

## La matematica in difesa dell'ambiente

GERMANA PEGGION

Lo sviluppo di un modello della circolazione dell'oceano è una procedura che richiede e unisce conoscenze fisiche, matematiche e informatiche, sfruttando le nuove tecnologie per accesso, analisi e distribuzione dei dati. Tuttavia, per certi aspetti, è necessario anche un tocco di temperamento artistico e di immaginazione perché, pur con la loro logica e rigide regole, i modelli sono *interpretazione*, piuttosto che rappresentazione fedele della natura.

Il punto di partenza di un modello per la circolazione marina è costituito dalle equazioni di Navier-Stokes (NS). Nella nostra similitudine tra scienza ed arte, le equazioni sono equivalenti alla scatola dei colori che possono essere utilizzati da ogni pittore. Ovvero, le equazioni di NS, nella loro formulazione più completa, sono valide per ogni fluido, dall'acqua (oceanografia), all'aria (meteorologia), dal magma (geofisica) all'universo (astrofisica).

Come lo stile distingue l'artista, le proprietà fisiche del fluido definiscono le caratteristiche del movimento. Se l'artista sceglie dalla scatola i colori per la tavolozza, il modellista prepara un sottoinsieme di equazioni specifico per un dato ambiente e/o un dato problema. Nel caso dei modelli di circolazione marina, le ipotesi e le approssimazioni più comuni sono:

- L'acqua è un fluido incompressibile (ipotesi valida tranne che per i problemi di propagazione acustica).
- Poiché la profondità dell'oceano (dell'ordine di 5000 m) è piccola se paragonata al raggio terrestre (dell'ordine di 6000 chilometri), è possibile assumere che le colonne d'acqua siano parallele (e non convergenti al centro della Terra).
- L'approssimazione di Boussinesq: le variazioni di densità incidono sulla massa, ma non sul peso.
- Equilibrio idrostatico: la differenza di pressione fra due punti sulla stessa colonna d'acqua è uguale al peso come se il liquido fosse in stato di riposo.

In generale, la formulazione matematica contiene 5 equazioni prognostiche (le 2 componenti orizzontali della velocità,  $u$  e  $v$ ; l'altezza della superficie del mare,  $h$ ; temperatura,  $T$  e salinità,  $S$ ). Si ricava così un sistema di equazioni alle derivate parziali che è una combinazione di equazioni di tipo parabolico (equazione di calore), iperbolico (equazione delle onde) e, con ulteriori ipotesi fisiche e/o metodi numerici specifici, di tipo ellittico (teoria del potenziale). I fenomeni di turbolenza e le caratteristiche di moto che avvengono ad una scala più piccola della risoluzione della griglia numerica, sono molto spesso parametrizzati da schemi tensoriali del secondo ordine. Questo comporta l'introduzione di due variabi-

li prognostiche supplementari. Le forze esterne sono rappresentate dall'energia proveniente dai venti e dal trasferimento di calore e dall'evaporazione in superficie, ottenuti generalmente dai modelli meteorologici.

