omega \geq 1. \end{cases} \quad (5.6)$$

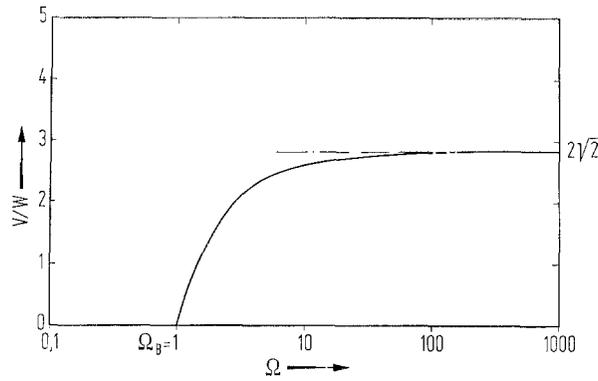


Bild 6. Amplitudengang der Relativverschiebung in der Fügestelle

Der in Bild 6 dargestellte Amplitudengang zeigt, daß unterhalb eines Losbrechfrequenzparameters $\Omega_B = 1$ die Relativverschiebung verschwindet, da mit (5.3) die Reaktionskraft in der Kontaktfläche kleiner als die äquivalente Gleitkraft ist:

$$Z_2 \omega W < \frac{4}{\pi} T_G ; \quad (5.7)$$

mit $\Omega \geq 1$ tritt Relativbewegung auf, deren Amplitude sich asymmetrisch $2\sqrt{2}W$ nähert.

Um den Leistungsfluß zu berechnen, werden der Reflexionsfaktor (3.17) und der Transmissionsfaktor (3.18) für den Spezialfall $\beta = \gamma = 1$ vereinfacht und (5.2) mit dem Amplitudengang (5.5) eingesetzt. Damit ergeben sich der Reflexionsgrad (4.3)

$$r = |\bar{R}_F|^2 = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \left(\frac{\sqrt{2\Omega^2 - 1} - 1}{2\Omega} \right)^2, & \Omega \geq 1, \end{cases} \quad (5.8)$$

der Transmissionsgrad (4.4)

$$\tau = |\bar{T}_F|^2 = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \left(\frac{\sqrt{2\Omega^2 - 1} - 1}{2\Omega} \right)^2 + \frac{1}{\Omega^2}, & \Omega \geq 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

und der Dissipationsgrad (4.5)

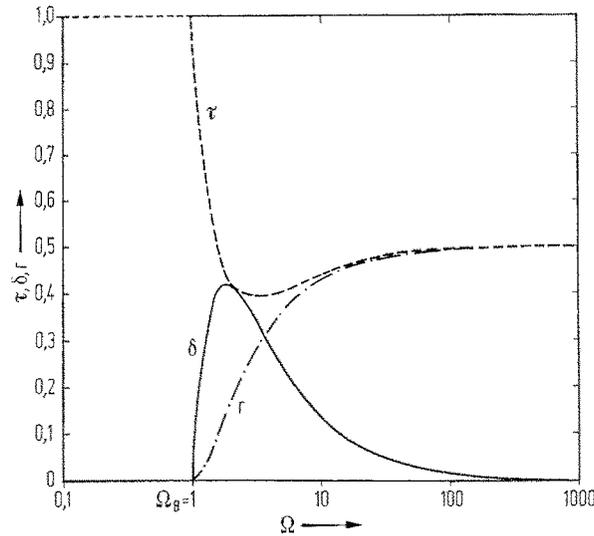
$$\delta = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \frac{\sqrt{2\Omega^2 - 1} - 1}{\Omega^2}, & \Omega \geq 1, \end{cases} \quad (5.10)$$

der bei $\Omega = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ sein Maximum annimmt. In Bild 7 sind der Reflexionsgrad, der Transmissionsgrad und der Dissipationsgrad in Abhängigkeit des Frequenzparameters dargestellt.

Da im Intervall $\Omega < \Omega_B$ keine Relativbewegung in der Fügestelle auftritt, verschwindet die Dissipation ($\delta = 0$). Die gesamte Erregerleistung wird ohne Reflexion ($r = 0$) transmittiert ($\tau = 1$) weil kein Impedanzsprung der Balken vorliegt. Oberhalb der Losbrechfrequenz Ω_B tritt Relativbewegung mit der äquivalenten Gleitkraft $4T_G/\pi$ auf. Diese bedingt Energie-dissipation, Wellen werden reflektiert und entsprechend sinkt die transmittierte Leistung.

Nach dem Überschreiten des Dissipationsmaximums bei $\Omega = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ strebt die dissipierte Leistung relativ zur auftreffenden asymptotisch ($\Omega \rightarrow \infty$) gegen Null. Eine Aufspaltung des Leistungsflusses bewirkt die Transmission ($\tau \rightarrow 1/2$) der Leistung infolge von Biegemoment und Winkelgeschwindigkeit, dies ist die Hälfte der auftreffenden Leistung, während der Rest an der Fügestelle reflektiert wird ($r \rightarrow 1/2$).

