



Doyen de l'Université de Caen

1 Poincaré au doyen de l'Université de Caen

Caen, 8 août 1881¹

Monsieur le Doyen,

J'ai l'honneur de vous envoyer la notice que vous m'avez demandée. Depuis deux ans, mes travaux ont porté sur trois points différents ; sur la théorie générale des fonctions, sur les équations différentielles et sur la théorie des nombres. J'ai continué pendant la dernière année scolaire, mes recherches sur ces trois parties des Mathématiques.

Théorie générale des Fonctions

J'ai envoyé dernièrement à la société des sciences de Helsingfors (Finland) un travail qui doit paraître incessamment et où je donne de nouveaux exemples de ces fonctions à espaces lacunaires, découvertes par M.M. Weierstrass et Hermite². J'ai aussi démontré un théorème relatif aux fonctions uniformes et donné la façon de construire une fonction uniforme présentant un groupe donné. (Académie des sciences, 6 juin 1881)³

Je rattacherai à ces travaux une note relative aux fonctions abéliennes (Académie des sciences 18 avril 1881) où après avoir donné une façon de calculer le nombre de fonctions Θ satisfaisant à certaines conditions, j'indique l'explication de diverses anomalies apparentes⁴.

Équations différentielles

Dans mes recherches antérieures sur ce sujet, j'avais surtout cherché à compléter les résultats de Cauchy, de M. M. Briot et Bouquet, de M^{me} de Kowalewski, sur quelques points que ces géomètres avaient laissés de côté. Mais il me semblait que ce mode d'intégration n'était pas tout à fait satisfaisant, parce que les séries ob-

-
1. Ce document n'est pas de la main de Poincaré.
 2. [Poincaré, 1883d].
 3. [Poincaré, 1881t].
 4. [Poincaré, 1881d].

tenues par cette méthode ne sont convergentes que dans une étendue limitée, et qu'il y avait lieu de chercher un nouvel algorithme de calcul jouant par rapport aux équations différentielles le même rôle que les fonctions elliptiques et abéliennes par rapport aux différentielles algébriques.

Mes premières recherches dans ce sens sont réunies dans un mémoire que j'ai présenté au dernier concours pour le Grand Prix des Sciences Mathématiques et auquel l'Académie a bien voulu accorder une mention très honorable⁵. Dans ce travail, après avoir donné quelques applications nouvelles de la méthode qui a servi à intégrer l'équation de Bessel et montré comment on peut l'utiliser pour l'étude des intégrales irrégulières des équations linéaires, j'aborde un sujet tout différent et définis et étudie de nouvelles transcendentes que j'appelle fonctions fuchsienues.

Depuis j'ai poursuivi l'étude de ces fonctions dans diverses notes et mémoires. (Académie des sciences, 14 et 21 février⁶, 4 et 18 avril⁷, 23 et 30 mai⁸, 27 juin⁹, 11 et 18 juillet¹⁰, 8 août 1881¹¹) et je suis arrivé à démontrer :

1° qu'il existe des fonctions uniformes inaltérées par certains groupes de substitutions linéaires. (14 et 21 février)¹²

2° que ces groupes sont aisés à former à l'aide de règles très simples. (14 févr., 27 juin, 11 juillet)¹³

3° que ces fonctions sont analogues aux fonctions elliptiques et qu'il existe des fonctions définies par de nombreux développements en série et jouant le même rôle que les transcendentes Θ et Z .

4° que ces fonctions permettent de résoudre d'une infinité de manières, toutes les équations linéaires à coefficients algébriques. (23 et 30 mai, 27 juin, 8 août)¹⁴

5° que ces fonctions permettent d'exprimer par des fonctions uniformes d'un paramètre les coordonnées d'une courbe algébrique quelconque et de calculer les intégrales abéliennes de 1^{re} espèce. (4 avril, 8 août)¹⁵

6° que les constantes qui entrent dans ces fonctions et qui jouent le même rôle que le module dans les fonctions elliptiques peuvent s'exprimer par des fonctions uniformes de certains paramètres, analogues aux fonctions modulaires. (18 juillet)¹⁶

J'ai entrevu ainsi qu'on pourrait intégrer les équations linéaires à l'aide de fonctions uniformes de plusieurs variables, mais je n'ai poussé cette recherche jusqu'au bout que dans le cadre des fonctions abéliennes (11 avril Académie des sciences)¹⁷.

5. Voir la correspondance de Poincaré avec Bertrand (p. 87) et Halphen (p. 345).

6. [Poincaré, 1881e,f].

7. [Poincaré, 1881s,g].

8. [Poincaré, 1881h,i].

9. [Poincaré, 1881j].

10. [Poincaré, 1881n,r].

11. [Poincaré, 1881l].

12. [Poincaré, 1881e,f].

13. [Poincaré, 1881e,j,n].

14. [Poincaré, 1881h,i,j,l].

15. [Poincaré, 1881s,l].

16. [Poincaré, 1881r].

17. [Poincaré, 1881q].

Théorie des Nombres

Dans le 47^e cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, j'ai donné un mode de représentation géométrique des formes binaires quadratiques indéfinies, un mode nouveau de réduction de ces formes, et divers théorèmes sur les idéaux qui en dérivent¹⁸.

Dans un mémoire antérieur, j'avais appliqué la méthode de M. Hermite aux formes cubiques ternaires¹⁹ ; dans un travail que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences en décembre 1880, j'ai repris en détail un cas particulier, celui où la forme cubique se décompose en deux facteurs, l'un linéaire et l'autre quadratique²⁰.

Après le problème de l'équivalence des formes, j'abordai celui de la représentation des nombres par des formes et je résolus ce problème dans le cas des formes binaires et des formes décomposables en facteurs linéaires (Académie des Sciences 28 mars 1881)²¹.

Cependant dans mes recherches sur la théorie des nombres, j'ai trouvé l'occasion d'appliquer les résultats que j'avais obtenus dans l'étude des équations différentielles.

J'ai rattaché aux fonctions fuchsienues la notion d'invariant arithmétique que j'avais imaginée en 1879²² et la théorie des transformations semblables des formes quadratiques ternaires. Ces recherches ont fait l'objet de deux notes que j'ai communiquées au Congrès d'Alger de l'Association Française pour l'avancement des sciences et qui sont intitulées la première,

Sur les invariants arithmétiques²³,

la seconde,

Sur l'application de la géométrie non-euclidienne à la théorie des formes quadratiques²⁴.

Veillez agréer, M. le Doyen etc.

Signé : Poincaré

18. [Poincaré, 1880d].

19. [Poincaré, 1880c].

20. [Poincaré, 1880a]. Poincaré se trompe légèrement de date, cette note est parue dans le compte rendu de la séance du 22 novembre 1880.

21. [Poincaré, 1881p].

22. [Poincaré, 1879a].

23. [Poincaré, 1881o].

24. [Poincaré, 1881b].