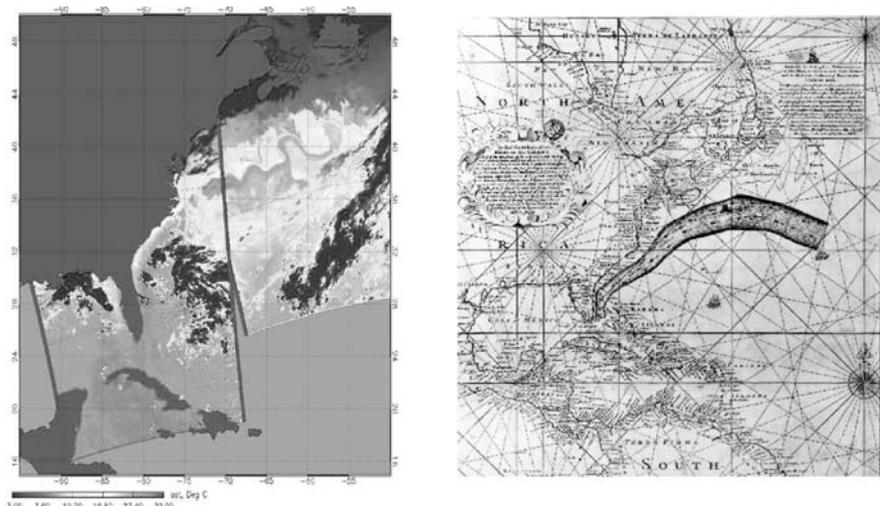
## L'artista nel modellista

Pur nella loro semplificata formulazione oceanografica, le equazioni di NS (alle quali generalmente ci si riferisce come ad equazioni primitive) restano complicate e non risolubili analiticamente. Ogni termine rappresenta una forza o un processo fisico, di modo che sono i rapporti fra gli elementi e non i loro valori assoluti che definiscono le principali scale spaziali e temporali del moto. Di conseguenza, è possibile ed auspicabile prima isolare i termini in grado di descrivere il movimento, anche se soltanto approssimativamente, e in seguito reintrodurre i termini trascurati per ottenere una rappresentazione più realistica. Il metodo prevede così lo sviluppo di una gerarchia di modelli a complessità crescente.

## Il soggetto

Sia l'artista ad illustrare la procedura. Il soggetto dei nostri quadri è la Corrente del Golfo (GS). La Figura 1a è un'immagine della GS da satellite che per gli scopi di questo esempio, definiremo una riproduzione fedele (senza interpretazione) dell'oceano.

La GS è un sistema di correnti calde che dal Golfo del Messico arrivano al Mare di Barents, mitigando il clima delle regioni che attraversano. All'inizio la GS scorre parallela alla costa orientale degli Stati Uniti e in prossimità di Cape Hatteras (NC) si muove verso acque profonde. Dopo essersi separata dalla costa, la



**Fig. 1a.** Immagine infrarossa di telerilevamento della GS. **b** La mappa di Franklin-Folger ([http://sam.ucsd.edu/sio210/gifimages/Franklin\\_folger.gif](http://sam.ucsd.edu/sio210/gifimages/Franklin_folger.gif))

GS forma spesso grandi meandri o fluttuazioni del proprio asse. I pescatori hanno sempre saputo dell'esistenza di questa corrente calda (le acque calde sono povere di sostanze nutrienti e quindi a più bassa concentrazione di pesci), ma fu B. Franklin uno dei primi a studiarla e documentarla dettagliatamente, misurando la temperatura dell'oceano in ciascuno dei suoi otto viaggi verso l'Europa. La Figura 1b è la mappa Franklin-Folger stampata nel 1769-70. Con l'uso di questa pianta, le rotte dall'Europa verso l'America potevano ridurre la durata del viaggio evitando la GS, e viceversa, le rotte dall'America all'Europa potevano trarne vantaggio navigando dentro il sistema [1].

### La caricatura

Le caricature sono efficaci quando con pochi tratti esagerano e distorcono le caratteristiche più evidenti del soggetto. Similmente, i modelli devono poter identificare i processi dominanti per capire i meccanismi che regolano il moto. Il modello più semplificato della GS si basa su un equilibrio tra la rotazione terrestre (forze di Coriolis) e la particolare distribuzione dei venti sopra il Nord Atlantico (NA). L'immissione di energia da parte dei venti è dissipata da attrito laterale o nel fondo. I venti generalmente soffiano verso ovest nella parte del sud del NA e verso est alle latitudini più alte. Cristoforo Colombo poté osservare questa distribuzione dei venti mentre risiedeva nelle Isole di Capo Verde e con questa conoscenza attraversò l'oceano alle latitudini più basse approdando in Hispaniola.