Bei der Lösung vieler praktischer Probleme, wie bei der Modellbildung der in Bild 1 dargestellten Klemmverbindung eines Schabottehammers, verschwindet die Federzahl der Ersatzmodelle in den Bildern 2 und 3 nicht. Abschließend wird daher eine Fügestelle behandelt, deren Ersatzmodell aus der Parallelschaltung einer Feder mit der Federzahl c_z und der Dämpferzahl (2.12) der linearisierten Coulombschen Reibung besteht. Mit der Parametrierung der

Bild 7. Transmissionsgrad τ , Dissipationsgrad δ und Reflexionsgrad γ

Federzahl c_z als ε -faches der fiktiven Federzahl $4T_G/\pi W$ gemäß

$$c_z = \varepsilon \frac{4T_G}{\pi W} \quad (5.11)$$

führt (3.16)

$$\bar{x}(\omega, V) = -\frac{\Omega}{\varepsilon + i \frac{W}{V}} \quad (5.12)$$

mit (5.1) zum Amplitudengang der Relativbewegung in der Fügstelle

$$\frac{V}{W} = \begin{cases} 0, & \Omega < 1, \\ \frac{4 \left(\sqrt{1 - \left[1 + \left(\frac{4\varepsilon}{\Omega} - 1 \right)^2 \right] (1 - \Omega^2)} - 1 \right)}{\Omega \left[1 + \left(\frac{4\varepsilon}{\Omega} - 1 \right)^2 \right]}, & \Omega \geq 1. \end{cases} \quad (5.13)$$

Im Grenzübergang verschwindender Federzahl ($\varepsilon \rightarrow 0$) geht (5.13) in (5.5) über.

Analog zur Fügstelle Coulombscher Reibung ergeben sich die Faktoren der Reflexion, Transmission und Dissipation (4.3, 4.4, 4.5) durch Einsetzen von (5.12, 5.13).

6 Schlußbemerkungen

Das vorgestellte Verfahren erlaubt eine einfache Ersatzmodellbildung von Fügstellen auf der Basis des gemessenen isolierten Übertragungsverhaltens. Die Kopplung mit den Ersatzmodellen der gefügten Bauteile ermöglicht den Schritt zu einer Strukturdynamik, die das nichtlineare Fügstellenverhalten berücksichtigt.

Zur Beurteilung der Genauigkeit des Verfahrens auf der Grundlage einer harmonischen Linearisierung hat der Verfasser am Beispiel der Dämmung und Dämpfung von Longitudinal- und Transversalwellen an Fügstellen mit Coulombscher Reibung einen Vergleich mit der strengen Lösung vorgenommen [3, 4]. Die für praktische Belange befriedigende Übereinstimmung kennzeichnet ein Tiefpaßverhalten dieser Systeme und rechtfertigt so die Beschränkung auf den Grundschwingungsansatz bei der Methode der harmonischen Balance oder dem Galerkin-Verfahren.

Literatur

1. Ottl, D.: Untersuchungen zur Schwingungsdämpfung durch Hysterese in Schraub- und Nietverbindungen. VDI-Ber. 320 (1978) 249—255
2. Andresen, K.; Ottl, D.; Ritter, R.: Zur Hysterese einer auf Zug beanspruchten Schraubverbindung. Forsch. Ingenieurwes. 43 (1977) 69—74
3. Gaul, L.: Beschreibung des Dämmungs- und Dämpfungsverhaltens an Kontaktflächen. Jahresber. Sonderforschungsber. 121 der Univ. Hannover (1979) 67—78
4. Gaul, L.: Zum Körperschalltransport in dissipativen Wellenleitern. Berichtsb. zum Kolloquium des Forschungsschwerpunktes Geräuschestehung — Geräuschkämpfung und des SFB 121, Univ. Hannover (1980) 108—112
5. Goodman, L. E.: A review of progress in analysis of interfacial slip damping (Ed. by J. E. Ruzicka). Oxford: Pergamon Press 1960
6. Maidanik, G.: Energy dissipation associated with gas-pumping in structural joints. J. Acoust. Soc. Am. 40, No. 5 (1966) 1064
7. Krylov, N.; Bogoljubov, N.: Introduction to Nonlinear Mechanics. Princeton: Princeton University Press, 1947
8. Cremer, L.; Heckl, M.: Körperschall. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1967
9. Karius, D.: Experimentelle und theoretische Ermittlung von Reibungskräften bei periodischen Schwingungen. Z. Angew. Math. Mech. 60 (1980) 58—62

Eingegangen am 10. Oktober 1980

Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. L. Gaul
Institut für Mechanik
Universität Hannover
Appelstraße 11
D-3000 Hannover
Bundesrepublik Deutschland