Stommel [2] propose un modello in cui il NA è approssimato da un bacino rettangolare piatto e i venti da una distribuzione cosinoidale. Dimostrò così che le variazioni del parametro di Coriolis con la latitudine sono responsabili dell'intensificazione di una corrente sul lato occidentale del bacino. La Figura 2a indica una soluzione lineare del modello e Figura 2b una soluzione derivata un modello alle equazioni primitive. La non-linearità è la maggiore responsabile dei meandri del sistema e della perdita della simmetria nella soluzione.

### Il disegno

La Figura 3a illustra la soluzione di uno dei primi modelli dinamici del NA [3] che comprende linee costiere ed una topografia più realistiche. A causa delle li-

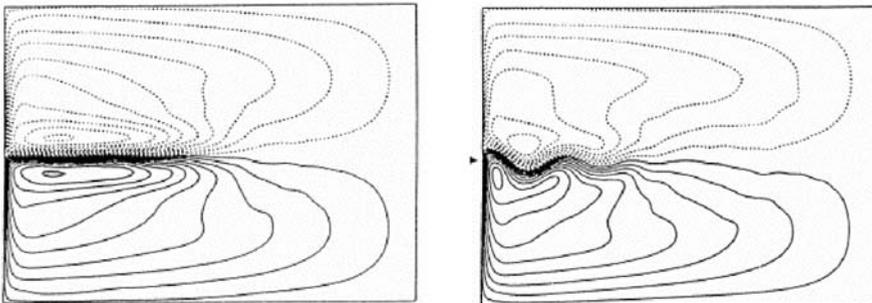


Fig. 2. Funzioni della corrente del problema di Stommel: (a) modello lineare, (b) modello completamente primitivo di equazione [4]

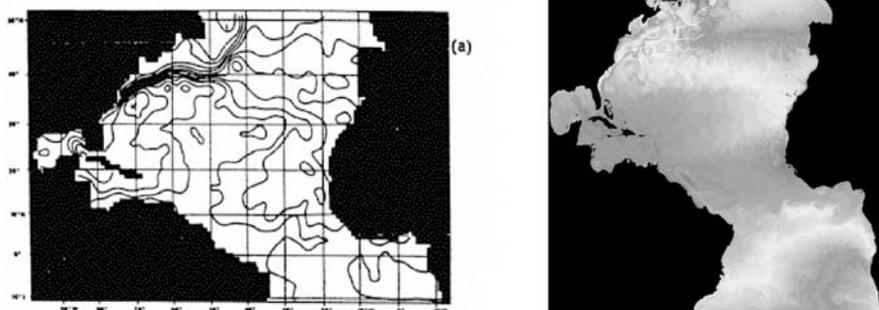


Fig. 3a. La pressione superficiale dal modello Holland e Hirschman. b Da MICOM (da <http://oceanmodeling.rsmas.miami.edu/micom/micom.html>)

mitate risorse di calcolo disponibili a quel tempo, il modello ha una risoluzione orizzontale,  $dx$ , di appena  $1^\circ$  e 14 livelli verticali. A causa del fattore “aliasing” (nessun modello può fornire una rappresentazione dei processi che avvengono ad una scala più piccola di  $2dx$ ), la GS è più estesa ed ha la tendenza a scorrere verso nord senza attraversare l’Atlantico. Nonostante tutto ciò, il modello è in grado di riprodurre le caratteristiche principali della circolazione.

### Il ritratto

Con l’aumento delle risorse di calcolo, è ora possibile sviluppare modelli dinamici basati sulle equazioni primitive ad una risoluzione molto fine della griglia numerica. La Figura 3b è la soluzione da MICOM, un modello di circolazione sviluppato all’Università di Miami. Questa configurazione del NA ha una risoluzione orizzontale di  $1/12^\circ$  e 20 livelli verticali (almeno 1000 volte computazionalmente più accurata del modello di Holand and Hirschman) ed è eseguito con calcolo parallelo [5].

## Applicazioni

Studi ed applicazioni oceanografiche richiedono stime accurate dei campi fisici (velocità, pressione, temperatura e salinità) ottenuta sia mediante osservazioni dirette, sia mediante simulazioni numeriche. Ciò implica una descrizione dello stato attuale (*nowcast*) dai dati disponibili e una previsione (*forecast*) dai modelli che fanno uso di questi dati. Nowcast e forecast sono essenziali per un’ampia categoria di applicazioni quali operazioni militari e marittime, esplorazione e sfruttamento del gas e del petrolio, navigazione e conservazione dell’ambiente.

Tuttavia, esiste una differenza fondamentale nel valutare un sistema di previsione mirato alla ricerca o alle applicazioni operative. Un sistema sviluppato per

la ricerca ha lo scopo di evidenziare la dinamica dominante in una data regione. L'obiettivo è fornire la rappresentazione *più accurata* delle caratteristiche dinamiche per una zona *specifica*. Un sistema di previsione a sostegno di applicazioni operative deve essere velocemente configurabile in ogni area dell'oceano (disastri ecologici ed esercitazioni navali sono le applicazioni più rilevanti). L'obiettivo principale è fornire *delle buone* rappresentazioni *ovunque* ci siano dati disponibili (o, più realisticamente, nonostante la mancanza di dati disponibili). A tale riguardo, lo sviluppo e la valutazione dei due sistemi si basano su valori e principi differenti. Più avanti si descrive brevemente un sistema di previsioni in tempo reale sviluppato presso il Naval Research Laboratory (NRL) a sostegno delle operazioni navali. Il sistema è eseguibile su vari calcolatori e sistemi operativi ed è velocemente trasferibile da un dominio all'altro. L'analisi e la previsione sono solitamente disponibili per una qualsiasi parte del mondo entro sei ore dalla richiesta, rendendo il sistema particolarmente utile nelle situazioni di emergenza. Tra i vari casi, il sistema è stato applicato durante le operazioni di salvataggio e recupero del sommergibile russo Kursk nel Mare Di Barents (agosto 2000) e del peschereccio giapponese Ehime affondato nei pressi di Pearl Harbor (agosto 2001) e attualmente è utilizzato dalle operazioni di recupero dopo il naufragio della Prestige.

### Il naufragio della Prestige

Giovedì 14 novembre 2002, la petroliera Prestige con 20 milioni di tonnellate di greggio si imbatte in violente tempeste, con eccezionali venti forza uragano, al largo delle coste atlantiche spagnole. Una falla si apre nello scafo e la petroliera inizia a perdere il suo carico. Il perdurare del maltempo ostacola gli sforzi di contrastare con barriere fluttuanti la macchia nera che rapidamente si dirige verso le coste della Galizia e successivamente anche verso le coste cantabriche e francesi.

Nel frattempo, con una decisione controversa e forse discutibile, la petroliera, che continua a perdere il suo carico, viene trainata al largo. Il 19 novembre, la Prestige si spezza e affonda a circa 200 km dalla costa e a 3500 m di profondità (Fig. 4a). Si valuta che 1-2 milioni di tonnellate di petrolio siano stati riversati in mare e che dal fondo marino Prestige continui a perdere circa 125 tonnellate di greggio al giorno. A causa dell'alta viscosità e scarsa densità del materiale, i filamenti emergono alla superficie (Fig. 4b). L'onda nera stravolge la bellezza di una costa che si sosteneva quasi esclusivamente sulla pesca e sul turismo, settori economici praticamente distrutti. Il danno ecologico ed ambientale è incalcolabile, con gravi minacce sulle specie animali. L'inquinamento tossico dovuto alle sostanze dissolte e ingerite dalla flora e dalla fauna marina è ancora sconosciuto ed è impossibile valutare quando gli effetti decadranno.

Le operazioni di intervento si svolgono subito su due fronti: la ripulitura delle coste colpite ed il contenimento in alto mare della macchia nera tramite barricamenti e navi aspiranti. Un uso efficace di queste risorse richiede la valutazione e la previsione delle correnti marine, da cui l'esigenza del supporto in tempo reale di modelli di circolazione. Grazie a precedenti contatti e collaborazioni, NRL si offre, su base volontaria, di mettere a disposizione di Puertos Estados

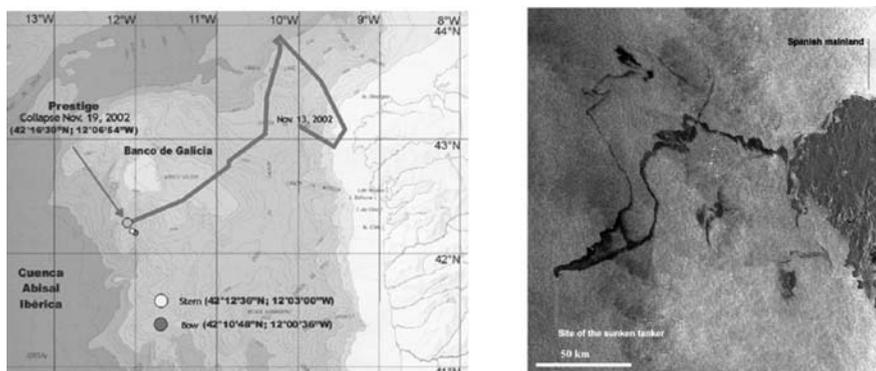


Fig. 4a. La posizione della Prestige. b Un'immagine aerea dell'onda nera nei primi giorni del disastro

(PE), (un'organizzazione molto vicina alla nostra Capitaneria di Porto), dati e previsioni derivati da modelli dinamici sviluppati e mantenuti dal laboratorio in appoggio di operazioni ed applicazioni della flotta Americana.

Il 20 novembre, dopo appena sei ore dalla richiesta, i primi risultati erano già a disposizione di PE e da quel giorno si è stabilito un flusso giornaliero di dati. E fu così che la matematica e le altre scienze si sono messe al servizio della flora e della fauna delle coste spagnole.

## Il sistema di previsione

I dati trasmessi quotidianamente in Spagna provengono da NCOM\_OS [6] un sistema di previsione che si basa su NCOM, un modello dinamico sviluppato da NRL. Per una rapida configurazione, NCOM\_OS fa affidamento su un insieme di dati e prodotti disponibili su scala globale (quali la topografia, i venti, l'analisi dei dati satellitari). Questi prodotti sono generalmente a bassa risoluzione per cui il sistema ha la capacità di sostituirli con dati locali ad alta definizione, se/quando sono disponibili. Per esempio, nel caso delle simulazioni per la Prestige, i venti per la parte orientale del NA sono ottenuti da COAMPS, un sistema di previsione meteorologica ([www.fnmoc.navy.mil/PUBLIC](http://www.fnmoc.navy.mil/PUBLIC)).

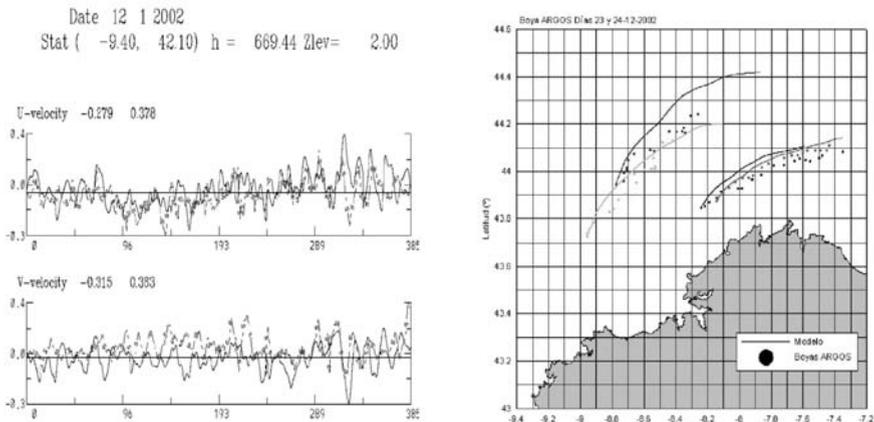
Una soluzione delle equazioni di NS richiede la specificazione dello stato iniziale e delle condizioni al contorno. Nel ciclo di previsioni, NCOM\_OS è ogni giorno inizializzato dal nowcast del giorno precedente e forzato dalle previsioni dei venti. Il forecast è generalmente fornito per 48 ore. Questo intervallo è stato scelto in quanto risulta essere il periodo tipico in cui le previsioni meteorologiche sono più accurate.

Molto più complessa è la definizione delle condizioni al contorno che generalmente includono arbitrarie linee sul mare aperto. È ben noto che i problemi con condizioni al contorno di tipo aperto (OBC) sono mal posti: unicità ed esistenza delle soluzioni sono conosciute soltanto per una ristretta categoria di operatori.

NCOM assume che i fenomeni che si propagano all'interno del dominio siano noti e specificati come forze esterne ed utilizza procedure numeriche che lasciano il più possibile inalterate le caratteristiche che si propagano fuori del dominio. Se non è realistico assumere che esistano dati disponibili alle risoluzioni spaziali e temporali necessarie per specificare le condizioni al contorno, è invece possibile estrarre le OBC da altri modelli configurati su un dominio più esteso. Nel caso di NCOM\_OS, le OBC provengono da una versione di NCOM configurata su scala globale ad una risoluzione di circa  $1/8^\circ$  in latitudine e longitudine. Le previsioni del modello (d'ora in poi richiamato con la sigla come NCOM\_GLB) sono disponibili in tempo reale presso NAVOCEANO, un altro istituto della marina americana ([www7320.nrlssc.navy.mil/global\\_ncom./index.html](http://www7320.nrlssc.navy.mil/global_ncom./index.html)).

NCOM\_GLB, le analisi dei dati satellitari assimilati dal modello, e le previsioni meteorologiche sono effettuati durante la notte in parecchi centri di calcolo e sono ricevuti da NRL nelle prime ore del giorno. Con una serie di comandi automatizzati, le simulazioni della Prestige sono effettuate alle 7:30 Central Standard Time (CST) e le 48 ore di previsione sono a disposizione degli scienziati spagnoli su un anonimo FTP dopo circa 2 ore. Fortunatamente, il ritardo è compensato dai dati trasmessi il giorno precedente. Dalle previsioni delle correnti di superficie, l'Universidad de Cantabria simula la traiettoria dell'onda nera e così dirige le operazioni quotidiane di pulitura in mare.

Durante le operazioni in tempo reale, uno dei problemi più urgenti è la verifica delle soluzioni. Un'analisi a posteriori può apportare indicazioni e suggerimenti per applicazioni future, ma non per quelle a cui il modello è applicato. Un metodo molto comune è paragonare le soluzioni del modello con i dati raccolti durante le stesse operazioni e possibilmente apportare verifiche prima del prossimo ciclo di previsione. Per la Prestige, una fonte di dati è una serie di boe e sta-



**Fig. 5a.** Le componenti di velocità misurate alla boa Sillero (linea tratteggiata) e previsti dal modello (linea continua) per il periodo 12-22 dicembre 2002. U è la componente di velocità in direzione Ovest-Est e V quella in direzione Sud-Nord, rispettivamente. **b** Simulazione (linee continue) e posizione delle boe fluttuanti per i giorni 23-24 dicembre 2002

zioni del livello marino che PE mantiene lungo le coste spagnole e i cui dati sono disponibili in tempo reale al sito Web: [www.puertos.es/index.jsp](http://www.puertos.es/index.jsp) (sotto oceanografia e meteorologia). La Figura 5a paragona le correnti di superficie previste con i dati della boa Sillero nei primi giorni della crisi. Ciò ha permesso un controllo quasi immediato del modello e una calibratura mirata di alcuni parametri numerici.

La Figura 5b paragona la previsione del modello con le boe fluttuanti lanciate lungo il litorale della Cantabria. Questi strumenti seguono le correnti e trasmettono periodicamente (parecchie volte al giorno) ai satelliti ARGOS la loro posizione e le misurazioni di alcuni dati, fra cui i più comuni sono temperature dell'acqua e dell'aria, vento e pressione atmosferica. I satelliti riflettono il segnale ai laboratori che possono così ricevere le informazioni in tempo reale. Siamo particolarmente fieri dei risultati indicati nella Figura 5 perché indicano che il modello è capace di fornire la riproduzione delle correnti con una precisione considerevole.

## Conclusioni

I modelli dinamici sono solitamente l'ultimo anello di una lunga catena di prodotti. La qualità di una previsione dipende dalla conoscenza dello stato attuale e dell'accuratezza del nowcast derivato. Ciò implica una rete di osservazioni provenienti dal telerilevamento satellitario, alle boe fisse e fluttuanti, alle navi e, più recentemente, agli AUV, i veicoli subacquei telecomandati. Generalmente i dati convergono ad un certo laboratorio o centro operativo e sono spesso processati con le simulazioni numeriche per poter fornire una rappresentazione tridimensionale dell'oceano che possa essere usata come condizione iniziale ed al contorno per il prossimo ciclo di previsione. I centri meteorologici forniscono i dati atmosferici con una procedura molto analoga. Per ogni prodotto, per ogni fase di questa procedura esiste una squadra di persone e sono richieste particolari risorse tecnologiche e di calcolo [7]. Tuttavia, nonostante l'applicazione di discipline scientifiche e tecnologiche, lo sviluppo di modelli richiede anche un pizzico di estro artistico e di una certa creatività nell'esprimere processi fisici in formule.

## Ringraziamenti

Questo lavoro è stato parzialmente sponsorizzato dal Naval Research Laboratory Code 7320. L'autore desidera ringraziare Dr. C. Barron, Mr. D. Fox, Ms. L. Smetdstad e Mr R. Rhodes (NRL) per la loro collaborazione, per il loro supporto e la loro amicizia. Grazie anche al Dr. E. Alvarez Funjul di Puertos Estados per i suoi continui incoraggiamenti e per la sua collaborazione. All'inizio della crisi per il naufragio della Prestige, i contatti tra NRL e del PE sono stati possibili grazie all'interesse del delegato militare, Cmdr R. Robichaud, conseguentemente trasferito e sostituito dal capitano R. Garrett.

## Bibliografia

- [1] C. Van Duren (1938) *Benjamin Franklin*, Penguin Books, New York, NY, pp. 845
- [2] H. Stommel (1948) The westward intensification of wind-driven currents, *Trans. Am. Geophys. Union*, 29, pp. 431-497
- [3] W.R. Holland, A.D. Hirschman (1972) A numerical calculation of the circulation of the North Atlantic Ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, 2, pp. 336-352
- [4] E.P. Chassignet, P.R. Gent (1991) The influence of boundary conditions on mid-latitude jet separation in ocean numerical models, *J. Phys. Oceanogr.*, 21, pp. 1290-1299
- [5] R. Bleck, L.T. Smith (1990) A wind-driven isopycnic coordinate model of the North and Equatorial Atlantic Ocean. 1: Model development and supporting experiments, *J. Geophys. Res.*, 95, pp. 3273-3285
- [6] G. Peggion, D.N. Fox, C. Barron (2002) Validation of a rapidly relocatable prediction system, *Proceeding of the 7th International Conference on Estuarine and Coastal Modeling*, Tampa, Fla, November 5-7, 2001, pp. 1061-1074
- [7] R.C. Rhodes, H.E. Hulburt, A.J. Wallcraft et al. (2002) Navy real-time global modeling system, *Oceanogr.*, 15, pp. 29-43